

УДК 519.21

А.В. Зорин

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ КОНФЛИКТНЫМИ ПОТОКАМИ В КЛАССЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ¹

Рассматривается процесс управления с потерями конфликтными потоками в классе циклических алгоритмов с динамическим выбором длительностей состояний прибора. Качество функционирования системы оценивается по скорости роста средней стоимости пребывания всех требований в системе. Построена математическая модель системы в виде управляемой цепи Маркова с доходами. С помощью вычислительных экспериментов изучаются свойства оптимального управления.

Ключевые слова: конфликтные входные потоки, управляющая система массового обслуживания, управляемая цепь Маркова с доходами.

Входные потоки многих реальных систем массового обслуживания являются конфликтными. На содержательном уровне конфликтность означает, что требования различных потоков не могут обслуживаться одновременно и что путем сложения входных потоков нельзя существенно уменьшить их число. Для управления конфликтными потоками в настоящее время используется много разнообразных алгоритмов: циклические, пороговые, циклические с продлениями, с динамическими приоритетами и т.д. [1 – 11]. С целью разрешения конфликтности в процесс функционирования обслуживающего устройства вводятся этапы переналадок, во время которых требования не обслуживаются.

Для управления конфликтными транспортными потоками на регулируемых перекрестках во многих странах мира используются целые компьютеризированные комплексы, включающие в себя детекторы, видеонаблюдение, и т.д., Такой комплекс способен как осуществлять мониторинг текущей ситуации на дорогах (моменты прибытия машин к стоп-линиям, число ожидающих переезда машин по каждой полосе, и т.д.), так и выбирать один из нескольких возможных алгоритмов управления, наиболее подходящий к текущей дорожной ситуации. С теоретической точки зрения важно уметь генерировать такие алгоритмы в ходе теоретического решения некоторых оптимизационных модельных задач. В работе [1] постановка и решение этой задачи искались в классе алгоритмов с динамическими приоритетами. Экономический критерий задавал среднее время пребывания всех требований в системе за один такт.

В некоторых реальных системах массового обслуживания важно, чтобы поведение управляющего устройства было предсказуемым с точки зрения требований. Например, участники дорожного движения ожидают, что светофор предоставляет возможность проезда последовательно каждому из потоков и отклонения от такой последовательности может быть воспринято как поломка светофора и, вследствие этого, стать причиной дорожно-транспортных происшествий. Следовательно,

¹ Работа была выполнена в рамках госбюджетных НИР ННГУ «Математические моделирование и создание новых методов анализа эволюционных систем и систем оптимизации» (№ государственной регистрации НИР 01201252499) и проекта РФФИ № 12-01-90409 «Моделирование и анализ систем управления взаимодействующими транспортными потоками высокой интенсивности».

представляет интерес изучения циклических алгоритмов с переменными длительностями обслуживания и переналадок. В качестве экономического критерия естественно рассматривать среднее время пребывания всех требований в системе за один цикл.

