

ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

DOI 10.17223/20710410/10/9

УДК 519.17

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ,
МОДЕЛИРУЮЩИХ ПРОЦЕСС «РАЗДЕЛЕНИЯ ФАЗ»
НА ТРЕУГОЛЬНОЙ СЕТКЕ

И. В. Афанасьев

*Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия***E-mail:** ivafanas@gmail.com

Для уже существующего клеточного автомата на квадратной сетке, моделирующего процессы «разделения фаз», найдены клеточные автоматы на треугольной сетке, моделирующие такие же процессы. Выделен класс клеточных автоматов на квадратных и треугольных сетках, называемый «разделение фаз». Введены количественные и качественные характеристики клеточных автоматов этого класса. Путём проведения компьютерного моделирования клеточные автоматы «разделение фаз» разбиты на подклассы по поведенческим характеристикам. Показаны свойства некоторых представителей классов.

Ключевые слова: *клеточный автомат, процесс самоорганизации, разделение фаз, треугольная сетка.*

Введение

В середине 80-х годов были предложены клеточные автоматы (КА) для моделирования физико-химических процессов [1, 2], среди которых есть процессы, обладающие свойством самоорганизации (разделение фаз [1, 3], формирование диссипативных структур [4, 5]). *Самоорганизация* — процесс упорядочения (пространственного, временного или пространственно-временного) в системе в результате согласованного взаимодействия множества элементов, её составляющих. Разделение фаз — типичный пример процесса самоорганизации. В рамках этой работы под «разделением фаз» будем понимать процесс, в результате которого два вещества, равномерно распределенные по поверхности, объединяются в отдельные кластеры.

Предложенные ранее КА для процесса «разделение фаз» использовали квадратную сетку — она хорошо подходит для моделирования процессов на плоскости. Зачастую необходимо моделировать физические процессы на поверхности трехмерных геометрических объектов. Поскольку поверхность большинства геометрических объектов может быть аппроксимирована только треугольной сеткой, особый интерес представляет возможность использования треугольных сеток для процессов, моделируемых КА на квадратных сетках.

Гексагональные сетки необходимо использовать для процессов, в которых важна изотропность, например в задачах гидродинамики, газодинамики и диффузии. В рамках процесса «разделения фаз» изотропность не важна, поэтому от использования гексагональной сетки можно отказаться. К тому же гексагональные сетки плохо подходят для аппроксимации поверхностей трехмерных геометрических объектов.

В работе формально определён класс КА «разделение фаз», проведено исследование поведения этих КА на треугольной сетке, в которой каждый треугольник является равносторонним, введены количественные и качественные поведенческие характеристики КА «разделение фаз», исследована зависимость поведения КА от правил перехода. Проведено сравнение эволюции КА «разделение фаз» на треугольной и квадратной сетках.

1. Формальная постановка задачи

Клеточный автомат «разделение фаз» — тройка $\langle \Sigma, M, f \rangle$, где

Σ — алфавит состояний элементарных автоматов, $\Sigma = \{0, 1\}$;

M — множество имён элементарных автоматов, $M = \{1, \dots, N_1\} \times \{1, \dots, N_2\}$;

f — функция перехода. Определение функции перехода будет дано ниже.

В дальнейшем КА «разделение фаз», встречающиеся в работе, будем называть просто КА. Клеткой называется элемент $m = (i, j)$ множества M (рис. 1). Множество пар $\Omega = \{(x, m)\}$, в котором все клетки различны, а x из Σ — состояние клетки m , называется *глобальным состоянием*.

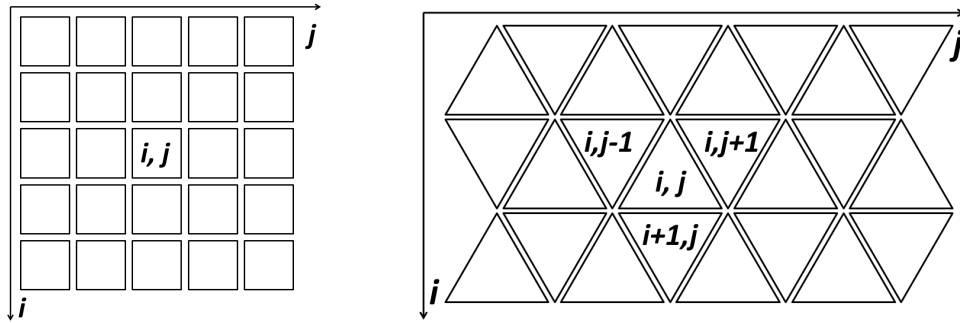


Рис. 1. Клетка КА как элемент множества индексов в случаях квадратной и треугольной сеток

Конечное множество функций $\varphi_k : M \rightarrow M$, $k = 0, 1, \dots, q$, называется *шаблоном соседства* $T(m) = \{\varphi_0(m), \dots, \varphi_q(m)\}$. Для каждой клетки m шаблон $T(m)$ определяет множество её соседей. При этом принято считать, что $\varphi_0(m) = m$. Функции $\varphi_k(m)$ при периодических граничных условиях можно представить в виде

$$\varphi_k((i, j)) = ((i + a) \bmod N_1, (j + b) \bmod N_2),$$

где a и b — некоторые константы.

