

УДК 532.517.4

DOI 10.17223/19988621/60/9

И.В. Моренко**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРУШЕНИЯ СТОЛБА ЖИДКОСТИ
В РЕЗЕРВУАРАХ РАЗНОЙ ФОРМЫ**

Выполнено численное моделирование обрушения столба жидкости в кубическом и цилиндрическом резервуарах. Математическое моделирование движения двухфазной среды основано на методе объема жидкости. Получены зависимости положения фронта жидкости, уровня жидкости, давления в контрольной точке на стенку резервуара от времени в процессе обрушения столба жидкости в форме гексаэдра, цилиндра, кольца.

Ключевые слова: численное моделирование, обрушение столба жидкости, метод объема жидкости.

Исследование движения жидкости со свободной поверхностью несомненно актуально и имеет как теоретическую, так и практическую значимость при решении таких экологических задач, как обрушение дамбы, прорыв плотины, сход селей, разлив загрязнений; в химической технологии – при нанесении функциональных покрытий; в машиностроении – при литье металлов, для определения величины нагрузок на стенки при конструировании топливных баков автотранспортных средств; при проектировании мостов и водохранилищ.

Задачи моделирования течений со свободной поверхностью выделены в отдельный класс задач механики сплошной среды [1]. Их особенностью является наличие свободной поверхности, форма которой неизвестна, при этом движение вязкой жидкости, как правило, является нестационарным, трехмерным, сопровождается натеканием потока на различные препятствия, характеризуется сильной деформацией свободной поверхности вплоть до таких явлений, как опрокидывание волн, образование пузырей и брызг.

Классической тестовой задачей для течений со свободной поверхностью является задача обрушения столба жидкости. Одним из первых лабораторный эксперимент обрушения столба жидкости в прямоугольном канале был выполнен авторами [2]. Эти результаты используются для верификации математических моделей и алгоритмов при расчете течений со свободной поверхностью. Экспериментальные исследования приведены также в работах [3–5].

Для класса течений со свободной поверхностью, как правило, получение аналитических решений и проведение лабораторных экспериментов затруднительно. В большинстве случаев именно математическое моделирование оказывается информативным инструментом исследования, который позволяет, меняя входные параметры в широком диапазоне, изучать процесс движения сред, анализируя численный эксперимент прогнозировать последствия крупномасштабных техногенных катастроф, связанных с разрушением дамб и плотин. Математическое моделирование по сравнению с натурным экспериментом имеет такие преимущества, как экономичность, возможность воссоздания опасных и труднопроизводимых в натуре режимов, анализа и выявления общих закономерностей.

К настоящему времени для математического моделирования движения жидкости со свободной поверхностью в пакетах программ с открытым исходным кодом реализованы следующие методы [1]: Volume of Fluid (метод объема жидкости), Smoothed Particle Hydrodynamics (метод сглаженных частиц), Particle Finite Element Method (метод конечных элементов с частицами).

Математическое моделирование обрушения столба жидкости представлено в работах [1, 4–11].

В работе [1] для расчета используются следующие пакеты программ: OpenFOAM, Gerris, pySPH, DualSPHysics, Kratos. В [6] расчет проводится на OpenFOAM с использованием $(k - \epsilon)$ -модели турбулентности.

Задача о разрушении плотины при наличии слоя жидкости в нижнем бьефе рассматривается в [7]. Нестационарные уравнения Навье – Стокса решаются методом SPH. Его основная идея состоит в дискретизации сплошной среды конечным набором лагранжевых частиц, которые движутся со скоростью потока и допускают произвольную связность между собой, что позволяет отказаться от использования сеток и называть метод бессеточным.

Задача об обрушении столба слабосжимаемой жидкости в изотермическом случае описывается уравнениями неразрывности и Навье – Стокса в [8]. При этом система замыкается уравнением состояния в форме Тэта, используются технологии параллельных вычислений Nvidia CUDA.

Необходимость учета эффектов турбулентности при моделировании течений со свободной поверхностью обсуждается в [9].

Ряд работ посвящен натеканию потока на препятствия различной формы [9 – 13]. Взаимодействие длинной гравитационной волны типа цунами с подводными преградами исследуется в [14].

Отметим, что в названных лабораторных экспериментах и численных расчетах в качестве рабочей среды рассматривалась только вода, а резервуар выбирался прямоугольной формы. Целью данной работы является численное исследование обрушения столба жидкости в форме цилиндра и кольца в цилиндрическом резервуаре; сравнение зависимостей положения фронта и уровня жидкости от времени, давления в контрольных точках и других параметров процесса.

Постановка задачи

Рассмотрим три различных схемы резервуара и столба жидкости (рис. 1).