1. Постановка задачи

Пусть в систему массового обслуживания с потерями поступают $m < \infty$ конфликтных входных потоков $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$. В течение промежутка времени Δ , $0 < \Delta < \infty$, с вероятностью λ_j поступает одно требование потока Π_j , а с вероятностью $1 - \lambda_j$ требование не поступает, $j = 1, 2, \dots, m$. Непосредственно момент поступления требования не наблюдается. Требования потока Π_j помещаются в накопитель O_j конечной емкости $N_j < \infty$. Обслуживающее устройство имеет $2m$ состояний $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(2m)}$. В состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$ обслуживаются только требования потока Π_j , что и означает конфликтность потоков; в состоянии $\Gamma^{(2j)}$ требования не обслуживаются и осуществляется переналадка. За промежуток времени Δ в состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$ завершается обслуживание одного требования из очереди O_j с вероятностью β_j и обслуженное требование покидает систему, причем момент окончания обслуживания тоже не наблюдается непосредственно либо с вероятностью $1 - \beta_j$ обслуживание не завершается. Обслуживающее устройство меняет состояния по циклическому закону: $\Gamma^{(1)} \rightarrow \Gamma^{(2)} \rightarrow \dots \rightarrow \Gamma^{(2m)} \rightarrow \Gamma^{(1)} \rightarrow \dots$. Обслуживающее устройство может функционировать в одном из n режимов. В режиме r , $r = 1, 2, \dots, n$, длительность пребывания прибора в состоянии $\Gamma^{(s)}$, $s = 1, 2, \dots, 2m$, не случайна и равна $T_{s,r} \Delta$. Промежуток времени, в течение которого обслуживающее устройство последовательно проходит через все состояния от $\Gamma^{(1)}$ до $\Gamma^{(2m)}$ включительно, называется *циклом*. Режим выбирается в начале цикла, то есть в момент времени 0 и в момент смены состояния с $\Gamma^{(2m)}$ на $\Gamma^{(1)}$. Правило выбора нового режима определяется отображением $u(\cdot)$ целочисленной решетки $X = \{0, 1, \dots, N_1\} \times \{0, 1, \dots, N_2\} \times \dots \times \{0, 1, \dots, N_m\}$ во множество $\{1, 2, \dots, n\}$. Если длины очередей описываются вектором $(x_1, x_2, \dots, x_m) \in X$, то выбирается режим с номером $r = u(x)$. Таким образом, в данной задаче возможно лишь конечное число различных управлений. Определим потери системы за промежуток времени Δ как суммарное время пребывания в системе всех требований на этом промежутке. Требуется выбрать такое управление, которое минимизирует предельную скорость роста суммарных потерь за $i \gg 1$ промежутков при неограниченном времени функционирования системы (т.е. при $i \rightarrow \infty$). Другие задачи оптимизации при циклическом управлении рассматривались, например, в [4, 8, 9, 12].

Приведенное выше формализованное описание управляемой системы массового обслуживания может быть проиллюстрировано следующим примером. Рассмотрим регулируемое светофором пересечение транспортных магистралей, изображенное на рис. 1. В этом частном случае $m = 2$. Входные потоки Π_1, Π_2 автомобилей являются конфликтными. Для разрешения конфликтности в режиме переналадки используется желтый свет светофора. Также естественно предположить, что перед стоп-линиями имеется лишь конечное число мест ожидания.

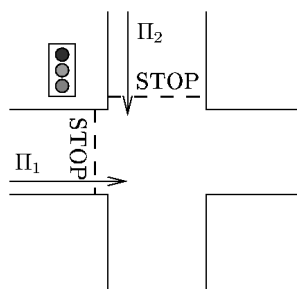


Рис. 1. Перекресток автомагистралей, управляемый светофором

2. Построение математической модели

Будем наблюдать систему в дискретные моменты времени $0, \Delta, 2\Delta, \dots$. Пусть случайная величина $\kappa_{j,i}$ задает число требований в накопителе O_j в момент $i\Delta$, случайная величина $\eta_{j,i}$ – число требований потока Π_j , поступивших за промежуток времени $(i\Delta, (i+1)\Delta]$, случайная величина $\xi_{j,i}$ – виртуальное число обслуженных требований из накопителя O_j за промежуток времени $(i\Delta, (i+1)\Delta]$ в предположении наличия достаточного числа ожидающих требований в очереди, а случайный элемент $\Gamma_i \in \{\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(2m)}\}$ – состояние обслуживающего устройства на промежутке $((i-1)\Delta, i\Delta]$. Введем также случайные вектор $\kappa_i = (\kappa_{1,i}, \kappa_{2,i}, \dots, \kappa_{m,i})$. Из постановки задачи на содержательном уровне следует, что динамика формирования очереди O_j из потока Π_j на интервале времени $(i\Delta, (i+1)\Delta]$ задается следующим рекуррентным соотношением:

$$\kappa_{j,i+1} = \min\{N_j, \max\{0, \kappa_{j,i} + \eta_{j,i} - \xi_{j,i}\}\}.$$

Обозначим $T^{(r)} = T_{1,r} + T_{2,r} + \dots + T_{m,r}$. Пусть $\tau(0) = 0$ и $\tau(i+1) = \tau(i) + T^{(r)}$ при $u(\kappa_{\tau(i)}) = r$. Тогда имеет место равенство $\Gamma_i = \Gamma^{(s)}$, если для целого θ имеют место неравенства

$$\tau(\theta) + T_{1,r} + T_{2,r} + \dots + T_{s-1,r} \leq i < \tau(\theta) + T_{1,r} + T_{2,r} + \dots + T_{s,r}.$$

