

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ

УДК 621.396:621.372

АССОЦИАТИВНАЯ ПАМЯТЬ НА ОСНОВЕ КЛЕТОЧНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ С БИПОЛЯРНОЙ СТУПЕНЧАТОЙ ФУНКЦИЕЙ АКТИВАЦИИ

М. С. Тарков

Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН, г. Новосибирск, Россия

Рассмотрены клеточные нейронные сети (КНС) с биполярной ступенчатой функцией активации, полученные путём обучения на заданном множестве бинарных эталонных изображений. Обученные варианты КНС с различными размерами окрестности клетки протестированы при решении задачи фильтрации зашумлённых изображений эталонов. Установлено, что глобальные методы обучения (метод Хебба и проекционный метод), традиционно используемые в сетях Хопфилда, в клеточных сетях порождают шумы высокого уровня (десятки процентов) на выходе даже при отсутствии шума на входе. Предложен локальный аналог проекционного метода, который обеспечивает значительно более качественную фильтрацию зашумлённых изображений, чем классический локальный алгоритм обучения персептрона. Локальный метод Хебба работает лучше двух указанных методов только при минимальной окрестности и больших уровнях шума (не ниже 70%). Исследовано влияние числа уровней квантования весов КНС на их информационную ёмкость. Показано, что при числе уровней квантования больше 8 и числе нейронов 16×16 ёмкость КНС с квантованными весами, обученной согласно локальному правилу Хебба, аппроксимирует ёмкость КНС с непрерывными весами; при использовании локального проекционного метода подобный результат достигается при числе уровней не менее 64.

Ключевые слова: клеточные нейронные сети, фильтрация шумов, алгоритм обучения персептрона, локальный метод проекций, окрестность клетки, информационная ёмкость клеточной нейронной сети, квантование весов.

DOI 10.17223/20710410/48/9

ASSOCIATIVE MEMORY BASED ON CELLULAR NEURAL NETWORKS WITH BIPOLAR STEPWISE ACTIVATION FUNCTION

M. S. Tarkov

*Rzhanov Institute of Semiconductor Physics SB RAS, Novosibirsk, Russia***E-mail:** tarkov@isp.nsc.ru

Cellular neural networks (CNN) with a bipolar stepwise activation function are considered as obtained by training on a given set of binary reference images. The trained CNN versions with the different cell neighborhood sizes were tested in solving the

problem of filtering noisy reference images. It has been established that global training methods (the Hebb method and the projection method), traditionally used in Hopfield networks, generate high-level noise (tens of percent) at the output of cellular networks even in the absence of input noise. A local analogue of the projection method is proposed that provides the filtering of noisy images significantly better than the classical local perceptron learning algorithm. The local Hebb method works better than the above two methods only with minimal neighborhood and high noise levels (70% at least). The influence of the CNN weights quantization levels number on the CNN information capacity is investigated. It is shown that: 1) with the number of quantization levels greater than 8 and the number of neurons 16×16 , the capacity of the CNN with quantized weights, trained according to the local Hebb rule, approximates the capacity of the CNN with continuous weights; 2) when using the local projection method, a similar result is achieved with a number of levels not less than 64.

Keywords: *cellular neural networks, noise filtering, perceptron training algorithm, local projection method, cell neighborhood, informational capacity of cellular neural network, weight quantization.*

Введение

Главным недостатком сетей Хопфилда [1–4] является огромное число межнейронных соединений (полный граф), затрудняющее их аппаратную реализацию. Как показано в [5], количество этих связей можно сократить на порядок за счёт редукции матрицы весов при обучении сети Хопфилда по Хеббу, но при этом число связей всё ещё остаётся большим. Возможным выходом из этого трудного положения является использование клеточных нейронных сетей [6–10], что делает актуальной данную работу.

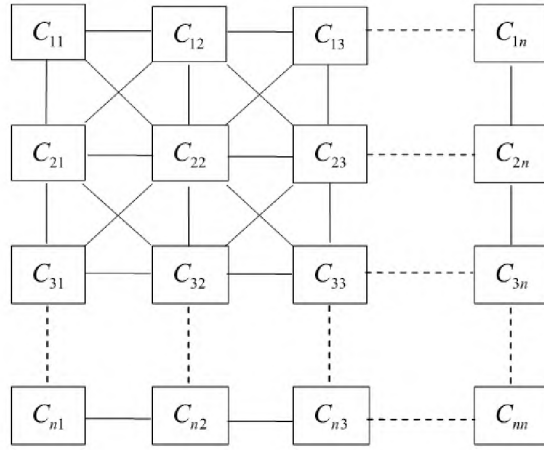
Клеточные нейронные сети введены в [6]. КНС состоит из большого числа простых обрабатывающих элементов (клеток), обычно размещённых в узлах ортогональной или гексагональной решётки, где каждая клетка соединена с множеством ближайших соседей. Связи между клетками взвешены и каждая клетка вычисляет нелинейную функцию своего внутреннего состояния, которое модифицируется в зависимости от суммы взвешенных выходов соседей клетки.

