

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД НА КОНЕЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ, КОНГРУЭНТНЫЕ СТРУКТУРНЫМ БЛОКАМ РАЗРУШАЕМОГО УГЛЕПОРОДНОГО МАССИВА

Описан алгоритм геометрической дискретизации массива горных пород на пространственные конечные элементы, которые по форме и размерам соответствуют структурным блокам разрушаемого углепородного массива при проведении горной выработки. Для моделирования объектов реальных размеров и сложной геометрической формы предлагается использование метод вложенных областей с вычислением промежуточных числовых значений по методу источника.

При расчете напряженно-деформированного состояния (НДС) углепородного массива необходимо учитывать, что горные породы являются блочной средой, ослабленной системами трещин. НДС каждого блока определяется его пространственным положением, степенью и характером взаимодействия с соседними блоками. Поэтому необходим алгоритм геометрической дискретизации массива горных пород на такие элементы, которые по форме и размерам соответствовали бы структурным блокам разрушаемого углепородного массива.

Размеры области исследования следует выбирать, исходя из ожидаемого характера НДС таким образом, чтобы задаваемые граничные условия мало влияли на результаты решения задачи. Увеличение рассматриваемой области повысит точность решения, однако это будет сопровождаться значительным ростом затрат вычислительных ресурсов, особенно при решении пространственных задач, поэтому необходимо использование эффективных ресурсосберегающих алгоритмов.

Метод вложенных областей. Первый этап численного решения задачи методом конечных элементов (МКЭ) заключается в дискретизации модели массива горных пород на конечные элементы.

Дискретизацию области исследования необходимо проводить с учетом того, что решение МКЭ дает в пределах конечного элемента постоянные значения напряжений. Поэтому в местах ожидаемых высоких градиентов напряжений

сеть элементов следует сгущать. Однако при построении нерегулярных сеток необходимо избегать использования узких и длинных элементов. Применение равномерных сеток или построенных по какому-либо закону позволяет использовать близкие к правильным конечные элементы, автоматизировать расчет узловых координат и сократить объем вводимой информации. Использование же нерегулярных сеток экономичнее в отношении затрат машинного времени.

Конструирование пространственной сетки конечных элементов геометрически сложно, поэтому обычно область делят на стандартные гексаэдры с восьмью вершинами. Каждый гексаэдр можно разделить стандартным образом на тетраэдры, рассматривая их как конечные элементы.

Количество узлов сетки определяется имеющимися вычислительными ресурсами, и в первую очередь – объемом оперативной памяти. Если используемое число узлов не обеспечивает необходимой густоты сетки в подобласти высоких градиентов, то для достижения заданной точности можно использовать метод вложенных областей [1].

Первоначально область исследования разбивается на крупные элементы и проводится расчет. Затем выделяется подобласть, которая разбивается на более мелкие элементы, и выполняется повторное решение. При этом узловые перемещения по контуру подобласти, полученные при первом решении, используются как граничные условия для повторного решения (рис. 1).

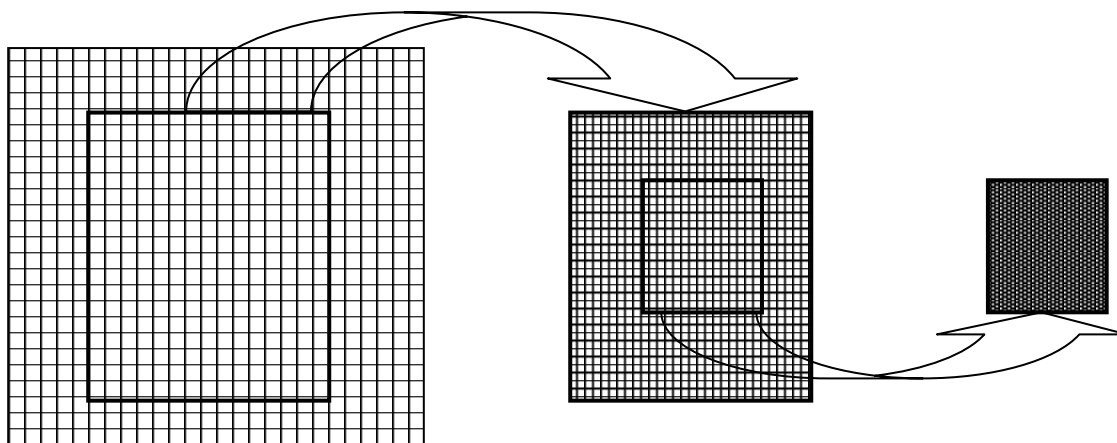


Рис. 1. Схема выделения вложенных областей

В промежуточных узлах на контуре подобласти, появившихся в результате ее разбиения на более мелкие элементы, перемещения вычисляются по методу источника:

$$\varepsilon_{xj}^* = \frac{\sum \varepsilon_{xi} P_i}{\sum P_i}; \varepsilon_{yj}^* = \frac{\sum \varepsilon_{yi} P_i}{\sum P_i}; \varepsilon_{zi}^* = \frac{\sum \varepsilon_{zi} P_i}{\sum P_i}, \quad (1)$$

