ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 284 Декабрь 2004

ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 518.872

В.А. Вавилов

ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕНИ СТАБИЛЬНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ НЕУСТОЙЧИВЫХ СЕТЕЙ МНОЖЕСТВЕННОГО ДОСТУПА В СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ

Проводится глобальная аппроксимация процесса изменения числа заявок в источнике повторных вызовов в математических моделях неустойчивых сетей множественного доступа с оповещением о конфликте, функционирование которых рассматривается с учетом влияния случайной среды. Исследуется среднее время стабильного функционирования таких неустойчивых сетей связи.

В настоящее время бурное развитие информационных технологий и их внедрение в экономическую и производственную деятельность расширяют сферу применения средств передачи информации. Следствием этого является необходимость усовершенствования существующих концепций и средств построения сетей передачи данных, а также внедрение инновационных технологий. Важнейшими требованиями к сетям связи в настоящее время являются высокая скорость и надежность передачи различного типа информации. В связи с этим создается новое аппаратное обеспечение, призванное расширить пропускную способность физических каналов связи; разрабатываются сетевые протоколы, целью которых является повышение производительности сетей.

Несмотря на предпринимаемые усилия, полного решения вышеизложенных проблем еще не существует. Именно поэтому ведется исследование математических моделей передачи информации. В качестве инструмента математического моделирования используют аппарат теории массового обслуживания, с помощью которого строятся аналитические модели сетей передачи данных. Такого рода исследования служат для оценки параметров функционирования существующих сетей связи и позволяют выработать принципы разработки новых, реализующих более эффективный процесс передачи данных. Таким образом, исследование математических моделей сетей связи на сегодняшний день является весьма актуальным.

Представленные в данной работе исследования касаются сетей связи, управляемых протоколами случайного множественного доступа.

Одной из важнейших характеристик неустойчивых сетей, управляемых протоколами случайного множественного доступа является среднее время стабильного функционирования. В данной работе рассмотрим математическую модель сети случайного множественного доступа с оповещением о конфликте в марковской среде и исследуем время стабильного функционирования.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В статье В.А. Вавилова «Исследование асимптотически средних характеристик и величин отклонения в неустойчивых сетях множественного доступа в случайной среде», представленной в данном выпуске «Вестника ТГУ» рассмотрена математическая модель неустойчивой сети случайного доступа с оповещением о конфликте в виде системы массового обслуживания (СМО), на вход которой поступает простейший с параметром λ поток заявок. Прибор этой СМО может находиться в одном из трех состояний: $k = 0$, если он свободен; $k = 1$, когда он занят обслуживанием заявки; $k = 2$, когда на приборе реализуется этап оповещения о конфликте. Заявка, заставшая в момент поступления прибор свободным, начинает немедленно обслуживаться. Если за это время другие требования не поступили, то исходная заявка по завершению обслуживания покидает систему. Если во время обслуживания одной заявки поступает другая, то они вступают в конфликт. С этого момента начинается этап оповещения о конфликте. Заявки, попавшие в конфликт, а также поступившие на этапе оповещения о конфликте, переходят в источник повторных вызовов (ИПВ). Повторное обращение заявок к прибору из ИПВ происходит после случайной задержки, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром γ. Число заявок в ИПВ обозначим i. Длины интервалов оповещения о конфликте также имеют экспоненциальное распределение с параметром $1/a$, где a – средняя продолжительность этих интервалов.

В качестве математической модели случайной среды рассмотрена однородная цепь Маркова $s(t)$ с конечным множеством состояний $s = 1, 2, \ldots, S$ и непрерывным временем, инфинитезимальные характеристики которой обозначены $q_{s_1 s_2}$. Здесь при $s_1 \neq s_2$

$$q_{s_1 s_2} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(s(t+\Delta t) = s_2 | s(t) = s_1)}{\Delta t},$$

а при $s_1 = s_2 = s$

$$q_{ss} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(s(t+\Delta t) = s | s(t) = s) - 1}{\Delta t}.$$

Влияние случайной среды на функционирование сети связи определено зависимостью интенсивности μ обслуживания заявок от состояний $s(t) = s$ случайной среды, т.е. $\mu = \mu(s)$, где s текущее состояние случайной среды, тогда вероятность окончания обслуживания заявки на приборе за бесконечно малый промежуток времени Δt равна $\mu(s)\Delta t + o(\Delta t)$.

В силу свойств приведенной математической модели, трехмерный случайный процесс [2] $\{k(t), i(t), s(t)\}$ изменения во времени состояний (k, i) математической модели сети связи и состояний s математической модели случайной среды, является цепью Маркова с непрерывным временем. Обозначено $P(k(t) = k, i(t) = i, s(t) = s) = P_k(i, s, t)$.

