

УДК 532.5; 532.72  
DOI 10.17223/19988621/60/7

В.А. Демян

## ОСОБЕННОСТИ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ СЛОЖНЫХ ПО СОСТАВУ ЖИДКОСТЕЙ В ТОНКИХ ПОЛОСТЯХ<sup>1</sup>

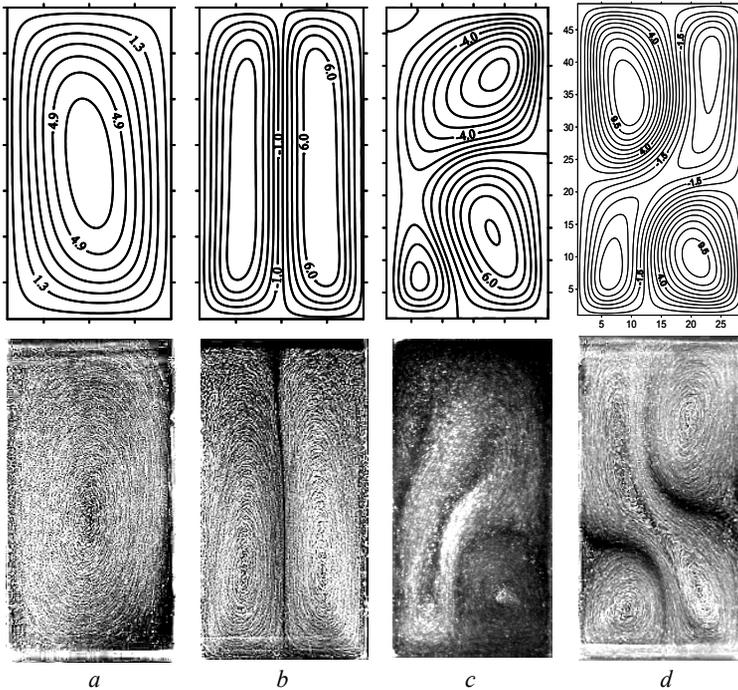
При движении жидкостей по микроканалам возникают явления, наблюдающиеся только на этих масштабах. Эксперименты показывают, что парадоксы наиболее ярко начинают проявляться при движении сложных по составу жидкостей. Это могут быть молекулярные смеси, многокомпонентные расплавы металлов или коллоидные растворы. Общая особенность рассматриваемых процессов состоит в том, что при формировании массопереноса в подобных полостях решающим является фактор взаимодействия жидкости с границами. Обсуждаемые явления изначально были обнаружены экспериментально, и долгое время отсутствовало их теоретическое объяснение. В настоящее время они подробно изучены и имеют количественное описание.

**Ключевые слова:** *концентрационная конвекция, термодиффузия, свободная поверхность, термо- и концентрационно капиллярные эффекты, адсорбционно-десорбционные процессы.*

### Тепловая конвекция в ячейке Хеле-Шоу

Исторически одной из первых геометрий в гидродинамике, которая позволила значительно сузить класс разрешенных движений при уменьшении одного из характерных размеров полости стала так называемая ячейка Хеле-Шоу. В настоящее время этот термин применяется довольно широко. В нашем случае рассматривается полость в форме прямоугольного параллелепипеда с вертикальными широкими гранями, которая подогревается снизу. Применительно к тепловой конвекции приближение Хеле-Шоу подразумевает, что толщина зазора  $d$  между широкими гранями много меньше длины  $l$  и высоты полости  $h$ . Течение в ячейке Хеле-Шоу остается трехмерным в том смысле, что поля, характеризующие конвективное движение, зависят от всех трех координат [1]. Упрощение касается только характера движения. В силу подогрева снизу в полости реализуются течения, линии тока которых лежат в плоскости широких граней. Далее представим картину движения для полости с соотношением сторон  $h = 40$  мм,  $l = 20$  мм,  $d = 2$  мм [2, 3]. Численное моделирование проводилось двумя разными методами: конечных разностей и Галеркина – Канторовича на основе уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска [4]. Оба подхода показали хорошее согласие с экспериментом при описании ламинарно-турбулентного перехода вплоть до нерегулярных колебательных течений с весьма сложным по структуре спектром. Не вдаваясь в детали расчета, опишем последовательность возникающих течений с ростом управляющего параметра – числа Рэлея (рис. 1).

<sup>1</sup> Работа выполнялась под патронажем Правительства Пермского края в рамках программы финансовой поддержки научных школ «Пермская школа гидродинамики» (грант № С-26/788).



**Рис. 1.** Вид со стороны прозрачных широких граней: *a, b* – одновихревое и двухвихревое стационарное течение:  $\Delta Ra = 0.9-1.5, 1.5-1.9$ ; *c* – автоколебательный пульсационный режим:  $\Delta Ra = 1.9-2.1$ , *d* – регулярный автоколебательный четырехвихревой режим с перезамыканием угловых вихрей  $\Delta Ra = 2.1-3.2$  [2]. Здесь  $\Delta Ra$  – интервал для числа Рэлея, которое было определено через полутолщину ячейки. Сверху представлены результаты расчетов, внизу – экспериментальные фотографии. Эксперимент проводился на трансформаторном масле, визуализация осуществлялась с помощью алюминиевой пудры (Бабушкин И.А. [2, 3])

**Fig. 1.** The view from the wide transparent boundaries: (a), (b) one- and two-vortex steady flow at  $\Delta Ra = 0.9-1.5, 1.5-1.9$ , respectively, (c) self-oscillating pulsation regime at  $\Delta Ra = 1.9-2.1$ , and (d) regular self-oscillating four-vortex regime with reunification of corner vortices at  $\Delta Ra = 2.1-3.2$  [2]. Here  $\Delta Ra$  is the variation interval for Rayleigh number defined on the basis of semi-thickness of a cell. The calculated results are presented on top, and the experimental photos, below. The experiment was conducted using a transformer oil. The aluminum powder was used for visualizing (Babushkin I.A. [2, 3])

Вследствие нагрева снизу сначала при малых числах Рэлея ( $Ra < 0.9$ ) в полости имеет место состояние механического равновесия. Затем при увеличении числа Рэлея в результате потери устойчивости в жидкости устанавливается одновихревое стационарное течение (рис. 1, *a*). При определенном числе Рэлея оно опять теряет устойчивость и возникает двухвихревое течение (рис. 1, *b*). С ростом надкритичности этот режим сменяется колебательным течением в виде пульсаций углового вихря на фоне основного одновихревого течения (рис. 1, *c*). Данное автоколебательное течение характеризуется тремя основными стадиями. Сначала на фоне одновихревого течения в углу полости зарождается небольшой угловой вихрь с противоположной закруткой. Затем он начинает расти и достигает в высоту примерно 1/3 раз-

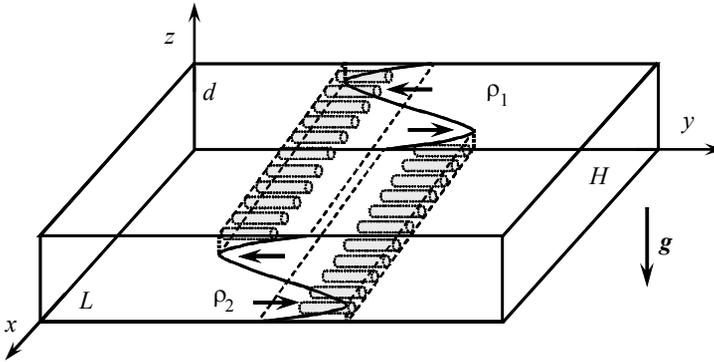
меров полости. Далее увеличение углового вихря прекращается, и он поглощается основным течением. После этого процесс повторяется. Пульсационный режим существует в довольно узком интервале чисел Рэлея. Он сменяется на более грубое по динамической классификации течение в виде колебательного четырехвиревого движения с переменным пере замыканием угловых вихрей (рис. 1, *d*). С ростом числа Рэлея ( $Ra > 3.2$ ) спектральный состав этого течения становится все сложнее и сложнее, но визуально оно все равно выглядит примерно так же, как на рис. 1, *d*. Главной особенностью всех этих течений является то, что даже при больших значениях надкритичности, когда четырехвиревой режим с пере замыканием угловых вихрей становится нерегулярным, все равно движение с высокой степенью точности можно считать двумерным в плоскости широких граней.

