

МЕХАНИКА

УДК 532.5

DOI 10.17223/19988621/65/5

А.А. Валнев, А.Т. Ахметов, А.А. Рахимов

НЕУСТОЙЧИВОЕ ВЫТЕСНЕНИЕ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ МИКРОКАНАЛЕ

Изучено неустойчивое несмешивающееся вытеснение нефти водой при постоянном перепаде давления и при постоянном расходе в ячейке Хеле-Шоу. Установлена степенная зависимость фрактальной размерности от закачиваемого объема вытесняющей жидкости при постоянном перепаде давления, не изменяющаяся при его увеличении в 2.5 раза. Показано, что можно выделить 4 этапа вытеснения нефти. На начальном этапе эффективнее вытеснение при постоянном расходе, а для больших объемов – при постоянном перепаде давления.

Ключевые слова: ячейка Хеле-Шоу, вытеснение, перепад давления, объёмный расход, «вязкие пальцы», фрактальная размерность, капиллярные силы, вязкостная неустойчивость.

Исследование неустойчивого вытеснения несмешивающихся жидкостей в ячейке Хеле-Шоу представляет большой интерес как для развития фрактальной геометрии, гидродинамики, так и практических приложений в промышленности в области нефтедобычи. Неустойчивому вытеснению в ячейке Хеле-Шоу посвящено большое количество работ. Как правило, неустойчивость Саффмана – Тейлора изучается в ячейках Хеле-Шоу с зазорами несколько миллиметров [1, 2]. Капиллярное давление на границе раздела жидкостей определяется в соответствии с формулой Лапласа [3] двумя главными кривизнами поверхности раздела, одна соответствует изгибающейся цилиндрической поверхности, с радиусом, равным половине зазора ячейки Хеле-Шоу (при полном смачивании), другая – с радиусами, соответствующими кривизнам изгибающейся линии фронта (контур границы раздела между двумя средами). Уменьшение зазора до 20 мкм увеличивает капиллярное давление на 2 порядка за счет уменьшения радиуса кривизны до 10 мкм. Значение радиусов кривизны, соответствующие точкам изгибающейся линии фронта «вязких пальцев» на несколько порядков выше. Рост основного «пальца» («языка») преобладает в направлении наибольшего градиента давления. Капиллярные силы выпуклой части фронта оказывают тормозящее действие, вогнутой – ускоряющее, но их стабилизирующее действие намного меньше гидродинамических сил, приводящих к развитию «пальцев», в то время как капиллярные силы, обусловленные взаимодействием с поверхностью с огромной кривизной, весьма значительны. Они играют основную роль в образовании остаточных целиков вытесняемой жидкости [4, 5].

Прозрачный плоский канал позволяет наблюдать эволюцию структуры «вязких пальцев» с изменением условий подачи вытесняющей жидкости. Ветвление

«вязких пальцев» обусловлено вязкостной неустойчивостью, форма «вязких пальцев» зависит от соотношения вязкостей жидкостей, капиллярных сил, условий смачивания поверхностей и гидродинамических условий. Соответственно развитие «вязких пальцев» будет определять интенсивность вытеснения. В обзоре G.M. Nomsy [6] исследуется неустойчивое вытеснение до прорыва, отмечена роль сил поверхностного натяжения в механизме образования «вязких пальцев». Когда их роль становится слабой, часть неподвижного фронта подвержена образованию «пальцев» из-за вязкостной неустойчивости, при вытеснении более вязкой жидкости менее вязкой. После расщепления «пальца» каждая из его новых долей является стабильной в результате того, что они тоньше, чем «палец», от которого они расщепляются. В результате одна из этих долей, в конечном итоге, перерастет другую, а из-за поверхностного натяжения распространится и займет соответствующую ширину. В процессе вытеснения «палец» достигает ширины, которая снова становится нестабильной для расщепления и этап повторяется. Таким образом, поверхностное натяжение играет двойную роль; оно должно быть достаточно слабым, чтобы передняя часть «пальца» была неустойчивой, но это также и физическая сила, вызывающая распространение и последующее повторное ветвление.

В процессе неустойчивого вытеснения нефти водой важно выделить 2 этапа: 1 – течение до прорыва (когда «язык» доходит до выходного отверстия) и 2 – после прорыва. Образующиеся структуры «вязких пальцев» до прорыва обладают фрактальной размерностью. Сформировавшаяся структура перед прорывом является начальным условием для структур, образующихся в процессе довытеснения после прорыва. Большое количество работ [7, 8] посвящено изучению и моделированию развития «вязких пальцев» до прорыва, однако изменение структуры вытесняющих «пальцев» развивается очень динамично после прорыва. Наиболее ярко это проявляется при вытеснении нефти газом [9] и поддается качественной интерпретации. Теоретическая работа [10] показывает, что изменение геометрии ячейки Хеле-Шоу существенно влияет на линейную устойчивость и нелинейную динамику формирования структур в неплоских, ограниченных потоках жидкости. Не менее живописна структура течения неньютоновской жидкости с анизотропными элементами в ячейке Хеле-Шоу со стенозом [11]. Для практического использования, в частности оценки эффективности вытеснения, оказываются важными процессы, влияющие на расширение зоны вытеснения, которые происходят после прорыва.

В работе приведены результаты при двух режимах подачи воды: с постоянным перепадом давления ΔP и постоянным задаваемым объемным расходом Q . Процесс вытеснения при постоянном перепаде давления отличается от постоянного расхода тем, что наличие постоянного перепада давления обладает запасом энергии, который приводит к ускорению течения после прорыва маловязкой жидкости. При постоянном расходе перепад давления постепенно падает по мере замены в процессе вытеснения высоковязкой нефти маловязкой водой, в то время как подача с постоянным перепадом давления приводит к постепенному увеличению скорости течения по мере замещения нефти водой и, как представляется, более активному вытеснению. Выявление эффективных гидродинамических условий, определяющих довытеснение, является основной задачей нашего эксперимента.

Экспериментальная установка и методика измерений

Ячейка Хеле-Шоу [9] образована двумя оптическими стеклянными пластинами, между которыми зажимается круг из фольги толщиной 20 мкм с вырезанным окном 3.5×2 см, расчётный объём ячейки V_0 (поровый объём) составляет 14 мм^3 (14 мкл). Качество оптических стекол (ПИ-60) толщиной 2 см и однородность фольги обеспечивают герметичность ограничивающего ячейку Хеле-Шоу контура. Входные и выходные отверстия высверлены в верхнем стекле, к ним подведены трубки. Измерительная система (рис. 1) состояла из прецизионных весов (A&D GH-252) (8) для измерения расхода весовым методом по массе вытесняемой дистиллированной воды, компрессора с ресивером (1) с манометром (2), датчика давления (MPX 5100) (5), шприцевого насоса (3), видеокамеры (6) и персонального компьютера (ПК) (9). Переключение на режим постоянного перепада давления или постоянного расхода осуществляется краном (4).