Показано, что распределение $P_k(i, s, t)$ удовлетворяет следующей системе дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\frac{\partial P_0(i,s,t)}{\partial t} + (\lambda + i\gamma) P_0(i,s,t) = \mu(s) P_1(i,s,t) + \frac{1}{a} P_2(i,s,t) + \sum_{s_1=1}^{S} P_0(i,s_1,t) q_{s_1 s},$$

$$\frac{\partial P_1(i,s,t)}{\partial t} + (\lambda + i\gamma + \mu(s)) P_1(i,s,t) = \lambda P_0(i,s,t) +$$

$$+(i+1)\gamma P_0(i+1,s,t)+\sum_{s_1=1}^{S}P_1(i,s_1,t)q_{s_1 s},$$

$$\frac{\partial P_2(i,s,t)}{\partial t}+\left(\lambda+\frac{1}{a}\right)P_2(i,s,t)=\lambda P_2(i-1,s,t)+$$

$$+\lambda P_1(i-2,s,t)+(i-1)\gamma P_1(i-1,s,t)+\sum_{s_1=1}^{S}P_2(i,s_1,t)q_{s_1 s}.$$

Исследование проведено модифицированным для нестационарных распределений методом асимптотического анализа [1]. Найдено распределение вероятностей состояний k = 0, 1, 2 канала в виде

$$R_0=\frac{\lambda+x+\nu(x)}{a(\lambda+x)^2+2(\lambda+x)+\nu(x)},$$

$$R_1=\frac{\lambda+x}{a(\lambda+x)^2+2(\lambda+x)+\nu(x)},$$

$$R_2=\frac{a(\lambda+x)^2}{a(\lambda+x)^2+2(\lambda+x)+\nu(x)}, \quad (1)$$

где a и λ заданы; $x = x(\tau)$ – детерминированная функция, которая определяется дифференциальным уравнением

$$x'(\tau)=\lambda-\frac{(\lambda+x)\nu(x)}{a(\lambda+x)^2+2(\lambda+x)+\nu(x)}, \quad (2)$$

в котором $\nu(x)$ определяется равенством

$$\nu(x)=\frac{1}{R_1}\sum_{s=1}^{S}\mu(s)R_1(s), \quad (3)$$

где $R_1(s) = P(k(t) = 1, s(t) = s)$ и $R_1 = P(k(t) = 1) = \sum_{s=1}^{S}R_1(s)$.

Процесс $x(\tau)$ имеет смысл асимптотического среднего нормированного числа заявок в источнике повторных вызовов.

Показано также, что асимптотически при $\gamma \to 0$ случайный процесс $y(\tau)$, характеризующий изменение величин отклонения числа заявок в ИПВ от их асимптотического среднего, определяется стохастическим дифференциальным уравнением вида

$$dy(\tau)=A(x)y(\tau)d\tau+B(x)dw(\tau), \quad (4)$$

где

$$A(x)=R_1-R_0-x(\tau)R_0'+\lambda R_2'+(2\lambda+x(\tau))R_1', \quad (5)$$

$B(x)$ определяется равенством

$$B^2(x)=x(\tau)R_0+\lambda R_2+(4\lambda+x(\tau))R_1+2[x(\tau)h_0^{(1)}-$$
$$-\lambda h_2^{(1)}-(2\lambda+x(\tau))h_1^{(1)}+x'(\tau)(h_0^{(1)}+h_1^{(1)}+h_2^{(1)})], \quad (6)$$

в котором

$$h_0^{(1)}=\sum_{s=1}^{S}h_0^{(1)}(s),\ \ h_1^{(1)}=\sum_{s=1}^{S}h_1^{(1)}(s),\ \ h_2^{(1)}=\sum_{s=1}^{S}h_2^{(1)}(s),$$

а $h_k^{(1)}(s)$ являются решением системы

$$-(\lambda+x(\tau))h_0^{(1)}(s)+\mu(s)h_1^{(1)}(s)+\frac{1}{a}h_2^{(1)}(s)+$$
$$+\sum_{s_1=1}^{S}h_0^{(1)}(s)q_{s_1 s}=-x'(\tau)R_0(s),$$

$$-(\lambda+x(\tau)+\mu(s))h_1^{(1)}(s)+(\lambda+x(\tau))h_0^{(1)}(s)+$$
$$+\sum_{s_1=1}^{S}h_1^{(1)}(s)q_{s_1 s}=-[x'(\tau)R_1(s)+x(\tau)R_0(s)],$$

$$-\frac{1}{a}h_2^{(1)}(s)+(\lambda+x(\tau))h_1^{(1)}(s)+\sum_{s_1=1}^{S}h_2^{(1)}(s)q_{s_1 s}=$$

$$=(\lambda-x'(\tau))R_2(s)+(2\lambda+x(\tau))R_1(s). \quad (7)$$

Найдено решение уравнения (4) в виде

$$y(\tau)=\varepsilon e^{\int_0^\tau A(x(s))ds}\int_0^\tau B(x(u))e^{-\int_0^u A(x(s))ds}dw(u), \quad (8)$$