Таким образом, приближение Хеле-Шоу сильно упрощает класс возможных конвективных движений и позволяет проследить за ламинарно-турбулентным переходом, не выходя за рамки приближения плоских траекторий. Тем не менее, при внимательном рассмотрении можно увидеть, что уменьшение одного из характерных размеров полости в гидродинамике до предельного состояния, когда этот размер становится много меньше двух других, далеко не всегда приводит к упрощению задачи. Более того, довольно часто это приводит к абсолютно противоположному результату. А именно, задача от этого становится кардинально сложнее.

### Натекание слоев смешивающихся жидкостей в тонкой прямоугольной полости

Пусть теперь такая же полость в виде прямоугольного параллелепипеда однородна по температуре, но, по-прежнему, находится в статическом поле тяжести. Изменим постановку эксперимента и сформируем неоднородное по плотности начальное состояние иначе. Кювета в вертикальном положении наполовину заполняется некоторой жидкостью с плотностью  $\rho_2$ , а затем поверх нее аккуратно без перемешивания наливается другая жидкость с меньшей плотностью  $\rho_1$  и близкой по своему значению вязкостью. В результате создается двухслойная система с устойчивой стратификацией. Затем полость быстро переворачивают на широкие грани, и начинается процесс взаимного вытеснения жидкостей. Этот процесс схематически изображен на рис. 2.

Посередине штрихом на верхней и нижней широких гранях нанесены линии раздела жидкостей в начальный момент времени. Стрелки указывают направление движения фронтов вытеснения. На твердых границах полости равна нулю нормальная компонента потока вещества. Задача изотермическая, поэтому данный поток является только диффузионным, в результате чего имеем на стенках  $\partial C / \partial n|_{\Gamma} = 0$ . Также должно выполняться обычное для тепловой конвекции условие равенства нулю полной скорости  $\mathbf{v}|_{\Gamma} = 0$ . В описываемых экспериментах использовались взаиморастворимые жидкости, поэтому некая граница раздела между средами задавалась только в начальный момент времени. В любой другой момент времени она естественным образом размывалась за счет диффузии и конвективного массопереноса, так что в ходе численного моделирования во всем объеме использовался метод сквозного счета. Иными словами, как таковых, граничных условий между жидкостями ставить не требовалось.



**Рис. 2.** Движение фронтов взаимного вытеснения жидкостей и образование валиковых концентрационно-конвективных структур в приграничных областях в результате неустойчивости Рэлея – Тэйлора

**Fig. 2.** The motion of the fronts of mutual displacement for a pair of fluids and the formation of roller convective structures of the component concentration near the boundaries as a result of Rayleigh – Taylor instability

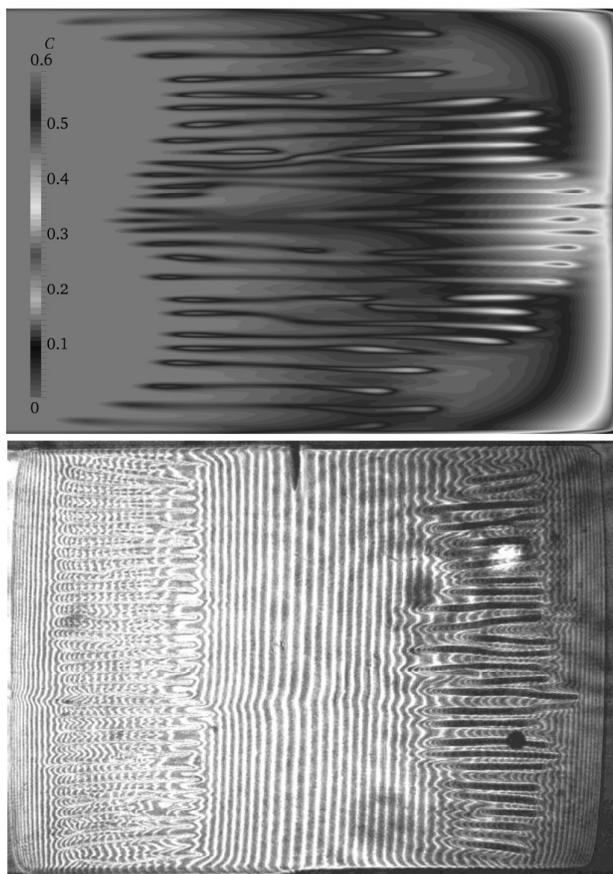
Возникающие вследствие условия прилипания приграничные к горизонтальным широким граням клинообразные области являются источником конвективной неустойчивости. Это остатки старой жидкости, которые за счет условия прилипания не в состоянии оттесниться фронтом другой жидкости к торцам полости. В результате у верхней твердой грани имеем тонкий клин тяжелой жидкости над легкой, а вблизи нижней пластины, наоборот, тяжелая жидкость натекает на тонкий клин легкой. Таким образом, в пристенных областях возникает неустойчивость Рэлея – Тэйлора, порождающая систему продольных валов, характеристики которых сложным образом изменяются в пространстве и во времени.

В теории тепловой конвекции под неустойчивостью Рэлея – Тейлора понимают развитие деформаций поверхности раздела жидкостей либо газов с различными плотностями в поле тяжести, когда слой более плотной среды изначально находится над слоем менее плотной. В случае, когда в начальном состоянии поверхность раздела перпендикулярна вектору силы тяжести, любое сколь угодно малое возмущение поверхности раздела нарастает с течением времени. А именно, участки более плотной среды, оказавшиеся случайным образом ниже средней границы раздела, будут продолжать опускаться в менее плотной среде, а участки менее плотной среды, оказавшиеся выше начальной границы раздела, продолжат всплывать в более плотной среде. Такое взаимное проникновение ведет к уменьшению потенциальной энергии системы, достигающей минимума, когда слои полностью меняются местами. В результате система приходит в состояние устойчивого равновесия.

В описываемых экспериментах полость имела следующие размеры:  $d = 4$  мм,  $L = 24$  мм,  $H = 80$  мм [5]. Оказалось, что фактически та же самая тонкая полость ( $L, H \gg d$ ) демонстрирует качественно более сложное конвективное поведение даже в случае изотермических условий. Система уравнений концентрационной конвекции решалась численно методом конечных объемов в размерной форме в пакете OpenFOAM. Результаты прямого 3D-численного моделирования представлены на рис. 3 (тяжелая жидкость – 20 % водно-солевой раствор, легкая жидкость – чистая вода). Исходная разность плотностей в расчете и эксперименте составля-

ла  $\Delta\rho = 0.02 \text{ г/см}^3$ . В начальный момент времени распределение примеси моделировалось либо функцией Хевисайда, либо функцией ошибок. Остальные параметры имели такие значения: коэффициент концентрационного изменения плотности  $\beta_c = 0.1$ , кинематическая вязкость  $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , коэффициент диффузии  $D = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ , температуропроводность смеси  $\chi = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ .

На рис. 3 видны продольные пальцеобразные структуры, которые вытягиваются по мере продвижения фронтов. В [7] было показано, что расчетная длина волны и время зарождения концентрационно-конвективных структур в приграничных областях хорошо согласуются с экспериментом.



**Рис. 3.** Вид сверху. Вверху – теория (сечение на расстоянии 0.5 мм от верхней грани,  $t = 6 \text{ с}$ ) [6], внизу – экспериментальная интерферограмма (Мошева Е.А., Мизев А.И. [5]). Результаты расчета показаны только для правой половины полости, масштаб по  $y$  изменен. Середина полости в эксперименте показана меткой сверху.

**Fig. 3.** The view from above. The top figure is the theory (a cross-section at a distance of 0.5 mm from the top boundary,  $t = 6 \text{ s}$ ) [6], the lower figure is an experimental interferogram (Mosheva E.A., Mizev A.I. [5]). The calculated results are shown only for the right half of the cavity; the scale of  $y$ -axis is changed. The middle of the cavity is indicated with a black label on top

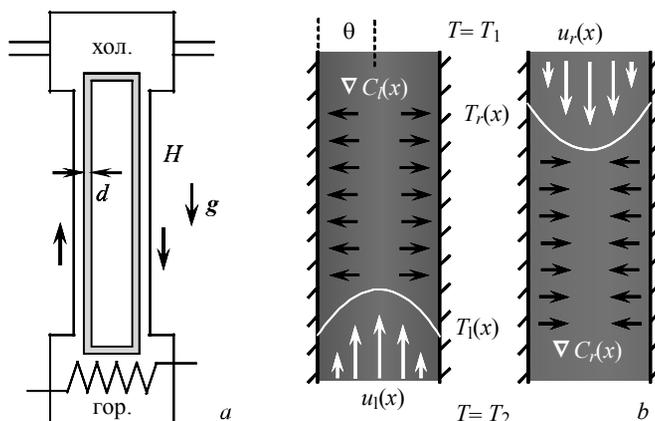
Процесс характеризуется определенной степенью хаотизации, что отражается на картине течения в виде появления редких дислокаций по мере удлинения концентрационно-конвективных валиков. Существенная трехмерность течения потребовала использования достаточно большого числа расчетных ячеек во всех трех измерениях 159:55:103 ( $x, y, z$ ).