Более того, случайные элементы $\Gamma_{\tau(i)}$, $i = 0, 1, \dots$, совпадают. Входные потоки и потоки насыщения удобно задавать с помощью свойств условных распределений точечных процессов $\{(i\Delta, \eta_{j,i}); i = 0, 1, \dots\}$ и маркированных точечных процессов $\{(i\Delta, \xi_{j,i}, v_i); i = 0, 1, \dots\}$ с меткой $v_i = \Gamma_i$ требований на интервале $(i\Delta, (i+1)\Delta]$. Случайная величина $\eta_{j,i}$ принимает значение $\delta \in \{0, 1\}$ с вероятностью $\lambda_j^\delta (1 - \lambda_j)^{1-\delta}$; величины $\eta_{j,0}, \eta_{j,1}, \dots$ независимы. Случайная величина $\xi_{j,i}$ принимает значение $\delta \in \{0, 1\}$ с вероятностью $\beta_j^\delta (1 - \beta_j)^{1-\delta}$ если $\Gamma_i = \Gamma^{(2j-1)}$, а в остальных случаях $\xi_{j,i} = 0$.

Теорема. При заданном распределении вектора κ_0 последовательность

$$\{\kappa_{\tau(i)}; i = 0, 1, \dots\} \quad (1)$$

является однородной цепью Маркова

Сделаем следующие обозначения:

$$p_{k,l}^{(j)} = \begin{cases} 1 - \lambda_j + \lambda_j \beta_j & \text{при } k = l = 0, \\ (1 - \lambda_j)(1 - \beta_j) + \lambda_j \beta_j & \text{при } k = l = 1, 2, \dots, N_j - 1, \\ (1 - \lambda_j) \beta_j & \text{при } k - 1 = l = 0, 1, \dots, N_j - 1, \\ \lambda_j (1 - \beta_j) & \text{при } k + 1 = l = 1, 2, \dots, N_j, \\ 1 - \beta_j + \lambda_j \beta_j & \text{при } k = l = N_j, \\ 0 & \text{при } k \neq l \text{ и } k \neq l \pm 1; \end{cases}$$

$$q_{k,l}^{(j)} = \begin{cases} 1 - \lambda_j & \text{при } k = l = 0, 1, \dots, N_j - 1, \\ \lambda_j & \text{при } k + 1 = l = 1, 2, \dots, N_j, \\ 1 & \text{при } k = l = N_j, \\ 0 & \text{при } k \neq l \text{ и } k \neq l - 1. \end{cases}$$

Здесь величина $p_{k,l}^{(j)}$ есть вероятность выполнения равенства $\kappa_{j,i+1} = l$ при условии $\kappa_{j,i} = k$ и $\Gamma_i = \Gamma^{(2j-1)}$, а величина $q_{k,l}^{(j)}$ есть вероятность выполнения равенства $\kappa_{j,i+1} = l$ при условии $\kappa_{j,i} = k$ и $\Gamma_i \neq \Gamma^{(2j-1)}$. Пусть, например, $k = l = 0$ и $\Gamma_i = \Gamma^{(2j-1)}$,

тогда равенство $0 = \min\{N_j, \max\{0, \eta_{j,i} - \xi_{j,i}\}\}$ может иметь место в одном из двух случаев: либо $\eta_{j,i} = 0$, либо $\eta_{j,i} = \xi_{j,i} = 1$. Соответствующая вероятность есть $1 - \lambda_j + \lambda_j \beta_j$. Остальные случаи доказываются аналогично. Обозначим через $P^{(j)}$, $Q^{(j)}$ матрицы чисел $p_{k,l}^{(j)}$, $q_{k,l}^{(j)}$. Пусть $P^{(j)}(a)$, $Q^{(j)}(a)$ суть a -е степени матриц $P^{(j)}$ и $Q^{(j)}$ соответственно, $a = 0, 1, \dots$. Тогда переходная вероятность цепи Маркова (1) для $x \in X$, $u(x) = r$ и $w = (w_1, w_2, \dots, w_m) \in X$ имеет вид

$$P(\{\omega : \kappa_{\tau(i+1)} = w\} \mid \{\omega : \kappa_{\tau(i)} = x\}) = \prod_{j=1}^m \left[\left(Q^{(j)}(T_{1,r} + T_{2,r} + \dots + T_{2j-2,r}) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times P^{(j)}(T_{2j-1,r}) Q^{(j)}(T_{2j,r} + T_{2j+1,r} + \dots + T_{2m,r}) \right)_{x_j, w_j} \right], \quad (2)$$

где запись $(\cdot)_{k,l}$ обозначает элемент k -й строки и l -го столбца указанной в скобках матрицы. Из вида переходных вероятностей (2) следует, что состояния цепи Маркова (1) принадлежат единственному эргодическому классу при любом управлении.

