

О ВЗАИМОСВЯЗИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ И ОБЪЕКТИВНОЙ РЕАЛЬНОСТИ

Статья посвящена исследованию взаимосвязи между объективной реальностью и практико-ориентированными структурами математического мышления. На основе понятия практики обосновываются онтологические критерии математического познания. Априорность математических объектов рассмотрена в русле диалектической традиции. Обосновывается применение категориального анализа для изучения онтологических оснований математики. Рассмотрена связь ключевых математических понятий с системой онтологических и модальных категорий. Показано, что в основе противостояния двух основных противополоствующих методологических концепций – реализма и конструктивизма – лежат диалектические отношения категориальных пар «единичное – общее», «субъект – объект», «сущность – явление».

Ключевые слова: математический объект; онтология математики; практика; категории.

Математика и философия тесно взаимосвязаны и играют существенную роль во взаимном развитии. Одной из центральных проблем философии науки всегда оставалась проблема онтологических оснований математики, обозначенная еще пифагорейцами и Платоном. От ответа на вопросы «что такое математический объект?» и «как он существует?» зависит не только развитие самой математики и частных наук, но и расширение возможностей рационального познания в целом. Именно эти вопросы формируют проблемное поле онтологии математики – особой философской дисциплины, нацеленной на выявление всеобщих закономерностей бытия математического объекта и математической реальности в целом. Темы развития представлений о математическом объекте, прояснения его онтологического статуса, установления возможности синтеза различных методологических принципов его познания являются основными для данного направления.

Обзор ведущих философских течений, каждое из которых отстаивает собственную точку зрения на математическую реальность и способы ее описания, показывает, что основными идейными противниками на протяжении всей истории мысли, начиная с античности, являются представители *реализма* и *конструктивизма*. К первым принято относить Платона (именно поэтому реализм иногда называют *платонизмом*, что, на наш взгляд, не совсем точно), Г. Лейбница, Г. Фреге, Б. Рассела и др. Общая позиция, провозглашаемая со времен Академии, такова: «Общее как предмет математики существует объективно, и здесь речь идет не о том, чтобы его конструировать, а о том, чтобы его открыть» [1. С. 66]. Ясность и содержательность данной мысли обеспечивает ей востребованность и в наши дни – неспроста «платонизм является неявной философией работающих математиков» [2. С. 9]. В самом деле, в математике далеко не всегда удается доказать существование объекта, опираясь на конкретный алгоритм построения. Это касается, в частности, доказательств ряда важных математических теорем (например, теоремы Кантора, теоремы о пределе монотонной ограниченной последовательности и т.д.), а также сферы применения иррациональных и комплексных чисел. Примечательно, что в случаях с неконструктивистским обоснованием существования математического объекта речь идет об указании не на какой-либо «явленный» единичный предмет (конкретное число, геометрическую фигуру и т.д.), а на предмет, явленный в своем небытии чем-то другим, т.е. такой, само существование которого вытекает из закона исключенного третьего.

Так, доказательство «от противного» теоремы о пределе монотонной ограниченной последовательности не «скрывает» его сущности (хотя и не «привязывает» ее к конкретному числу), а явление представлено не конкретной величиной, а в виде абстрактного алгебраического символа.

Центральными фигурами *конструктивного* направления в философии математики выступают Кант и представители позднего *интуиционизма* (Л. Брауэр, Г. Вейль, А. Гейтинг и др.). Корни конструктивизма также следует искать в античности. По этому поводу И.Т. Касавин отмечает: «В античной математике конфронтировали между собой в понимании математического знания, с одной стороны, школа Евдокса, а с другой стороны, Платоновская Академия... Кант занял позицию Евдокса, согласно которой в качестве доказательств существования математического объекта дается указание на принципы его конструирования или возможность его анализа как определенной конструкции» [1. С. 66]. Действительно, наиболее распространенный способ доказательства существования математического объекта заключается в его непосредственном построении. Данный способ широко применяется в алгебре, евклидовой геометрии, математическом анализе и является основополагающим в интуиционистской философии математики. Он вполне соответствует конструктивистской позиции Канта и поздних интуиционистов, которая может быть выражена следующим образом: «Математическое познание производно от некоторого интуитивного использования разума путем конструирования понятий... Это интуитивное использование разума служит тому, чтобы общее рассматривалось в особенном» [Там же. С. 67].