где $P_i = (1/\rho_i)^n$; $\rho_i = (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2$, $i \neq j$; x_j, y_j, z_j , ($j = 1, m$) – исходные узловые координаты; x_i, y_i, z_i , ($i =$

$= 1, k$) – промежуточные узловые координаты; $\varepsilon_{xi}, \varepsilon_{yi}, \varepsilon_{zi}$ – узловые перемещения исходной области.

Описанная процедура может повторяться многократно до получения необходимой степени детализации объекта исследования.

Метод вложенных областей на объектах с простой геометрией позволяет достичь высокой точности при относительно небольшом числе конечных элементов, что весьма актуально при решении пространственных

задач, а также может использоваться при моделировании объектов сложной геометрической формы.

Пространственная дискретизация модели массива горных пород проводится в декартовой системе координат. Для построения сетки в декартовой системе координат исследуемая область представляется в виде параллелепипеда, разделенного по вертикальной оси параллельными слоями, имитирующими угольные пласты и породные слои.

Для получения тетраэдральных конечных элементов в пределах нижней и верхней границ каждого породного слоя выделяются восьмиугольные призматические элементы (рис. 2) и выполняется разбиение на тетраэдры с учетом их симметричного расположения относительно центра области исследования для соблюдения условия непрерывности на границах между элементами (рис. 3).