Первый вариант показан на рис. 1, *a*. В заполненном воздухом кубическом резервуаре со стороной $H = 0.584$ м находится столб жидкости в форме гексаэдра высотой $b = 0.292$ м, шириной $a = 0.146$ м в гидростатическом равновесии. Столб жидкости ограничен тонкой непроницаемой перегородкой, установленной вертикально. В начальный момент времени перегородка удаляется, а столб жидкости под действием силы тяжести начинает обрушиваться.

Второй вариант схемы (рис. 1, *b*) представляет собой цилиндрический резервуар высотой H , радиусом $r_2 = H$, в центре которого размещен столб жидкости высотой b за перегородкой в форме круглой трубы радиусом a . После удаления перегородки жидкость растекается в радиальном направлении от оси к периферии резервуара.

Третий вариант – также цилиндрический резервуар (рис. 1, *c*). Однако в отличие от второго варианта, где жидкость размещается в центре, в третьем варианте

схемы столб жидкости высотой b , шириной a имеет форму кольца и в начальный момент находится вдоль стенки цилиндрического резервуара за перегородкой в форме круглой трубы радиусом $r_2 - a$. После устранения перегородки жидкость устремляется в направлении от стенки цилиндрического резервуара к его оси.

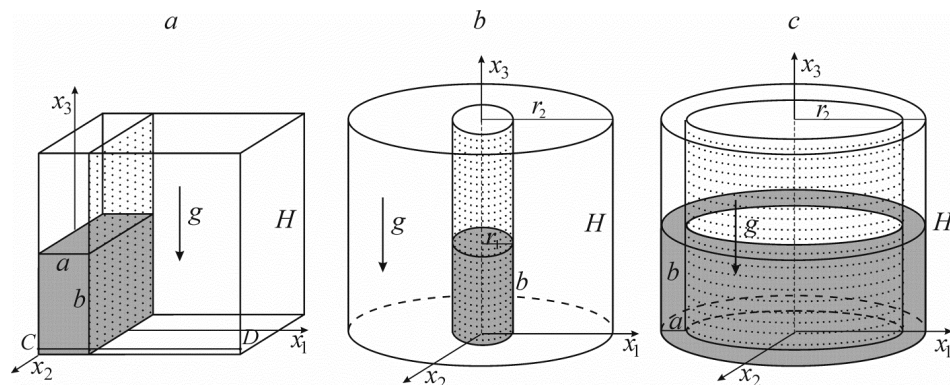


Рис. 1. Схемы областей: a – кубический резервуар со столбом жидкости в форме гексаэдра; b – цилиндрический резервуар с цилиндрическим столбом жидкости в центре; c – цилиндрический резервуар со столбом жидкости на периферии у стенки в форме кольца

Fig. 1. Design of the reservoirs: (a) cubic reservoir with a hexahedral liquid column; (b) cylindrical reservoir with a cylindrical liquid column in the center; and (c) cylindrical reservoir with a ring-shaped liquid column on the periphery near the wall

Для моделирования нестационарного движения вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью выбран метод объема жидкости (Volume of Fluid) [15], согласно которому течение среды моделируется единым набором уравнений движения для всех фаз. Предполагается, что движение жидкости является турбулентным.

Рассматривается двухфазная среда, которая состоит из жидкой и газовой фаз. Обозначим через α объемную долю жидкой фазы. Если контрольный объем занят жидкостью, то $\alpha = 1$, если газом – $\alpha = 0$, если через контрольный объем проходит фазовая граница, то $0 < \alpha < 1$.

Плотность ρ , динамический коэффициент вязкости среды рассчитываются по соответствующим значениям жидкости (индекс l) и газа (индекс g) с использованием маркерной функции α :

$$\rho = \rho_l \alpha + \rho_g (1 - \alpha), \quad \mu = \mu_l \alpha + \mu_g (1 - \alpha).$$

Для описания нестационарного турбулентного движения вязкой несжимаемой жидкости записываются трехмерные осредненные уравнения Рейнольдса. Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0. \quad (1)$$

Уравнение количества движения имеет вид

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] + \sigma \kappa \frac{\partial \alpha}{\partial x_i}. \quad (2)$$

Здесь u_i – компонента осредненного вектора скорости $\mathbf{u}$, t – время, p – давление, $\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t$ – эффективная вязкость, μ_t – турбулентная, или вихревая вязкость, δ_{ij} – символ Кронекера, g_i – компоненты ускорения свободного падения, $\kappa = -\nabla \cdot \mathbf{n}$ – кривизна свободной поверхности, $\mathbf{n} = \nabla \alpha / |\nabla \alpha|$ – единичная нормаль к поверхности раздела фаз, σ – коэффициент поверхностного натяжения.