Другими словами, реалисты подвергают критике конструктивистов и интуиционистов за то, что те, находя «общее в особенном», редуцируют тем самым общее, которое в действительности *есть*, до единичного, которое предъявлено субъекту в его сознании. Так, например, из исследований Канта, описавшего субъект как действующее сознание, продуцирующее предметы своего знания, можно сделать довольно радикальный вывод о том, что всякий математический предмет существует постольку, поскольку он сконструирован в сознании субъекта. Интуиционисты напрямую указывают на то, что «математические предметы... существуют только в той степени, в какой они могут быть определены мышлением, и имеют только свойства, поскольку последние могут быть познаны мышлением» [3. С. 318]. Данная позиция, носящая ярко выраженный

субъективистский характер, имеет множество сторонников среди как философов, так и математиков, однако зачастую не выдерживает проверку самой математической практикой (достаточно привести пример принципиальной неконструктивной доказуемости ряда важнейших математических теорем [4]). Однако более глубокий, философский взгляд на эту проблему показывает, что разрешение противоречия между законами разума и объективного мира, лежащими в основе математической рациональности, с необходимостью предполагает переход от абстрактно-логического противопоставления субъекта и объекта к исследованию *реального* процесса их «совпадения». Так, В.Ф. Асмус пишет: «Без обращения к гносеологическому критерию практики исходное для “интуиционизма” Брауэра и Вейля понятие интуиции становится шатким. На нем могут быть основаны только субъективные построения, а не система объективного научного знания» [5. С. 285]. Ниже мы попытаемся обосновать, что именно *практика* выступает важнейшим моментом «онтологизации» основ рационального, в том числе математического мышления. С другой стороны, рассуждения, приведенные выше, показывают, что спор рассмотренных конкурирующих исследовательских традиций может быть рассмотрен в контексте диалектического противоречия, представленного соотношением таких категорий, как сущность и явление, общее и единичное и т.п. Таким образом, логика дальнейшего изложения требует выделить два основных направления последующих рассуждений. Во-первых, это установление роли практики и опыта в формировании и развитии математического знания. Во-вторых, это логико-категориальная природа математического мышления. Остановимся подробнее на данных ключевых моментах.

Практика как основание познания, имеющее одновременно и значение единичности, непосредственности, и значение всеобщности, впервые в истории философии конституируется в диалектическом материализме. Ни до, ни после этого фактически не проблематизируются «внеразумные» критерии умопостигаемости объективно общего. Так, например, в Новое время *cogito* Декарта становится основанием существования, но не находит собственного обоснования. Мысля о математическом объекте и обнаруживая тем самым факт своего существования «вместе с этим объектом», мы не сможем «отделить» себя от этого объекта и, следовательно, закрепить за ним статус объективно общего. Не была преодолена эта сложность и в немецкой классической философии. По этому поводу Н.С. Автономова отмечает: «Разум у Канта, Фихте, Шеллинга, да и отчасти у Гегеля познает лишь сам себя... существуют и оказываются действенными лишь внутриразумные критерии разумного... все эти критерии выступают как частные, если не выдвинут единый, всеобщий критерий... который был бы взят вне пределов самого разума» [6. С. 102].