Множество состояний клеток-соседей клетки m есть $X(T(m)) = \{x_0, \dots, x_q\}$, где x_k — состояние клетки $\varphi_k(m)$, x_0 — состояние клетки m . *Функцией перехода* называется функция $f(x_0, \dots, x_q) : \Sigma^{q+1} \rightarrow \Sigma$. Применить функцию перехода f к клетке m — значит изменить состояние клетки m на новое значение $f(x_0, \dots, x_q)$. Применение функции перехода ко всем клеткам КА называется *глобальным оператором*. Смена состояний всех клеток КА в соответствии с функцией перехода называется *итерацией*. Итерация изменяет глобальное состояние КА $\Omega(t)$ на $\Omega(t+1)$, t — номер итерации. Итеративный процесс смены глобальных состояний называется *эволюцией*.

Существуют два основных режима применения глобального оператора: *синхронный* и *асинхронный*. Синхронный режим предполагает, что аргументы функции переходов — состояния клеток-соседей на текущей итерации t . На каждой итерации клетки

вычисляют значение нового состояния, и затем все клетки одновременно заменяют старые состояния на новые. При асинхронном режиме каждая клетка вычисляет функцию перехода от тех значений состояний соседей, которые на данный момент имеют место, и сразу меняет свое состояние. Причем клетка, обновляющая свое состояние, выбирается случайно [7].

Под *устойчивым глобальным состоянием* будем понимать то глобальное состояние КА, за t применений глобального оператора к которому изменяется не более чем ε процентов клеток. Количество клеток, изменивших свое состояние за t итераций, вычисляется по формуле

$$k = k_1 + k_2 + \dots + k_t,$$

где k_i — количество клеток, изменивших свое состояние за i -ю итерацию. Значения t и ε зависят от конкретной задачи. В численных экспериментах $t = 10$ и $\varepsilon = 10$. Эти значения позволяют не учитывать характерные пограничные колебательные процессы, когда эволюция в целом достигает «достаточно устойчивого» глобального состояния. В рассматриваемом классе КА не отмечено устойчивых колебательных процессов, как при моделировании периодического химического процесса — реакции Белоусова — Жаботинского.

При моделировании процесса «разделения фаз» на квадратных сетках, как правило, выбирают квадратный шаблон соседства размером 3×3 , 5×5 или 7×7 . При этом в шаблоне соседства оказывается нечётное число клеток-соседей. Чтобы провести сравнительный анализ КА на квадратных и треугольных сетках, необходимо выбрать шаблон соседства для КА на треугольных сетках с таким же числом клеток-соседей. Довольно трудно подобрать симметричный шаблон соседства на треугольной сетке из 9 клеток. Поэтому далее везде шаблон соседства состоит из 25 клеток, $q = 24$ (рис. 2).

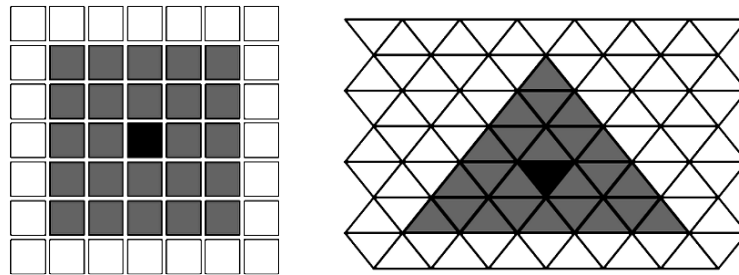


Рис. 2. Чёрным отмечена клетка клеточного массива, а серым — её шаблон соседства

Функция перехода $f(x_0, \dots, x_{24})$ в рассматриваемом классе КА зависит от суммы состояний всех клеток-соседей. Клеток в шаблоне соседства 25 штук. Состояние каждой клетки равно либо 0, либо 1. Сумма состояний может принимать 26 значений:

$$s = x_0 + x_1 + \dots + x_{24} \in \{0, 1, \dots, 25\}. \quad (1)$$

Можно однозначно сопоставить функции перехода $f(x_0, x_1, \dots, x_{24})$ булев вектор $\mathbf{v} = (\mathbf{v}(0), \dots, \mathbf{v}(25))$ так, чтобы новое значение клетки было бы равно $\mathbf{v}(s)$:

$$f(x_0, x_1, \dots, x_{24}) = \mathbf{v}(s). \quad (2)$$

Тогда функцию перехода можно однозначно определить множеством

$$A = \{i \in \{0, 1, \dots, 25\} : \mathbf{v}(i) = 1\}; \quad (3)$$

$$f(x_0, x_1, \dots, x_{24}) = \begin{cases} 1, & \text{если } s \in A; \\ 0, & \text{если } s \notin A. \end{cases} \quad (4)$$