Для определения положения свободной поверхности записывается уравнение конвективного переноса

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha u_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial ((1-\alpha) \alpha u_{r,i})}{\partial x_i} = 0. \quad (3)$$

Необходимое сжатие поверхности осуществляется путем введения дополнительного искусственного члена сжатия $\mathbf{u}_r$ по формуле

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_l - \mathbf{u}_g.$$

По повторяющимся индексам предполагается суммирование. Уравнения (1) – (3) дополняются моделью замыкания, начальными и граничными условиями.

Моделирование турбулентности осуществляется на основе зональной модели Менстера SST [16], получившей широкое распространение при решении научных и прикладных задач, поскольку она обеспечивает качественный результат с разумной точностью. Большой опыт ее эксплуатации свидетельствует о том, что она по совокупности своих качеств является одной из лучших среди существующих моделей турбулентности. SST модель представляет собой комбинацию $(k-\epsilon)$ -модели, которая хорошо зарекомендовала себя при расчете свободных течений, и $(k-\omega)$ -модели, обеспечивающей существенно более точное описание пристеночных пограничных слоев [17]. Она реализована с использованием специально сконструированной эмпирической функции переключения. Модель Менстера SST включает уравнения для транспорта кинетической энергии турбулентности k и скорости диссипации турбулентной энергии ω :

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j k)}{\partial x_j} = P^* - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \\ & = \frac{\gamma_\omega}{v_T} P - \beta_\omega \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \rho \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (5)$$

В уравнениях (4) и (5) используются следующие обозначения для вспомогательных соотношений и коэффициентов замыкания: $P^* = \min(P, 20\beta^* \omega k)$,

$P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, тензор вязких напряжений $\tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$, тензор скоростей

деформации $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$. Коэффициент турбулентной вязкости

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max[a_1 \omega, \Omega F_2]}, \quad \Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}, \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad F_2 = \text{th}(\arg_2^2),$$

$$\arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right).$$

Функция переключения F_1 имеет вид $F_1 = \text{th}(\arg_1^4)$,

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right],$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right), \quad d - \text{расстояние от узла сетки до стенки.}$$

Константы γ_ω , β_ω , σ_ω рассчитываются по формулам

$$\gamma_\omega = F_1 \gamma_{\omega 1} + (1 - F_1) \gamma_{\omega 2}, \quad \beta_\omega = F_1 \beta_{\omega 1} + (1 - F_1) \beta_{\omega 2}, \quad \sigma_\omega = F_1 \sigma_{\omega 1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega 2};$$

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^{*2}}{\sqrt{\beta^*}}, \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^{*2}}{\sqrt{\beta^*}}; \quad \sigma_{k1} = 0.85, \quad \sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5, \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856,$$

$$\beta_1 = 0.075, \quad \beta_2 = 0.0828, \quad \beta^* = 0.09, \quad \kappa^* = 0.41, \quad a_1 = 0.31.$$

На стенках резервуара задаются граничные условия

$$\mathbf{u} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial n} = 0, \quad k = 0, \quad \omega = 10 \frac{6\nu}{\beta_1 d_1^2},$$

здесь $\beta_1 = 0.075$, d_1 – пристеночный шаг, n – нормаль. В начальный момент времени $t = 0$ значения компонент скорости равны нулю, движение отсутствует. Движение среды начинается после открытия перегородки.

Решение задачи (1) – (5) осуществляется методом конечных объемов с помощью OpenFOAM [18]. Открытая интегрируемая платформа OpenFOAM является мощным современным эффективным инструментом для численного моделирования задач механики сплошных сред. Для решения системы линейных уравнений для давления используется алгебраический многосеточный метод, для скорости – метод бисопряженных градиентов. Шаг по времени Δt подбирается в процессе вычислений таким образом, чтобы число Куранта Co для всех ячеек расчетной области не превосходило 0.25. Число Куранта ячейки $Co = (\Delta t |u|) / \Delta x$ определяется по величине скорости жидкости через ячейку $|u|$, размеру ячейки в направлении скорости Δx .

Результаты расчетов

Поскольку решение тестовой задачи является неотъемлемой частью исследований, в которых основным инструментом являются методы математического моделирования, перед проведением основных вычислительных экспериментов по изучению обрушения столба жидкости в цилиндрическом резервуаре рассмотрим модельную задачу об обрушении столба жидкости в кубическом резервуаре, для которой имеются многочисленные экспериментальные данные, в том числе [2–5].

При расчете задаются следующие параметры жидкости и газа: плотность $\rho_l = 10^3$ кг/м³, $\rho_g = 1.2$ кг/м³; коэффициент кинематической вязкости $\nu_l = 10^{-6}$ м²/с, $\nu_g = 1.48 \cdot 10^{-5}$ м²/с. Коэффициент поверхностного натяжения σ равен 0.072 Н/м.