Все клетки вычисляют следующие состояния параллельно и синхронно. Вычисления начинаются, когда все клетки устанавливаются в начальное состояние, и завершаются в устойчивом состоянии, когда ни одна из клеток больше не меняет своё состояние.

Для обучения КНС обычно используют алгоритм обучения персептрона. Классическая версия этого алгоритма предложена в [11], в [7] этот алгоритм адаптирован к КНС. Пример ортогональной КНС представлен на рис. 1.

Клетке C_{ij} соответствует шаблон состояний её окрестности X_{ij} и шаблон весов связей этой клетки с соседями W_{ij} . Для окрестности с числом клеток $N_\varepsilon = 3 \times 3 = 9$

$$X_{ij} = \begin{bmatrix} x_{i-1,j-1} & x_{i-1,j} & x_{i-1,j+1} \\ x_{i,j-1} & x_{i,j} & x_{i,j+1} \\ x_{i+1,j-1} & x_{i+1,j} & x_{i+1,j+1} \end{bmatrix}, \quad W_{ij} = \begin{bmatrix} w_{i-1,j-1} & w_{i-1,j} & w_{i-1,j+1} \\ w_{i,j-1} & w_{i,j} & w_{i,j+1} \\ w_{i+1,j-1} & w_{i+1,j} & w_{i+1,j+1} \end{bmatrix}.$$

Рис. 1. Пример клеточной нейронной сети ($N_\varepsilon = 3 \times 3$)

Введём обозначение $X_{ij} \otimes W_{ij} = \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} x_{kl} w_{kl}$. Тогда функционирование клетки C_{ij} описывается выражением

$$x_{ij} = \text{sgn}(X_{ij} \otimes W_{ij}), \quad \text{где} \quad \text{sgn}(a) = \begin{cases} 1, & a > 0, \\ -1, & a \leq 0. \end{cases}$$

1. Методы обучения клеточных нейронных сетей

1.1. Метод Хебба

Сети Хопфилда [1–4] можно рассматривать как КНС, в которых любая клетка соседствует со всеми остальными. При вводе обучающих векторов x^k , $k = 1, \dots, p$, вычисляются веса w_{ij} в соответствии с обобщённым правилом Хебба

$$w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^p x_i^k x_j^k,$$

где N — число клеток (нейронов) сети.

1.2. Проекционный метод

Проекционный метод обучения сети Хопфилда [3, 4] порождает матрицу весов, итерационно зависящую от последовательности обучающих векторов x^k , $k = 1, \dots, p$:

$$y^k = (W^{k-1} - E)x^k, \quad W^k = W^{k-1} + \frac{y^k \cdot y^{kT}}{y^{kT} \cdot y^k}$$

при начальном условии $W^0 = 0$ (E — единичная матрица). В результате матрица весов сети получает значение $W = W^p$.

1.3. Клеточный вариант алгоритма обучения персептрона

Клеточный вариант алгоритма обучения персептрона можно представить формулой [7]

$$W_{ij}^{t+1} = \begin{cases} W_{ij}^t, & x_{ij}^t (X_{ij}^t \otimes W_{ij}^t) > 0, \\ W_{ij}^t + x_{ij}^t W_{ij}^t, & x_{ij}^t (X_{ij}^t \otimes W_{ij}^t) \leq 0. \end{cases}$$

Здесь индексом t помечены состояния клеток и веса их соединений в момент времени t .

