УДК 332.62:519.71

Б.С. Лещинский

НЕЧЕТКИЙ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ВЫБОР ОБЪЕКТОВ НЕДВИЖИМОСТИ

Предлагается методика многокритериального ранжирования объектов недвижимости и выбора наилучшего из них в условиях разнотипности данных. Производится переход от представления объектов с помощью значений разнотипных параметров к представлению объектов с помощью нечетких оценок этих параметров. Ранжирование вариантов происходит на основе значений функции принадлежности выпуклой комбинации нечетких множеств, соответствующих измеряемым параметрам. Предлагаемая методика иллюстрируется на примере сравнения вариантов жилья.

Одна из основных проблем, с которой сталкиваются при анализе недвижимости, – это проблема выбора наилучшего варианта из предлагаемых. Связано это с наличием большого количества разнородных показателей, на основании которых необходимо принимать решение. Например, при анализе жилья учитываются такие характеристики, как [1]:

– месторасположение относительно административного центра и основных транспортных магистралей;

– развитость инфраструктуры и удаленность от нее;

– тип строения (деревянный, кирпичный, блочный);

– этажность строения;

– характеристики жилой площади (общий метраж, метраж кухни, самой большой и маленькой комнат, мест общего пользования, количество комнат и др.);

– состояние и отделка помещений и др.

Часто стараются ввести какие-либо комплексные коэффициенты, вычисляемые по данным, характеризующим сравниваемые объекты. Однако при этом возникает проблема несовместимости значений параметров, измеряемых в разнотипных шкалах (качественных и количественных), и неадекватности применения к ним различных операций. Например, очевидно, что нельзя проводить арифметические действия с текстовыми и логическими величинами. Менее очевидно, что к разным числовым данным не всегда можно применять одни и те же действия. В связи с этим обработку данных надо проводить осторожно, учитывая их смысл. Этот смысл отражается в шкалах измерения, которые задаются для получения значений параметров. Например, часто для принятия решения о выборе того или иного варианта задают набор параметров, оценивают их в соответствии с балльной шкалой измерения, а затем по сумме баллов принимают решение: наилучшим считают тот вариант, который набрал наибольшую сумму баллов. При этом нередко используют разные шкалы: одни параметры оценивают по двухбалльной шкале (0 или 1), другие – по пятибалльной, третьи – по десятибалльной и т.п. При таком подходе допускаются сразу две ошибки: с баллами производят арифметические действия и совместно используют несопоставимые по смыслу данные. В результате сравнение получаемых сумм баллов для рассматриваемых вариантов может привести к неверному принятию решения. Еще хуже положение, если часть данных измеряется в качественных, а часть – в количественных шкалах. Решение этой проблемы может состоять в переходе к единой шкале измерения, но этот переход должен осуществляться осторожно с сохранением смысла параметров и цели их использования.

В данной работе производится переход от представления объектов с помощью значений разнотипных параметров к представлению объектов с помощью нечетких оценок этих параметров, измеряемых в одной и той же шкале. Для этого определяются соответствующие нечеткие множества. Для получения значений функций принадлежности этих множеств используется модифицированный метод парных сравнений Саати. Учитывается, что параметры могут отличаться по важности. Ранжирование вариантов происходит на основе значений функции принадлежности выпуклой комбинации нечетких множеств, соответствующих измеряемым параметрам. Наилучшим считается вариант с максимальным значением этой функции.

РАНЖИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ И ВЫБОР НАИЛУЧШЕГО

Пусть $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$ – множество вариантов, из которых необходимо выбрать наилучший, $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$ – множество количественных и качественных параметров, используемых для представления вариантов из S. Задача состоит в расположении (ранжировании, упорядочении) элементов множества S в порядке предпочтения по значениям параметров множества C.