где $A(x)$ определяется равенством (5), $B(x)$ – равенством (6), а $x(\tau)$– дифференциальным уравнением (2).

Исследуем время стабильного функционирования для данной математической модели неустойчивых сетей множественного доступа, функционирующих в случайной среде.

ГЛОБАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ ЧИСЛА ЗАЯВОК В ИСТОЧНИКЕ ПОВТОРНЫХ ВЫЗОВОВ

Обозначим $\gamma = \varepsilon^2$, $\varepsilon^2 t = \tau$ и рассмотрим для достаточно малых значений параметра ε случайный процесс

$$z(\tau)=x(\tau)+\varepsilon y(\tau),\ \ z=\varepsilon^2 i(\tau/\varepsilon^2). \quad (9)$$

Теорема 1. С точностью до $o(\varepsilon)$ случайный процесс $z(\tau)$ является решением стохастического уравнения [4]

$$dz(\tau)=A^*(z)d(\tau)+\varepsilon B^*(z)dw(\tau), \quad (10)$$

где

$$A^*(z(\tau))=-z(\tau)R_0+\lambda R_2+(2\lambda+z(\tau))R_1, \quad (11)$$

$$B^{*2}(z(\tau))=z(\tau)R_0+\lambda R_2+(4\lambda+z(\tau))R_1+$$
$$+2[z(\tau)h_0^{(1)}-\lambda h_2^{(1)}-(2\lambda+z(\tau))h_1^{(1)}+(-z(\tau)R_0+$$
$$+\lambda R_2+(2\lambda+x(\tau))R_1)(h_0^{(1)}+h_1^{(1)}+h_2^{(1)})], \quad (12)$$

в котором $h_k^{(1)}=\sum_{s=1}^{S}h_k^{(1)}(s)$ и $h_k^{(1)}(s)$ определяются системой (7), т.е. $z(\tau)$ является однородным диффузионным процессом с коэффициентом переноса $A^*(z)$ и коэффициентом диффузии $\varepsilon^2 B^{*2}(z)$.

Доказательство. Дифференцируя (9), получим

$$dz(\tau)=x'(\tau)d\tau+\varepsilon dy. \quad (13)$$

В силу (2) и (4) правую часть (13) перепишем в виде

$$x'(\tau)d\tau+\varepsilon dy(\tau)=[-x(\tau)R_0+\lambda R_2+(2\lambda+$$
$$+x(\tau))R_1]d\tau+\varepsilon[R_1-R_0-x(\tau)R_0'+\lambda R_2'+(2\lambda+$$
$$+x(\tau))R_1']yd\tau+\varepsilon B^*(x)dw(\tau)=[-x(\tau)R_0+\lambda R_2+$$
$$+(2\lambda+x(\tau))R_1+\varepsilon y(-x(\tau)R_0+\lambda R_2+(2\lambda+$$
$$+x(\tau))R_1)_x']d\tau+\varepsilon B^*(x)dw(\tau)=[-(x(\tau)+\varepsilon y)R_0+$$
$$+\lambda R_2+(2\lambda+x(\tau)+\varepsilon y)R_1]d\tau+\varepsilon B^*(x)dw(\tau)=$$
$$=[-zR_0+\lambda R_2+(2\lambda+z)R_1]d\tau+\varepsilon B^*(z-\varepsilon y)dw(\tau)=$$
$$=A^*(z)d\tau+\varepsilon B^*(z)dw(\tau)+o(\varepsilon).$$

Таким образом, $z(\tau)$ является однородным диффузионным процессом с коэффициентом переноса $A^*(z)$ и коэффициентом диффузии $\varepsilon^2 B^{*2}(z)$ и определяется с точностью до $o(\varepsilon)$ стохастическим дифференциальным уравнением вида (9). Теорема доказана.

Для достаточно малых значений параметра ε случайный процесс $\varepsilon^2 i(\tau/\varepsilon^2)$ можно аппроксимировать однородным диффузионным процессом $z(\tau)$, удовлетворяющим стохастическому дифференциальному уравнению (9).