1.4. Клеточный вариант метода Хебба

В качестве альтернативы алгоритму обучения персептрона в данной работе рассматривается клеточный вариант алгоритма Хебба, который описывается формулой

$$w_{ij} = \frac{1}{N_\varepsilon} \sum_{k=1}^p x_{ij}^k X_{ij}^k.$$

1.5. Клеточный вариант проекционного метода

В данной работе мы предлагаем использовать для обучения КНС следующий локальный аналог проекционного метода:

$$y_{ij}^t = \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} x_{kl}^t (w_{kl}^{t-1} - 1), \quad W_{ij}^t = W_{ij}^{t-1} + \frac{y_{ij}^t \cdot Y_{ij}^t}{N_\varepsilon}, \quad t = 1, \dots, p, \quad W_{ij}^0 = 0.$$

2. Фильтрация шумов

В качестве эталонных векторов (матриц) x^t , $t = 1, \dots, p$, $p = 10$, используются изображения цифр (рис. 2) размеров $N = 16 \times 16$ и $N = 32 \times 32$.



Рис. 2. Эталонные изображения

На вход КНС, обученной указанными алгоритмами, подаются зашумлённые векторы эталонов. Зашумление осуществляется инверсией случайно выбранных пикселей. Уровень зашумления задаётся как доля общего числа пикселей. Результат фильтрации сравнивается с эталонным вектором и фиксируется количество компонент с несовпадающими значениями (расстояние Хемминга); результат усредняется по всем эталонам.

Эксперименты показали, что глобальные методы обучения (метод Хебба и проекционный метод), традиционно используемые в сетях Хопфилда, в клеточных сетях порождают шумы высокого уровня (десятки процентов) на выходе даже при отсутствии шума на входе.

На рис. 3–5 представлены зависимости расстояния Хемминга (остаточного шума) от процента выполненных инверсий компонентов эталонных изображений при различных размерах окрестности клетки $N_\varepsilon = (2r + 1) \times (2r + 1)$, $r = 1, 2, 3$, для локального метода Хебба, алгоритма персептрона и локального проекционного метода.

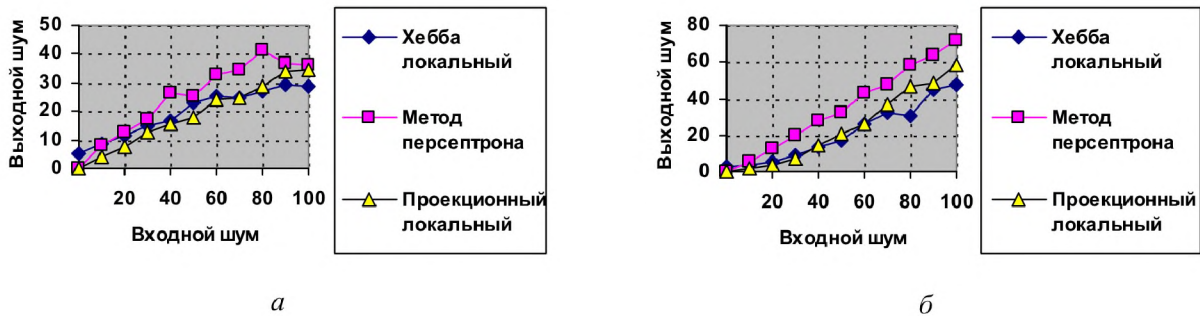


Рис. 3. Зависимость уровня шума на выходе КНС от уровня шума на входе при $N_\varepsilon = 3 \times 3$: $N = 16 \times 16$ (a); $N = 32 \times 32$ (б)

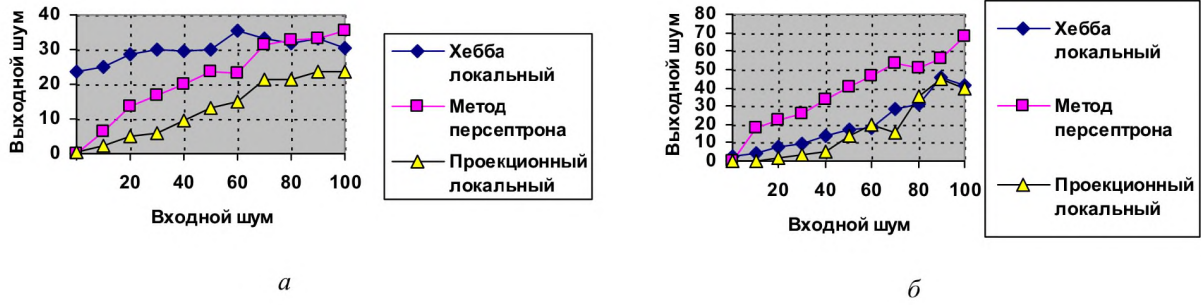


Рис. 4. Зависимость уровня шума на выходе КНС от уровня шума на входе при $N_\epsilon = 5 \times 5$: $N = 16 \times 16$ (а); $N = 32 \times 32$ (б)