Результаты расчетов представим в безразмерном виде. Для этого обозначим через $X = x_1/a$ безразмерное положение фронта жидкости для схем, показанных на рис. 1, a , b , и через $X = (H - x_1)/a$ – для схемы на рис. 1, c , ее уровень $Y = x_3/a$, безразмерное время $\tau = t/\sqrt{a/g}$, скорость $U = |u_1|/\sqrt{gH}$, давление $P = p/\rho g H$. Число Рейнольдса $Re = H\sqrt{gH}/\nu_l$, определяемое по характерному размеру H , скорости $\sqrt{gH}$ и вязкости жидкости ν_l составляет $Re = 1.4 \cdot 10^6$.

Дискретизация расчетной области осуществляется гексаэдральными элементами. Рис. 2 иллюстрирует результаты численного расчета поля маркер-функции α в центральном поперечном сечении области. Полагается, что форма свободной границы определяется изоповерхностью $\alpha = 0.5$. В начальный момент времени ($\tau = 0$) столб жидкости ограничен перегородкой и находится в гидростатическом равновесии. После удаления перегородки столб жидкости под действием силы тяжести начинает обрушиваться, вода устремляется вправо к противоположной стенке резервуара. Отметим, что на межфазной границе «вода-воздух» наблюдаются волны. После взаимодействия с противоположной стенкой резервуара жидкость поднимается вверх ($\tau = 3.0$), затем гребень волны отклоняется влево и волна опрокидывается ($\tau = 6.56$).

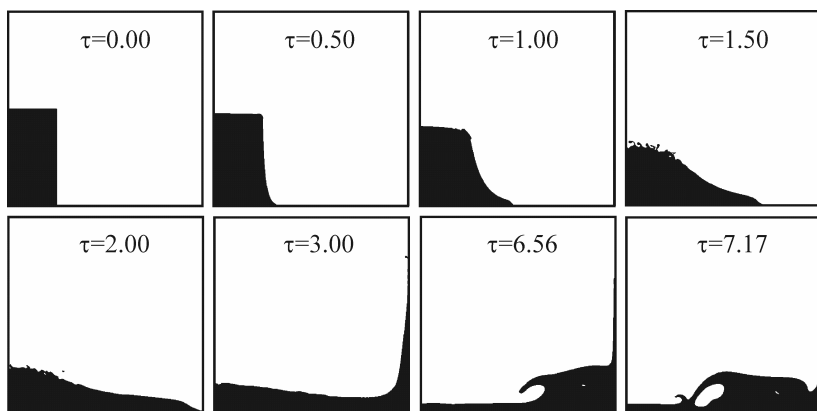


Рис. 2. Обрушение столба жидкости в кубическом резервуаре

Fig. 2. Collapse of the liquid column in a cubic reservoir

Результаты исследования сеточной сходимости на четырех сгущающихся сетках представлены в таблице. Оценивается влияние числа элементов расчетной области на безразмерное время τ^* , за которое волна жидкости достигает противоположную стенку резервуара, и максимальное безразмерное давление жидкости $P_{\max}$ при взаимодействии волны со стенкой резервуара, замеренное на высоте 0.12.

Исследование сеточной сходимости

№	Сетка	τ^*	$P_{\max}$
1	100×100×1	2.102	1.1171
2	250×250×1	2.104	1.1709
3	500×500×1	2.106	1.1927
4	1000×1000×1	2.106	1.1987

Видно, что для получения качественного решения достаточно 500 узлов по высоте области и 500 – в направлении движения волны. Для дальнейших расчетов выбрана сетка № 3. При моделировании процесса обрушения столба жидкости в цилиндрическом резервуаре конструируется расчетная область в форме цилиндрического сектора с углом 4° , строится сетка с количеством узлов 500 в осевом и радиальном направлениях.

Анализ поля скоростей показывает, что движение жидкости вызывает в свою очередь вихревое движение воздуха. Рис. 3 демонстрирует изменение компоненты скорости среды в направлении ее движения в разные моменты времени на отрезке CD , пролегающем вдоль дна кубического резервуара. Характерно, что максимальные значения скорость двухфазной среды достигает на фронте жидкости.

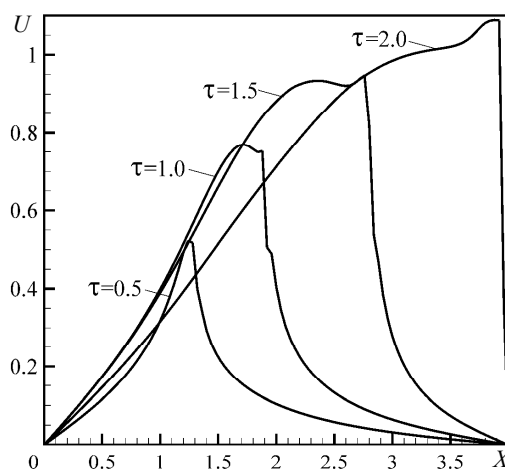


Рис. 3. Продольная компонента скорости среды вдоль отрезка CD

Fig. 3. The longitudinal component of the velocity of medium along the segment CD

Численный эксперимент, в отличие от натурального, позволяет оценить влияние любого параметра на изучаемый процесс. Так, в случае с кубическим резервуаром, установлено, что изменение плотности жидкости в диапазоне от 200 до 5000 кг/м³ не влияет существенно на положение фронта жидкости X . Разница значений X при этом составляет не более 2 %.