Центром множества A назовём число

$$\text{center}(A) = \frac{1}{|A|} \sum_{i \in A} i. \quad (5)$$

Для КА на квадратной и треугольной сетках можно определить понятие *ближайшего соседства* клеток *первого уровня*.

Клетки (i_1, j_1) и (i_2, j_2) КА на квадратной сетке будем называть *ближайшими соседями первого уровня*, если $|i_1 - i_2| + |j_1 - j_2| = 1$.

Клетки (i_1, j_1) и (i_2, j_2) КА на треугольной сетке будем называть *ближайшими соседями первого уровня*, если выполнено хотя бы одно из следующих условий:

- 1) $i_1 = i_2$ и $|j_1 - j_2| = 1$;
- 2) число $i_1 + j_1$ нечётное, $i_2 = i_1 + 1$ и $j_1 = j_2$;
- 3) число $i_1 + j_1$ чётное, $i_2 = i_1 - 1$ и $j_1 = j_2$.

Ближайшие соседи для клеток КА на квадратных и треугольных сетках изображены на рис. 3.

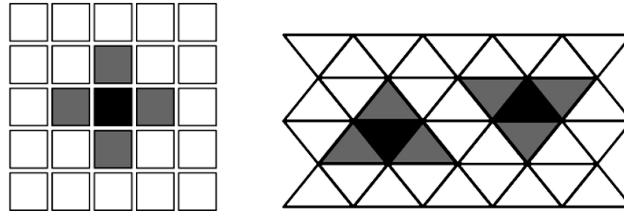


Рис. 3. Чёрным цветом отмечена клетка, серым — множество её ближайших соседей

Клетки m_1 и m_2 будем называть *ближайшими соседями второго уровня*, если они различны и существует клетка m_3 , являющаяся ближайшим соседом первого уровня обоим клеткам m_1 и m_2 . Множество клеток, содержащее только клетку m и её ближайших соседей первого и второго уровней, называется *ближайшим соседством радиуса 2* (рис. 4).

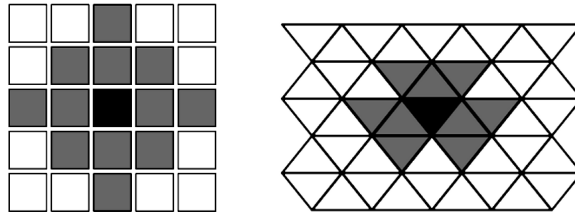


Рис. 4. Черным цветом отмечена клетка, серым — остальные клетки ближайшего соседства радиуса 2

Пример 1. Пример КА на квадратной сетке, моделирующего процесс «разделения фаз». Множество имён $M = \{1, \dots, 300\} \times \{1, \dots, 300\}$. Шаблон соседства представлен на рис. 2 слева; функция перехода выбрана следующая:

$$T((i, j)) = \{((i + a) \bmod 300, (j + b) \bmod 300) : -2 \leq a \leq 2, -2 \leq b \leq 2\}; \quad (6)$$

$$A = \{11, 13\} \cup \{15, 16, \dots, 25\}.$$

Граничные условия — периодические, т. е. крайние правые клетки являются соседями крайних левых и крайние верхние клетки являются соседями крайних нижних. Автомат действует асинхронно. Некоторые глобальные состояния КА показаны на рис. 5.

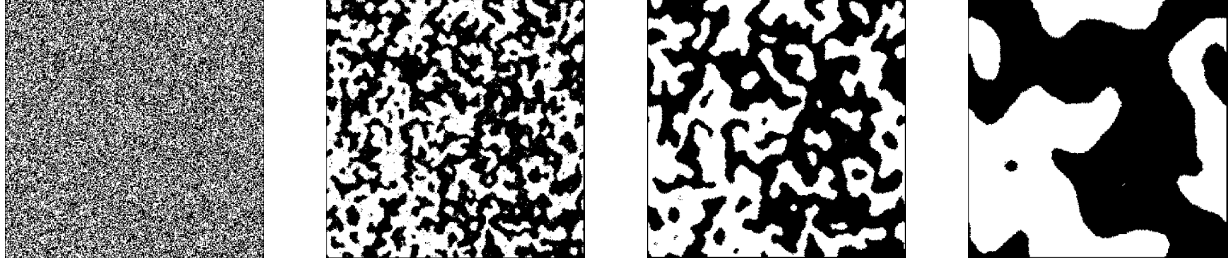


Рис. 5. Эволюция КА «разделение фаз» (300×300 клеток). Итерации (слева направо): $t = 0, 5, 20, 300$