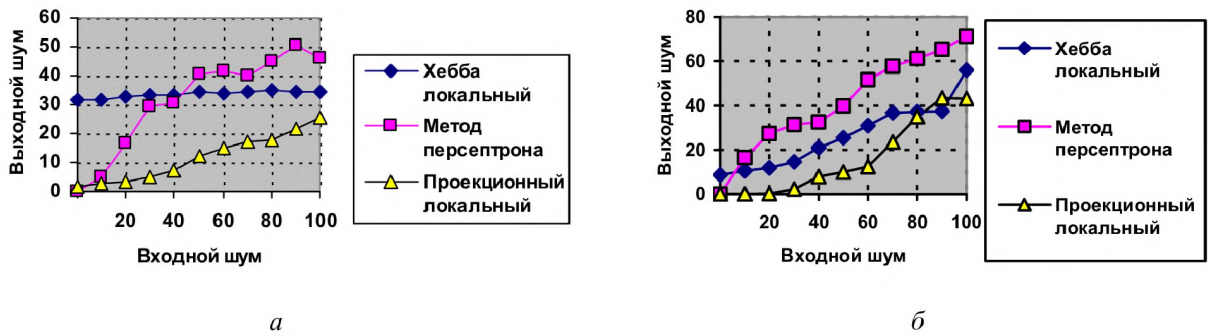


Рис. 5. Зависимость уровня шума на выходе КНС от уровня шума на входе при $N_\epsilon = 7 \times 7$: $N = 16 \times 16$ (а); $N = 32 \times 32$ (б)

Эти зависимости показывают, что:

- 1) Метод персептрона идеально воспроизводит эталоны только в случае отсутствия искажений. В остальных случаях он почти всюду проигрывает локальному методу проекций по уровню остаточного шума.
- 2) Локальный метод Хебба работает лучше двух других методов только при минимальной окрестности $N_\epsilon = 3 \times 3$ и больших уровнях шума (не ниже 70 %) входного сигнала.
- 3) Локальный метод проекций почти идеально воспроизводит эталоны в отсутствие входного шума (уровень выходного шума не превышает 1,56 % при $N = 16 \times 16$ и 0,14 % при $N = 32 \times 32$) и при малых уровнях входного шума (до 60 %) работает лучше двух других методов.

На рис. 6 представлены зависимости остаточного уровня шума от уровня входного шума для локального проекционного метода при различных размерах окрестности $N_\epsilon = (2r + 1) \times (2r + 1)$, $r = 1, 2, 3$, и разных количествах клеток $N = 16 \times 16$ (рис. 6, а) и $N = 32 \times 32$ (рис. 6, б). Из рис. 6 следует, что с увеличением размера окрестности рост уровня остаточного шума замедляется.

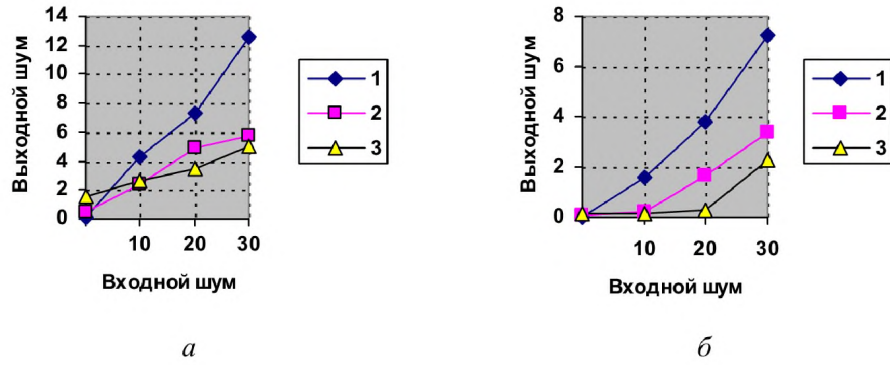


Рис. 6. Зависимость остаточного уровня шума от уровня входного шума для локального проекционного метода при различных размерах окрестности $N_\varepsilon = (2r + 1) \times (2r + 1)$, $r = 1, 2, 3$: $N = 16 \times 16$ (а); $N = 32 \times 32$ (б)

3. Вычисление информационной ёмкости КНС

Для оценивания ёмкости КНС порождается множество M случайных векторов с компонентами из множества $\{-1, +1\}$. На множестве M строится КНС. Каждый из векторов множества M подаётся на вход построенной сети. Если после одного срабатывания сети её выход совпадает со входом для всех векторов множества M , то в M добавляется новый случайный вектор и процесс повторяется (изначально $|M| = 1$). В противном случае ёмкость сети полагаем равной $|M| - 1$.