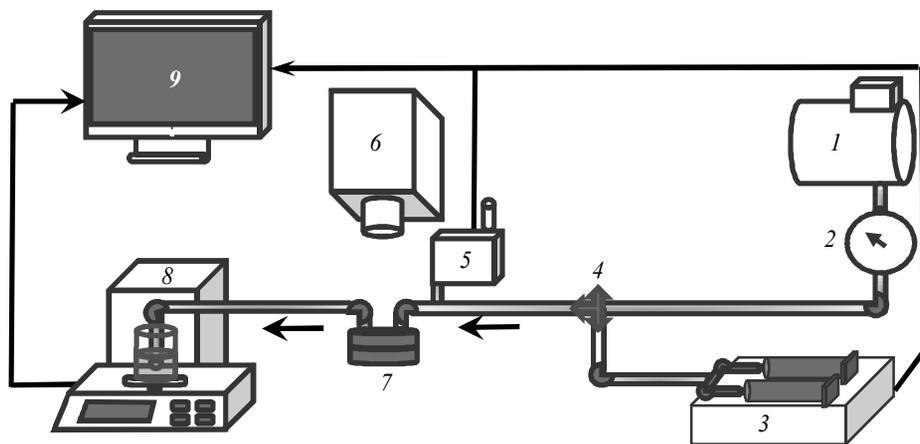


Рис. 1. Схема установки для проведения микрогидродинамических исследований и визуализации структуры течения

Fig. 1. Schematic diagram of an experimental setup for microhydrodynamic studies and flow structure visualization

Предварительно поверхности оптических пластин промывались последовательно бензином марки «Калоша» и этиловым спиртом. Пластины и окно, из «фольги» между ними, помещались в обойму и зажимались винтами. Получившаяся ячейка Хеле-Шоу заполнялась через отверстие в верхнем окне нефтью (устойчивое вытеснение) и выдерживалась в нефти не менее часа. В экспериментах использовалась дистиллированная вода и природная нефть. Динамическая вязкость используемой нефти $17.4 \text{ мПа}\cdot\text{с}$. Поверхностное натяжение на границе вода – нефть равно 32 мН/м . Погрешности измеряемого объема определялись по массе дистиллированной воды, поступавшей на весы, которая считывалась 1 раз в секунду и составляли 5 % до прорыва, 1 % до протекания 1 объема ячейки и 0.1 % при больших объемах; перепад давления контролировался датчиком давления с погрешностью в 1 %. Отклонение данных по обработке изображений в бинарный вид составляет 0.3 %. Отклонение расходных характеристик после разборки и сборки ячейки – не более 10 % при малых расходах.

Подача воды проводилась в двух режимах: при постоянном перепаде давления и постоянном расходе. Постоянный перепад давления обеспечивался давлением газа от компрессора и контролировался образцовым манометром, постоянный расход – шприцевым насосом. В обоих случаях давление на входе ячейки Хеле-Шоу измерялось тензометрическим датчиком и фиксировалось с помощью программы RS-Weight на ПК. Объем жидкости, выходящей из ячейки, вытеснял дистиллированную воду из выходной трубки, которая поступала в мерный стакан, находящийся на электронных весах. На верхнюю поверхность воды в стакане налито машинное масло, слой масляной пленки предотвращает интенсивное испарение воды. Видеосъемка проводилась камерой Sony DCR-TRV530E с частотой 25 кадров в секунду и минимальной выдержкой, видеозахват с камеры обеспечивался программой VirtualDub. Показания датчика давления, весов и видеоизображение синхронизировались по времени и поступали на ПК.

Обработка изображений и фрактальная размерность

По видеокдрам, полученным при неустойчивом вытеснении изображений, проводился анализ фрактальных размерностей, образующихся «вязких пальцев» и степени вытеснения нефти при различных режимах нагнетания. Оцифрованные кадры видеоизображений обрабатывались в программе ImageJ (программа в открытом доступе) для перевода в бинарный (черно-белый) вид. Далее рассчитывались фрактальная размерность и остаточная нефтенасыщенность. Поскольку «вязкие пальцы» обладают самоподобием, был проведен фрактальный анализ. Обработка фрактальной размерности структуры вытеснения проводилась в программе HarFa 5.5L light version (программа в открытом доступе), использующая метод «box-counting» [12]. В методе box-counting определялась размерность самих «вязких пальцев» и граница раздела вытесняющей жидкости с вытесняемой. Для получения изображения в бинарном виде, программа накладывает на нее равномерную сетку с шагом ε и считает количество N_i ячеек, содержащих цвета: черный, белый, черный с белым. С каждой новой итерацией шаг сетки уменьшается, соответственно количество N ячеек растет. Фрактальная размерность D вычисляется в соответствии с пределом отношения логарифмов

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N}{\ln \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)}, \quad (1)$$

где наименьшее значение размера ячейки сетки ε равно 1 пикселю.

Таким образом получается сетка с уменьшающимися с каждой итерацией размерами ячеек, содержащих только черный B(Black), только белый W(White) цвета, а также области (граница) с присутствием черного и белого цветов – BW. Измерения для BW заканчиваются на 2 пикселях, так как в одном пикселе бинарного изображения не может содержаться два цвета. Вся фрактальная часть – это области B+BW (только черные и черно-белые), область W+BW (белые и черно-белые области) – остаточная область, занимаемая нефтью.

В случае устойчивого вытеснения с прямой границей раздела между жидкостями для вытесняемой и вытесняющей жидкостей вычисляемая размерность равна 2, для границы раздела – 1.

«Вязкие пальцы» по мере развития формируют ветвистую структуру, направленную в сторону выходной зоны. Усложняется и сама граница раздела, часть це-

ликов нефти остаются внутри фракталоподобной структуры. На рис. 2 приведено фотоизображение и её бинарный вариант вытеснения нефти водой при 20 кПа в момент времени перед началом прорыва маловязкой жидкости в выходное отверстие.