Цель настоящего исследования — экспериментально получить зависимость свойств эволюции от функции перехода (параметра A) и сравнить эволюции синхронных и асинхронных КА «разделение фаз» на треугольных и квадратных сетках. Эволюции КА на треугольных и квадратных сетках сравнивались мотивами. *Мотив* — повторяющийся элемент или структура в глобальной картине КА. В данной работе были выбраны следующие критерии для сравнения мотивов.

1) Разделяемость веществ в устойчивом глобальном состоянии не более чем на два кластера. Под *кластером* будем понимать наибольшее по включению множество клеток с одинаковыми состояниями, в котором между любыми двумя клетками есть путь, содержащий только клетки этого множества. *Путь* между клетками m_1 и m_2 назовём конечную последовательность клеток $a_1, a_2, \dots, a_k$, где $a_1 = m_1$, $a_k = m_2$ и клетка a_i является ближайшим соседом первого уровня клетки a_{i+1} для всех $i \in \{1, \dots, k-1\}$.

2) Мелкозернистость

$$\text{finegraininess} = \frac{N_{\text{bound}}}{N}, \quad (7)$$

где N — общее число клеток в клеточном массиве; N_{bound} — число граничных клеток. Клетку будем называть *граничной*, если среди её ближайших соседей найдется клетка с другим состоянием.

3) Нечёткость границ

$$\text{fuzzy} = \frac{N_{\text{fuzzy}}}{N_{\text{bound}}}, \quad (8)$$

где N_{fuzzy} — число граничных нечётких клеток в клеточном массиве. Клетку будем называть *граничной нечёткой*, если в её ближайшем соседстве радиуса 2 все клетки граничные.

В общем случае параметры мелкозернистости и нечёткости границ изменяются в процессе эволюции КА.

2. Метод исследования

Эволюция КА «разделение фаз» исследовалась экспериментально. При выборе шаблона соседства из 25 клеток всего возможно 2^{26} функций перехода состояний клетки. Исследовать 2^{26} вариантов КА — трудоемкая задача. Если принять во внимание

«равноправие» веществ, для которых моделируется разделение фаз, то можно сделать предположение об антисимметричности вектора $\mathbf{v}$:

$$\begin{aligned} \forall i \in \{0, \dots, 25\} \quad \mathbf{v}(i) &= 1 - \mathbf{v}(25 - i), \\ \forall i \in \{0, \dots, 25\} \quad i \in A &\Leftrightarrow (25 - i) \notin A. \end{aligned} \quad (9)$$

Условие «равноправия» веществ (9) означает, что при наличии ровно i единиц в соседстве клетки её новое состояние будет равным 1 тогда и только тогда, когда при наличии ровно i нулей в соседстве клетки её новое состояние будет равным нулю.

Условие (9) позволяет сократить количество рассматриваемых КА до 2^{13} , так как достаточно расставить произвольным образом нули и единицы в левой половине вектора значений функции перехода и антисимметрично отразить его от середины.

При проведении экспериментов было отмечено, что, зачастую, если $\mathbf{v}(i) = 1$ для некоторого значения $i < 8$, то моделируемый процесс оказывается хаотическим. *Динамический хаос* — процесс в теории динамических систем, при котором поведение нелинейной системы выглядит случайным несмотря на то, что оно определяется детерминистическими законами [6]. Далее такие КА не рассматривались: в проводимых экспериментах $\mathbf{v}(0) = 0, \dots, \mathbf{v}(7) = 0$.

Таким образом, было экспериментально исследовано $2^5 = 32$ варианта КА следующего вида:

- 1) $\mathbf{v}(0) = 0, \dots, \mathbf{v}(7) = 0$ (отсечение большинства хаотических процессов);
- 2) единицы и нули произвольно расставлены на места $\mathbf{v}(8), \dots, \mathbf{v}(12)$ (2^5 вариантов);
- 3) $\mathbf{v}(13), \dots, \mathbf{v}(25)$ вычисляются из условия «равноправия» веществ (9).

Эксперименты проводились следующим образом:

- 1) размерность квадратной сетки — 400×400 . Размерность треугольной сетки — 600×300 ;
- 2) начальное состояние задано случайным распределением 1 и 0 с плотностью 0,5;
- 3) эволюция останавливается в глобальном устойчивом состоянии;
- 4) в глобальном устойчивом состоянии измеряются коэффициенты мелкозернистости и нечёткости границ.