Изменение коэффициента кинематической вязкости жидкости ν_l в диапазоне от $\nu_l = 10^{-7}$ до 10^{-5} м²/с фактически не влияет на положение фронта жидкости, однако жидкости с высокой вязкостью ($\nu_l > 10^{-5}$ м²/с), например многие виды масел, растекаются медленнее. Так, волна жидкости с коэффициентом кинематической вязкости $\nu_l = 10^{-3}$ м²/с достигает противоположную стенку за время $\tau^* = 2.48$, а вода за время $\tau^* = 2.106$.

Далее проведены расчеты при следующих значениях безразмерной высоты столба жидкости в начальный момент времени $B = b/a = 0.5; 1.0; 1.5; 2.0; 2.5; 3.0; 3.5$. Установлено, что чем меньше высота столба жидкости B , тем позже фронт жидкости достигнет противоположной стенки резервуара (рис. 4).

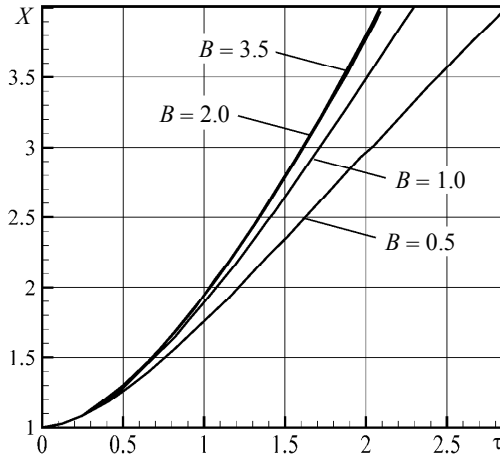


Рис. 4. Положение фронта жидкости с течением времени при обрушении столба в форме гексаэдра с разной высотой столба жидкости
Fig. 4. Position of the leading edge as a function of time during collapse of the hexahedral liquid column of different heights

На рис. 5 слева показано положение фронта жидкости X с течением времени τ при обрушении столба жидкости в форме гексаэдра (кривая 1). Наблюдается хорошее согласие расчетных значений для кубического резервуара и экспериментальных данных [2 и 5]. В ходе численного эксперимента установлено, что

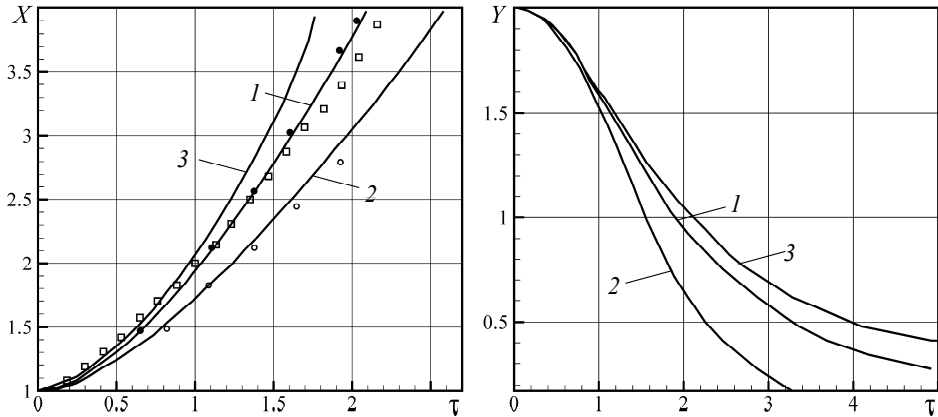


Рис. 5. Продвижение фронта жидкости при обрушении столба в форме гексаэдра (1), цилиндра (2), кольца (3); ● – эксперимент [2], ○ – [4], □ – [5] (слева) и изменение высоты столба (справа)

Fig. 5. The motion of the leading edge during collapse of the (1) hexahedral, (2) cylindrical, and (3) ring-shaped liquid columns; ● – experimental results from [2], ○ – data from [4], □ – data from [5] (on the left) and the variation in the column height (on the right)

скорость движения фронта жидкости зависит от формы столба в начальный момент времени, в частности фронт воды при обрушении столба в форме гексаэдра (кривая 1) движется быстрее, чем при обрушении столба в форме цилиндра (кривая 2), но медленнее, чем в форме кольца (кривая 3). Заметим, что безразмерное расстояние равное 3.00 расходящаяся волна (кривая 2) проходит за время $\tau = 2.58$, а сходящаяся (кривая 3) – за время $\tau = 1.76$.