Можно заметить, что в опыте была взята фактически та же самая полость, но как только вблизи широких границ за счет вязкого трения сформировались крупные по площади области с неустойчивой стратификацией, так сразу картина движения во всем объеме стала чрезвычайно сложной. Неустойчивость фронта вытеснения породила эволюционирующие концентрационно-конвективные структуры во всем объеме, для адекватного описания которых сразу потребовалось трудоемкое трехмерное численное моделирование.

### Термодиффузионное разделение молекулярных смесей в конвективной петле

Удивительно, но при активном взаимодействии с твердыми границами сложное временное поведение можно наблюдать даже в случае одномерного движения жидкости. Рассмотрим теперь циркуляцию двухкомпонентной молекулярной смеси в длинных по вертикали связанных каналах (рис. 4.а). Конвективная система нагревается снизу так, что на ее вертикальных границах формируется линейное распределение температуры. Первая рабочая жидкость в экспериментах (Глухов А.Ф. [8], 1992 г.) представляла собой смесь четыреххлористого углерода  $CCl_4$  в декане  $C_{10}H_{22}$ . Заметим, что число Прандтля для чистого декана равно  $Pr = 15$ . В свою очередь четыреххлористый углерод в несущей жидкости играет роль тяжелой примеси и характеризуется положительной термодиффузией. Число Шмидта  $Sc = \nu/D > 1000$ . Экспериментальные данные были получены для 5–15 % растворов четыреххлористого углерода в декане. Однако термодиффузионные свойства этой смеси до сих пор детально не изучены. Повторные более поздние эксперименты [9, 10] проводились с водными растворами сульфата натрия  $Na_2SO_4$  (тяжелая примесь). Термодиффузионные свойства этой смеси хорошо известны. Параметр разделения смеси положителен и равен  $\epsilon = 0.36$ , число Шмидта  $Sc = 2100$ . Каналы имели квадратное сечение, толщина и высота которых в экспериментах были равны  $d = 3.2$  мм;  $h = 50$  мм. В опытах было обнаружено, что при малых значениях разности температур в жидкости имеет место состояние механического равновесия. С ростом градиента температуры равновесие теряет устойчивость и возникает колебания, форма которых резко меняется от синусоидальной до прямоугольной при совсем небольшом увеличении надкритичности. Наблюдаемое поведение во времени подразумевает сначала длительное стационарное одномерное движение жидкости, потом довольно быструю остановку и резкое возникновение циркуляционного течения с противоположной закруткой. В настоящее время эти П-образные колебания называются перебросовыми (рис. 5). Удивительно, но далее, при еще более высоких надкритичностях, опять имеет место монотонное одномерное циркуляционное течение, которое остается устойчивым вплоть до очень больших значений теплового числа Рэлея.

Таким образом, вблизи порога устойчивости механического равновесия бинарный молекулярный раствор, характеризующийся положительной термодиффузией, ведет себя неожиданно с точки зрения теории конвективной устойчивости. Отметим дополнительно, что в случае чистых жидкостей никаких колебаний вблизи порога устойчивости механического равновесия не наблюдалось.

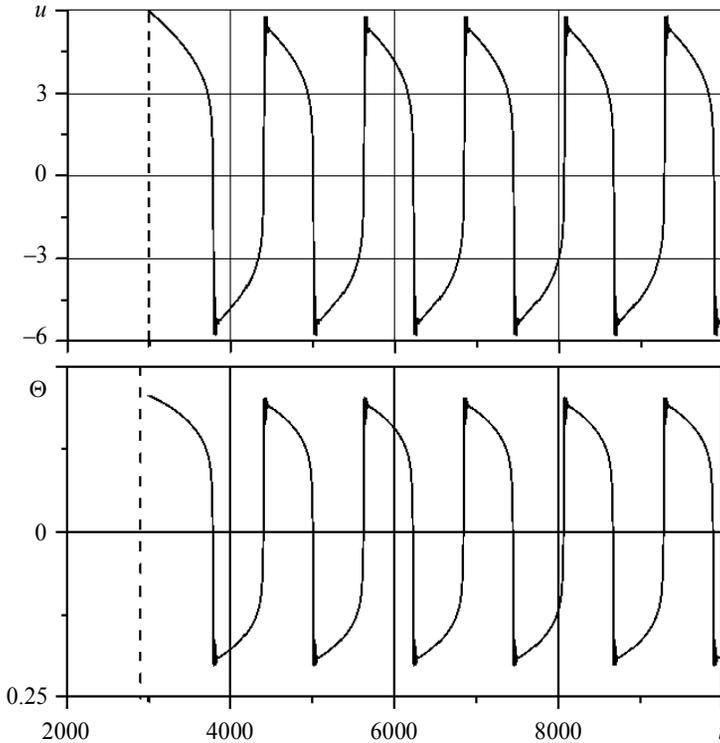


**Рис. 4.** Связанные каналы в медном массиве (а); схематичное представление о перераспределении компонентов смеси в процессе движения (б). Левый канал постепенно обогащается тяжелым компонентом, правый – обедняется. Черные стрелки поперек канала демонстрируют направления термодиффузионных потоков тяжелой примеси в каналах, оттенками серого показаны распределения температурных полей вследствие подъемного или опускного течения. Белые стрелки указывают направление движения в канале. Индексы  $r$  и  $l$  у полей концентрации, температуры и скорости отвечают правому и левому каналам

**Fig. 4.** Connected channels in a copper array (a); Schematic representation of the redistribution of mixture components during the motion (b). The left channel is gradually enriched with a heavy component, while the right one is depleted. The black arrows across the channel show the directions of the thermal diffusion fluxes of a heavy impurity in the channels; the color background demonstrates the temperature field distribution due to the upward or downward flow. The white arrows indicate the direction of motion through the channel. The indices  $r$  and  $l$  for concentration, temperature, and velocity fields correspond to the right and left channels, respectively

Объяснение подобной аномалии опять основывается на учете специфического взаимодействия движущейся жидкости с длинными вертикальными стенками каналов, вдоль которых происходит движение. При внимательном рассмотрении выяснилось, что описанные эффекты наблюдаются в каналах с высокотеплопроводными металлическими границами. В ходе прямого численного моделирования на основе уравнений термоконцентрационной конвекции [11] использовался метод, представляющий собой комбинацию методов Галеркина и конечных разностей [9, 10]. В процессе расчета влиянием горизонтальных перемычек пренебрегалось, а само движение по вертикальным каналам считалось одномерным и описывалось паузейлевым профилем (схематичное изображение, рис. 4, б).

Оказалось, что в канале с подъемным движением в поперечном сечении возникают термодиффузионные потоки тяжелого компонента к относительно более холодным боковым границам полости, в результате чего пристеночные слои обогащаются примесью. В то же время элементы жидкости, быстродвижущиеся вдоль оси канала, теряют примесь и становятся легче. Поднявшись вверх, эти элементы жидкости сначала охлаждаются, проходя мимо холодного теплообменника, а затем попадают в канал с опускным течением.