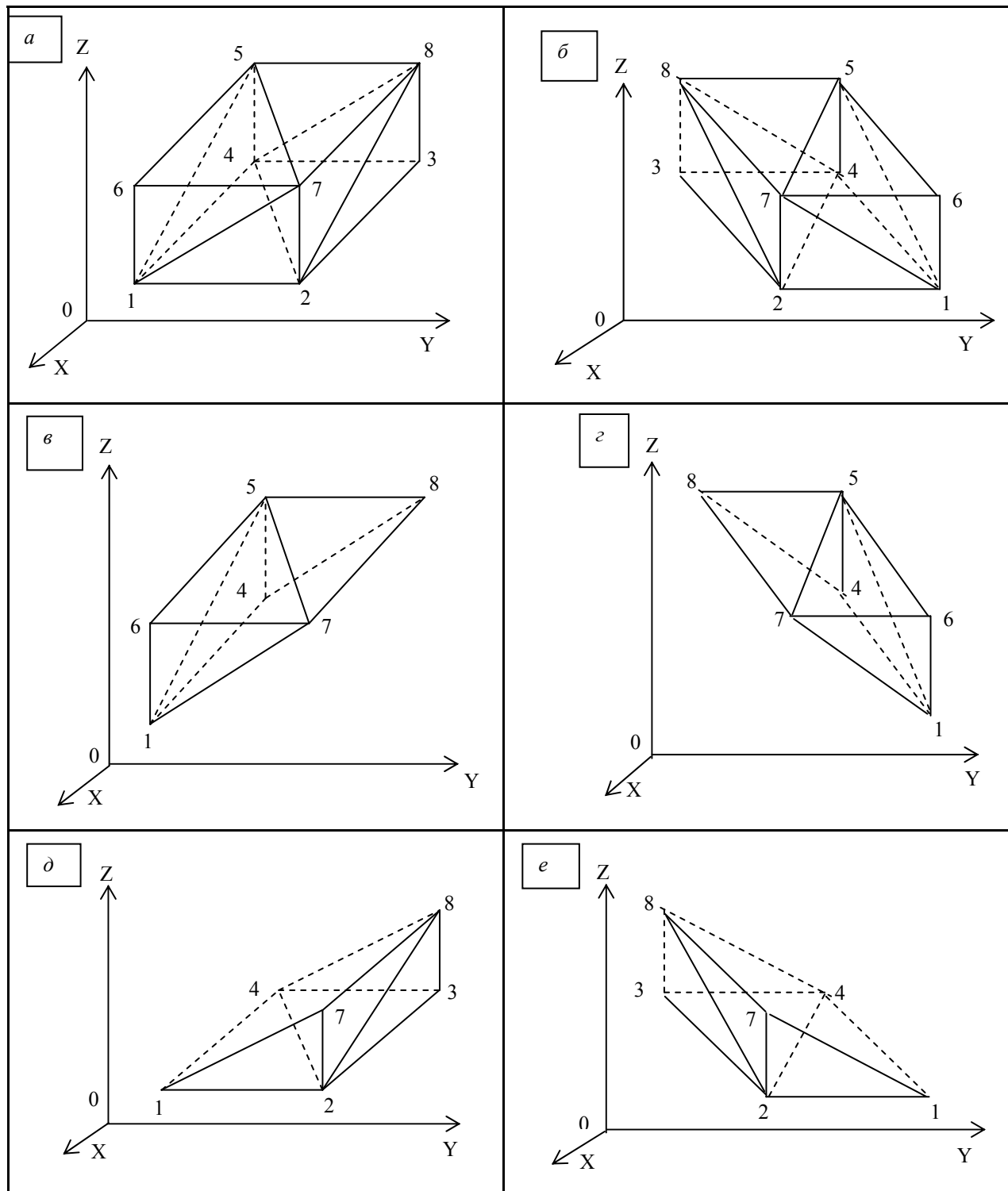


Рис. 2. – Схема выделения призматических элементов: а – левосторонний элемент; б – правосторонний элемент; в, г – верхние половины призм; д, е – нижние половины призм