Для проведения численных экспериментов было реализовано программное приложение на языке C++ с использованием технологии OpenGL.

3. Результаты исследований

3.1. Разделение КА на классы по свойствам мотивов

В результате экспериментов КА, как на треугольной сетке, так и на квадратной, как синхронные, так и асинхронные, были разделены на классы по свойствам мотивов.

Класс 1. Полное разделение фаз. КА этого класса разделяют вещества на два кластера.

В качестве представителя этого класса рассмотрен синхронный КА на треугольной сетке при $A = \{15, \dots, 25\} \cup \{11, 13\}$ (рис. 6).

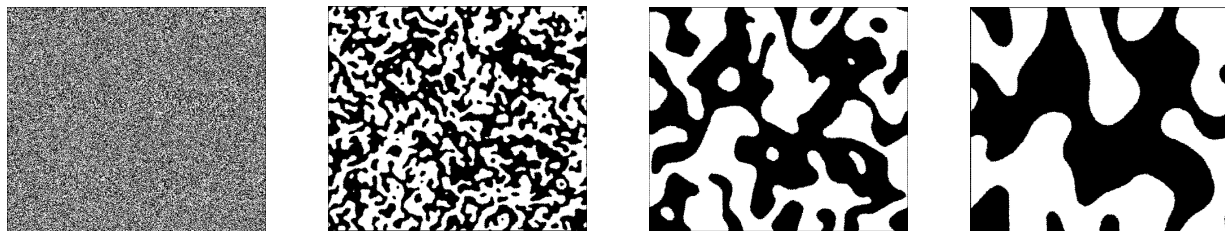


Рис. 6. Эволюция КА — представителя первого класса. Итерации (слева направо):
 $t = 0, 15, 230, 1000$

Класс 2. Мелкозернистые. К КА этого класса отнесём те КА типа «разделение фаз», коэффициент мелкозернистости в устойчивом глобальном состоянии которых больше некоторой величины, зависящей от цели исследования. В нашем случае это 0,07.

В качестве представителя класса «мелкозернистые» рассмотрен синхронный КА на треугольной сетке при $A = \{14, \dots, 25\} \cup \{12\}$ (рис. 7).

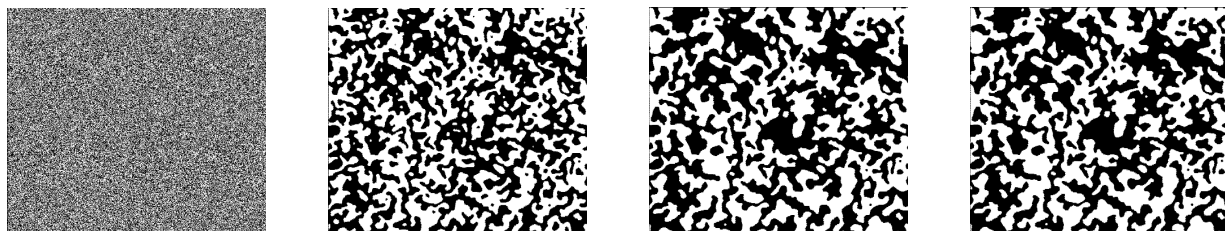


Рис. 7. Эволюция КА — представителя второго класса. Итерации (слева направо):
 $t = 0, 15, 230, 1000$

Класс 3. Нечёткие границы. К КА этого класса отнесём те КА типа «разделение фаз», коэффициент нечёткости границ в устойчивом глобальном состоянии которых больше некоторой величины, зависящей от цели исследования. В нашем случае это 0,005.

В качестве представителя класса «нечёткие границы» рассмотрен синхронный КА на треугольной сетке при $A = \{18, \dots, 25\} \cup \{8, 9, 13, 14, 15\}$ (рис. 8).

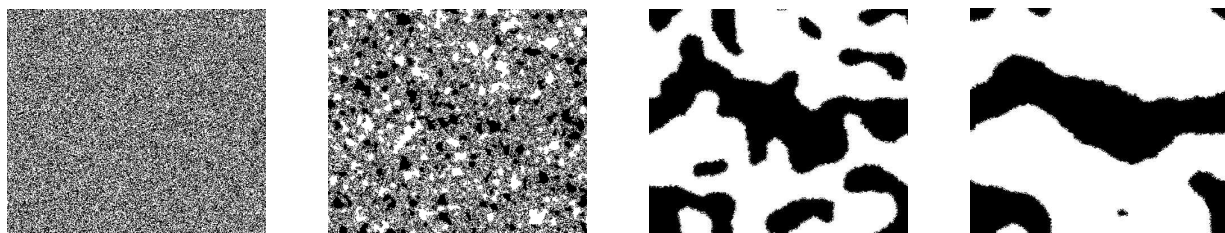


Рис. 8. Эволюция КА — представителя третьего класса. Итерации (слева направо):
 $t = 0, 15, 230, 1000$

Класс 4. Динамический хаос. КА этого класса не разделяют вещества в итоге процесса на два кластера и не достигают устойчивого глобального состояния.