Функции $X(\tau)$ можно аппроксимировать методом наименьших квадратов зависимостями вида $c \cdot \tau^r$. Так, при обрушении столба жидкости в форме кольца (рис. 5, кривая 3)

$$X_r = 0.92 \cdot 2.24^\tau; \quad (6)$$

в форме гексаэдра (рис. 5, кривая 1)

$$X_h = 0.94 \cdot 2.02^\tau; \quad (7)$$

в форме цилиндра (рис. 5, кривая 2)

$$X_c = 0.96 \cdot 1.77^\tau. \quad (8)$$

Следует отметить, что зависимости (6) – (8) справедливы при высоте столба $B \geq 1.5$ и плотности жидкости $\nu_l < 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Полученные аппроксимационные выражения (6) – (8) могут быть полезны для инженерной практики при решении ряда прикладных задач в области экологии и машиностроения.

Форма столба жидкости в начальный момент времени влияет и на изменение уровня жидкости с течением времени $Y(\tau)$ (рис. 5 справа). При этом уровень жидкости замерялся для кривых 1 и 3 на расстоянии 0.2 от стенки, а для кривой 2 на расстоянии 0.2 от оси резервуара. При обрушении цилиндрического столба падение уровня жидкости происходит быстрее, чем в других случаях, а натекающий на стенку поток является менее глубоким и менее скоростным.

Безразмерное давление жидкости при взаимодействии волны со стенкой резервуара, замеренное на высоте 0.12, приведено на рис. 6. При натекании жидкости на стенку давление резко повышается до максимального значения.

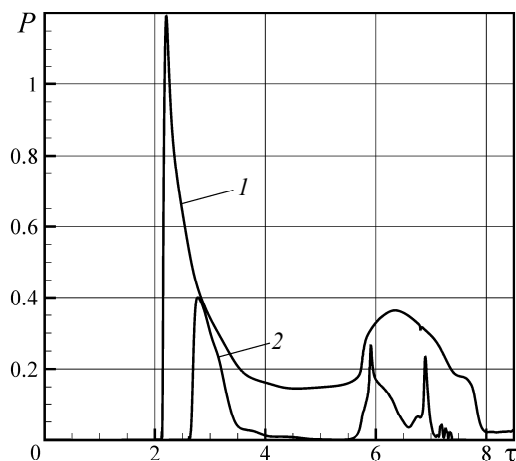


Рис. 6. Давление жидкости на стенку резервуара при обрушении столба в форме гексаэдра (1), цилиндра (2) в контрольной точке на высоте 0.12

Fig. 6. Pressure exerted by a liquid on the reservoir wall during collapse of the (1) hexahedral and (2) cylindrical liquid column at the control point at a height of 0.12

Следует отметить, что значения $P_{\max} = 0.40$, замеренное на стенке цилиндрического резервуара в 2.98 раза ниже, чем в кубическом резервуаре ($P_{\max} = 1.19$). В дальнейшем, в процессе подъема жидкости вдоль стенки, давление падает. Затем в момент падения волны наблюдается локальный максимум величины P , после которого жидкость устремляется от стенки в обратном направлении. В процессе обрушения столба жидкости в форме кольца образуется сходящаяся волна. Рассчитанное максимальное безразмерное давление жидкости $P_{\max}$, замеренное на оси резервуара, составляет 102.5, что в 86 раз больше, чем на такой же высоте от дна на стенке кубического резервуара.