Неоднородность и разноплановость философского дискурса XX в., насыщенного идеями феноменологии, экзистенциализма, релятивизма и т.п., также не позволила продвинуться далеко в этом отношении. М. Хайдеггер, критикуя абстракцию «рационального животного», пытался отыскать некие внеопытные ос-

мысленные основания существования, но получил лишь ускользающий от описания *Dasein*, для которого бытие остается вопросом. В философии Э. Гуссерля бытийной сферой, в которой совершается акт надделения смыслом, является перманентно интенционирующее сознание (переживание). В этом случае даже идеальное бытие «избавленного от эмпирической субъективности» математического объекта оказывается «бытием-объектом для некоторого чистого сознания» [7. С. 13]. Тогда возникает вопрос: как избежать очевидно бесплодной «дурной бесконечности» в фиксации этого «самого начала»? Гадамер приходит к выводу о «предопределенности мышления понятиями» [8. С. 43], но, в известной мере абсолютизируя единство мышления и языка, не дает четкого ответа на вопрос о природе предопределенности самих понятий. Выражаясь языком математики, длина такого «вектора мысли» предельно сокращается в философии неопозитивистов, фактически сводящих практику к опыту, а опыт, в свою очередь, – к верифицируемым протокольным предложениям. Другими словами, мы наблюдаем различные проекты обоснования «отрекающегося» мышления в его самодвижении от мира к человеку и его экзистенции, сознанию, языку и т.п.

Таким образом, попытки преодоления реифицированных абстракций, отчужденных от человека познающего, а потому якобы не способных к адекватному отражению действительности, приводят либо к возведению новых категориальных конструкторов (*Dasein*, *LebensWelt* и т.д.), либо к абсолютизации роли предложений искусственного языка в описании неискусственного мира. В этом отношении диалектико-материалистическая концепция, «не забывающая» от человека снова вернуться к миру, выглядит значительно более продуктивной (по крайней мере, с позиций онтологии). Вместе с тем ее серьезным недостатком является подчиненность общей парадигмальной установке к исследованию движения мышления как отражения движения материи, не совсем корректно отождествляемой с объективной реальностью. Однако, как уже говорилось выше, это должно направлять ученого на открытие новых горизонтов исследований, а не на закрытие старых.

Что касается второго важного аспекта диалектического подхода к решению задач онтологии математики, то он связан с анализом самого языка философии. При этом речь идет не о частных вопросах категориального анализа (как это бывает в случае изолированного рассмотрения отдельной категории), а о выяснении границ всеобщности философских понятий, отражающих наиболее общие и *устойчивые* связи математической реальности и познания.

Г. Фреге в свое время отметил: «Исторический способ рассмотрения, прислушивающийся к становлению вещи... во многом оправдан; но он также имеет и свои границы. Если все вещи не были бы прочными и вечными... то мир перестал бы быть познаваемым и все перепуталось... То, что называют историей понятия, является, пожалуй, историей или нашего познания понятия, или значения слов» [9. С. 11]. Безусловно, идущая от Канта трансценденталистская установка, согласно которой категории выступают одинаковыми для всех мыслящих индивидов априорными основаниями

любого научного дискурса, в некоторых отношениях может быть поставлена под сомнение. Однако практика показывает, что «любой философский “новояз”, если он носит общезначимый и обоснованный характер, всегда в конечном счете обнаруживает свой производный характер от тех или иных базовых философских категориальных структур относительно инвариантных во всех философских традициях...» [10. С. 246–247].