Пусть случайная величина $\zeta_{j,i}$ измеряет время пребывания всех требований в очереди O_j на промежутке времени $(i \Delta, (i+1) \Delta]$. Математическое ожидание времени пребывания всех требований в системе за промежуток времени $(\tau(i), \tau(i+1)]$, заключающий в себе один цикл работы обслуживающего устройства, и при условии $\kappa_{\tau(i)} = x$ определяется выражением

$$z_i(x) = \sum_{j=1}^m \sum_{t=0}^{T^{(r)}-1} E(\zeta_{j,\tau(i)} \mid \{\omega : \kappa_{\tau(s)} = x\}), \quad r = u(x).$$

С экономической точки зрения время ожидания представляет потери управляемой системы массового обслуживания. Поскольку моменты поступления требований и моменты окончания обслуживания требований непосредственно не наблюдаются, будем считать их равномерно распределенными в соответствующих интервалах. Поэтому ниже речь будет идти, на самом деле, об *оценках* для соответствующих экономических показателей обслуживания. Итак, для вычисления величин $z_i(x)$, $x \in X$, обозначим

$$g_{k,l}^{(j)}(\Delta) = \begin{cases} k\Delta & \text{при } k = l = 1, 2, \dots, N_j, \\ k\Delta + \Delta/2 & \text{при } k+1 = l = 1, 2, \dots, N_j, \\ 0 & \text{при } k \neq l, k \neq l-1 \text{ или } k = l = 0; \end{cases}$$

$$h_{k,l}^{(j)}(\Delta) = \begin{cases} \lambda_j \beta_j \Delta / 4(1 - \lambda_j + \lambda_j \beta_j) & \text{при } k = l = 0, \\ k\Delta & \text{при } k = l = 1, 2, \dots, N_j, \\ k\Delta + \Delta/2 & \text{при } k+1 = l = 1, 2, \dots, N_j, \\ k\Delta - \Delta/2 & \text{при } k-1 = l = 0, 1, \dots, N_j-1, \\ 0 & \text{при } k \neq l, k \neq l \pm 1. \end{cases}$$

Здесь величина $g_{k,l}^{(j)}(\Delta)$ есть математическое ожидание времени, проведенного в системе требованиями из очереди O_j и поступившим требованием из потока P_j за промежуток времени вида $(i \Delta, (i+1) \Delta]$ при условии, что за этот промежуток число требований в очереди сменилось с k на l и очередь O_j не обслуживалась.

Величина $h_{k,l}^{(j)}(\Delta)$ есть математическое ожидание времени, проведенного в системе требованиями из очереди O_j и поступившим требованием из потока Π_j за промежуток времени вида $(i \Delta, (i+1) \Delta]$ при условии, что за этот промежуток число требований в очереди сменилось с k на l и очередь O_j обслуживалась. Пусть $\mathbf{T}^{(r)} = \{1, 2, \dots, T^{(r)}\}$, $\mathbf{T}^{(j,r)} = \{T_{2j,r} + T_{2j+1,r} + \dots + T_{2m,r} + 1, T_{2j,r} + T_{2j+1,r} + \dots + T_{2m,r} + 2, \dots, T_{2j-1,r} + T_{2j,r} + T_{2j+1,r} + \dots + T_{2m,r}\}$. Определим последовательно

$$H_1^{(j,r)}(0) = 0,$$

$$H_l^{(j,r)}(i) = \sum_{k=0}^{N_j} q_{l,k}^{(j)} \left(g_{l,k}^{(j)}(\Delta) + H_k^{(j,r)}(i-1) \right)$$

при $i \in \mathbf{T}^{(r)} \setminus \mathbf{T}^{(j,r)}$,

$$H_l^{(j,r)}(i) = \sum_{k=0}^{N_j} p_{l,k}^{(j)} \left(h_{l,k}^{(j)}(\Delta) + H_k^{(j,r)}(i-1) \right)$$