**Рис. 5.** Форма перебросовых колебаний в молекулярных растворах при нормальной термодиффузии. Результат численного моделирования: скорость (вверху) и температура (внизу) в середине канала как функции времени

**Fig. 5.** Shape of the “flop-over” oscillations in molecular solutions for the case of normal thermal diffusion. The numerical simulation results: velocity (the top figure) and temperature (the lower figure) in the middle of the channel as a function of time

В этом канале опять возникают термодиффузионные потоки в поперечном сечении, но они ориентированы в противоположном направлении от более горячих боковых стенок к оси канала. Таким образом, более холодный элемент жидкости в ходе опускного движения высасывает из пристенных слоев примесь, обогащается тяжелым компонентом и переносит его в канал с подъемным течением. В какой-то момент времени в канале с подъемным течением накапливается достаточное количество тяжелого компонента, движение останавливается и возникает течение с противоположной закруткой. Характерный горизонтальный градиент температуры, зафиксированный термопарами, равен  $\theta/d = 3$  К/см (рис. 4, b). В то время как характерный вертикальный градиент температуры существенно меньше и составляет  $\Theta/h = 0.3$  К/см ( $\Theta = T_2 - T_1$ ). Время разделения смеси в горизонтальном сечении  $d^2/D \sim 1$  ч, что соответствует по порядку величины времени одного переброса, а время разделения вдоль вертикали:  $h^2/D \sim 100$  ч. Неоднородности концентрации, индуцируемые термодиффузией в поперечном сечении, являются следствием теплового взаимодействия с боковыми границами каналов. Таким образом, несмотря на то, что в данной задаче неоднородности плотности вызваны

другими причинами (термодиффузией), тем не менее у двух последних рассматриваемых примеров имеется некая общность в виде похожих принципов генерации гидродинамической неустойчивости. В обоих случаях существенным является взаимодействие жидкости с боковыми стенками полости. Каналы имеют малую толщину, поэтому неоднородности плотности, генерируемые вблизи твердых границ, достаточны, чтобы вызвать неустойчивость во всем объеме.

### **Термодиффузионное разделение феррожидкостей в конвективной петле**

Как уже было отмечено выше, в работах [9, 10] была установлена ключевая роль положительной термодиффузии в бинарных молекулярных растворах при формировании специфических перебросовых колебаний в связанных каналах при подогреве снизу в области малых надкритичностей. Принципиальным здесь оказывается то, что управляющим механизмом является не термодиффузионное разделение вдоль вертикали с продольным неустойчивым распределением по плотности, которое гидродинамическая система не в состоянии породить за разумное время. В нашем случае разделение смеси идет в динамике (когда жидкость движется) за счет термодиффузионного взаимодействия смеси с длинными вертикальными стенками каналов.

Удивительно, но позднее было выявлено подобие конвективных явлений в молекулярных бинарных смесях, которые характеризуются положительной термодиффузией, и феррожидкости на основе керосина. Феррожидкость представляет собой коллоидный раствор феррочастиц нанометровых размеров в некоторой несущей среде, роль которой, как правило, играет керосин или трансформаторное масло [12]. Оказалось, что период перебросов в феррожидкости заметно превышает таковой в молекулярных бинарных растворах и не зависит от концентрации частиц для того диапазона, который имел место в опытах, а форма колебаний более П-образная. Предложенная в [13] теоретическая модель феррожидкости как коллоидного раствора со сложным носителем позволила объяснить результаты опытов. Согласно этой модели, неоднородно нагретый керосин как сложная среда разделяется вследствие термодиффузии подобно тому, как это было в молекулярных растворах. В то же время считается, что слабая седиментация феррочастиц должна порождать с ростом концентрации частиц специфическое действие в виде увеличения частоты перебросовых колебаний. С другой стороны, вязкость и, как следствие, число Прандтля тоже увеличиваются с ростом концентрации, что дает обратный эффект в виде уменьшения частоты колебаний. В результате эти два фактора компенсируют друг друга и период перебросовых колебаний при добавлении феррочастиц в несущую жидкость остается неизменным, что было зафиксировано экспериментально и подтверждено прямым численным моделированием [13]. Таким образом, в своей основе теоретическая модель, объясняющая существенно нелинейные перебросовые колебания в феррожидкости, остается прежней. А именно, причина перебросов заключается в термодиффузионном взаимодействии многокомпонентной жидкости-носителя с высокотеплопроводными стенками подогреваемой снизу конвективной петли. Дополнительные эксперименты с керосином и трансформаторным маслом без примеси феррочастиц показали наличие перебросовых колебаний в конвективной петле при малых надкритичностях, что еще раз подтвердило описанную выше теоретическую модель.

Тем не менее известно, что наночастицы в неоднородно нагретой жидкости-носителе тоже имеют свойство перемещаться под действием приложенного гра-

диента температуры. Это движение наночастиц, направленное противоположно градиенту температуры, в большинстве ситуаций имеет термофоретическую природу, но в западной литературе все равно это явление чаще всего называется термомодиффузией. Эксперименты показывают, что параметр разделения для наножидкостей по величине, как правило, оказывается довольно большим. Поэтому не смотря на то, что все феррожидкости сильно отличаются друг от друга по своим свойствам, полностью игнорировать эффект термомодиффузии частиц нельзя. В экспериментальной работе [14] было показано, что если взять наножидкость на основе однородной среды, то перебросовые колебания в такой смеси тоже наблюдаются. Для того чтобы отделить явления, связанные с многокомпонентностью несущей жидкости, от эффектов, порождаемых наночастицами, авторами в упомянутой выше работе [14] ферроколлоидный раствор был изготовлен на основе однородного ундекана. Период перебросов при надкритичности  $\mu \approx 2$  по порядку величины оказался приблизительно равен 45 мин, т.е. заметно меньше чем в феррожидкости на основе керосина, там период составлял 1–1.5 ч. Несмотря на то, что в ундекане физической причиной разделения смеси может быть только термомодиффузия наночастиц, но не термомодиффузия молекулярных компонентов, схожее специфическое поведение во времени в виде П-образных колебаний убедительно свидетельствует о подобии механики процессов массопереноса в конвективной петле. А именно, эффект разделения смеси начинает проявляться только в ходе движения жидкости за счет термомодиффузионного взаимодействия смеси с длинными вертикальными высокотеплопроводными стенками каналов.

### **Разделение расплавов металлов в кварцевых и алундовых капиллярах**

Еще одним примером превалирующего влияния границ на конвективное перераспределение компонентов в сложных по составу жидких смесях является разделение жидких металлов с эвтектической диаграммой состояния в длинных капиллярах миллиметровой толщины. В исходных экспериментах [15, 16] с расплавами металлов использовались алундовые или кварцевые капилляры диаметром 0.8–1.2 мм и высотой 40–220 мм. Опыты проводились с бинарными системами Pb–Sn, Pb–Bi, Zn–Al, Al–Si, Bi–Sb, Cu–Sn. Известно, что в эвтектических системах температура солидификации меньше, чем у каждого из отдельных компонентов. Так, для расплава Pb–Sn, с которым выполнялась большая часть экспериментов, точке эвтектики соответствует 38 % свинца и 62 % олова. Бинарные расплавы приготавливались из чистых компонентов, состав которых надежно контролировался. Металлы перекладывались в открытый тигель, и при температуре, превышающей точку ликвидуса для обоих элементов на 300–400 °С, расплав механически перемешивался до однородного состояния. Сильный перегрев обеспечивал полную растворимость компонентов друг в друге и предотвращал объединение родственных атомов в кластеры. Далее расплав засасывался в обойму капилляров без нарушения продольной сплошности образцов, так что длина жидких столбиков всегда существенно превышала диаметр. Затем капилляры аккуратно герметизировались с торцов и ставились в вертикальном положении в печь при температуре выше точки плавления смеси (с перегревом приблизительно на 50 °С по сравнению с точкой эвтектики). Также для выяснения природы явления небольшая часть образцов помещалась в печь горизонтально. Через время 1–2 ч капилляры доставались из печи и немедленно охлаждались. Алундовое или кварцевое покрытие всегда легко удалялось и производилось исследование состава образцов

в продольном и поперечном сечениях. Главным результатом опытов [15, 16] стало обнаружение неожиданного эффекта в виде довольно сильного перераспределения компонентов расплава в продольном сечении образца, которое происходило только в каналах, вертикально ориентированных в печи (в горизонтальных капиллярах распределение компонентов всегда оставалось однородным в пределах погрушения эксперимента). Один из компонентов (как правило, более тяжелый) накапливался преимущественно в нижней части образца, в то время как более легкий перемещался в верхнюю часть капилляра. Разница концентраций на торцах могла достигать 10 – 20 %. Количественные данные по концентрации тяжелого компонента напоминали барометрическое распределение, поэтому в [16] было сделано заключение о седиментационной природе эффекта разделения. Тем не менее уже в работе [15] этими же авторами было отмечено, что на оседание не только отдельных атомов, но даже целых конгломератов более тяжелого компонента требуется гигантское время, измеряемое годами. Иными словами, аналитическое решение седиментационной задачи в виде барометрического распределения, хоть как-то совпадающее с экспериментальным, получается лишь в пределе  $t \rightarrow \infty$ .