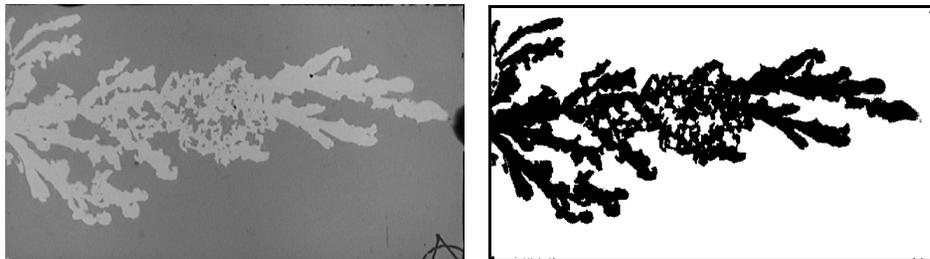


Рис. 2. Фотоснимок неустойчивого фронта вытеснения и его бинарный вид (черное соответствует воде, белое – нефти)

Fig. 2. A photo of an unstable displacement front and its binary image (black color indicates water; white color, oil)

Вычисленная в программе NarFa фрактальная размерность образовавшихся «вязких пальцев» при данном неустойчивом вытеснении (рис. 2) равна 1.75 (B+BW), у границы раздела – 1.45 (BW), область, занятая нефтью – 1.95 (W+BW). В дальнейшем используется размерность $D = 1.75$, поскольку это область фрактала вязких пальцев.

Гидравлическая система в эксперименте состоит из прямоугольной ячейки Хеле-Шоу и подводящих цилиндрических трубок (на вход и выход), с одним и тем же объемным расходом Q в сечениях. Падение давления при течении через ячейку Хеле-Шоу описывается известной формулой [13]:

$$\Delta P_1 = \frac{3\mu l_1}{2bh^3} Q, \quad (2)$$

где μ – вязкость; l_1 – длина ячейки; b – ширина ячейки; h – половина зазора (глубины).

Перепад давления на каждой трубке по формуле Пуазейля

$$\Delta P_i = \frac{8\mu l_i}{\pi R_i^4} Q, \quad (3)$$

где l_i – длина трубки, R_i – радиус трубки, $i = 2, 3, 4$.

Используя формулы (2) и (3), получаем отношение перепадов давления в трубке и в ячейке:

$$\frac{\Delta P_i}{\Delta P_1} = \frac{16 bh^3 l_i}{3\pi R^4 l_1} \approx 1.7 \frac{bh^3 l_i}{R^4 l_1}. \quad (4)$$

Размеры нашего прямоугольного канала в ячейке Хеле-Шоу: ширина $b = 2$ см; зазор $2h = 20$ мкм; длина $l_1 = 3.5$ см. В нашей системе на входе (от датчика давления, манометра, до входного отверстия) вставлена короткая трубка (10 см) диаметром 1 мм (по формуле (4) $\Delta P_2/\Delta P_1 \approx 0.00155$, что соответствует 0.155 %) и подводящая трубка (20 см) диаметром 2мм ($\Delta P_3/\Delta P_1 \approx 1.9 \cdot 10^{-4}$, что соответствует

0.019 %), а на выходе длинная (1 м) толстая трубка диаметром 3 мм, подходящая к стакану с водой на весах ($\Delta P_4/\Delta P_1 \approx 1.9 \cdot 10^{-4}$, что соответствует 0.019 %). Суммарная потеря перепада давления на всех трубках, по сравнению с перепадом давления в ячейке, около 0.2 %, и ей пренебрегается в данном эксперименте.

Плоская модель позволяет видеть структуры, образующиеся во время вытеснения. Постоянный расход соответствует работе насоса, однако в малых элементах нефтяного пласта реализуется постоянный перепад давления.

Картина вытеснения до прорыва и её фрактальный анализ

Изображения вытесняющей и вытесняемой жидкости (вода – нефть) различаются по прозрачности и дают достаточно контрастную картину. В процессе вытеснения регистрируются кадры видеоизображения в цифровом виде, показания весов, соответствующие объёму нагнетаемой жидкости, и перепад давления. Эти три группы данных синхронизировано записываются на ПК. Изучение неустойчивого вытеснения проводилось в двух режимах, при постоянном перепаде давления и постоянном расходе. Процесс вытеснения по его развитию следует разделить на 2 этапа: первичное вытеснение до прорыва и «доотмыв» после прорыва. Неустойчивое вытеснение под действием постоянного перепада давления и при постоянном расходе приводит к образованию ветвящихся структур («пальцев»).

По структурам, образовавшимся за время прохождения до середины модели и к моменту прорыва (рис. 3), можно судить о заметном различии между кластерами, образовавшимися при нагнетании воды под действием постоянного перепада давления и при постоянном расходе. Более рыхлая структура кластеров, образование целиков остаточной нефти, увеличение скорости и отрыв «пальцев» ближе к выходной зоне обусловлены запасом энергии, имеющимся при постоянном перепаде давления. Увеличение интенсивности нагнетания, как за счёт давления, так и расхода, приводит к большему ветвлению кластера. Увеличение ΔP приводит к разрывам пальцев, к более рыхлой структуре. «Вязкие пальцы» обладают самоподобием и фрактальной размерностью.

Нагнетание с заданным расходом 10 мкл/мин приводит к прорыву после закачки $0.27V_0$, а при 50 мкл/мин – $0.33V_0$ и показывает самое эффективное вытеснение из всех режимов до прорыва. Разительно отличается и структура «вязких пальцев»: 10 мкл/мин – «пальцы» широкие, гладкие и относительно мало дробятся, 50 мкл/мин – «пальцы» средние по толщине и дробятся с широким охватом. Отличие структур «вязких пальцев» при постоянных расходах сказывается и в различии их фрактальных размерностей (рис. 4). Фрактальная размерность в зависимости от нагнетаемого объёма во всех приведенных случаях обнаруживает рост, с увеличением размеров кластеров увеличение их фрактальной размерности замедляется.

В случае постоянного перепада давления, зависимости $D(V/V_0)$ хорошо аппроксимируются степенной функцией и для обоих перепадов давления 20 и 50 кПа практически совпадают. Общая аппроксимация для всех точек вычисленных фрактальных размерностей при вытеснении с перепадами давлений 20 и 50 кПа дает $D = 2.03(V/V_0)^{0.11}$, при $R^2 = 0.998$. При перепаде давления 50 кПа, фрактальная размерность перед прорывом имеет чуть большее значение и большую степень вытеснения, чем в случае 20 кПа.