Синхронный КА на треугольной сетке при $A = \{18, \dots, 25\} \cup \{8, 9, 10, 11, 13\}$ является представителем класса «динамический хаос» (рис. 9).

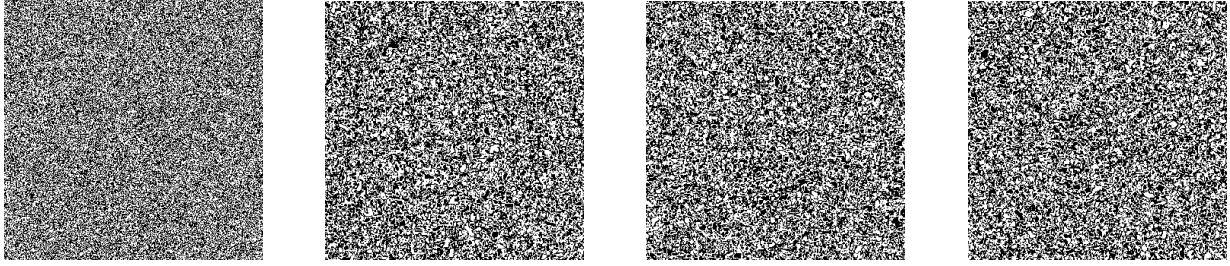


Рис. 9. Эволюция КА — представителя четвёртого класса. Итерации (слева направо): $t = 0, 15, 230, 1000$

Анализ эволюции не проводился для класса «динамический хаос». Получившееся распределение КА «разделение фаз» по классам:

- 1) КА, центр которых удовлетворяет неравенствам $18,077 \leq \text{center}(A) \leq 18,923$; 56 штук. Для некоторых из них (10 КА) коэффициент мелкозернистости в устойчивом глобальном состоянии превосходит 0,07 (критерий принадлежности к классу «мелкозернистые»). Остальные КА относятся к классу «полное разделение фаз». Среди КА на треугольных сетках, попадающих под описанное ограничение на центр множества A , есть КА класса «нечёткие границы». Причем таких КА на треугольных сетках больше среди синхронных (6 КА) и меньше среди асинхронных (2 КА).
- 2) КА, центр которых лежит в границах $17,962 \leq \text{center}(A) \leq 18,077$ (40 штук), принадлежат классу «нечёткие границы». Только один КА (синхронный на квадратной сетке, $A = \{17, \dots, 25\} \cup \{9, 10, 11, 12\}$) принадлежит классу «мелкозернистые». Четыре КА из этого множества (все асинхронные, два на треугольной сетке и два на квадратной, соответствуют одним и тем же множествам A) принадлежат классу «динамический хаос».
- 3) Почти все КА, центр которых удовлетворяет условиям $17,077 \leq \text{center}(A) \leq 17,615$ (28 штук), принадлежат классу «динамический хаос». Исключение составляет один КА на квадратной сетке с синхронным режимом функционирования, с множеством $A = \{18, \dots, 25\} \cup \{8, 10, 11, 12, 16\}$, принадлежащий классу «нечёткие границы».

Упорядочение КА «разделение фаз» по параметру «центр множества A » позволяет отделить КА, моделирующие хаотические процессы, от остальных КА типа «разделение фаз».

3.2. Динамические свойства КА представителей классов

Интерес также представляет изменение перечисленных выше свойств в динамике процессов. Поэтому для всех классов КА важной характеристикой является коэффициент активности процесса. Это свойство характеризует скорость приближения эволюции к устойчивому состоянию.

Формально *коэффициент активности* процесса на итерации с номером i_0 определим как количество клеток, изменивших своё состояние за последние n итераций ($i_0 > n$):

$$k(i_0) = k_1 + k_2 + \dots + k_n,$$

где k_i — количество клеток, изменивших свое состояние за $(i_0 - i)$ -ю итерацию. Далее считаем $n = 10$. На рис. 10 представлена диаграмма изменения параметра активности для различных представителей классов КА в процессе эволюции.