Очевидно, что этот вывод находится в серьезном и неразрешимом противоречии со всеми наблюдениями, в ходе которых распределение, напоминающее экспоненциальное, устанавливается за характерное время равное 1–2 ч и далее практически не меняется с течением времени. Кристаллизация в обсуждаемых экспериментах производилась практически мгновенно путем закалки, в результате быстрого погружения образцов в холодную воду, и всегда в опытах фиксировалось непрерывное (гладкое) распределение тяжелого компонента по высоте, похожее на барометрическое. Иными словами, образование продольной неоднородности плотности в капилляре происходит в ходе выдержки образцов в печи, а не в момент закалки. Отсюда становится понятно, что объяснение крупномасштабного регулярного осредненного массопереноса обоих компонентов вдоль капилляра во время прогрева в печи должно основываться на законах механики сплошных сред и неравновесной термодинамики.

Позднее эти эксперименты были воспроизведены и выполнен рентгеноструктурный анализ образцов в поперечном сечении [17]. Оказалось, что измеренные в капилляре зависимости концентрации компонентов от радиальной координаты характеризуются большим разбросом данных, но демонстрируют явную тенденцию к уменьшению концентрации тяжелого компонента в направлении от оси канала к внешней границе на любой высоте среза. Процессы седиментации больших кластеров и небольших конгломератов частиц отличаются по количественным характеристикам, но ни тот, ни другой механизм, как показывают оценки, в бесконвективном приближении не могут привести к наблюдаемому в опыте специфическому распределению в поперечном сечении. Позднее разными авторами делались попытки «включить» в рассмотрение конвективный механизм переноса, но с учетом условия прилипания на боковой поверхности даже при сильном подогреве снизу интенсивность движения в каналах диаметром порядка 1 мм и длиной 50 – 200 мм оказывается ничтожно малой. С другой стороны, большинство атмосферных печей устроено так, что по нормативным характеристикам в них закладывается условие как можно более равномерного прогрева рабочего пространства. Изначально в [15, 16] как раз и предполагалось, что в рабочем пространстве печи имеет место однородное распределение температуры по вертикали. Отклонения температуры от некоторого реперного значения вдоль вертикальной координаты в

соответствии с эксплуатационными характеристиками не выходили за рамки  $\pm 5^\circ\text{C}$ . С точки зрения теплофизики понятно, что изменение температуры в этом интервале должно представлять собой регулярную зависимость от вертикальной координаты. И устранить эту неоднородность в атмосферной печи представляется весьма проблематичным, так как в результате установления естественной стратификации в верхней части рабочего пространства всегда образуется конвективная шапка более горячего воздуха, что всегда соответствует условиям небольшого подогрева сверху. Но в однородной по составу жидкости подогрев сверху отвечает абсолютно устойчивому состоянию [4] и гравитационная конвекция в этом случае невозможна. Тем не менее в неоднородной жидкости сгустки одной из фаз, как правило, могут существовать достаточно долго, так как характерное значение коэффициента диффузии для жидкостей очень мало, поэтому даже при подогреве сверху они все же могут оседать в более легкой несущей жидкости. Однако, если жидкость хорошо перемешана, то неоднородности концентрации оказываются незначительными и скорость разделения при оседании небольших кластеров становится настолько низкой, что включение данного фактора в модель не позволяет объяснить столь сильную концентрационную вилку на торцах капилляра.

Впервые количественное объяснение аномально быстрого и достаточно сильного разделения бинарных эвтектических расплавов в вертикальных капиллярах на основе закономерностей механики сплошных сред и неравновесной термодинамики было предложено в [18, 19]. В этих работах на основе уравнений межфазной гидродинамики [20] была построена физико-математическая модель и с ее помощью было выполнено прямое численное моделирование процессов, ответственных за крупномасштабный массоперенос компонентов смеси вдоль образца. Разработанная модель основывалась на важном экспериментальном наблюдении, согласно которому эффект разделения происходит в кварцевых или алундовых капиллярах, но не наблюдается в точно таких же по размерам каналах, границы которых изготовлены из тугоплавких металлов. Это наблюдение однозначно свидетельствует о том, что определяющим фактором в рассматриваемых процессах должно быть взаимодействие расплава со стенками капилляра.

Для количественного описания эффекта разделения смеси жидких металлов на компоненты было сделано предположение о совместном действии адсорбционно-десорбционного и термокапиллярного механизмов переноса. Как уже подчеркивалось выше, на вертикальных стенках рассматриваемого капилляра, вследствие особенностей процессов теплообмена в печи, устанавливается градиент температуры, направленный вертикально вверх. В рамках неравновесной термодинамики этот градиент температуры играет роль термодинамической силы. Считается, что в силу специфики используемого в экспериментах материала капилляра (алунда или кварцевого стекла), на вертикальных гранях имеет место условие полного несмачивания. На образованной таким образом вертикальной нагреваемой сверху границе раздела возникает температурная неоднородность поверхностной энергии, которая приводит к термокапиллярному эффекту. Дополнительно в модели потребовалось учесть эффекты адсорбции и десорбции, за счет которых поверхностно-активный компонент частично выталкивается на поверхность. Термокапиллярная сила порождает регулярное опускное движение вдоль поверхности, которое приводит к конвективному переносу поверхностно-активного компонента в том же направлении. Этот компонент накапливается в нижней части капилляра и вследствие эффекта десорбции проникает обратно в объем, после чего в меньшем количестве переносится обратно вверх слабым возвратным подъемным течением

вдоль оси канала. Расчеты показывают, что скорость подъемного течения в объеме значительно ниже, чем у опускающего движения вдоль поверхности, в результате чего тяжелый компонент постепенно аккумулируется вблизи нижнего торца.

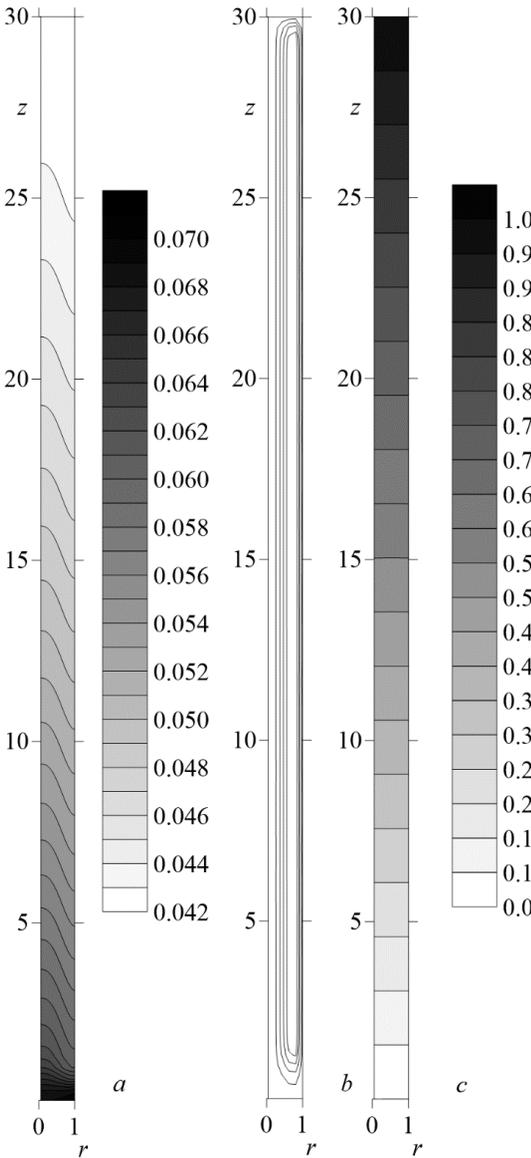
Очевидно, что центральным пунктом в описанной выше модели является использование краевого условия полного смачивания на границах капилляра. Это положение требует физического обоснования. Действительно, алунд и кварцевое стекло специфически контактируют с жидкими металлами за счет большой разницы в энергии межчастичного взаимодействия. Известно [21], что условием хорошей смачиваемости поверхности является превосходство ван-дер-ваальсового взаимодействия твердой границы с жидкостью над силами межчастичного взаимодействия внутри самой жидкости. В результате на низкоэнергетических поверхностях, коими являются алунд и кварцевое стекло, должно наблюдаться неполное смачивание в зависимости от выбранной жидкости. Если роль жидкости играет расплав металла, то эффект несмачиваемости проявляется наиболее сильно. Это предположение косвенно подтверждается экспериментами с образцами при разной температуре выдержки в печи, в ходе которых было показано, что с ростом абсолютной температуры эффект разделения становится слабее.