Заключение

Представленные результаты численного эксперимента показали, что чем меньше высота столба жидкости, тем позже фронт жидкости достигнет противоположной стенки резервуара, максимальные значения скорости жидкости достигает на фронте. Установлено, что скорость движения фронта жидкости зависит от формы столба в начальный момент времени, в частности безразмерное расстояние равное 3.0 в цилиндрическом резервуаре расходящаяся волна проходит за интервал времени на 23.5 % больше, а сходящаяся на 15.7 % меньше, чем волна в кубическом резервуаре. Получены аппроксимационные зависимости для определения положения фронта жидкости от времени. Показано, что при обрушении цилиндрического столба падение уровня жидкости происходит быстрее, чем в других случаях, а натекающий на стенку поток является менее глубоким и менее скоростным. Значение максимального давления, замеренное на стенке цилиндрического резервуара в 2.98 раза ниже, чем в кубическом резервуаре. Рассчитанное максимальное безразмерное давление жидкости в сходящейся волне, замеренное на оси резервуара в 86 раз больше, чем на такой же высоте от дна на стенке кубического резервуара. Таким образом, представленные результаты численного эксперимента позволили проанализировать влияние формы столба жидкости на процесс обрушения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдова Е.В., Корчагова В.Н. Свободное программное обеспечение для моделирования жидкости со свободной поверхностью // Труды Института системного программирования РАН. 2016. Т. 28. № 1. С. 243–258.
2. Martin J.C., Moyce W.J. An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane // Phil. Trans. Roy. Soc. London 1952. V. 244. No. 882. P. 312–324.
3. Lobovsky L., Botia-Vera E., Castellana F., Mas-Soler J., Souto-Iglesias A. Experimental investigation of dynamic pressure loads during dam break // J. Fluids Struct. 2014. V. 48. P. 407–434.
4. Koshizuka S., Oka Y. Moving-Particle Semi-Implicit Method for fragmentation of incompressible fluid // Nuclear Science and Engineering. 1996. No. 123. P. 421–434.
5. Hu C., Sueyoshi M. Numerical simulation and experiment on dam break problem // J. Marine Science and Application. 2010. No. 9. P. 109–114.
6. Жайнаков А.Ж., Курбаналиев А.Б. Верификация открытого пакета OpenFOAM на задачах прорыва дамб // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20. № 4. С. 461–472.
7. Афанасьев К.Е., Попов А.Ю. Моделирование процесса разрушения плотины методом SPH // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2009. Т. 9. Вып. 3. С. 3–22.
8. Кочерыжский В.А. Моделирование течений слабосжимаемой вязкой жидкости методом сглаженных частиц // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 112–115.

9. Храбрый А.И., Смирнов Е.М., Зайцев Д.К. Влияние модели турбулентности на результаты расчета обтекания препятствия потоком воды после обрушения дамбы // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2013. № 1 (165). С. 182–187.
10. Храбрый А.И., Зайцев Д.К., Смирнов Е.М. Разработка и примеры приложения специализированного параллельного кода для численного моделирования турбулентных нестационарных течений со свободной поверхностью // Вестник УГАТУ. 2016. Т. 20. № 3(73). С. 153–163.
11. Kleefsman K.M.T., Fekken G., Veldman A.E.P., Iwanowski B., Buchner B. A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems // Journal of Computational Physics. 2005. V. 206. P. 363–393.
12. Ozmen-Cagatay H., Kocaman S. Dam-Break Flow in the Presence of Obstacle: Experiment and CFD Simulation, Engineering Applications of Computational // Fluid Mechanics. 2011. V. 5. No. 4. P. 541–552.
13. Бошнятов Б.В., Лисин Д.Г. Численное моделирование волн типа цунами в гидродинамическом лотке // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 6 (26). С. 45–55.
14. Бошнятов Б.В., Жильцов К.Н. Исследование взаимодействия волн цунами с подводными преградами конечной толщины в гидродинамическом лотке // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2018. № 51. С. 86–103. DOI 10.17223/19988621/51/8.
15. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // J. Computational Physics. 1981. V. 39. No. 1. P. 201–225.
16. Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. 1994. V. 32. N. 8. P. 1598–1605.
17. Гарбарук А.В. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений: учебное пособие / А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, М.Л. Шур. СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. 88 с.
18. OpenFOAM – The open source CFD toolbox. URL: <http://www.openfoam.com>

Статья поступила 07.09.2018 г.

Morenko I.V. (2019) NUMERICAL SIMULATION OF THE LIQUID COLUMN COLLAPSE IN THE RESERVOIRS OF DIFFERENT SHAPES. (2019) *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 60. pp. 119–131

DOI 10.17223/19988621/60/9

Keywords: numerical simulation, collapse of a liquid column, volume of fluid method.

The numerical simulation of three different cases of liquid column collapse is carried out. These are the collapses of hexahedral liquid column in a cubic reservoir, cylindrical liquid column, and ring-shaped liquid column in a cylindrical reservoir. Mathematical modeling is based on the volume of fluid method. The obtained results show that the lower the liquid column, the longer the liquid front reaches the opposite wall of the reservoir. The velocity maximum is observed at the flow front. The velocity of the front depends on the shape of liquid column in the initial stage. The dimensionless time of passing dimensionless distance of 3.0 in a cylindrical reservoir is equal to 2.58 and 1.76 for diverging and converging waves, respectively, while in a cubic reservoir, the time is equal to 2.09. The time dependences for position of the liquid front, liquid level, pressure value at the control point on the reservoir wall in the process of liquid column collapse are obtained. It is shown that the liquid level drop occurs faster in the case of cylindrical column collapse, and the flow flowing onto the wall is less deep and less speedy.