Прежде всего необходимо сделать так, чтобы данные, характеризующие варианты, стали сопоставимыми и количественными. Используем то, что при выборе наилучшего объекта недвижимости на самом деле нас интересуют не столько значения параметров, сколько уровень их соответствия нашему пониманию наилучшего варианта (варианта, который мы бы хотели). Здесь большое значение имеет субъективность отношения к этим значениям. Например, при выборе жилья для одного наилучшим вариантом может быть трехкомнатная, а для другого – однокомнатная квартира, для одного предпочтителен третий этаж, а для другого – первый.

Определим шкалу измерения в виде интервала вещественных чисел $[0,1]$ и для каждого варианта s_i ($i = \overline{1,n}$) по значению каждого параметра c_l ($l = \overline{1,m}$) установим числовую оценку $\mu_l(s_i) \in [0,1]$, которая характеризует, насколько этот вариант соответствует понятию «наилучший по l-му параметру». В результате каждый вариант s_i теперь будет представлен не множеством значений параметров, а множеством $\{\mu_1(s_1), \mu_2(s_1), \ldots, \mu_m(s_1)\}$ соответствующих им числовых оценок. При этом все они измеряются в одной и той же числовой шкале (интервал $[0,1]$) и, следовательно, могут быть использованы совместно в численных расчетах.

Таким образом, для каждого $c_l \in C$ имеется множество $\{\mu_l(s_1), \mu_l(s_2), \ldots, \mu_l(s_n)\}$, каждый элемент которого характеризует соответствие варианта s_i понятию «наилучший» по этому параметру. Следовательно [2], это понятие можно представить нечетким множеством, заданным на универсальном множестве вариантов S:

$$\tilde{c}_l = \left\{ \frac{\mu_l(s_1)}{s_1}, \frac{\mu_l(s_2)}{s_2}, \ldots, \frac{\mu_l(s_n)}{s_n} \right\} \tag{1}$$

с функцией принадлежности $\mu_l(s)$, характеризующей совместимость любого варианта $s \in S$ с данным понятием (рис. 1).

Переход от значений разнотипных параметров к их оценкам более естественно формулируется в терминах лингвистической переменной. Пусть задана лингвистическая переменная оценка с множеством значений {наилучший по c_1, наилучший по c_2, …, наилучший по c_m}, смысл которых представляется нечеткими множествами

$\widetilde{c}_1$, $\widetilde{c}_2$, ..., $\widetilde{c}_m$. Тогда связи между лингвистической переменной оценки, ее значениями и вариантами s_1, s_2, ..., s_n могут быть представлены иерархической структурой, отраженной на рис. 2.

