УДК 530.12, 531.551

DOI: 10.17223/00213411/63/3/51

Е.К. ОСЕТРИН, К.Е. ОСЕТРИН, А.Е. ФИЛИППОВ

ПРОСТРАНСТВЕННО-ОДНОРОДНЫЕ КОНФОРМНО-ШТЕККЕЛЕВЫ ПРОСТРАНСТВА ТИПА (3.1) *

Получены все пространственно-однородные модели пространства-времени, относящиеся к пересечению множества штеккелевых пространств типа (2.1) и множества конформно-штеккелевых пространств типа (3.1). Данные модели допускают полное разделение переменных как в уравнении Гамильтона – Якоби для массивных пробных частиц, так и в уравнении эйконала для излучения. Полученные в работе модели относятся к волноподобным моделям пространства-времени. Для найденных моделей получены решения уравнений Эйнштейна с космологической постоянной и излучением. Для полученных решений проинтегрированы уравнение эйконала и уравнения движения массивных пробных частиц в форме Гамильтона – Якоби.

Ключевые слова: теория гравитации, точные решения, группа движений, однородные пространства, гравитационные волны, классификация Петрова, классификация Бианки.

Уравнение Гамильтона – Якоби движения пробной частицы массы m в гравитационном поле имеет вид

$$g^{ij} \frac{\partial S}{\partial x^i} \frac{\partial S}{\partial x^j} = m^2, \quad i, j = 0, \dots, 3, \quad (1)$$

где $S = S(x^i)$ – функция действия пробной частицы; g^{ij} – метрика пространства-времени.

Чтобы не возникло путаницы, отметим, что мы далее будем использовать кроме прописной (заглавной) буквы S для обозначения функции действия пробной частицы также и строчную букву s для обозначения интервала пространства-времени.

Пространства, допускающие полное разделение переменных в уравнении Гамильтона – Якоби для пробных частиц (1), называют штеккелевыми пространствами (ШП) в честь Пауля Штеккеля (Paul Stäckel, см. [1]).

Уравнение эйконала для излучения в гравитационном поле имеет вид

$$\tilde{g}^{ij} \frac{\partial \Psi}{\partial x^i} \frac{\partial \Psi}{\partial x^j} = 0, \quad (2)$$

где $\Psi = \Psi(x^i)$ – функция эйконала; $\tilde{g}^{ij}$ – метрика пространства-времени.

Пространства, допускающие полное разделение переменных в уравнении эйконала (2) называют конформно-штеккелевыми пространствами.

Рассмотрим штеккелевы пространства типа (2.1). Согласно общей теории штеккелевых пространств, разработанной В.Н. Шаповаловым [2], в данных пространствах возможно существование привилегированной системы координат (СК), относительно которой уравнение эйконала и уравнение Гамильтона – Якоби для пробной частицы допускают интегрирование методом полного разделения переменных. ШП, как известно, определяются так называемым «полным набором» полей Киллинга, состоящим из векторов Киллинга и тензоров Киллинга второго ранга [3]. Штеккелевы пространства типа (2.1) имеют два коммутирующих вектора Киллинга в полном наборе, поэтому в привилегированной СК (возможно разделение переменных) метрика ШП типа (2.1) может быть записана так, что зависит только от двух переменных – x^0 и x^1 :

$$g^{ij} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_1(x^1) & 1 \\ 0 & f_1(x^1) & A(x^0, x^1) & b_0(x^0) \\ 0 & 1 & b_0(x^0) & c_0(x^0) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ по научному проекту № 18-31-00040.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>