Результаты тестирования алгоритма представлены на рис. 7. Для каждой окрестности ε вычислено среднее значение ёмкости по 100 экспериментам.

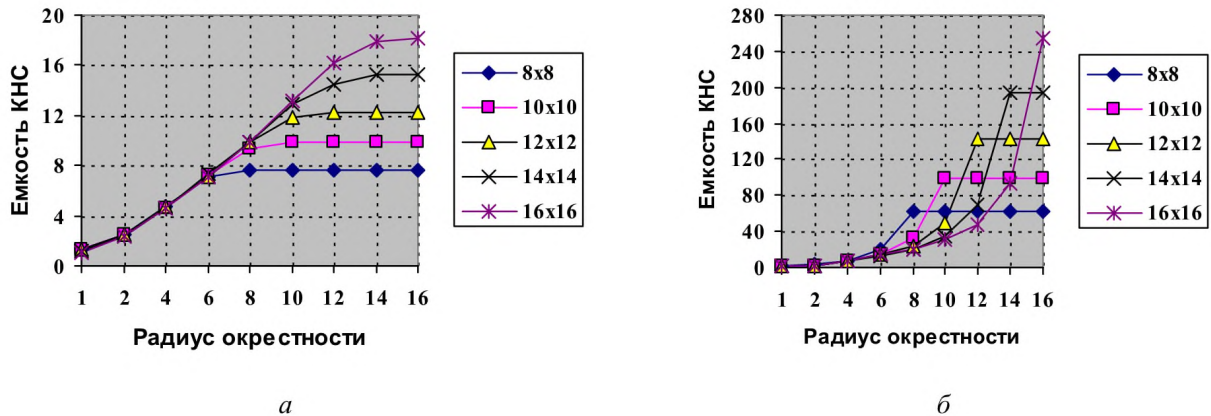


Рис. 7. Зависимость ёмкости КНС с непрерывными весами от радиуса окрестности ε при числе нейронов $n \times n$, $n = 8, 10, 12, 14, 16$: для сети Хебба (а); для проекционной сети (б)

4. Ёмкость КНС с квантованными весами

Аппаратная реализация нейронной сети требует много памяти для хранения матрицы весов слоя нейронов и является дорогостоящей. Решение этой проблемы упрощается при использовании в качестве ячейки памяти устройства, называемого мемристором (резистором с памятью) [12, 13]. Использование бинарных и многоуровневых мемристоров [14] для задания весовых коэффициентов КНС делает актуальной задачу исследования влияния числа уровней квантования весов на информационную ёмкость сети. Алгоритм квантования весов КНС имеет следующий вид:

- 1) Найти максимум $W_{\max}$ модуля весов КНС.
- 2) Найти величину кванта (скачка) веса $\Delta = \frac{W_{\max}}{L-1}$, где $L \geq 2$ — число уровней квантования.
- 3) Преобразовать все веса w_{ij} , $i, j = 1, \dots, N$, сети по правилу: если $(k-1)\Delta < w_{ij} < k\Delta$, то w_{ij} получает значение $(k-1)\Delta \cdot \text{sgn}(w_{ij})$, $k = 1, \dots, L$.

На рис. 8 приведена зависимость ёмкости КНС с квантованными весами от радиуса окрестности ε , $N = 16 \times 16$: для сети Хебба с числом уровней квантования $L \in \{2, 4, 8, 16, 32\}$ (а); для проекционной сети с числом уровней квантования $L \in \{4, 8, 16, 32, 64, 128, 256\}$ (б). Из рис. 7, а и 8, а следует, что ёмкость КНС Хебба с непрерывными весами и числом нейронов $N = 16 \times 16$ хорошо аппроксимируется ёмкостью КНС Хебба с квантованными весами при числе уровней квантования $L \geq 8$. Из рис. 7, б и 8, б следует, что для хорошей аппроксимации ёмкости проекционной КНС с непрерывными весами ёмкостью проекционной КНС с квантованными весами число уровней квантования должно удовлетворять неравенству $L \geq 64$.

