ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
Т. 63, № 9 ФИЗИКА 2020

УДК 539.1.01 DOI: 10.17223/00213411/63/9/30

*О.Е. ШИШАНИН*

# ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВ СИНХРОТРОННОГО СВЕТА

С помощью выявленного малого параметра впервые находятся асимптотики функции Бесселя вплоть до третьего порядка точности. На их основании более подробно вычисляются спектральные выражения синхротронного излучения, удобные для физических приложений.

***Ключевые слова:*** *функции Бесселя с большим индексом, функции Макдональда, асимптотики, спектральные характеристики.*

## Введение

Вопросами приближенного представления функции Бесселя с большим индексом занимались многие авторы [1–4]. Первая формула была получена в работе [1] (в явном виде она указана в [2]). В работах [2, 3] аргумент функции Бесселя и результаты разложения выражались через гиперболические функции, а в [4] использовался метод ВКБ. В [2] отмечается, что поправки к формуле Никольсона в [1] не были сделаны. В работе [5] также методом ВКБ была рассмотрена задача во втором приближении и удалось в этом случае найти спектральные формулы синхротронного излучения при движении заряженной частицы по винтовой траектории. В данной работе, как и в [6], будем исходить из того, что угол поворота частицы мал при излучении в данном направлении. Это позволит найти более точные представления функции Бесселя и на их основе провести анализ спектральных формул излучения.

## Аппроксимации функции Бесселя и ее производной

Формула Никольсона приведена в [2] при $x < n$ в следующем виде:

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2(n-x)}{3x}}K_{1/3}\left(\frac{2^{3/2}(n-x)^{3/2}}{3x^{1/2}}\right). \qquad (1)$$

При излучении фотонов угол поворота электрона $\varphi \sim \sqrt{1-\beta^2}$, где $\beta = v/c$, $v$ – скорость частицы. Таким образом, в интеграле

$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{i(n\varphi - x\sin\varphi)}d\varphi \qquad (2)$$

в ультрарелятивистском случае для современных ускорителей $\varphi$ будем считать малым параметром. При разложении $\sin\varphi$ в (2) учтем четыре члена разложения и затем используем известный интеграл

$$\int_0^\infty \cos(pt + t^3)dt = \frac{\sqrt{p}}{3}K_{1/3}\left[2(p/3)^{3/2}\right]. \qquad (3)$$

Дифференцируя последнее выражение по $x$ несколько раз, получим необходимые для дальнейших расчетов следующие интегралы:

$$\int_0^\infty t^3\sin(t^3 + pt)dt = \frac{\sqrt{p}}{9}K_{1/3} - \frac{p^2}{9\sqrt{3}}K_{2/3}; \qquad (4)$$

$$\int_0^\infty t^5\sin(t^3 + pt)dt = -\frac{4p\sqrt{p}}{27}K_{1/3} + \frac{p^3}{27\sqrt{3}}K_{2/3}; \qquad (5)$$

$$\int_0^\infty t^7\sin(t^3 + pt)dt = \frac{p^2\sqrt{p}}{9}K_{1/3} - \frac{10p}{27\sqrt{3}}K_{2/3} - \frac{p^4}{27\cdot 3\sqrt{3}}K_{2/3}, \qquad (6)$$

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
**«Известия высших учебных заведений. Физика»**
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725