при $i \in \mathbf{T}^{(j,r)}$. Тогда, в силу марковского свойства,

$$z_i(x) = \sum_{j=1}^m H_{x_j}^{(j,r)}(T^{(r)}), \quad u(x) = r. \quad (3)$$

Рекуррентные соотношения (2) и (3) задают марковскую цепь с доходами [13]. Известно [13], что потери за in шагов имеют асимптотическое выражение

$$\alpha(x) + g i + o(1),$$

где $o(1) \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$, константа $\alpha(x)$ зависит от начального состояния $x \in X$. Величина g не зависит от начального состояния и называется предельными одношаговыми потерями. Для отыскания оптимальной функции переключения $u(\cdot)$ естественно воспользоваться алгоритмом Ховарда [13].

3. Результаты численных экспериментов

Для проведения численных экспериментов использовался язык высокого уровня Octave [14]. Была написана программа, реализующая алгоритм Ховарда. В экспериментах изучался случай двух конфликтных входных потоков ($m = 2$) и тремя режимами ($d = 3$). Были выбраны следующие значения числовых параметров: $\lambda_1 = 0,1$, $\lambda_2 = 0,05$, $\beta_1 = 0,6$, $\beta_2 = 0,65$, $T_{1,1} = 6$, $T_{2,1} = T_{4,1} = 4$, $T_{3,1} = 10$, $T_{1,2} = 10$, $T_{2,2} = T_{4,2} = 4$, $T_{3,2} = 6$, $T_{1,3} = T_{3,3} = 8$, $T_{2,3} = T_{4,3} = 4$. При таком выборе длительностей состояний прибора общая длина цикла 24 остается постоянной, а среднее число поступивших требований за цикл по каждому потоку не превосходит среднего числа требований потока насыщения: $\lambda_j T < \beta_j$, $T_{2j-1,r}$. Оптимальные правила выбора управления при переменных размерах ($N_1 = N_2 = 10$, $N_1 = N_2 = 20$, $N_1 = N_2 = 40$) накопителей представлены на рис. 2 и 3. Кружок белого цвета означает выбор при данных длинах очередей первого режима, кружок черного цвета – второго режима, треугольник серого цвета – третьего режима. Хотя интенсивности входных потоков различаются в два раза, границы смены режимов на всех трех рисунках близки к линейным и проходят вблизи биссектрисы первого квадранта. Кроме того, третий режим рекомендуется включать, только если длины очередей практически равны. Целевая функция (предельная скорость роста потерь) в указанных трех случаях оказалась приблизительно равна 27,842. Интересно, что если отказаться от третьего режима ($d = 2$), то значение целевой функции ока-

зывается равным 27,899. Однако использование только третьего режима ($d = 1$) дает предельные потери в размере 31,717, что на 13,7 % хуже оптимального. Можно заключить о достаточности двух режимов обслуживания при данных интенсивностях входных потоков и интенсивностях обслуживания.

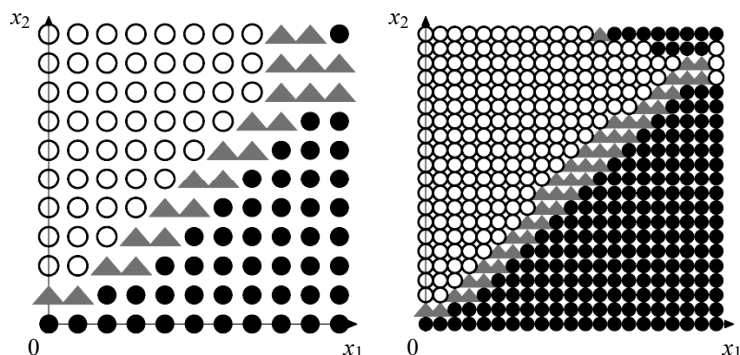


Рис. 2. Вид оптимального управления при емкостях накопителей $N_1 = N_2 = 10$ (слева), $N_1 = N_2 = 20$ (справа). Остальные параметры указаны в тексте