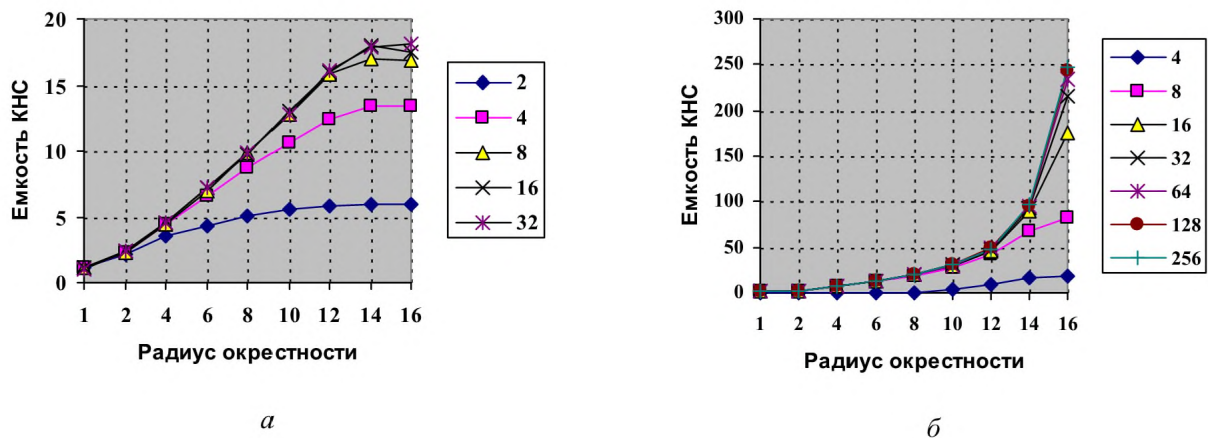


Рис. 8. Зависимость ёмкости КНС с квантованными весами от радиуса окрестности ε , $N = 16 \times 16$: для сети Хебба (а); для проекционной сети (б)

Заключение

Рассмотрена клеточная нейронная сеть с биполярной ступенчатой функцией активации. Выполнен сравнительный анализ алгоритмов обучения КНС на заданном множестве бинарных эталонных изображений. Предложен локальный аналог проекционного метода, который обеспечивает значительно более качественную фильтрацию зашумленных изображений, чем классический локальный алгоритм обучения персептрона.

Обученные варианты КНС протестированы при различных степенях зашумления входных изображений эталонов (инверсии случайно выбранных пикселей) и различных размерах окрестности клетки. Установлено, что:

- 1) Глобальные методы обучения (метод Хебба и проекционный метод), традиционно используемые в сетях Хопфилда, в клеточных сетях порождают шумы высокого уровня (десятки процентов) на выходе даже при отсутствии шума на входе.

- 2) Метод обучения персептрона идеально воспроизводит эталоны только в случае отсутствия искажений. В остальных случаях он почти всюду проигрывает локальному методу проекций по уровню остаточного шума.
- 3) Локальный метод Хебба работает лучше двух других методов только при минимальной окрестности и больших уровнях шума (не ниже 70 %) входного сигнала.
- 4) Локальный метод проекций почти идеально воспроизводит эталоны в отсутствие входного шума (уровень выходного шума не превышает 1,56 % для изображений размером 16×16 и 0,14 % для изображений размером 32×32) и при малых уровнях входного шума (до 60 %) работает лучше других методов.