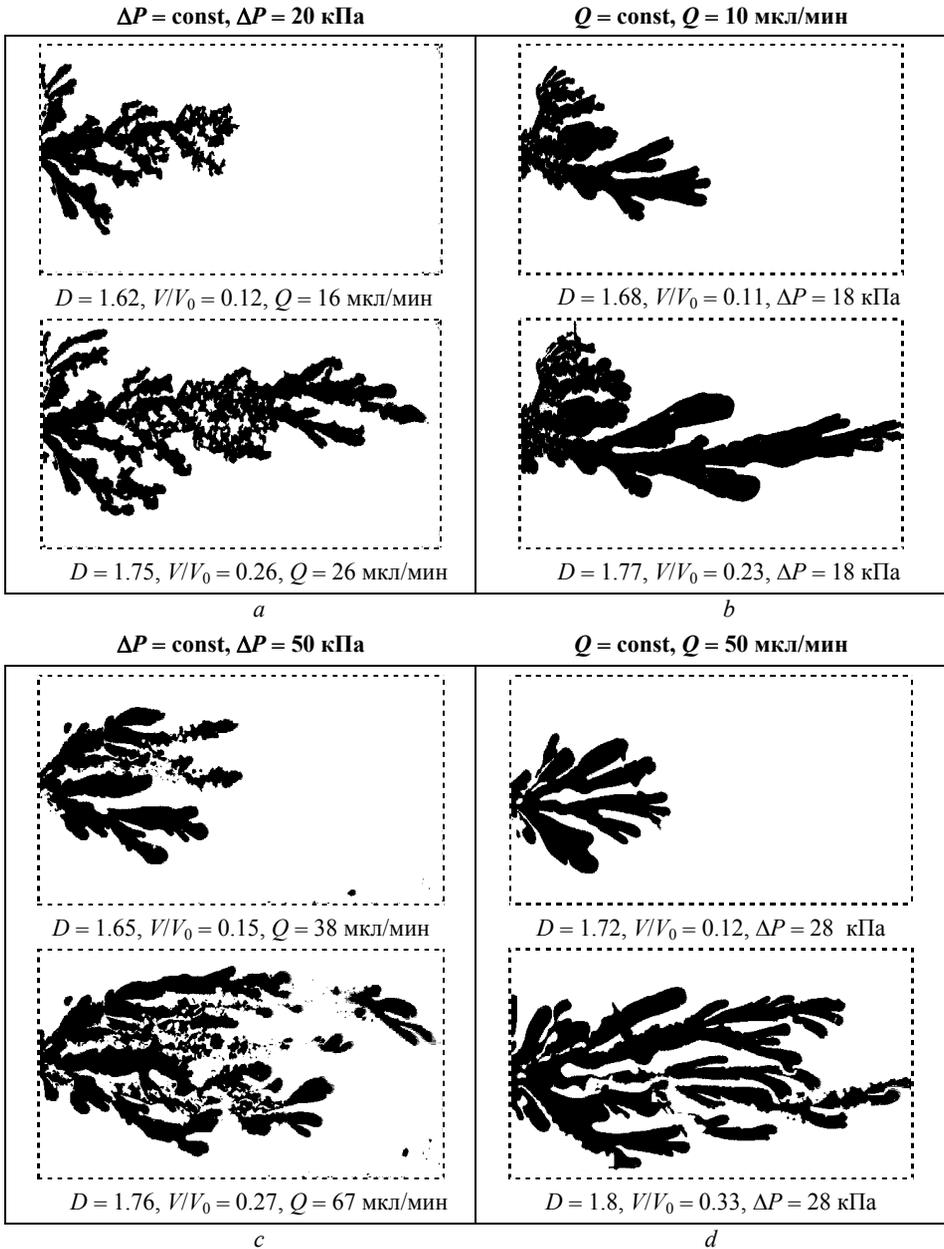


Рис. 3. Кадры видеозаписи неустойчивого вытеснения нефти водой в бинарном виде, при двух режимах нагнетания: 1) постоянный перепад давления 20кПа (а) и 50 кПа (с) и 2) постоянный расход 10 мкл/мин (b) и 50мкл/мин (d) (Штриховые линии соответствуют контуру ячейки; видеокadres демонстрируют структуру развития «вязких пальцев» и их состояние перед прорывом)

Fig. 3. Binary images of video recording frames for unstable water-oil displacement in two injection modes: 1) at a constant pressure drop of (a) 20 and (c) 50 kPa; 2) at a constant flow rate of (b) 10 and (d) 50 $\mu\text{l} / \text{min}$ (the dashed lines indicate cell edges; video frames show the growth of “viscous fingers” and their state before the outburst)

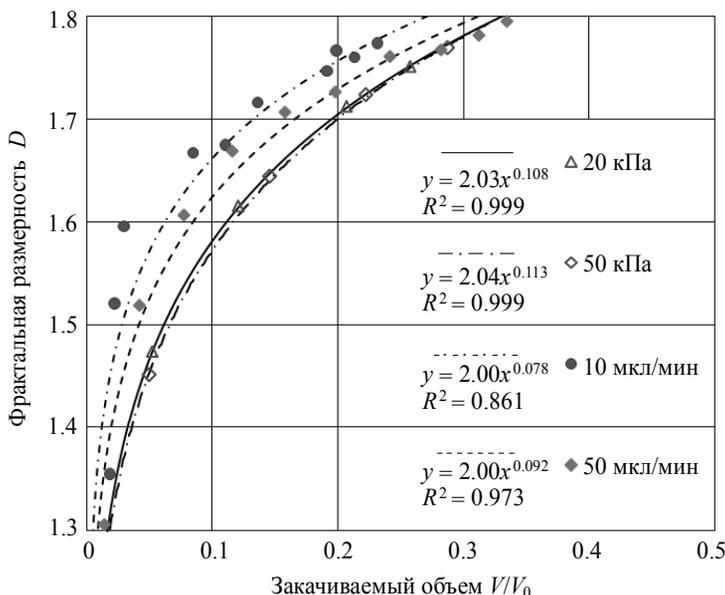


Рис. 4. Зависимость фрактальной размерности D от закачанного объема воды в ячейку Хеле-Шоу. Размерность приведена для «вязких пальцев» с учетом границы раздела вода – нефть

Fig. 4. Fractal dimension D as a function of the volume of the water injected into a Hele-Shaw cell. The dimension is presented for “viscous fingers” with account for a water – oil interface

При постоянном расходе картина несколько иная (рис. 3), зависимости фрактальных размерностей растут быстрее, чем при $\Delta P = \text{const}$ (рис. 4), причём при малом расходе в 10 мкл/мин скорость роста выше, чем при 50 мкл/мин, аппроксимации степенными функциями имеют плохую корреляцию и значительно отличаются друг от друга.

