

УДК 519.6

DOI: 10.17223/00213411/63/5/128

В.А. ЛИТВИНОВ

О ПОСТРОЕНИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ ДЛЯ РЕШЕНИЙ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Объектом исследования являются интегродифференциальные уравнения математической физики, предмет исследования – построение интерполяционных полиномов для получения приближенных решений таких уравнений. В работе изложена методика построения приближенных выражений для функционалов на решениях интегродифференциальных уравнений, являющихся аналогом интерполяционного полинома Эрмита, используемого при интерполировании функций. На примере уравнения диффузии показано, что использование нескольких базисных решений позволяет существенно повысить точность приближенного представления функционалов по сравнению с первым приближением теории возмущений при практически таких же трудозатратах.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, интегральные уравнения, интерполирование, численные методы, полином Эрмита.

Дифференциальные, интегральные и интегродифференциальные уравнения используются как один из основных инструментов теоретических исследований физических явлений и процессов. Одним из элементов таких исследований является сравнение результатов теоретических расчетов с экспериментально измеряемыми величинами, которые представляются некоторыми функционалами от входящих в уравнение параметров, описывающих свойства среды или характер взаимодействия частиц и излучений со средой.

Значительная часть сопоставления результатов теоретических расчетов с результатами экспериментальных наблюдений производится с целью получения информации о состоянии среды или характере взаимодействия частиц и излучений со средой, так называемая «обратная задача». При этом даже наличие аналитического решения уравнения, описывающего изучаемый процесс, не является прямым инструментом для решения обратной задачи, так как может не содержать, и в большинстве случаев не содержит явного вида зависимости функционала от параметров задачи.

В ряде случаев получить приближенную оценку значения искомого параметра модели можно с использованием первого приближения теории возмущений, фактически линеаризующего зависимость решения, описывающего процесс, от искомого параметра. При этом область изменения искомого параметра, в которой изучаемая зависимость близка к линейной, может быть малой по сравнению с областью допускаемой неопределенности.

Расширить область приближенного описания искомой зависимости можно путем увеличения количества базисных решений. При этом в отличие от традиционного первого приближения теории возмущений уже при двух базисных решениях можно построить полином третьей степени при сравнимых вычислительных затратах для решения тех же уравнений.

Описание метода

Линейное приближение зависимости показаний функционала от некоторого параметра, характеризующего взаимодействие частиц (излучений) со средой, можно построить при помощи параметрической чувствительности [1].

Запишем интегродифференциальное уравнение для искомой функции $\Phi(x, \mu)$ в операторной форме:

$$L(x, \mu)\Phi(x, \mu) = S(x). \quad (1)$$

Здесь $L(x, \mu)$ – интегродифференциальный оператор; $S(x)$ – некоторая известная функция от набора фазовых координат x , в задачах переноса являющаяся функцией источника; μ – искомый параметр модели.

Предположим, что нам известно решение уравнения (1) для некоторых значений параметра μ_k . При фиксированных значениях фазовых координат x решение уравнения (1) можно рассматривать как функцию параметра μ . Для функции, значения которой известны в нескольких точках,

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://www.elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>