В действительности в алундовых и кварцевых капиллярах на границе раздела имеет место более сложная картина, чем полное несмачивание. Границы капилляров указанных материалов характеризуются определенной степенью шероховатости. Мельчайшие пузырьки газа оказываются запертыми в порах нанометровых размеров, на которых имеет место свободная поверхность. Эти поры непрерывным образом в случайном порядке покрывают всю поверхность. На таких порах возникает термокапиллярная сила, которая среднестатистически движет поверхностно-активный компонент. Теоретическое описание подобного движения возможно [22, 23], но требует специальных граничных условий, в которые должны входить характеристики смачиваемости алунда, количественные данные о геометрии пор, их распределении на поверхности и т.д. На сегодняшний день подобные данные для алунда или кварца не известны. По этой причине использовать более точные и физически обоснованные краевые условия на границе раздела между расплавом и твердой поверхностью не имеет смысла, так как подгоночных параметров в этом случае будет только больше. Таким образом, модель полной несмачиваемости на поверхности раздела расплав – твердая граница вполне приемлема для описания механики осредненного движения поверхностного слоя. Как оказалось из результатов расчета, полученная картина явления неплохо согласуется со всеми экспериментальными данными, имеющимися на сегодняшний день.

Система уравнений межфазной гидродинамики решалась методом конечных разностей. Алгоритм был разработан в соответствии с явной схемой решения уравнений в частных производных и основан на двухполевой методике [24]. В ходе расчетов использовался метод установления. Компьютерный код был реализован на языке программирования FORTRAN-90. Система уравнений решалась на суперкомпьютере «ПГУ–Тесла» Научно-образовательного центра Пермского государственного национального исследовательского университета «Параллельные и распределенные вычисления». При проведении численного моделирования осуществлялась периодическая запись искомых полей на диск, что позволяло количественно анализировать структуру полей и эффект разделения в каждый момент времени.

Сначала расчеты были проведены для плоского канала с учетом только термокапиллярной силы на свободной поверхности и адсорбционно-десорбционного

обмена поверхностно-активным компонентом между объемом и поверхностью [22]. Затем модель была усложнена путем добавления в уравнения концентрационно-капиллярного механизма [23]. Наиболее приближенные к эксперименту результаты расчета для цилиндрического капилляра с учетом всех вышеперечисленных факторов в случае осесимметричной постановки были получены в работе [25]. Пример расчета полей концентрации, функции тока и температуры для цилиндрического канала приведен на рис. 6.



**Рис. 6.** Поля объемной концентрации (а), функции тока (б) и температуры (с) в момент времени  $t = 10^4$  (время измерялось в вязких единицах,  $r$  – радиальная координата). Безразмерные параметры имели следующие значения:  $Ra_T = 0.015$ ,  $Ra_C = 0.05$  (тепловое и концентрационное числа Рэлея),  $k_+ = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $k_- = 6 \cdot 10^{-3}$  (параметры адсорбции и десорбции),  $Sc = 300$ ,  $Sc_s = 180$  (объемное и поверхностное числа Шмидта),  $Ma_T = 0.8$ ,  $Ma_C = 0.4$  (тепловое и концентрационное числа Марангони),  $Pr = 0.045$  (число Прандтля),  $H = 30$  (безразмерная высота канала), Демин В.А., Петухов М.И., 2018

**Fig. 6.** The fields of (a) volume concentration, (b) stream function, and (c) temperature at the time instant of  $t = 10^4$  (the time is measured in terms of viscous units,  $r$  is the radial coordinate). Non-dimensional parameters are specified as follows:  $Ra_T = 0.015$ ,  $Ra_C = 0.05$  (the thermal and concentration Rayleigh numbers),  $k_+ = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $k_- = 6 \cdot 10^{-3}$  (the parameters of adsorption and desorption),  $Sc = 300$ ,  $Sc_s = 180$  (the volume and surface Schmidt numbers),  $Ma_T = 0.8$ ,  $Ma_C = 0.4$  (the thermal and concentration Marangoni numbers),  $Pr = 0.045$  (the Prandtl number),  $H = 30$  (the non-dimensional height of the channel), Demin V.A., Petukhov M.I., 2018

Следует отметить, что численное моделирование выполнялось для реальных значений материальных параметров, и оно показало, что в процессе разделения устанавливается ожидаемый перепад концентрации компонентов ( $\sim 20\%$ ) и это хорошо согласуется с экспериментальными данными [15, 16]. Также из рис. 6 видно, что конвективный перенос порождается приповерхностными силами, но охватывает, в конечном счете, весь капилляр. Как и в экспериментах, наиболее сильные неоднородности концентрации формируются в нижней части капилляра, где накапливается тяжелый компонент смеси. Данный эффект объясняется тем, что опускное течение вдоль поверхности относительно быстро конвективно перемещает примесь к нижнему торцу капилляра, а затем за счет десорбции она возвращается обратно в объем. Особенно хорошо согласуется с экспериментом продольное распределение объемной концентрации, которое практически является экспоненциальным за исключением торцов капилляра, на которых ставились модельные граничные условия. Термокапиллярная сила генерирует опускное течение на свободной поверхности, в то время как концентрационно-капиллярный механизм является скорее вторичным. Действуя в противоположном направлении, концентрационно-капиллярная сила вносит существенный позитивный вклад в распределение концентрации в объеме, делая его менее градиентным. Распределение приобретает более гладкий, «барометрический» вид, что хорошо согласуется с опытом. Характерная «концентрационная вилка» для максимума и минимума концентраций в объеме, иллюстрирующая процесс разделения смеси в зависимости от времени изображена на рис. 7.

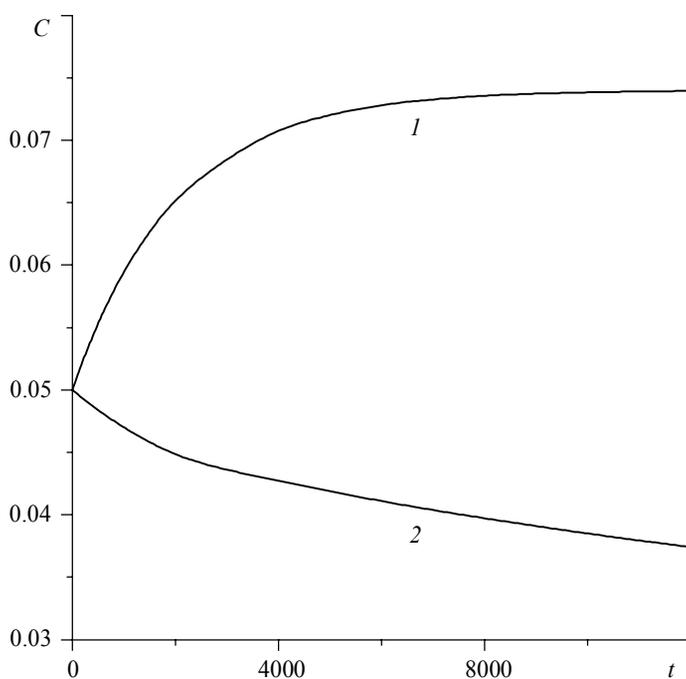


Рис. 7. Максимальное (1) и минимальное (2) значения поля объемной концентрации в зависимости от времени

Fig. 7. (1) Maximum and (2) minimum values of the field of volume concentration versus time

Полученный результат качественно и количественно повторяет подобные зависимости, представленные в [15, 16]. При достижении момента времени порядка 12000 безразмерных единиц (примерно 1 ч при переходе к размерным единицам) система практически полностью выходит на стационарный режим. Заметим, что окончательный профиль функции тока, а также профиль поверхностной концентрации формируются гораздо быстрее, чем профиль объемной концентрации.

Еще одним убедительным аргументом в пользу разработанной теории является объяснение и расчет эксперимента, результаты которого ранее казались вообще необъяснимыми. Один из опытов показал, что в результате высокотемпературного разделения бинарного расплава алюминий – кремний в вертикальном канале тяжелый компонент (кремний) может перераспределиться в верхнюю часть капилляра, а более легкий (алюминий), – наоборот, в нижнюю. Изначально казалось, что здесь нет никакого противоречия, так как в твердом состоянии алюминий имеет большую плотность, нежели кремний.