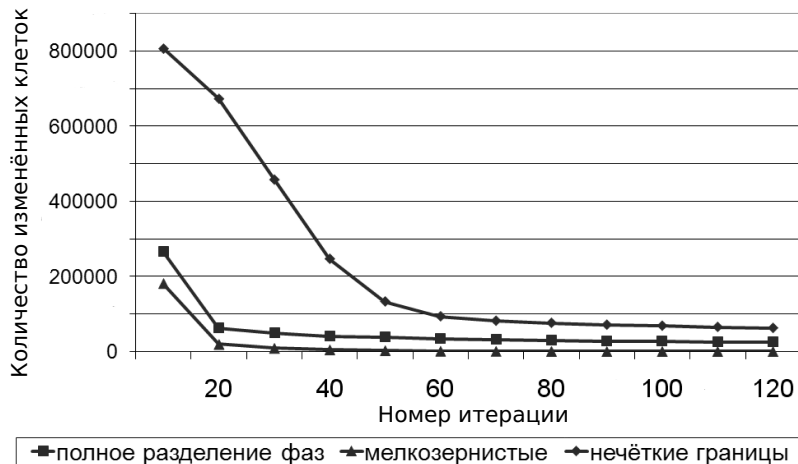


Рис. 10. Изменение коэффициента активности в процессе эволюции

Экспериментально получено, что КА «разделение фаз» класса «мелкозернистые» быстрее, а КА класса «нечёткие границы» медленнее приходят к устойчивому состоянию. Причем активность КА класса «нечёткие границы», как правило, выше, чем активность КА других классов. Это объясняется тем, что вероятность изменения состояния граничной клетки выше, чем не граничной. На начальных итерациях количество граничных клеток в глобальном состоянии КА класса «нечёткие границы» выше, чем у других КА. Это свойство продемонстрировано на рис. 11.

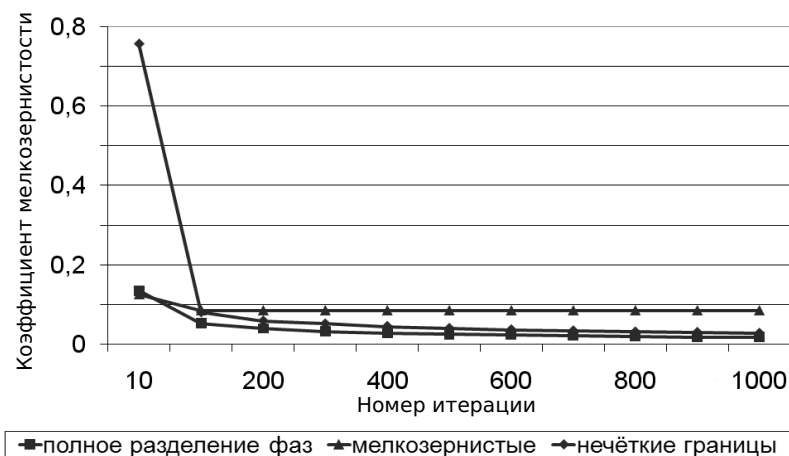


Рис. 11. Изменение мелкозернистости в процессе эволюции

Коэффициент мелкозернистости, пропорциональный количеству граничных клеток, для представителя класса «мелкозернистые» практически не изменяется после 110-й итерации, и КА достигает устойчивого глобального состояния. Далее происходят незначительные колебания состояний граничных клеток. Поэтому параметры активности, мелкозернистости и нечёткости границ для представителя класса «мелкозернистые» почти не изменяются, колеблясь в пределах 0,01 % от абсолютных своих значений.

Коэффициент нечёткости границ очень близок к нулю в процессе эволюции представителей классов «полное разделение фаз» и «мелкозернистые». Для этих КА коэффициент нечёткости границ меньше 10^{-5} уже после 60-й итерации. Коэффициент

нечёткости границ для представителя класса «нечёткие границы» после 100 итераций колеблется около 0,05 (рис. 12).

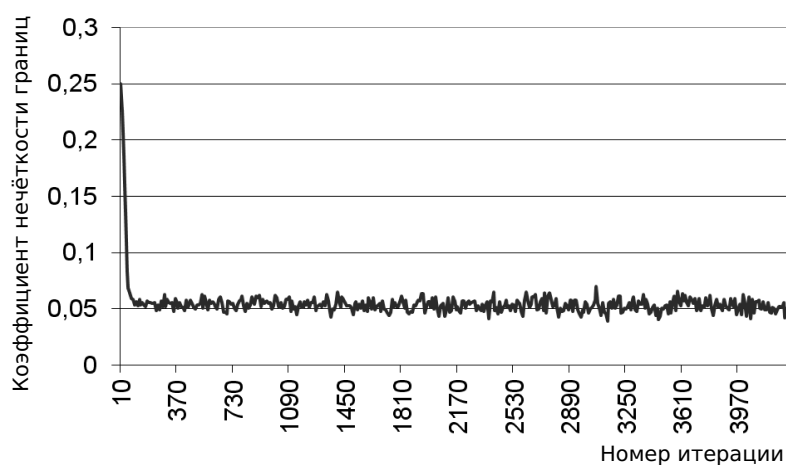


Рис. 12. Изменение параметра нечёткости границ в процессе эволюции КА — представителя класса «нечёткие границы»