Следствие. Плотность распределения вероятностей значений процесса $z(\tau)$ имеет вид

$$F(z)=\frac{C}{B^2(z)}\exp\left(\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z\frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right), \quad (14)$$

где

$$C=\left[\int_0^z \frac{1}{B^{*2}(v)}\exp\left(\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^v \frac{A^*(u)}{B^{*2}(u)}du\right)dv\right]^{-1}; \quad (15)$$

$A^*(z)$ определяется равенством (11), $B^{*2}(z)$ – равенством (12).

Доказательство. Обозначим через $F(z,\tau)$ плотность распределения вероятностей значений процесса $z(\tau)$, тогда можно записать уравнение Фоккера–Планка для плотности этого процесса:

$$\frac{\partial F(z,\tau)}{\partial\tau}=-\frac{\partial}{\partial z}\left\{A^*(z)F(z,\tau)\right\}+\frac{\varepsilon^2}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left\{B^{*2}(z)F(z,\tau)\right\},$$

где $A^*(z)$ определяется равенством (11), $B^{*2}(z)$ определяется равенством (12). Рассмотрим как бы стационарный процесс $z(\tau)$, т.е. $F(z,\tau)\equiv F(z)$, тогда стабильное распределение можно найти из уравнения Фоккера–Планка:

$$0=-\frac{\partial}{\partial z}\left\{A^*(z)F(z)\right\}+\frac{\varepsilon^2}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left\{B^{*2}(z)F(z)\right\}$$

или

$$\frac{\partial}{\partial z}\left\{A^*(z)F(z)\right\}=\frac{\varepsilon^2}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left\{B^{*2}(z)F(z)\right\}.$$

Обозначим

$$B^{*2}(z)F(z)=G(z), \quad (16)$$

тогда

$$\frac{\partial G(z)}{\partial z}=\frac{2}{\varepsilon^2}\frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}G(z),$$

$$\int_0^z \frac{dG(v)}{G(v)}dv=\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv+C_1,$$

$$\ln|G(z)|=\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv+\ln|C|,$$

$$G(z)=C\exp\left\{\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv\right\}.$$

Учитывая (57), перепишем последнее равенство в виде

$$F(z)=\frac{C}{B^2(z)}\exp\left\{\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv\right\}. \quad (17)$$

Для $F(z)$ должно выполняться условие нормировки

$$\int_0^z F(v)dv=1. \quad (18)$$

Принимая во внимание (18), можно найти константу C в (17):

$$C=1\Big/\int_0^z \frac{1}{B^{*2}(v)}\exp\left(\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^v \frac{A^*(u)}{B^{*2}(u)}du\right)dv. \quad (19)$$

С учетом (19) равенство (17) полностью совпадает с (14). Следствие доказано.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕНИ СТАБИЛЬНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Наибольший интерес относительно дифференциального уравнения (2) представляют его точки покоя [3]. В рамках данной математической модели сети связи устойчивые точки покоя уравнения (2) назовем точками стабилизации неустойчивой сети множественного доступа. В окрестности точек стабилизации достаточно долго может оставаться процесс изменения состояний сети, что весьма важно для неустойчивых сетей связи. Для сетей, функционирующих в случайной среде уравнение (2) может иметь несколько точек покоя, в том числе и устойчивых.

Временем стабильного функционирования сети случайного доступа в окрестности точки стабилизации назовем интервал времени $T(\tau)$, в течение которого процесс $z(\tau)$ находится в окрестности этой точки стабилизации. Исследуем условное среднее значение интервала времени $T(\tau)$.

Теорема 2. Условное среднее значение интервала времени $T(\tau)$ при условии, что в начальный момент τ $z(\tau)=z$ имеет вид

$$E(z)=-\int_{z_1}^{z_2}\int_0^g \exp\left\{\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^u \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv\right\}du\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^g \frac{A^*(u)}{B^{*2}(u)}du\right\}, \quad (20)$$

где $A^*(z)$ определяется (11), $B^{*2}(z)$ определяется (12).

Доказательство. Обозначим условное среднее значение интервала времени $T(\tau)$ при условии, что в начальный момент τ $z(\tau)=z$, $E(z)=M\{T(\tau)\mid z(\tau)=z\}$.