Однако в расплавленном состоянии при выдержке в печи выше точки ликвидуса уже кремний становится более тяжелым, и именно в это время происходит постепенное разделение смеси на компоненты. Таким образом, в расплавленном состоянии более тяжелый компонент накапливается в верхней части капилляра, что является неустойчивым состоянием с точки зрения теории конвективной устойчивости. Это как если бы в поле тяжести математический маятник постепенно стремился бы занять перевернутое вертикальное положение. Оказалось, что в зависимости от того, какой компонент является поверхностно-активным, уравнения межфазной гидродинамики вполне допускают и такое аномальное, на первый взгляд, распределение вещества по плотности [26]. Как было подтверждено в этой работе, движущей силой, отвечающей за стратификацию в рассматриваемом классе задач, является не сила тяжести, а термокапиллярный механизм, который работает вдоль несмачиваемой поверхности канала в противоположном направлении к вектору ускорения свободного падения. Описанные эффекты оказываются заметными только в тонких капиллярах диаметром порядка 1 мм. При увеличении диаметра канала количество поверхностно-активного компонента на поверхности становится несущественным по отношению к общей массе вещества в объеме и взаимодействие с границами полости приобретает вторичный характер по отношению к объемным силам.

### Выводы

Обобщая приведенные выше данные по движению жидкостей в тонких каналах, можно сделать некоторое заключение. Оно касается общих причин возникновения конвективной неустойчивости при движении сложных по составу жидкостей в тонких полостях и каналах, несмотря на различие в природе взаимодействия смесей с границами полости. Как было продемонстрировано в обзоре, это могут быть вязкие касательные напряжения на твердой широкой границе, термодиффузионные потоки в неоднородных по составу жидкостях, направленные к границам высокой теплопроводности или адсорбционно-десорбционные явления вблизи свободной границы. Иными словами, вне зависимости от типа взаимодействия жидкости с границами, как только количество жидкости, участвующее во взаимодействии с границей, становится сравнимым с полным объемом жидкости и условия эксперимента порождают ту или иную неустойчивость, так сразу следует ожидать возникновение каких-то особенностей в гидродинамическом пове-

дении. Подобное поведение может наблюдаться только в полостях, когда один из характерных размеров несопоставимо меньше двух других, притом, что сама гидродинамическая система остается макрокопической.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Любимов Д.В., Путин Г.Ф., Чернатынский В.И. О конвективных движениях в ячейке Хеле–Шоу // Докл. АН СССР. 1977. Т. 235. № 3. С. 554–556.
2. Бабушкин И.А., Демин В.А. Экспериментальное и теоретическое исследование переходных конвективных режимов в ячейке Хеле–Шоу // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 3. С. 3–9.
3. Бабушкин И.А., Глазкин И.В., Демин В.А., Платонова А.Н., Путин Г.Ф. Об изменчивости одного типичного течения в ячейке Хеле–Шоу // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2009. № 5. С. 3–14.
4. Гериуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
5. Mizev A., Mosheva E., Kostarev K., Demin V., Popov E. Stability of solutal advective flow in a horizontal shallow layer // Phys. Rev. Fluids. 2017. V. 2(10). P. 103903.
6. Демин В.А., Попов Е.А. Конвективная неустойчивость вблизи границы раздела между встречными потоками взаиморастворимых жидкостей // Математическое моделирование. 2015. Т. 27. № 2. С. 115–128.
7. Попов Е.А. Трехмерные конвективные эффекты в узких полостях: канд. дис. Пермь: Перм. гос. ун-т, 2014. 141 с.
8. Глухов А.Ф. Экспериментальное исследование тепловой конвекции в условиях гравитационного расслоения: канд. дис. Пермь: Перм. гос. ун-т, 1995. 140 с.
9. Глухов А.Ф., Демин В.А., Путин Г.Ф. Конвекция бинарной смеси в связанных каналах при подогреве снизу // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 2. С. 13–23.
10. Глухов А.Ф., Демин В.А., Путин Г.Ф. Разделение смесей и тепломассоперенос в связанных каналах // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. Вып. 17. С. 45–51.
11. Шапошников И.Г. К теории конвективных явлений в бинарной смеси // Прикладная математика и механика. 1953. Т. 17. Вып. 5. С. 604–606.
12. Такетоми С., Тикадзуми С. Магнитные жидкости. М.: Мир, 1993. 272 с.
13. Глухов А.Ф., Демин В.А., Попов Е.А. Тепловая конвекция магнитной наносuspension в узких каналах // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2013. № 1. С. 41–51.
14. Глухов А.Ф., Сидоров А.С., Арефьев И.М., Ладейщикова В.В., Шматко Н.Ю. О конвективных свойствах магнитной жидкости на основе ундекана // Вестник Пермского университета. Физика. 2018. Вып. Т. 4(42). С. 19–24. DOI: 10.17072/1994-3598-2018-4-19-24.
15. Гаврилин И.В., Фролова Т.Б., Захаров В.П. О ликвации в жидких эвтектических расплавах // Изв. АН СССР. Металлы. 1984. № 3. С. 191–193.
16. Гаврилин И.В. Седиментационный эксперимент при изучении жидких сплавов // Изв. АН СССР. Металлы. 1985. № 2. С. 66–73.
17. Углев Н.П., Дубровина Е.И. Радиальное распределение компонентов при расслоении металлических расплавов в капиллярах // Вестник ПНИПУ. Сер. Химическая технология и биотехнология. 2015. № 1. С. 50–59.
18. Демин В.А., Петухов М.И. К вопросу о механизме крупномасштабного переноса компонентов металлических расплавов в неоднородно нагретых тонких капиллярах // Вестник Пермского университета. Физика. 2016. Вып. 3 (34). С. 65–71. DOI: 10.17072/1994-3598-2016-3-65-71.
19. Демин В.А., Петухов М.И. Крупномасштабный перенос компонентов металлических расплавов в тонких капиллярах // Вестник Томского университета. Математика и механика. 2017. № 48. С. 57–69. DOI: 10.17223/19988621/48/6.
20. Братухин Ю.К., Макаров С.О. Гидродинамическая устойчивость межфазных поверхностей. Пермь: Изд-во Пермск. ун-та, 2005. 240 с.
21. De Gennes P.G. Wetting: statics and dynamics // Rev. Mod. Phys. 1985. V. 57. P. 827–863.

22. Mongruel A., Chastel Th., Asmolv E.S., Vinogradova O.I. Effective hydrodynamic boundary conditions for microtextured surfaces // *Phys. Rev. E. Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics. American Phys. Society.* 2013. V. 87. P. 011002(R), DOI: 10.1103/PhysRevE.87.011002.
23. Vinogradova O.I., Yakubov G.E. Surface roughness and hydrodynamic boundary conditions // *Phys. Rev. E. – Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics. American Phys. Society.* 2006. V. 73. P. 045302(R), DOI: 10.1103/PhysRevE.73.045302.
24. Гарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции: учеб. пособие. Иркутск: изд-во Иркут. ун-та, 1990. 228 с.
25. Демин В.А., Мизев А.И., Петухов М.И. Сепарация бинарных сплавов в тонких капиллярах // *Вычислительная механика сплошных сред.* 2018. Т. 11. № 2. С. 125–136. DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.2.10.
26. Демин В.А., Мизев А.И., Петухов М.И., Шмыров А.В. О необычном поведении расплава Al – Si в тонких капиллярах // *Вестник Пермского университета. Физика.* 2018. № 1 (39). С. 26–35. DOI: 10.17072/1994-3598-2018-1-26-35.

Статья поступила 09.01.2019 г.

Demin V.A. (2019) THE FEATURES OF THE CONVECTIVE FLOWS OF MULTICOMPONENT FLUIDS IN THIN CAVITIES. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 60. pp. 87–106

DOI 10.17223/19988621/60/7

Keywords: concentration-induced convection, thermal diffusion, free surface, thermo- and concentration-capillary effects, adsorption and desorption processes.