Значения мелкозернистости и нечёткости границ измерялись двумя способами:

- 1) *Значения параметров в устойчивом глобальном состоянии.* Глобальный оператор применялся до тех пор, пока КА не придет к устойчивому глобальному состоянию. Значения параметров вычислялись для этого устойчивого глобального состояния. Они обозначаются индексом «stab». Значения параметров в устойчивом глобальном состоянии никак не отражают динамику этих параметров в процессе эволюции КА.
- 2) *Значения параметров, нормированные по активности.* Пусть k_t — значение параметра активности на итерации с номером t . Пусть p_t — значение некоторого параметра $p \in \{\text{fineness}, \text{fuzzy}\}$ для глобального состояния, соответствующего итерации с номером t с начала эволюции КА. Пусть T — номер итерации, при которой наступает устойчивое глобальное состояние. Нормированное по активности значение параметра p вычисляется по формуле

$$p_{\text{act}} = \frac{p'}{k'}, \quad \text{где} \quad p' = \sum_{i=1}^{T/n} \frac{p_n}{k_n}; \quad k' = \sum_{i=1}^{T/n} \frac{1}{k_n}.$$

Параметр n выбран равным 10.

В общем случае, чем быстрее протекает процесс, тем быстрее изменяются параметры процесса. Значения параметров, нормированные по активности, позволяют учесть, во-первых, значения параметров безотносительно к скорости протекания процесса, во-вторых, динамику параметров в процессе эволюции КА.

Значения коэффициентов мелкозернистости и нечёткости границ для представителей классов КА показаны в таблице.

**Значения коэффициентов мелкозернистости и нечёткости границ
для представителей классов КА**

Функция перехода	T	Коэффициент мелкозернистости		Коэффициент нечёткости границ	
		stab	act	stab	act
$A = \{15, \dots, 25\} \cup \{11, 13\}$ «полное разделение фаз»	250	0,035	0,047	0	0
$A = \{14, \dots, 25\} \cup \{12\}$ «мелкозернистые»	30	0,093	0,097	0	0
$A = \{18, \dots, 25\} \cup \{8, 9, 13, 14, 15\}$ «нечёткие границы»	2280	0,022	0,029	0,057	0,054

Важность введения нормировки значений параметров по активности можно продемонстрировать на примере коэффициента нечеткости границ для КА-представителя класса «нечёткие границы». Начиная с 100-й итерации, коэффициент нечёткости границ колеблется между 0,039 и 0,07, т. е. коэффициент нечёткости границ в глобальном устойчивом состоянии может отличаться до 1,7 раз. Введение нормировки по активности позволяет учесть колебательный характер изменения коэффициента нечёткости границ в процессе эволюции КА и показать «усреднённое» значение.

Заключение

Для процесса «разделение фаз», моделируемого КА на квадратной сетке, были найдены локальные операторы и шаблон соседства, позволяющие моделировать процесс КА на треугольной сетке с равносторонними треугольниками. Выделены классы КА на квадратной и треугольной сетках, моделирующих самоорганизующийся процесс «разделения фаз».

В результате экспериментов выделено четыре основных класса КА на треугольной сетке, по мотивам эволюции полностью соответствующие четырём классам КА на квадратных сетках.

КА класса «полное разделение фаз» можно использовать при моделировании процесса разделения фаз двух несмешивающихся жидкостей, например масла на поверхности воды.

КА класса «мелкозернистые» можно использовать при моделировании социальных и физических процессов, где имеет место кластеризация элементов в мелкие устойчивые структуры. Например, в задачах пространственного распределения людей разных языковых групп или при построении пористых сред.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Toffoli T.* Computation and construction universality of reversible automata // J. Comp. System Science. 1987. V. 15. P. 1–6.
2. *Toffoli T., Margolus N.* Cellular Automata Machines. USA: MIT Press, 1987.
3. *Wolfram S.* A new kind of science. USA: Wolfram Media Inc., Champaign, Ill, 2002.
4. *Пригожин И.* От существующего к возникающему. Время и сложность в физических науках. М.: Наука, 1985.

5. *Deutch A., Dormann S.* Cellular Automaton Modeling of Biological Pattern Formation. Berlin: Birkhauser, 2004.
6. *Saber N.* Discrete Chaos. Chapman and Hall, CRC, 1999.
7. *Бандман О. Л.* Клеточно-автоматные модели пространственной динамики // Системная информатика. 2005. Вып. 10. С. 57–113.