Важное значение в разработке данной проблемы сыграли работы В.П. Бранского, посвященные анализу всеобщего содержания категорий пространства, времени, причинности и т.д., рассматриваемых им в качестве основных атрибутов материи. Согласно Бранскому, всеобщее содержание категории есть органическое единство «относительно-всеобщего» и «абсолютно-всеобщего» содержания (см.: [11. С. 128]). При этом «относительно-всеобщее» содержание характеризует свойства атрибута материи, в своем единстве определяющие ту или иную онтологическую категорию. Так, например, пространственная определенность объекта представлена единством «положения, места и пространственного отношения», временная определенность есть единство «мгновения, длительности и временного отношения», качественная содержит «совокупность элементов и структуру», количественная «включает в себя такие моменты, как величина и число» и т.д. [Там же. С. 129–132]. Опираясь на богатый исторический материал (прежде всего историю физики), В.П. Бранский показывает, как с развитием практики может изменяться данная составляющая содержания всеобщих философских понятий. В то же время на основании обобщения практического развития отечественный философ приходит к заключению о существовании *абсолютно-всеобщего* содержания онтологических категорий: «Как бы ни была ограничена наша практика (например, в IV в. до н.э., в эпоху Аристотеля), но она всегда схватывает в окружающем нас мире и такие черты, которые имеют абсолютно-всеобщее значение. Незнание электромагнитной индукции и радиоактивности не помешало Аристотелю прийти к понятию причинности, которое в своем общем виде имеет абсолютно-всеобщее значение. Нетрудно видеть, что всякий атрибут материи как таковой имеет абсолютно-всеобщее значение, иначе он не был бы атрибутом» [Там же. С. 129]. К аналогичным выводам, но не с отсылкой к физическим явлениям, а в ключе праксеологической трактовки исходных представлений математики приходит В.Я. Перминов: «Причинность, время, необходимость, возможность – сущностные характеристики акта деятельности, отражающие стороны мира, являющиеся условием деятельности... Категории внеисторичны вследствие инвариантности структуры деятельности и единства деятельностиной ориентации субъекта» [12. С. 29].

Другой относительно самостоятельной и очень серьезной проблемой на протяжении всей истории философии является стремление к изложению целостной системы категорий. Начиная со зрелой античной классики, человеческую мысль не оставляет «неистребимая жажда строить целостные философские системы категорий» [10. С. 247]. В отечественной философии этой теме в разное время свои работы посвящали

А.П. Шептулин, К.Х. Момджян, В.П. Кохановский, Л.Г. Джахая, В.Н. Сагатовский, А.Ф. Кудряшев, П.М. Колычев, Г.Д. Левин, А.Н. Книгин и многие другие. Не останавливаясь подробно на описании конкретных подходов, отметим, что любой из них так или иначе предполагает некую «отправную точку», постановку проблемы, которую Л.Г. Джахая довольно точно определил как проблему «начала» изложения системы философских категорий и сформулировал следующим образом: «В нашем случае “начало” – это логически первая, “беспредпосылочная” категория... из которой затем можно более или менее последовательно, связно вывести всю цепочку остальных философских категорий. Анализ показывает, что во взаимосвязанной системе философских категорий ни одна категория не является беспредпосылочной, если только искусственно не объявить ее таковой» [13. С. 126].

Тем не менее большинство исследователей сходится во мнении, что такой «безусловной» категорией следует объявить категорию бытия (мира, сущего и т.п.). Однако нельзя отрицать, что «в мысленном движении понятий может быть такой логический переход, когда мы уже установили факт реального существования мира, но еще не можем дать его определения или развернутой характеристики» [Там же. С. 110]. По всей видимости, здесь мы имеем дело с наиболее примитивным уровнем функционирования категорий как форм мышления, описанным А.Н. Книгиным: «Это имеет место тогда, когда в языке индивида отсутствуют слова, обозначающие категории. Например, ребенок не знает слова “причина”, что не мешает ему спрашивать “почему?” и говорить “потому что”. Это значит, что категория причины объективно налична как структурный элемент сознания, но субъективно ребенок ее не фиксирует» [14. С. 25]. В нашем случае индивид, сознание которого включает *концепт* мира как бытия, как «того, что есть», фиксирует в качестве отправной точки «существования вообще» неопределенное *нечто*. Далее путем восхождения от абстрактного к конкретному мы получаем то, что Г.Д. Левин, развивая идею А. Черча, назвал «объектом»: «Я предлагаю все, что может быть названо, именовать объектами... Самым общим термином, применимым к любому нечему, пусть остается «объект» [15. С. 63–64]. Таким образом, мы уже в самом начале построения искомой системы можем присвоить «объекту» (параллельно с категориальной парой «бытие – небытие») статус «беспредпосылочной» категории, имея ввиду критерий логического вывода, а не первичности уровня познания.