It is known that the specific hydrodynamic phenomena take place during the fluid motion through micro-channels. These effects can be observed only at a microscale level. However, the boundary between microfluidic effects and macroscopic hydrodynamic phenomena is indecipherable. It is quite difficult to predict a real behavior of hydrodynamic system in the case of gradual change in the cavity proportions due to decrease in the size in one of the directions. The problem is to determine the main physical aspects that define the heat and mass transfer under given conditions. The conducted experiments show that the hydrodynamic paradoxes occurring in thin cavities and channels become evident during the motion of multicomponent fluids. These flows can be represented as a multicomponent molecular solution flow through non-uniformly heated thin connected channels, a binary metal melt flow in a capillary with non-wettable boundaries, and a ferrocolloid flow in a convective loop. Sometimes the fluidic media demonstrate unexpected behavior as a result of viscous interaction with solid boundaries during the mixing of initially homogeneous fluids. It is worth emphasizing that anomalous behavior takes place in thin cavities and channels even when their dimensions are macroscopic. The common feature of the considered processes is that the fluid interaction with the cavity boundaries has a great effect on the heat and mass transfer. All the described hydrodynamic phenomena have been found experimentally, and many of them had no explanation for a long time. Currently, these processes with multicomponent fluids involved have been studied in details and have a quantitative description. It is possible to combine the theoretical and experimental results, and to understand these phenomena clearly.

**Financial support.** The work was carried out under the patronage of the Perm Region Government under the program of financial support for the Scientific Schools “Perm School of Hydrodynamics” (Grant No. C-26/788).

*DEMIN Vitaliy Anatol'evich* (Doctor of Physics and Mathematics, Perm State National Research University, Perm, Russian Federation). E-mail: demin@psu.ru

## REFERENCES

1. Lyubimov D.V., Putin G.F., Chernatynskiy V.I. (1977) O konvektivnykh dvizheniyakh v yacheyke Khele–Shou [On convective motion in a Hele-Shaw cell]. *Doklady AN USSR*. 235(3). pp. 554–556.
2. Babushkin I.A., Demin V.A. (2006) Experimental and theoretical investigation of transient convective regimes in a Hele-Shaw cell. *Fluid Dynamics*. 41(3). pp. 323–329. DOI: 10.1007/s10697-006-0047-6.
3. Babushkin I.A., Glazkin I.V., Demin V.A., Platonova A.N., Putin G.F. (2009) Variability of a typical flow in a Hele-Shaw cell. *Fluid Dynamics*. 44(5). pp. 631–640. DOI: 10.1134/S0015462809050019.
4. Gershuni G.Z., Zhukhovitskii E.M. (1976) *Convective Stability of Incompressible Fluids*. Jerusalem: Keter Publishing House.
5. Mizev A., Mosheva E., Kostarev K., Demin V., Popov E. (2017) Stability of solutal advective flow in a horizontal shallow layer. *Physical Review Fluids*. 2(10). 103903. DOI: 10.1103/PhysRevFluids.2.103903.
6. Demin V.A., Popov E.A. (2015) Convective instability near the interface between counter propagating fluxes of inter-soluble liquids. *Mathematical models and computer simulations*. 7(5). pp. 485–494. DOI: 10.1134/S2070048215050038.
7. Popov E.A. (2014) *Trekhmernyye konvektivnyye efekty v uzkiykh polostyakh* [Three-dimensional convective effects in thin cavities]. Candidate's Dissertation in Mathematics and Physics. Perm: Perm State University.
8. Glukhov A.F. (1995) *Eksperimental'noe issledovanie teplovy konveksii v usloviyakh gravitatsionnogo rassloeniya* [Experimental study of thermal convection under conditions of a gravitational stratification]. Candidate's Dissertation in Mathematics and Physics. Perm: Perm State University.
9. Glukhov A.F., Demin V.A., Putin G.F. (2007) Binary-mixture convection in connected channels heated from below. *Fluid Dynamics*. 42(2). pp. 160–169. DOI: 10.1134/S0015462807020020.
10. Glukhov A.F., Demin V.A., Putin G.F. (2008) Separation of mixtures, heat and mass transfer in connected channels. *Technical Physics Letters*. 34(9). pp. 747–749. DOI: 10.1134/S1063785008090083.
11. Shaposhnikov I.G. (1953) K teorii konvektivnykh yavleniy v binarnoy smesi [On theory of convective phenomena in a binary mixture]. *Prikladnaya matematika i mekhanika – Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 17(5). pp. 604–606.
12. Taketomi S., Tikadzumi S. (1993) *Magnitnyye zhidkosti* [Magnetic fluids]. Moscow: Mir.
13. Glukhov A.F., Demin V.A., Popov E.A. (2013) Thermal magnetic nanosuspension convection in narrow channels. *Fluid Dynamics*. 48(1). pp. 36–45. DOI: 10.1134/S0015462813010055.
14. Glukhov A.F., Sidorov A.S., Aref'ev I.M., Ladeyshchikova V.V., Shmatko N.Yu. (2018) O konvektivnykh svoystvakh magnitnoy zhidkosti na osnove undekana [Convective properties of a magnetic fluid based on undecane]. *Vestnik Permskogo universiteta. Fizika – Bulletin of Perm University. Physics*. 4(42). pp. 19–24. DOI: 10.17072/1994-3598-2018-4-19-24.
15. Gavrilin I.V., Frolova T.B., Zakharov V.P. (1984) O likvatsii v zhidkikh evtekticheskikh rasplavakh [On segregation in liquid eutectic melts]. *Izvestiya AN SSSR. Metally*. 3. pp. 191–193.
16. Gavrilin I.V. (1985) Sedimentatsionnyy eksperiment pri izuchenii zhidkikh splavov [Sedimentation experiment in the study of liquid alloys]. *Izvestiya AN SSSR. Metally*. 2. pp. 66–73.
17. Uglev N.P., Dubrovina E.I. (2015) Radial'noe raspredelenie komponentov pri rassloenii metallicheskiykh rasplavov v kapillyarakh [Radial distribution of components at the separation of metal melts in the capillaries]. *Vestnik PNIPU. Khimicheskaya tekhnologiya i biotekhnologiya*. 1. pp. 50–59.
18. Demin V.A., Petukhov M.I. (2016) K voprosu o mekhanizme krupnomasshtabnogo perenosa komponentov metallicheskiykh rasplavov v neodnorodno nagretykh tonkiykh kapillyarakh [On mechanism of large-scale transfer of molten metal components in non-uniformly heated thin capillaries]. *Vestnik Permskogo universiteta. Fizika – Bulletin of Perm University. Physics*. 3(34). pp. 65–71. DOI: 10.17072/1994-3598-2016-3-65-71.

19. Demin V.A., Petukhov M.I. (2017) Krupnomasshtabnyy perenos komponentov metallicheskikh rasplavov v tonkikh kapillyarakh [Large-scale transfer of molten metal components in thin capillaries]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 48. pp. 57–69. DOI: 10.17223/19988621/48/6.
20. Bratukhin Yu.K., Makarov S.O. (2005) *Gidrodinamicheskaya ustoychivost' mezhfaznykh poverkhnostey* [Hydrodynamic stability of interphases]. Perm: Perm State University Publishing.
21. De Gennes P.G. (1985) Wetting: statics and dynamics. *Reviews of Modern Physics*. 57. pp. 827–863. DOI: 10.1103/RevModPhys.57.827.
22. Mongruel A., Chastel Th., Asmolov E.S., Vinogradova O.I. (2013) Effective hydrodynamic boundary conditions for microtextured surfaces. *Physical Review. E. Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics*. 87. 011002(R). DOI: 10.1103/PhysRevE.87.011002.
23. Vinogradova O.I., Yakubov G.E. (2006) Surface roughness and hydrodynamic boundary conditions. *Physical Review. E. Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics*. 73. 045302(R). DOI: 10.1103/PhysRevE.73.045302.
24. Tarunin E.L. (1990) *Vychislitel'nyy eksperiment v zadachakh svobodnoy konveksii: uchebnoe posobie* [Numerical experiment in the problems of free convection: a text book]. Irkutsk: Izdatel'stvo Irkutskogo universiteta.
25. Demin V.A., Mizev A.I., Petukhov M.I. (2018) Separatsiya binarnykh splavov v tonkikh kapillyarakh [Binary alloys separation in thin capillaries]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred – Computational continuum mechanics*. 11(2). pp. 125–136. DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.2.10.
26. Demin V.A., Mizev A.I., Petukhov M.I., Shmyrov A.V. (2018) O neobychnom povedenii rasplava Al – Si v tonkikh kapillyarakh [On an unusual behavior of the melt Al–Si in thin capillaries]. *Vestnik Permskogo universiteta. Fizika – Bulletin of Perm University. Physics*. 1(39). pp. 26–35. DOI: 10.17072/1994-3598-2018-1-26-35.

Received: January 9, 2019