Изменение нефтенасыщенности после прорыва воды

После прорыва количественный анализ нефтенасыщенности проводился на основе обработки бинарных изображений объема прошедшей воды на основе весовых данных и перепада давления на основе показания датчика давлений и манометра (рис. 1). Коэффициент остаточной нефтенасыщенности K_n равен отношению объема остаточной нефти V_n к объему ячейки Хеле-Шоу: $K_n = V_n/V_0$. На рис. 3 приведены изображения водяных кластеров, дошедших до выходного отверстия. По приведенным на рисунках соотношениям V/V_0 , показывающим долю объема ячейки, занятой водой, вытесненный из модели объем нефти соответствует той же доле, соответственно коэффициент нефтенасыщенности в этом случае: $K_n = 1 - V/V_0$, вся вода ушла на добычу такого же объема нефти. Казалось бы, что по достижению «вязкими пальцами» выходного канала течение будет продолжаться по тем руслам, которые вода образовала в вязкой нефти (рис. 3). В реальности, сразу после прорыва происходит резкое падение давления в «пальцах» у выходного отверстия. В «пальцах», прошедших в прорыв, происходит активное перераспределения локальных давлений по всей структуре (рис. 5, а, с), при пере-

паде 50 кПа активность значительно выше по сравнению с меньшим перепадом, картина вытеснения существенно изменяется, расширяется охват вытесняющей жидкостью (рис. 5, б, з).

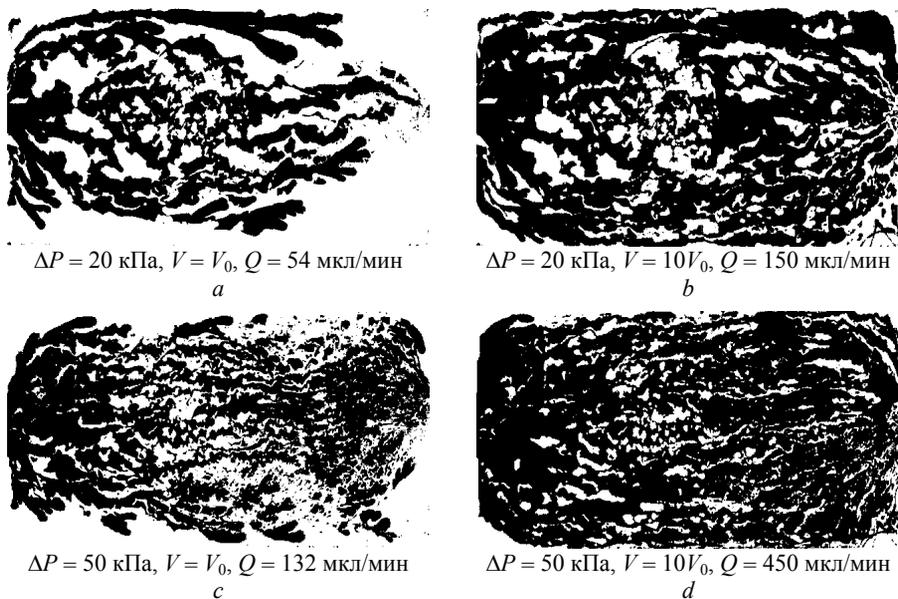


Рис. 5. Кадры видеозаписи неустойчивого вытеснения нефти водой в бинарном виде при заданном постоянном перепаде давления 20 кПа (а, б) и 50 кПа (с, д) после прокачки одного объема ячейки (V_0) и $10V_0$. Под изображениями приведены заданный перепад давления, прошедший объем и соответствующий расход

Fig. 5. Binary images of video recording frames for unstable water-oil displacement at a given constant pressure drop of (a, b) 20 and (c, d) 50 kPa after pumping of one cell volume (V_0) and $10V_0$. The pressure drop, the pumped volume of water, and the corresponding flow rate are given below the figures

Наиболее ярко перераспределение давления, приводящее к перераспределению микропотоков во всех направлениях, проявляется при вытеснении газом [9]. При большем перепаде давления и больших расходах образуется более разветвленная структура, она занимает большую площадь, приводит к большему охвату и более мелкой, разветвленной структуре. Вытеснение с постоянным перепадом давления приводит к увеличению расхода после прорыва, увеличивается фазовая проницаемость.

Вытеснение с двумя значениями постоянного расхода (рис. 3, б, д) показывает значительное различие по объему вытесненной нефти до прорыва, после прорыва картина представлена на рис. 6. Картина вытеснения при 20 кПа после прошедших 10 поровых объемов по структуре близка к расходу в 50 мкл/мин (рис. 5, б, рис. 6, с). В случае вытеснения с задаваемым расходом в 10 мкл/мин, «вязкие пальцы» намного шире и представляют собой цельную структуру. Вытеснение с постоянным расходом 50 мкл/мин приводит к сильному диспергированию у выходной зоне после прохождения 1 объема пор воды (рис. 6, с). В случае с постоянным перепадом давления в 20 кПа, мы наблюдаем отрыв капель по мере ускорения движения ближе к выходной зоне.

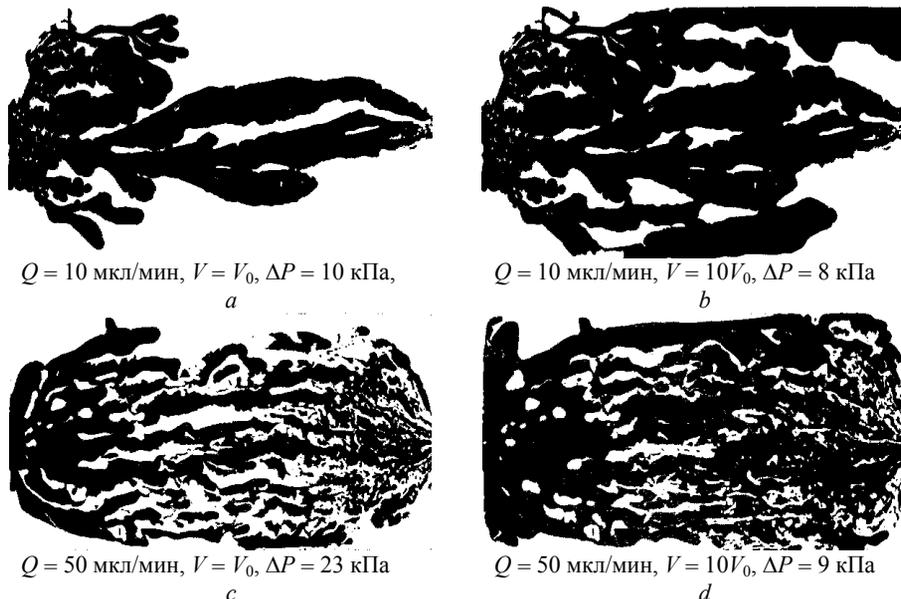


Рис. 6. Кадры видеозаписи неустойчивого вытеснения нефти водой в бинарном виде при заданном постоянном расходе 10 мкл/с (*a, b*) и 50 мкл/с (*c, d*) после закачки V_0 и $10V_0$. Под изображением приведены заданный расход, прошедший объем воды и соответствующий перепад давления