MORENKO Irina Veniaminovna (Candidate of Technical Sciences, Institute of Mechanics and Engineering, FRC Kazan Scientific Center, Russian Academy of Sciences). E-mail: morenko@imm.knc.ru

REFERENCES

1. Davydova E.V., Korchagova V.N. (2016) Svobodnoe programmnoe obespechenie dlya modelirovaniya zhidkosti so svobodnoy poverkhnost'yu [Open-source software for modelling of free surface flows]. *Trudy ISP RAN – Proceedings of ISP RAS*. 28(1). pp. 243–258. DOI: 10.15514/ISPRAS-2016-28(1)-14.
2. Martin J.C., Moyce W.J. (1952) An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. 244(882). pp. 312–324. DOI: 10.1098/rsta.1952.0007.
3. Lobovsky L., Botia-Vera E., Castellana F., Mas-Soler J., Souto-Iglesias A. (2014) Experimental investigation of dynamic pressure loads during dam break. *Journal of Fluids and Structures*. 48. pp. 407–434. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2014.03.009.
4. Koshizuka S., Oka Y. (1996) Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. *Nuclear Science and Engineering*. 123. pp. 421–434. DOI: 10.13182/NSE96-A24205.
5. Hu C., Sueyoshi M. (2010) Numerical simulation and experiment on dam break problem. *Journal of Marine Science and Application*. 9. pp. 109–114. DOI: 10.1007/s11804-010-9075-z.
6. Zhainakov A.Zh., Kurbanaliev A.Y. (2013) Verification of the open package OpenFOAM on dam break problems. *Thermophysics and Aeromechanics*. 20(4). pp. 451–461. DOI: 10.1134/S0869864313040082.
7. Afanas'ev K.E., Popov A.Yu. (2009) Modelirovanie protsessa razrusheniya plotiny metodom SPH [Dam breaking process modeling by SPH method]. *Vestnik NGU. Matematika, mekhanika, informatika – Journal of Mathematical Sciences*. 9(3). pp. 3–22.
8. Kocheryzhkin V.A. (2011) Modelirovanie techeniy slaboszhimayemy vyazkoy zhidkosti metodom sglazhennykh chastits [Numerical simulation of the viscous fluid flow using SPH-method]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Astronomiya – Vestnik of Saint Petersburg university. Mathematics. Mechanics. Astronomy*. 3. pp. 112–115.
9. Khrabry A.I., Smirnov E.M., Zaytsev D.K. (2013) Vliyaniye modeli turbulentnosti na rezul'taty rascheta obtekaniya prepyatstviya potokom vody posle obrusheniya damby [Influence of turbulence model on the results of simulation of dambreak flow about an obstacle]. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki – St. Petersburg Polytechnic University Journal – Physics and Mathematics*. 1(165). pp. 182–187.
10. Khrabry A.I., Zaytsev D.K., Smirnov E.M. (2016) Razrabotka i primery prilozheniya spetsializirovannogo parallel'nogo koda dlya chislennogo modelirovaniya turbulentnykh nestatsionarnykh techeniy so svobodnoy poverkhnost'yu [Development and application of a specialized parallel code for numerical simulation of unsteady turbulent free-surface flows]. *Vestnik UGATU – Scientific Journal of Ufa State Aviation Technical University*. 20(3). pp. 153–163.
11. Kleefsman K.M.T., Fekken G., Veldman A.E.P., Iwanowski B., Buchner B. (2005) A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems. *Journal of Computational Physics*. 206. pp. 363–393. DOI: 10.1016/j.jcp.2004.12.007.
12. Ozmen-Cagatay H., Kocaman S. (2011) Dam-break flow in the presence of obstacle: experiment and CFD simulation. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*. 5(4). pp. 541–552. DOI: 10.1080/19942060.2011.11015393.
13. Boshenyatov B.V., Lisin D.G. (2013) Chislennoye modelirovanie voln tipa tsunami v gidrodinamicheskom lotke [Numerical simulation of tsunami type waves in a hydrodynamic channel]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 6(26). pp. 45–55.
14. Boshenyatov B.V., Zhiltsov K.N. (2018) Issledovanie vzaimodeystviya voln tsunami s podvodnymi pregradami konechnoy tolshchiny v gidrodinamicheskom lotke [Investigation of the interaction of tsunami waves and submerged obstacles of finite thickness in a hydrodynamic wave flume]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 51. pp. 86–103. DOI: 10.17223/19988621/51/8.

15. Hirt C.W., Nichols B.D. (1981) Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*. 39(1). pp. 201–225. DOI: 10.1016/0021-9991(81)90145-5.
16. Menter F.R. (1994) Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*. 32(8). pp. 1598–1605. DOI: 10.2514/3.12149.
17. Garbaruk A.V., Strelets M.Kh., Shur M.L. (2012) *Modelirovanie turbulentnosti v raschetakh slozhnykh techeniy* [Simulation of the turbulence when computing complex flows]. St. Petersburg: Izdatel'stvo Politehnicheskogo universiteta.
18. OpenFOAM – The open source CFD toolbox. URL: <http://www.openfoam.com>

Received: September 7, 2018