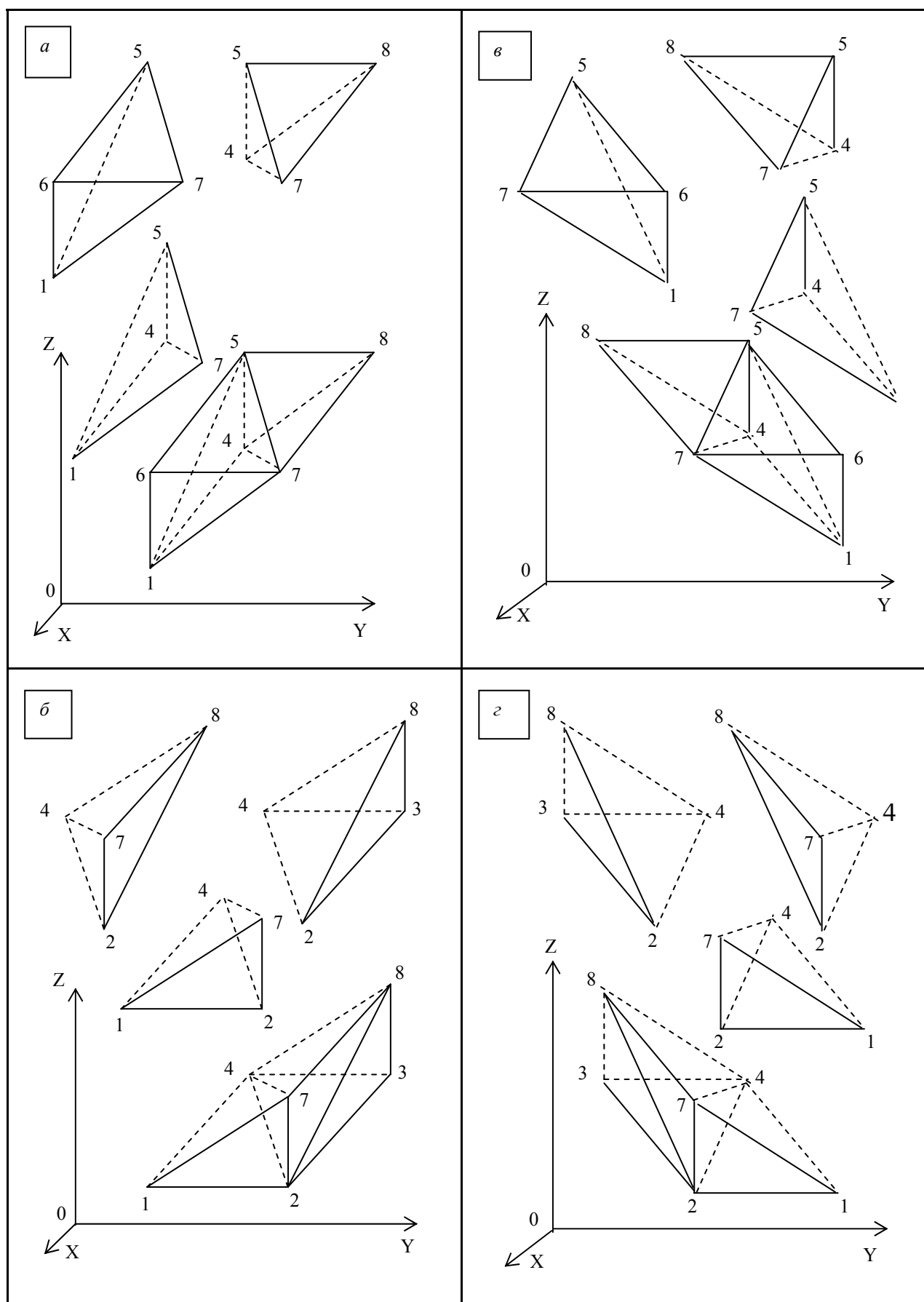


Рис. 3. Схема разбиения призматических элементов на тетраэдры:
 а, б – левосторонний элемент; в, г – правосторонний элемент

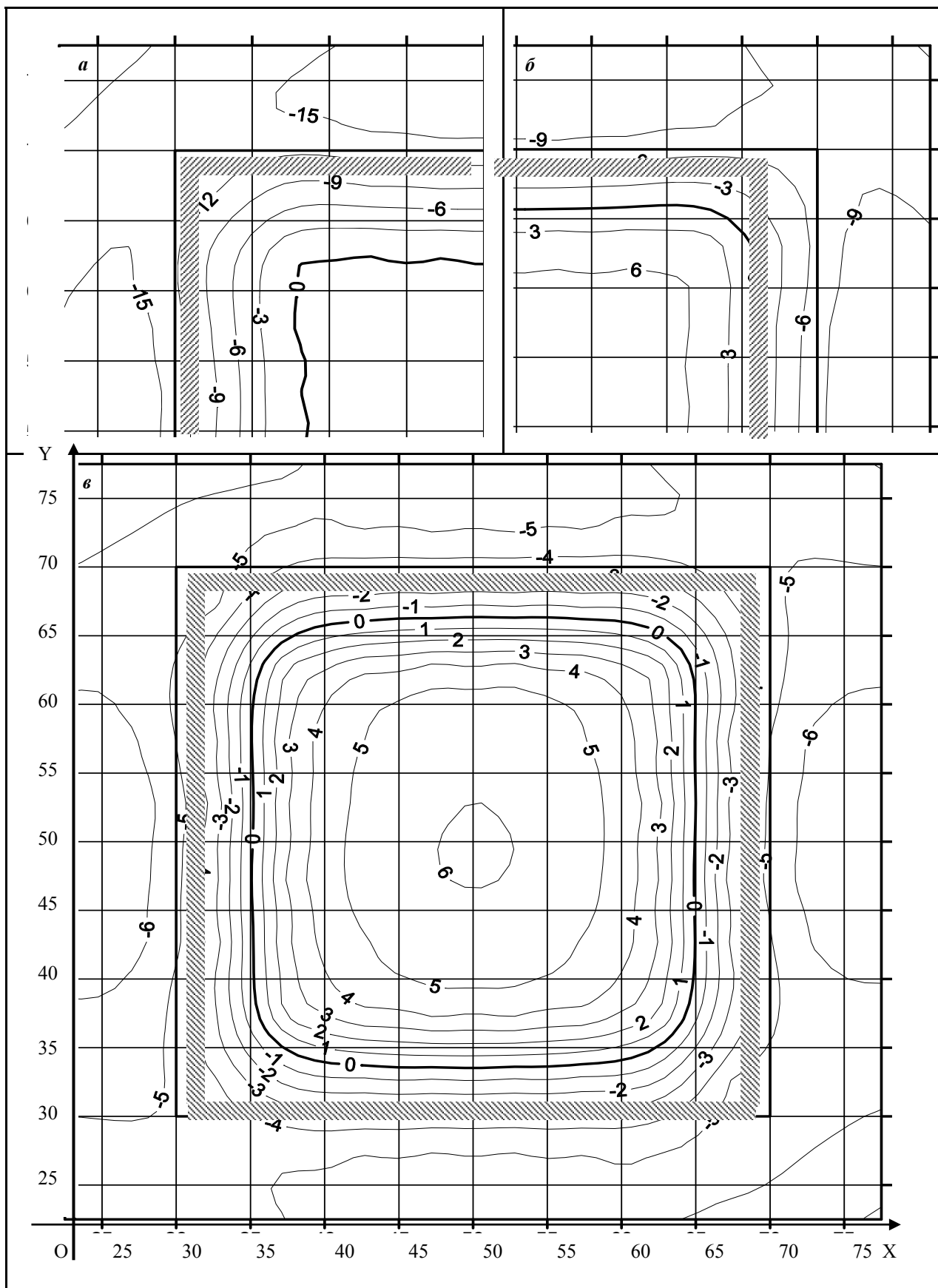


Рис. 4. Напряжения в породах непосредственной кровли:
a – полные вертикальные напряжения; *б* – дополнительные вертикальные напряжения;
в – полные горизонтальные напряжения по оси OX