Fig. 6. Binary images of video recording frames for unstable water-oil displacement at a given constant flow rate of (*a, b*) 10 and (*c, d*) 50 $\mu\text{l/s}$ after injecting V_0 and $10V_0$. The flow rate, the pumped volume of water, and the corresponding pressure drop are given below the figures

При постоянном перепаде давления зависимость объема V прошедшей воды от времени хорошо аппроксимируются степенной функцией (рис. 7) на участке, соответствующем протеканию $20V_0$. Эти зависимости удобны для нахождения объемного расхода в различные моменты времени. Каждая точка на графике соответствует весовому значению, которая снимается автоматически, записывается и пересчитывается на компьютере. Погрешность измерений не превышает размеров маркеров на графике, обусловлена в основном погрешностью измерения давления тензиометрическим датчиком и не превышает 1 %.

Из приведенных зависимостей можно найти соотношения для расхода воды вытесняющей нефть из ячейки Хеле-Шоу при постоянном перепаде давления от относительного объема:

$$Q_{50} = 143(V/V_0)^{0.51}, Q_{20} = 60(V/V_0)^{0.40}.$$

Полученные зависимости K_n от объема прошедшей воды изменили наши представления об этапах вытеснения нефти (рис. 8). Все точки на графике распределяются в «коридоре» между аппроксимирующими ломаными линиями, соответствующими данным, полученным при нагнетании с заданными: расходом 10 мкл/мин (верхняя ломаная линия) и перепадом давления 50 кПа (нижняя ломаная линия). Отношение $\Delta K_n/\Delta(V/V_0)$ определяет количество вытесняемой нефти к относительному объему проходящей воды.

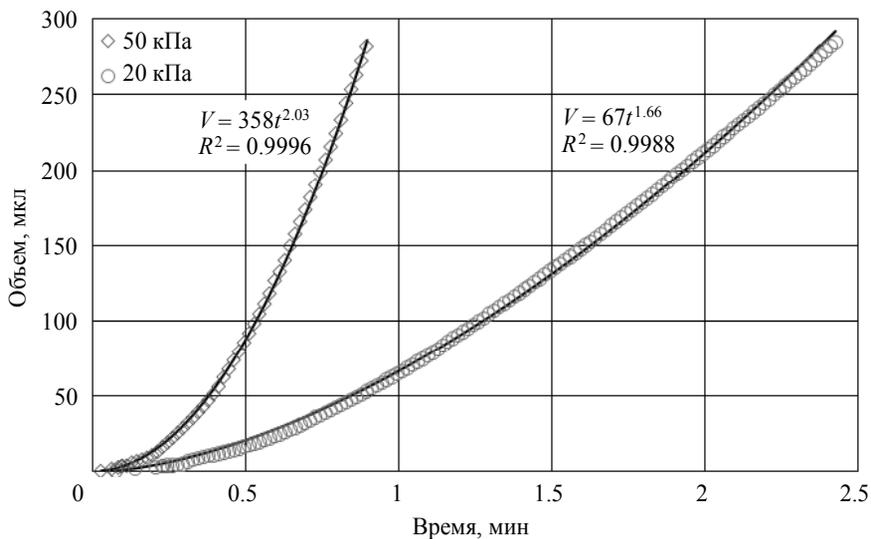


Рис. 7. Зависимость объема прошедшей воды от времени при перепадах давления 50 и 20 кПа и аппроксимирующие функции

Fig. 7. The pumped water volume versus time at pressure drops of 50 and 20 kPa and the approximating functions

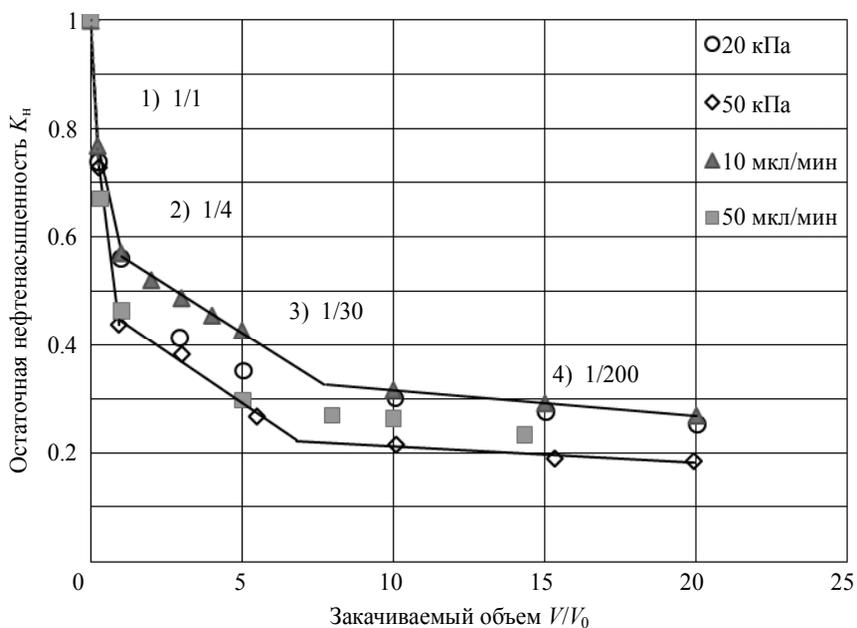


Рис. 8. Зависимость коэффициента остаточной нефтенасыщенности K_n от количества закачиваемого относительного объема (V/V_0) воды.