Исследовано влияние числа уровней квантования весов КНС на их информационную ёмкость. Показано, что при числе уровней квантования больше 8 и числе нейронов 16×16 ёмкость КНС с квантованными весами, обученной согласно локальному правилу Хебба, аппроксимирует ёмкость КНС с непрерывными весами. Для КНС, обученной локальным проекционным методом, подобный результат достигается при числе уровней не менее 64.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Осовский С.* Нейронные сети для обработки информации. М.: Финансы и статистика, 2002.
2. *Hopfield J.* Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities // *Proc. NAS USA*. 1982. V. 79. P. 2554–2558.
3. *Personnaz L., Guyon I., and Dreyfus G.* Collective computational properties of neural networks: new learning mechanisms // *Phys. Rev. Ser. A*. 1986. V. 34. No. 5. P. 4217–4228.
4. *Michel A. N. and Liu D.* Qualitative Analysis and Synthesis of Recurrent Neural Networks. N.Y.: Marcel Dekker Inc., 2002.
5. *Tarkov M. S.* Synapses reduction in autoassociative Hopfield network // *Proc. Int. IEEE Conf. SIBIRCON-2017*. Novosibirsk, Sept. 18–22, 2017. P. 158–160. <https://ieeexplore.ieee.org/xpl/conhome/8099466/proceeding>.
6. *Chua L. O. and Yang L.* Cellular neural networks: theory and application // *IEEE Trans. Circuits and Systems*. 1988. V. CAS-35. P. 1257–1290.
7. *Pudov S. G.* Learning of cellular neural networks // *Future Generation Computer Systems*. 2001. V. 17. P. 689–697.
8. *Park J., Kim H.-Y., Park Y., and Leed S.-W.* A synthesis procedure for associative memories based on space-varying cellular neural networks // *Neural Networks*. 2001. V. 14. P. 107–113.
9. *Li H., Liao X., Li C., et al.* Edge detection of noisy images based on cellular neural networks // *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2011. V. 16. P. 3746–3759.
10. *Duan S., Hu X., Dong Z., et al.* Memristor-based cellular nonlinear/neural network: design, analysis, and applications // *IEEE Trans. Neural Networks and Learning Systems*. 2015. V. 26. No. 6. P. 1202–1213.
11. *Rosenblatt F.* Principles of Neurodynamics. Washington: Spartan, 1959.
12. *Chua L.* Memristor — the missing circuit element // *IEEE Trans. Circuit Theory*. 1971. V. 18. P. 507–519.
13. *Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R., and Williams R. S.* The missing memristor found // *Nature*. 2008. V. 453. P. 80–83.
14. *He W., Sun H., Zhou Y., et al.* Customized binary and multi-level HfO_{2-x} -based memristors tuned by oxidation conditions // *Scientific Reports*. 2017. V. 7. Article number: 10070.

REFERENCES

1. *Osowski S.* Neironnye seti dlya obrabotki informatsii [Neural Networks for Information Processing]. Moscow, Finansy i Statistika, 2002.(in Russian)
2. *Hopfield J.* Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. Proc. NAS USA, 1982, vol. 79, pp. 2554–2558.
3. *Personnaz L., Guyon I., and Dreyfus G.* Collective computational properties of neural networks: new learning mechanisms. Phys. Rev., ser. A, 1986, vol. 34, no. 5, pp. 4217–4228.
4. *Michel A.N. and Liu D.* Qualitative Analysis and Synthesis of Recurrent Neural Networks. N.Y., Marcel Dekker Inc., 2002.
5. *Tarkov M. S.* Synapses reduction in autoassociative Hopfield network. Proc. Int. IEEE Conf. SIBIRCON-2017. Novosibirsk, Sept. 18–22, 2017, pp.158–160. <https://ieeexplore.ieee.org/xpl/conhome/8099466/proceeding>.
6. *Chua L. O. and Yang L.* Cellular neural networks: theory and application. IEEE Trans. Circuits and Systems, 1988, vol. CAS-35, pp. 1257–1290.
7. *Pudov S. G.* Learning of cellular neural networks. Future Generation Computer Systems, 2001, vol. 17, pp. 689–697.
8. *Park J., Kim H.-Y., Park Y., and Leed S.-W.* A synthesis procedure for associative memories based on space-varying cellular neural networks. Neural Networks, 2001, vol. 14, pp. 107–113.
9. *Li H., Liao X., Li C., et al.* Edge detection of noisy images based on cellular neural networks. Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat., 2011, vol. 16, pp. 3746–3759.
10. *Duan S., Hu X., Dong Z., et al.* Memristor-based cellular nonlinear/neural network: design, analysis, and applications. IEEE Trans. Neural Networks and Learning Systems, 2015, vol. 26, no. 6, pp. 1202–1213.
11. *Rosenblatt F.* Principles of Neurodynamics. Washington, Spartan, 1959.
12. *Chua L.* Memristor — the missing circuit element. IEEE Trans. Circuit Theory, 1971, vol. 18, pp. 507–519.
13. *Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R., and Williams R. S.* The missing memristor found. Nature, 2008, vol. 453, pp. 80–83.
14. *He W., Sun H., Zhou Y., et al.* Customized binary and multi-level HfO_{2-x} -based memristors tuned by oxidation conditions. Scientific Reports, 2017, vol. 7, article no. 10070.