Полученные тетраэдры рассматриваются как конечные элементы с узлами, расположенными в вершинах, для которых производится локальная и глобальная нумерация. Локальная нумерация выполняется последовательно против часовой стрелки, начиная с некоторого узла элемента, который выбирается произвольно. Критерием соблюдения выбранного обхода является положительный знак объема тетраэдра.

Для глобальной нумерации узлов возможны различные варианты обхода элементов, но для эффективного решения необходим поиск оптимальной нумерации, которая позволит получить матрицу жесткости элемента в виде ленточной матрицы с минимальной шириной полосы ее ленты. Мы работе предлагаем обход элементов в последовательности $OX \rightarrow OY \rightarrow OZ$.

Для моделирования угла падения угольного пласта определяется положение плоскости, проходящей через три точки с заданными координатами $M_0(x_0, y_0, z_0)$, $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ уравнением вида [2]

$$A X + B Y + C Z + D = 0. \quad (2)$$

Если три точки не лежат на одной прямой, то проходящая через них плоскость представляется уравнением [2]:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x - x_2 & y - y_2 & z - z_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (3)$$

Вычислением определителя находят значения A , D , C и D .

Для произвольной точки $M(x_i, y_i, z_i)$, используя уравнение плоскости (2), координата z_i с учетом угла падения пласта вычисляется по формуле

$$z_i = -(D + Ax_i + By_i) / C. \quad (4)$$

Дискретизация области исследования в декартовой системе координат применяется при построении модели блочного разрушения горных пород по природным контактам с использованием метода вложенных областей, который позволяет уменьшить размеры объекта исследований без потери точности вычислений.

Следует отметить, что разброс напряжений в тетраэдральных элементах затрудняет анализ полей напря-

жений. Для сглаживания изолиний эпюр напряжений возможно арифметическое усреднение компонентов напряжений в тетраэдрах, образующих призматический элемент, близкий к правильному, и отнесение этих напряжений к центру призматического элемента.

Базовый вариант объекта исследований. В качестве базового варианта объекта исследований принят слоистый массив горных пород размером $100 \times 100 \times 500$ м, включающий выработку прямоугольной формы размером $40 \times 40 \times 2$ м. Исследуемая область дискретизируется на призматические конечные элементы размером 5×5 м. Вертикальный размер элемента совпадает с мощностью соответствующего породного слоя.

На рис. 4 представлены параметры НДС пород непосредственной кровли. Компоненты напряжений в тетраэдрах усреднены и отнесены к центру призматического элемента. В силу симметричности вертикальных напряжений приводится 1/4 часть изображения изолиний полных и дополнительных вертикальных напряжений. В непосредственной кровле над серединой выработанного пространства наблюдаются растягивающие напряжения, а по периметру выработки – сжимающие, что свидетельствует об изгибе породной плиты и зависанию пород кровли до первичного ее обрушения при отходе очистного забоя от монтажной камеры. Такой характер распределения напряжений подобен аналитическим решениям, полученным на основе теории плит на упругом податливом основании.

Разработанный алгоритм пространственной дискретизации модели массива горных пород в декартовой системе координат позволяет повышать точность вычислений за счет сгущения сетки в окрестности объекта исследования, учитывать блочную структуру естественно-го слоистого углепородного массива и минимизировать ширину полосы глобальной матрицы жесткости.

Алгоритм пространственной дискретизации модели массива горных пород используется автором для моделирования геомеханических процессов блочного обрушения горных пород, подрабатываемых высокопроизводительными очистными забоями на угольных шахтах, при сложной форме выработанного пространства.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фадеев А.Б.* Метод конечных элементов в геомеханике / А.Б. Фадеев. М.: Недра, 1987. 221 с.
2. *Корн Г.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. 832 с.

Статья представлена кафедрами прикладной информатики и разработки пластовых месторождений Сибирского государственного промышленного университета (г. Новокузнецк), поступила в научную редакцию «Информатика» 10 февраля 2004 г.