Перепишем последнее равенство в виде

$$E(z)=M_{\Delta Z}\left\{M\{T(\tau)\mid z(\tau+\Delta\tau)=z+\Delta z\}\right\}$$

или

$$E(z)=M_{\Delta Z}\left\{M\{\Delta\tau+T(\tau+\Delta\tau)\mid z(\tau+\Delta\tau)=z+\Delta z\}\right\},$$

$$E(z)=M_{\Delta Z}\left\{\Delta\tau+M\{T(\tau+\Delta\tau)\mid z(\tau+\Delta\tau)=z+\Delta z\}\right\},$$

$$E(z)=\Delta\tau+M_{\Delta Z}\{E(z+\Delta z,\tau+\Delta\tau)\},$$

$$E(z)=\Delta\tau+M_{\Delta Z}\{E(z+\Delta z)\},$$

$$E(z)=\Delta\tau+M_{\Delta Z}\left\{E(z)+\Delta zE'(z)+\frac{(\Delta z)^2}{2}E''(z)\right\},$$

$$E(z)=\Delta\tau+E(z)+E'(z)M_{\Delta Z}\{\Delta z\}+\frac{1}{2}E''(z)M_{\Delta Z}\{\Delta z\}^2.$$

Уничтожая в обеих частях последнего уравнения одинаковые слагаемые $E(z)$ и разделив их на $\Delta\tau$, получим при $\Delta\tau\to 0$ обыкновенное дифференциальное уравнение

$$0=1+A^*(z)E'(z)+\frac{\varepsilon^2B^{*2}(z)}{2}E''(z) \quad (21)$$

второго порядка, где $B^{*2}(z)$ определено (12), $A^*(z)$ определено (11). Частное решение данного уравнения удовлетворяет краевым условиям $E'(z_1)=0$, $E(z_2)=0$.

В уравнение (21) входят только производные функции $E(z)$, поэтому его порядок можно понизить заменой

$$E'(z)=h(z), \quad (22)$$

тогда

$$A^*(z)h(z)+\frac{\varepsilon^2B^{*2}(z)}{2}h'(z)=-1, \quad (23)$$

Уравнение (23) является линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка. Найдем общее решение соответствующего однородного уравнения:

$$\frac{dh(z)}{h(z)}=-\frac{2A^*(z)}{\varepsilon^2B^{*2}(z)}dz,$$

$$\ln|h(z)|=-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz+\ln|C|,$$

$$h(z) = C \exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\}. \tag{24}$$

Найдем частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения.

$$h'(z) = C'(z)\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\} +$$

$$+\frac{2}{\varepsilon^2}\frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}C(z)\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\},$$

$$C'(z)\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\} + \frac{2}{\varepsilon^2}\frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}C(z)\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\} - \frac{2}{\varepsilon^2}\frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}C(z)\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\} = -1,$$

$$C'(z)\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\} = -1\,,$$

$$C(z) = -\int_0^z \exp\left\{\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^v \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv\right\}dz,$$

тогда
$$h(z) = -\int_0^z \exp\left\{\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^v \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv\right\}dz\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\}. \tag{25}$$

(25) есть частное решение (23).

Из (24) и (25) следует, что решение линейного неоднородного дифференциального уравнения (23) имеет вид

$$h(z) = -\int_0^z \exp\left\{\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^v \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv\right\}dz\times\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\}.$$

Тогда, учитывая замену (22), имеем

$$E'(z) = -\int_0^z \exp\left\{\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^v \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv\right\}dz\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^z \frac{A^*(z)}{B^{*2}(z)}dz\right\}. \tag{26}$$

Решение (26) уравнения запишем в виде

$$E(z) = -\int_{z_1}^{z_2}\int_0^g \exp\left\{\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^u \frac{A^*(v)}{B^{*2}(v)}dv\right\}du\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{2}{\varepsilon^2}\int_0^g \frac{A^*(u)}{B^{*2}(u)}du\right\}. \tag{27}$$

(27) совпадает с (20). Теорема доказана.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведена глобальная аппроксимация процесса изменения числа заявок в источнике повторных вызовов в математических моделях неустойчивых сетей множественного доступа с оповещением о конфликте, функционирование которых рассматривается с учетом влияния случайной среды. Приведено дифференциальное уравнение (10) для апроксимирующего процесса $z(\tau)$. Найдена плотность распределения вероятностей значений процесса $z(\tau)$ в виде (14). Исследовано среднее время стабильного функционирования таких неустойчивых сетей связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Назаров А.А.* Асимптотический анализ марковизуемых систем. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1991.
2. *Карлин С.* Основы теории случайных процессов. М.: Мир, 1971.
3. *Эльсгольц Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1965.
4. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Стохастические дифференциальные уравнения. Киев: Наукова думка, 1968.

Статья представлена кафедрой теории вероятностей и математической статистика факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию «Кибернетика» 25 октября 2004 г.