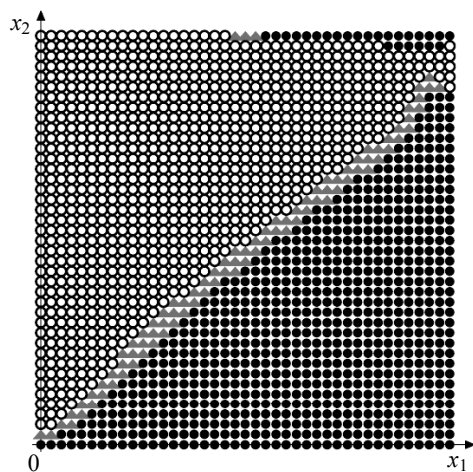


Рис. 3. Вид оптимального управления при емкостях накопителей $N_1 = N_2 = 40$ (остальные параметры указаны в тексте)

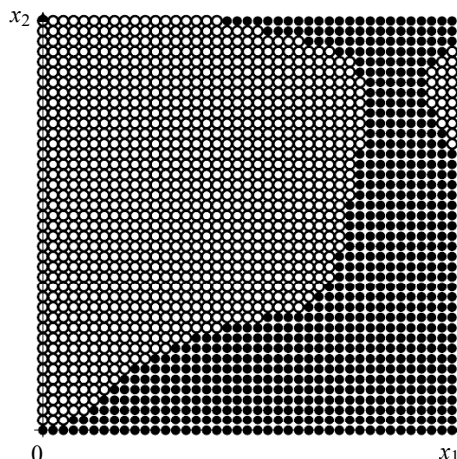


Рис. 4. Вид оптимального управления при емкостях накопителей $N_1 = N_2 = 40$, интенсивных входных потоках и двух режимах с оптимальными длительностями (остальные параметры указаны в тексте)

Естественно поставить задачу о выборе оптимальных параметров режимов $T_{1,1}, \dots, T_{m,d}$. Рассмотрим случай двух режимов ($d = 2$). Пусть входные потоки характеризуются параметрами $\lambda_1 = 0,2$, $\lambda_2 = 0,15$, длительность цикла $T^{(r)} = T$ постоянна, а длительности переналадок равны между собой, $T_{2,1} = T_{4,1} = T_{2,2} = T_{4,2}$. Пусть, далее, в первом меньше времени отдается на обслуживание первого потока, а во втором режиме – на обслуживание второго потока (неравенства нестрогие). Тогда перебором значений $T_{1,1}$ в диапазоне от 1 до $T - 2T_{1,2}$ и значений $T_{3,2}$ в диапазоне

от 1 до $T - 2T_{2,2}$ можно установить такие, при которых величина g принимает наименьшее значение. В частности, при $\lambda_1 = 0,1$, $\lambda_2 = 0,05$, указанных выше значениях интенсивностей обслуживания, при длине цикла $T = 24$ и длительностях переналадки $T_{2,1} = T_{4,1} = T_{2,2} = T_{4,2} = 4$ оптимальными оказываются значения $T_{1,1} = 7$, $T_{3,1} = 9$, $T_{1,2} = 11$, $T_{3,2} = 5$. Вид оптимальной функции переключения в этом случае приведен на рис. 4, а значение $g = 144,35$. Замечательно, что в первом режиме среднее число поступивших за цикл требований из первого потока $\lambda_1 T = 4,8$ больше среднего числа требований потока насыщения $\beta_1 T_{1,1} = 4,2$, а во втором режиме аналогичная ситуация имеет место для второго потока: $\lambda_2 T = 3,6 > \beta_2 T_{3,2} = 3,25$, то есть очереди оказываются перегруженными. Тем не менее эта комбинация режимов является квазиоптимальной. Первый режим выбирается, когда длина первой очереди мала по сравнению с длиной второй очереди, а второй режим выбирается, когда мало число требований во второй очереди. С другой стороны, поведение оптимального правила переключения в правом верхнем углу рис. 4 является результатом влияния границ: заполненность одной очереди становится дополнительным источником контроля. Наконец, стоит отметить, что рис. 4 отличается от рис. 2 и 3 существенно отличной от линейной формой границы, что часто наблюдалось нами при высокоинтенсивных входных потоках.

Заключение

В данной работе была построена математическая модель и разработаны программные средства оптимизации режимов обслуживания конфликтных потоков в классе циклических алгоритмов. Основной результат работы состоит в демонстрации того, что наличие нескольких наборов параметров циклического алгоритма обслуживания может снизить среднее время пребывания требований конфликтных потоков в системе за цикл.