Подобный выбор «точки отсчета» весьма характерен именно для онтологии математики. В работах, посвященных данной проблематике, чаще других упоминается не «математическая реальность», «математическое бытие» и т.п., а именно «математический объект». И дело здесь не столько во влиянии «платонической» традиции (позиции которой в последнее время заметно пошатнулись) или в исследовательской интуиции, прошедшей через столетия истории философии математики, сколько в постановке вопроса о существовании математического объекта. На наш взгляд, всякое рассуждение о статусе математического объекта следует в первую очередь начинать не с выяснения того, *в каче-*

стве чего он существует, а с обоснования того, *существует ли* он вообще. Уже далее с помощью серии релевантных (с точки зрения практики) логических переходов, в основе которых лежит конкретизация категориальных смыслов, мы можем осуществить так называемую «развертку», проблематизируя переход от наличного бытия объекта к его «атрибутивной» модели.

Так, осмысление существования математического объекта невозможно без обращения к категориям сущности и явления, поскольку, как справедливо отметил Г.Д. Левин, «сущность — сторона объекта, которая определяет все другие его стороны, называемые явлениями» [15. С. 215]. В ходе математического доказательства существования субъект часто стремится получить некоторый результат (явление), опираясь на имплицитно содержащуюся в объекте определенность (сущность). Например, получая число «три» в качестве значения предела последовательности, мы имеем дело с *явлением*. Сущность же предела как математического объекта в этом случае будет связана с другой величиной — номером, начиная с которого все члены последовательности попадают, согласно определению, в так называемую «эпсилон-окрестность» тройки. Возможна и обратная ситуация: имея «на руках» какой-либо объект, например единичный отрезок, субъект пытается установить его природу. Так, теорема Кантора показывает, что *сущностью* несчетного множества является принципиальная «ненумеруемость» сосуществующих в единстве элементов, в то время как *явлением*, т.е. некоей целостностью, воплощающей единство многого, может выступать, например, упомянутый отрезок, числовая прямая и т.д.

Примечательно, что при этом не просто явленность и сущность объекта открываются нам с помощью соответствующих категорий — сама реальность посредством практики оказывается доступной познающему субъекту. В отличие от привычных форм практики, таких как «труд», «революция» или «эксперимент», философия математики оперирует понятием *счета*. В примере с пределом математической последовательности именно «счет до попадания в окрестность» делает онтологически возможным само определение предела, несмотря на то что для получения конкретной величины «три» применяются совсем другие, чисто логические операции более высокого уровня. Случай с континуумом немного сложнее, но также онтологически возможен только благодаря апелляции к счету, а точнее — к демонстрации невозможности счета и закону исключенного третьего (теорема Кантора доказывается «косвенно», через противоречие).

Смысл счета, в свою очередь, невозможно полностью раскрыть без категорий отношения, свойства, бесконечности, дискретности и т.п., «отвечающих» за однородность элементов математического множества, вид функциональной зависимости между ними, критерии существования и многое другое. Продолжая в том же духе, можно последовательно формировать все новые и новые «ячейки» категориальной сети, которую Гегель в свое время назвал «алмазной». Тем не менее уже на примере небольшого фрагмента такой «развернутой» цепи можно показать, как тесно взаимосвязаны категории сущности, явления, отношения, свойст-

ва, качества, количества, меры, единичного, множественного, дискретного, бесконечного и т.п. обогащают и конституируют многомерный смысл бытия математического объекта.

