Т. 63, № 1 ФИЗИКА 2020

УДК 004.942+519.6 DOI: 10.17223/00213411/63/1/94

А.В. ПАВЕЛЬЧУК. А.Г. МАСЛОВСКАЯ

ПОДХОД К ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ДИФФУЗИОННО-ДРЕЙФОВОЙ МОДЕЛИ ПОЛЕВЫХ ЭФФЕКТОВ, ИНДУЦИРОВАННЫХ ДВИЖУЩИМСЯ ИСТОЧНИКОМ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА *

Представлен подход к численной реализации диффузионно-дрейфовой модели в приложении к задаче оценки полевых эффектов, индуцируемых в объекте сосредоточенным движущимся источником. Математическая модель формализована с помощью начально-граничной задачи для многомерного эволюционного уравнения типа «конвекция – реакция – диффузия». Вычислительный алгоритм построен на основе модификации схемы «предиктор – корректор» для решения диффузионной задачи и аппроксимации дрейфовой компоненты согласно схеме Робертса – Вейсса. Проведена программная реализация математической модели в ППП Matlab. Представлены результаты вычислительных экспериментов при варьировании значений управляющих параметров модели.

Ключевые слова: диффузионно-дрейфовая модель, движущийся источник, процесс «конвекция – реакция – диффузия», уравнение с частными производными параболического типа, схема «предиктор – корректор», схема Робертса – Вейсса.

Введение

В настоящее время в числе объектов математического моделирования важное место занимают системы, в которых протекают процессы диффузионной природы [1, 2]. Уравнения типа «конвекция – реакция – диффузия» (или «адвекция – реакция – диффузия») используют для описания широкого класса явлений в самых различных предметных областях: в задачах экологического прогнозирования – при моделировании распространения загрязняющих веществ [3]; в медицине – для описания гемодинамики в крупных кровеносных сосудах [4]; в экономике – для моделирования поведения цен в европейских и азиатских опционах (уравнение Блэка – Шоулза) [5]; в физике – для квантово-механических расчетов функций плотности вероятности частиц (в постановке уравнений Фоккера – Планка и Колмогорова) [6] и для моделирования тепломассопереноса и транспортных механизмов (диффузии и дрейфа) заряженных частиц, например электронов в диэлектрических материалах [7, 8].

Математическая формализация моделей конвективно-реакционно-диффузионных процессов приводит к начально-граничным задачам для уравнений с частными производными параболического типа при реализации нестационарных режимов в моделируемых системах или к граничным задачам для уравнений эллиптического типа в стационарных режимах [7, 8]. Сложность математических постановок (формализации дифференциальной задачи и задания граничных условий) обуславливает востребованность развития численных методов решения данного класса задач. Одними из широко распространенных методов решения многомерных эволюционных задач математической физики являются конечно-разностные методы расщепления [7]. Методы этой группы при решении задач с несложной геометрией расчетных областей не уступают по точности методу конечных элементов, при использовании в последнем случае линейных базисных функций. При этом конечно-разностные методы легче программируются и дают выигрыш в плане времени машинных вычислений при решении ресурсоемких задач, в частности при решении задач с запаздыванием [9].

Специфика конечно-разностного решения конвективно-диффузионных задач заключается в построении монотонных вычислительных схем с требуемым порядком аппроксимации дифференциального уравнения и граничных условий. Присутствие дрейфового (конвективного) слагаемого накладывает определенные ограничения на устойчивость и монотонность рассматриваемых задач. Для получения численного решения конвективно-реакционно-диффузионного уравнения с порядком точности выше первого необходимо либо использовать ограниченную по монотонности схему с аппроксимацией производной центральными разностями, либо применять специальные схемы

_

^{*} Работа выполнена в рамках госзадания № 1.13421.2019/13.2.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала «Известия высших учебных заведений. Физика» осуществляется на платформе Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU на платной основе:

https://www.elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725