Отношение вытесняемой нефти к объему проходящей воды: 1), 2), 3), 4)

Fig. 8. Residual oil saturation factor K_n as a function of the injected relative volume (V/V_0). A ratio of the displaced oil volume to the injected water volume: 1), 2), 3), and 4)

В соответствии с полученными зависимостями при неустойчивом вытеснении нефти для остаточной нефтенасыщенности вырисовываются 4 этапа по эффективности вытеснения:

1 этап – до «прорыва», извлекается 23–33 % нефти, $\Delta K_n = 0.67–0.77$ в зависимости от режима нагнетания. Наиболее эффективное извлечение на первом этапе до прорыва происходит при постоянном расходе 50 мкл/мин – 33 %;

2 этап – довытеснение, при объеме закачки воды до V_0 извлекается еще 20–30 % нефти, $\Delta K_n = 0.43–0.57$ в зависимости от режима нагнетания. Наиболее эффективное извлечение на 2 этапе при постоянном перепаде давления 50 кПа – 33 %;

3 этап – доотмыв, при объеме закачки воды до $7V_0$ примерно одинаковый, 20–24 %, но для малого перепада давления и расхода немного выше, что обусловлено наличием большей остаточной нефтью после первых двух этапов. В целом, при больших перепаде давления и расходе извлечено больше, $\Delta K_n = 0.23–0.33$;

4 этап – доотмыв, при объеме закачки воды до $20V_0$ примерно одинаковый, 5–7 %. В целом, при больших перепаде давления и расходе извлечено больше, $\Delta K_n = 0.18–0.25$. Наиболее эффективным по общему объему остаточной нефти является режим вытеснения при постоянном перепаде давления 50 кПа, $\Delta K_n = 0.18$, соответственно извлечение нефти – 82 %.

По темпам извлечения количество вытесненной нефти по отношению к прокачанной воде (определяется тангенсом угла наклона аппроксимирующих линий на рис. 8): 1 этап – 100 %, 2 этап – 25 %, 3 этап – 3.5 % и 4 этап – 0.5 %.

Приведем оценку размеров капель, удерживаемых капиллярными силами при создавшемся градиенте давления в модели. Капиллярное давление на цилиндрической поверхности будет равно $P_k = \sigma/h$, где σ – поверхностное натяжение. Перепад давления на капле можно оценить из градиента давления в ячейке: $\nabla P = \Delta P/l_1$. Длину капли обозначим l_k , на ней будет перепад давления: $l_k \cdot \nabla P$. Таким образом, размер капли при заданном градиенте давления будет определяться отношением: $l_k = P_k/|\nabla P| = \sigma l_1/(h|\Delta P|)$. При перепаде давления $\Delta P = 20$ кПа, $h = 10$ мкм, $\sigma = 32$ мН/м, $l_1 = 3.5$ см размер защемленной капли будет $l_k = 5.6$ мм. При перепаде давления 50 кПа, длина защемленных капель будет порядка 2 мм, что качественно согласуется с изображениями на рис. 5, *b, d*. При постоянном расходе, после замещения нефти водой перепад давления снижается от 18 кПа до 8 кПа при 10 мкл/мин, а при 50 мкл/мин снижается от 28 кПа до 9 кПа (рис. 3, *b, d* и 5, *b, d*). Соответственно длина капель нефти порядка 13 мм. На рисунке длина капель немного больше, за счет дополнительного сдерживания капель миниском фронтальной части капли.

Выводы

1. Разработана установка с использованием методов визуализации для микрогидродинамических исследований, в том числе процессов вытеснения. Все элементы установки управляются с компьютера и в синхронизованном виде сохраняются в нем (видеоизображения, показания датчика давления, весов и заданного расхода).

2. Фрактальный анализ эволюции «вязких пальцев» при двух режимах вытеснения при постоянном перепаде давления и постоянном расходе позволил установить: 1) по мере внедрения пальцев, размеры растущих кластеров увеличиваются и их фрактальная размерность тоже возрастает; 2) в режиме постоянного перепада давления зависимости $D(V/V_0)$ хорошо аппроксимируются степенными функция-

ми, которые при кратном увеличении (в 2.5 раза) перепада давления практически совпадают, в то время как экспериментальные зависимости в режиме постоянного расхода не поддаются такой аппроксимации и существенно отличаются как друг от друга, так и от режима постоянного давления.

3. В режиме постоянного расхода более быстрый рост фрактальной размерности на начальном этапе нагнетания в сравнении с постоянным перепадом обусловлен более быстрым нарастанием кластеров из-за больших соответствующих расходу перепадов.

4. Качественный анализ картины вытеснения до прорыва показывает большую сплошность вытесняющей воды при постоянном расходе и более эффективное вытеснение при расходе 50 мкл/мин. В процессе вытеснения большее диспергирование вытесняемой фазы (нефти) происходит при постоянном перепаде давления, более эффективное вытеснение при прохождении большего объема воды – 10 объемов ячейки (рис. 5, *b*, 6, *b*, и рис. 5, *d*, 6, *d*).

5. Выявлено 4 этапа вытеснения нефти водой при постоянном перепаде давления и заданном расходе: 1) до прорыва воды; 2) при закачке воды до 1 объема ячейки; 3) при закачке воды от 1 до 7 объемов ячейки и 4) дальнейшая закачка от 7 до 20 объемов ячейки. По темпам извлечения количество извлеченной нефти по отношению к прокачанной воде: 1 этап – 1/1; 2 этап – 1/4; 3 этап – 1/30 и 4 этап – 1/200.

6. Количественное сравнение эффективности вытеснения показывает, что до прорыва наиболее эффективно вытеснение при постоянном расходе (50 мкл/мин), а при больших объемах прокачки (более 10 объемов ячейки) эффективнее вытеснение при постоянном перепаде давления (50 кПа).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Saffman P.G., Taylor G. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society, 1958. V. 245. No. 1242. P. 312–329. <https://doi.org/10.1098/rspa.1958.0085>.
2. McLean J.W., Saffman P.G. The effect of surface tension on the shape of fingers in a Hele Shaw cell // Journal of Fluid Mechanics. 1981. V. 102. P. 455–469. <https://doi.org/10.1017/S0022112081002735>.
3. Телеснин P.B. Молекулярная физика: учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1965. 298 с.
4. Ахметов А.Т., Саметов С.П., Власов С.А., Каган Я.М., Краснопецева Н.В. О возможном механизме снижения остаточной нефтенасыщенности // Тезисы докладов II Всероссийской научно-практической конференции «Практические аспекты нефтепромышленной химии» в рамках международного форума «Большая химия» и XX международной специализированной выставки ГАЗ. НЕФТЬ. ТЕХНОЛОГИИ – 2012. 22–25 мая 2012 г., г. Уфа. С. 10–12.
5. Ахметов А.Т., Власов С.А., Каган Я.М., Краснопецева Н.В. Снижение остаточной нефтенасыщенности биополимерным раствором // Oil&Gas Journal Russia. Спецвыпуск: Трудно-извлекаемые, нетрадиционные запасы нефти и газа. 2012. №7 [62]. С. 71–78.
6. Homay G.M. Viscous fingering in porous media // Annual review of fluid mechanics. 1987. V. 19. No. 1. P. 271–311. <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.19.010187.001415>.
7. Jackson S.J., Power H., Giddings D., Stevens D. The stability of immiscible viscous fingering in Hele-Shaw cells with spatially varying permeability // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2017. V. 320. P. 606–632. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2017.03.030>.
8. Chesnokov A., Liapidevskii V. Viscosity-stratified flow in a Hele-Shaw cell // International Journal of Non-Linear Mechanics. 2017. V. 89. P. 168–176. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2016.12.016>.