Заметим, что помимо рассмотренных категорий в формировании математического дискурса заметную роль играют аподиктические, проблематические и ассерторические модальности. Первые фиксируют модус необходимости всех доказанных математических утверждений, вторые участвуют в формировании математических высказываний о мире возможного, т.е. напрямую связаны с предметом теории вероятностей и математической статистики. Ассерторические модальности «действительного» призваны закрепить онтологический статус математического объекта «как он есть», что, в свою очередь, связано с довольно специфическими проблемами аксиоматизации и выведения доказательств. Следует отметить, что проблема модальностей в математике (в особенности ее онтологический аспект) остается одной из наименее изученных современной философией математики. Некоторые интересные результаты можно обнаружить в работах специалистов, проводящих исследования в смежных областях — модальной логике, логике существования и т.п. В их задачу входит изучение механизма отражения объективной реальности формализованными языками и, в частности, разработка особых семантических структур для модальной логики (так называемая проблема семантики «возможных миров»). Так, например, в работах С. Крипке, посвященных вопросам идентификации объектов «возможного мира», можно встретить рассуждения об особом онтологическом статусе объектов математики. Американский философ и логик показывает, что именно эти и никакие другие (в том числе материальные) объекты даны в рамках «возможного мира» [16]. Среди отечественных ученых данную тематику в ряде своих работ затрагивают В.В. Целищев [17], А.Ф. Кудряшев [18] и др. В силу исключительной сложности данные вопросы даны нами лишь в порядке их постановки и должны явиться стимулом для дальнейших исследований в этом направлении.

Мы твердо убеждены в том, что противостояние любых противоборствующих методологических философско-математических концепций не может быть проанализировано без обращения к системам парных онтологических и модальных категорий («единичное — общее», «субъект — объект», «сущность — явление», «конечное — бесконечное», «возможное — невозможное» и т.п.). В отличие от естествознания, противоречия в математике обнаруживаются как диалектические противоречия между *понятиями*, их далеко не всегда можно свести к отношениям между объектами вещной реальности. Это свидетельствует о необходимости «возвращения» в философию математики диалектического метода, незаслуженно лишенного внимания на волне резкой критики марксизма-ленинизма. При этом важно заметить, что речь в общем случае идет не о диалектическом *материализме*, а о *диалектике* в целом как о мощной проверенной методологии рационального познания.

К наиболее поздним работам, посвященным реализации диалектического подхода в философско-матема-

тических исследованиях, в основном относятся исследования, проводимые отечественными и зарубежными учеными второй половины прошлого столетия. Так, А.Г. Барабашев, рассматривая отечественную традицию фундаменталистской философии математики, среди основных направлений выделяет те, которые реализуются в рамках «диалектической интерпретации теоретико-множественных парадоксов, исследований о соотношении формальной и диалектической логики, диалектики взаимосвязи математики и объективной реальности» [19. С. 80]. И.Н. Бурова с успехом реализует диалектический подход в анализе конечного, бесконечного и парадоксов теории множеств [20, 21]. С установками диалектического материализма во многом совпадают идеи основателя математического натурализма Ф. Китчера [22]. Известный французский философ науки Н. Мулуд, пристальное внимание уделивший вопросам структуралистской методологии, вскрывает диалектические противоречия «опытного» и «формального» аспектов математического метода [23]. Среди самых современных разработок, относящихся к первому десятилетию XXI в., наиболее продуктивной нам представляется концепция «праксеологического априоризма» В.Я. Перминова. Разводя понятия «опыт» и «практика», философ на примере арифметики и евклидовой геометрии убедительно (в отличие от традиционного априоризма) показывает доопытность математического мышления в его реальной связи с первичными структурами действительности, определяющими возможность самой практики. Он отмечает: «Особенность математики состоит в том, что, являясь развитой и постоянно развивающейся наукой, она в своих осно-

ваниях покоится на абсолютных представлениях, отражающих универсальные требования к объектам реальности с точки зрения человеческой деятельности» [12. С. 44]. На наш взгляд, данный подход не только претендует на разрешение многолетних противоречий между платонизмом и натурализмом, фундаментализмом и нефундаментализмом и т.п., но и обосновывает применение диалектического метода в поиске реальных путей развития математического знания, избегая обращения к крайностям той или иной версии «метафизического» монизма.