ЛИТЕРАТУРА

1. Неймарк Ю.И., Федоткин М.А., Преображенская А.М. Работа автомата с обратной связью, управляющего уличным движением на перекрестке // Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика. 1968. № 5. С. 129–141.
2. Кувыкина Е.В., Федоткин М.А. Изучение предельных свойств процесса управления конфликтными потоками Бартлетта в классе однородных алгоритмов с ориентацией и переналадками // Тез. докл. VII Белорусской зимней школы-семинара «Сети связи и сети ЭВМ как модели массового обслуживания». Минск: БГУ, 1991. С. 80, 81.
3. Кувыкина Е.В. Исследование систем управления конфликтными потоками Бартлетта в классе однородных алгоритмов с упреждением. Горький: ГГУ, 1990. 56 с. Деп. в ВИНТИ, № 2972-В90.
4. Куделин А.Н., Федоткин М.А. Управление конфликтными потоками в случайной среде по информации о наличии очереди. Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского. Н. Новгород, 1996, 22 с. Деп. в ВИНТИ, № 1717-В96.
5. Куделин А.Н., Федоткин М.А. Предельные теоремы для систем управления потоками в случайной среде в классе алгоритмов с упреждением. Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского. Н. Новгород, 1996. 40 с. Деп. в ВИНТИ, № 2593-В96.
6. Литвак Н.В., Федоткин М.А. Вероятностная модель адаптивного управления конфликтными потоками // Автоматика и телемеханика. 2000. № 5. С. 67–76.
7. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А. Управление выходными потоками в системе с циклическим обслуживанием и переналадками // Автоматика и телемеханика. 2008. № 4. С. 96–106.

8. Федоткин М.А., Федоткин А.М. Анализ и оптимизация выходных процессов при циклическом управлении конфликтными транспортными потоками Гнеденко – Коваленко // Автоматика и телемеханика. 2009. № 12. С. 92–108.
9. Голышева Н.М. Построение и исследование математической модели управления потоками в классе алгоритмов с дообслуживанием // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2010. № 6. С. 164–171.
10. Голышева Н.М. Оптимальное управление периодическими потоками Пуассона в случае произвольного количества потоков // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. № 1. 2011. С. 188–192.
11. Zorine A. Study of Queues' sizes in tandem intersections under cyclic control in random environment // Modern Probabilistic Methods for Analysis of Telecommunication Networks. Communications in Computer and Information Science. 2013. V. 356. P 206–215.
12. Зорин А.В. О среднем времени пребывания требований при циклическом управлении с фиксированным ритмом // Материалы XI Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения», посвященного 80-летию со дня рождения академика О.Б. Лупанова (Москва, МГУ, 18–23 июня 2012 г.) / под ред. О.М. Касим-Заде. М.: Издательство механико-математического факультета МГУ. 2012. С. 122–125.
13. Ховард Р. Динамическое программирование и марковские процессы. М.: Сов. радио, 1964. 190 с.
14. Eaton J.W., Bateman D., Hauberg S. GNU Octave Manual Version 3. Network theory, Ltd, 2008. (<http://www.octave.org/>)

Зорин Андрей Владимирович

Нижегородский государственный университет

им. Н.И. Лобачевского

E-mail: zoav1602@gmail.com

Поступила в редакцию 7 марта 2013 г.

Zorine Andrei V. (N.I. Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod). **Optimization of conflicting flows control parameters in the class of cyclic algorithms.**

Keywords: conflicting input flows, queueing control system, controlled Markov chain with incomes

A loss queueing control system is considered. The input flows of the system are conflicting. We assume that one customer arrives from the j -th flow with probability λ_j during a fixed-length time slot Δ and with probability $1 - \lambda_j$ no customer arrives from this flow. When the j -th queue is served, during a time slot Δ either one customer from the queue leaves the system with probability β_j or with probability $1 - \beta_j$ the service is not finished. The control is conducted in a class of cyclic algorithms with dynamical choice of durations regime based on the queues lengths at the beginning of a cycle. After each service period a re-adjustment period takes place. Both the service period durations and the readjustment period durations are assumed multiples of Δ . Arrival instants and exit instants are not directly observed. The control performance metric is the mean growth rate of time losses from customers sojourn. A mathematical model is constructed as a controlled Markov chain with incomes. A well-known Howard's algorithm is used to select the optimal switching scheme for the cycle regimes. An optimization problem the for cycle parameters is solved numerically.