9. Мавлетов М.В., Валиев А.А. Эффективность неустойчивого вытеснения нефти из ячейки Хеле-Шоу // Нефтепромысловое дело. 2018. № 8. С. 42–45. <https://doi.org/10.30713/0207-2351-2018-8-42-45>.
10. Brandao R., Miranda J.A. Capillary and geometrically driven fingering instability in nonflat Hele-Shaw cells // Physical Review E. 2017. V. 95. No. 3. P. 033104. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.033104>.
11. Akhmetov A.T., Valiev A.A., Rakhimov A.A., Sametov S.P. Anisotropic Properties of Blood in a Vessel with Stenosis // Doklady Physics. Pleiades Publishing, 2018. V. 63. No. 11. P. 476–480. <https://doi.org/10.1134/S1028335818110058>.
12. Li J., Du Q., Sun C. An improved box-counting method for image fractal dimension estimation // Pattern Recognition. 2009. V. 42. No. 11. P. 2460–2469. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2009.03.001>.
13. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Физматгиз, 1959.

Статья поступила 12.12.2019 г.

Valiev A.A., Akhmetov A.T., Rakhimov A.A. (2020) UNSTABLE DISPLACEMENT IN A PLANE-PARALLEL MICROCHANNEL. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 65. pp. 68–82

DOI 10.17223/19988621/65/5

Keywords: Hele-Shaw cell, displacement, pressure drop, volume flow rate, “viscous fingers”, fractal dimension, capillary forces, viscous instability.

Unstable immiscible water-oil displacement is considered in a Hele-Shaw cell at a constant pressure drop or at a constant flow rate. Unstable displacement in a Hele-Shaw cell with small gaps is characterized by valuable capillary forces, which lead to the displaced phase pinching. The capillary boundary between water and oil represents a curved cylindrical surface with two radii: a radius of 10 μm and a radius that is several orders of magnitude higher and corresponds to a varying shape of the unstable displacement boundary. The power dependence of the fractal dimension on the injected volume of the displacing fluid at a constant pressure drop is revealed, which does not change with the pressure drop increased by 2.5 times. An outburst of the displacing fluid at a constant pressure drop leads to a redistribution of local pressures, a change in structure, and a gradual increase in the velocity of “viscous fingers”. It is shown that the displacement process is characterized by four stages, which alternate almost stepwise in terms of the content of the displaced oil taken relative to the volume of injected water: 100 %, 25 %, 3.5 %, and 0.5 %. At the initial stage, displacement at a constant flow rate is more efficient, while for large volumes, it is more efficient at a constant pressure drop.

Azat A. VALIEV (Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa, Russian Federation). E-mail: azatphysic@mail.ru

Alfir T. AKHMETOV (Candidate of Physics and Mathematics, Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa, Russian Federation). E-mail: alfir@anrb.ru

Artur A. RAKHIMOV (Candidate of Physics and Mathematics, Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa, Russian Federation). E-mail: ragar83@mail.ru

REFERENCES

1. Saffman P.G., Taylor G. (1958) The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 245(1242). pp. 312–329. DOI: 10.1098/rspa.1958.0085.
2. McLean J.W., Saffman P.G. (1981) The effect of surface tension on the shape of fingers in a Hele-Shaw cell. *Journal of Fluid Mechanics*. 102. pp. 455–469. DOI: 10.1017/S0022112081002735.

3. Telesnin R.V. (1965) *Molekulyarnaya fizika: uchebnoe posobie dlya vuzov* [Molecular physics: a textbook for universities]. Moscow: Vysshaya shkola.
4. Akhmetov A.T., Sametov S.P., Vlasov S.A., Kagan Ya.M., Krasnopevtseva N.V. (2012) O vozmozhnom mekhanizme snizheniya ostatochnoy neftenasyshchennosti [On the possible mechanism for residual oil saturation reduction]. *Theses of reports on the II All-Russian Scientific and Practical Conference "Practical Aspects of Oilfield Chemistry" at the international forum "Big Chemistry" and the XX international specialized exhibition GAZ. OIL. TECHNOLOGIES – 2012, Ufa*. pp. 10–12.
5. Akhmetov A.T., Vlasov S.A., Kagan Y.M., Krasnopevtseva N.V. (2012) Decrease in residual oil saturation by biopolymer solution. *Oil & Gas Journal Russia*. 7(62). pp. 71–78.
6. Homsy G.M. (1987) Viscous fingering in porous media. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 19(1). pp. 271–311. DOI: 10.1146/annurev.fl.19.010187.001415.
7. Jackson S.J., Power H., Giddings D., Stevens D. (2017) The stability of immiscible viscous fingering in Hele-Shaw cells with spatially varying permeability. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 320. pp. 606–632. DOI: 10.1016/j.cma.2017.03.030.
8. Chesnokov A., Liapidevskii V. (2017) Viscosity-stratified flow in a Hele-Shaw cell. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 89. pp. 168–176. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2016.12.016.
9. Mavletov M.V., Valiev A.A. (2018) Effektivnost' neustoychivogo vytesneniya nefiti iz yacheyki Hele-Shou [Efficiency of unstable oil displacement from a Hele-Shaw cell]. *Neftepromyslovoe delo – Oilfield Engineering*. 8. pp. 42–45. DOI: 10.30713/0207-2351-2018-8-42-45.
10. Brandao R., Miranda J.A. (2017) Capillary and geometrically driven fingering instability in non-flat Hele-Shaw cells. *Physical Review E*. 95(3). pp. 033104. DOI: 10.1103/PhysRevE.95.033104.
11. Akhmetov A.T., Valiev A.A., Rakhimov A.A., Sametov S.P. (2018) Anisotropic properties of blood in a vessel with stenosis. *Doklady Physics*. 63(11). pp. 476–480. DOI: 10.1134/S1028335818110058.
12. Li J., Du Q., Sun C. (2009) An improved box-counting method for image fractal dimension estimation. *Pattern Recognition*. 42(11). pp. 2460–2469. DOI: 10.1016/j.patcog.2009.03.001.
13. Loytsyanskiy L.G. (1959) *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid and gas mechanics]. Moscow: Fizmatgiz.

Received: December 12, 2019