Подводя итоги, отметим, что современная философия математики все больше ориентируется на создание новых когнитивных практик, не отрицающих классические парадигмы, но выходящих за их рамки. При этом одной из немногих развивающихся традиций, позволяющих охватить единство смыслопорождающих сфер объективной реальности и практико-ориентированных структур сознания, остается диалектика. Некоторые результаты, отраженные в настоящей работе, показывают, что диалектика выступает не только исторически проверенным методом постижения бытия математического объекта в его развитии, но и основой анализа системы внеисторических инвариантных оснований математики, имеющих категориальную репрезентацию. Перспективным направлением исследования диалектической взаимосвязи математического знания и объективной реальности выступает деятельностный подход, в его неметафизическом варианте снимающий противоречия между крайностями априоризма и платонизма, с одной стороны, и логицизма, интуиционизма и формализма – с другой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Касавин И.Т. Конструктивизм как идея и направление // Конструктивизм в теории познания. М. : ИФРАН, 2008. С. 63–72.
2. Целищев В.В. Онтология математики: объекты и структуры. Новосибирск : Нонпарель, 2003. 240 с.
3. Ружа И. Основания математики / пер. М.М. Беловой, В.И. Костенко. Киев : Вища школа, 1981. 350 с.
4. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? / под ред. А.Н. Колмогорова. М. : МЦНМО, 2004. 568 с.
5. Асмус В.Ф. Проблема интуиции в философии и математике (Очерк истории: XVII – начало XX в.). М. : Мысль, 1965. 312 с.
6. Автономова Н.С. Рассудок, разум, рациональность. М. : Наука, 1988. 287 с.
7. Гуссерль Э. Начало геометрии. Введение Жака Деррида / пер. и послесл. М. Маяцкого. М. : Ad Marginem, 1996. 267 с.
8. Гадамер Х.-Г. Истина и метод: основы философской герменевтики / пер. М.А. Журиной, С.Н. Земляной, А.А. Рыбаков, И.Н. Бурова; под ред. Б.Н. Бессонова. М. : Прогресс, 1988. 704 с.
9. Фреге Г. Основовложения арифметики / пер. В.А. Суровцева. Томск : Водолей, 2000. 64 с.
10. Миронов В.В., Иванов А.В. Онтология и теория познания. М. : Гардарики, 2005. 447 с.
11. Бранский В.П. Философское значение «проблемы наглядности» в современной физике. Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1962. 191 с.
12. Перминов В.Я. Априорность и реальность исходных представлений математики // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 7. Философия. 2010. № 4. С. 24–44.
13. Джахья Л.Г. К вопросу о методах изложения (способах развертывания) системы философских категорий // Философия и общество. 2003. № 2 (31). С. 107–128.
14. Книгин А.Н. Учение о категориях. Томск : Изд-во ТГУ, 2002. 193 с.
15. Левин Г.Д. Философские категории в современном дискурсе. М. : Логос, 2007. 224 с.
16. Kripke S. Naming and Necessity. Cambridge : Harvard University Press, 1980. 172 p.
17. Целищев В.В. Семантика для пропозициональных установок и «твердые десигнаторы» // Логика и онтология. М. : Наука, 1978. С. 94–128.
18. Кудряшев А.Ф. Модальные онтологии в математике // Стили в математике. М. : РХГИ, 1999. С. 130–138.
19. Барабашев А.Г. Будущее математики: методологические аспекты прогнозирования. М. : Изд-во Моск. ун-та, 1991. 160 с.
20. Бурова И.Н. Парадоксы теории множеств и диалектика. М. : Наука, 1976. 176 с.
21. Бурова И.Н. Развитие проблемы бесконечности в истории науки. М. : Наука, 1987. 134 с.
22. Kitcher Ph. The nature of mathematical knowledge. New York ; Oxford : Oxford University Press, 1984. 287 p.
23. Мулуд Н. Современный структурализм. М. : Прогресс, 1973. 375 с.

Статья представлена научной редакцией «Философия» 9 декабря 2011 г.