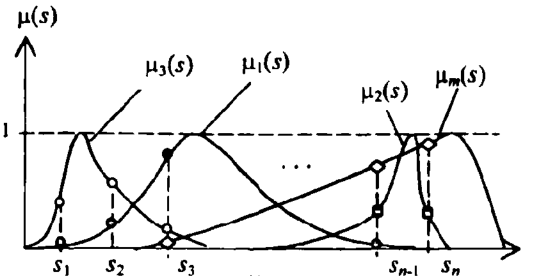

Рис. 1. Функции принадлежности понятий «наилучший» по различным параметрам

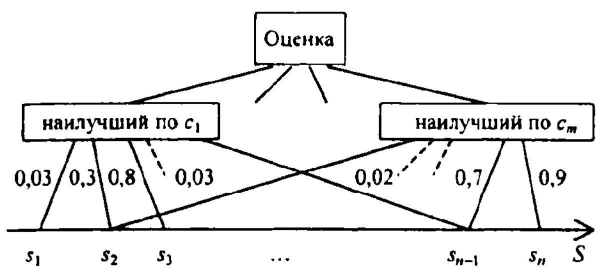

Рис. 2. Иерархическая структура лингвистической переменной

Пока мы исходили из того, что все параметры имеют одинаковую важность, но обычно это не так. Как правило, их вклад в принятие решения различен. Заметим, что и здесь проявляется субъективность отношения к параметрам: для одного близость к административному центру и транспортным магистралям важна, а для другого это не имеет значения, зато очень важна экологическая чистота района. Пусть β_1, β_2, ..., β_m – неотрицательные числа, характеризующие относительную важность параметров c_1, c_2, ..., c_m, причем $\sum_{i=1}^{m}\beta_i = 1$. Если удобнее оценивать важность в числах, превышающих единицу, можно сначала использовать ту количественную шкалу, которая удобна (например, в интервале от 0 до 10), а затем вычислить долю каждого числа в общей сумме. Эти долевые значения и будут использованы в дальнейших расчетах. Другими словами, если первоначально важность оценена в числах $\widetilde{\beta}_i$ $(i=\overline{1,n})$ из интервала [0, a], то

$$\beta_i = \frac{\widetilde{\beta}_i}{\sum_{i=1}^{n}\widetilde{\beta}_i}. \qquad (2)$$

Для упорядочения вариантов определим нечеткое множество в виде выпуклой комбинации $\widetilde{C}$ нечетких множеств $\widetilde{c}_1$, $\widetilde{c}_2$, ..., $\widetilde{c}_m$ с функцией принадлежности

$$\forall s \in S \quad \mu_{\widetilde{C}}(s) = \sum_{i=1}^{m}\beta_i\mu_i(s), \qquad (3)$$

и тогда

$$\widetilde{C} = \left\{\frac{\mu_{\widetilde{C}}(s_1)}{s_1}, \frac{\mu_{\widetilde{C}}(s_2)}{s_2}, ..., \frac{\mu_{\widetilde{C}}(s_n)}{s_n}\right\}. \qquad (4)$$

Наилучшим принимается вариант, для которого функция принадлежности имеет наибольшее значение [3], т.е. такой $s^* \in S$, для которого

$$\mu_{\widetilde{C}}(s^*) = \max_{s_i \in S} \mu_{\widetilde{C}}(s_i). \qquad (5)$$

ПРИМЕР МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА НАИЛУЧШЕГО ОБЪЕКТА НЕДВИЖИМОСТИ

Для примера рассмотрим задачу выбора наилучшего жилья, типичную в риэлторской деятельности. Пусть дано несколько параметров, измеряемых в разнотипных шкалах. Например, общая площадь квартиры и площадь кухни измеряются в количественной шкале, наличие балкона и раздельность комнат – в шкале наименований (да, нет), близость инфраструктуры – в порядковой шкале (рядом, близко, далеко). Предположим, есть значения этих параметров для нескольких квартир и требуется выбрать наиболее предпочтительный вариант:

Параметры	Варианты		
	s_1	s_2	s_3
Количество комнат (c_1)	3	2	3
Общая площадь (c_2)	67,5	90	50
Площадь кухни (c_3)	10	14	12
Раздельность комнат (c_4)	Нет	Да	Да
Строительный материал (c_5)	Бетон	Кирп.	Кирп.
Этажность дома (c_6)	9	4	9
Этаж (c_7)	5	2	3
Наличие балкона (c_8)	Есть	Есть	Есть
Близость инфраструктуры (c_9)	Рядом	Близко	Далеко

Для принятия решения необходимо прежде всего сделать так, чтобы данные, характеризующие разнотипные параметры, стали сопоставимыми и количественными. Для этого по каждой квартире для значения каждого параметра устанавливаем числовую оценку (в пределах от 0 до 1), которая характеризует, насколько данное значение нас устраивает:

Параметры	Вариант s_1		Вариант s_2		Вариант s_3	
	Значение	Оценка	Значение	Оценка	Значение	Оценка
c_1	3	0,85	2	0,5	3	0,85
c_2	67,5	0,7	90	0,9	50	0,4
c_3	10	0,5	14	0,75	12	0,65
c_4	Нет	0,4	Да	0,6	Да	0,6
c_5	Бетон	0,7	Кирпич	1	Кирпич	1
c_6	9	0,6	4	0,8	9	0,6
c_7	5	0,5	2	0,8	3	0,7
c_8	Есть	1	Есть	1	Есть	1
c_9	Рядом	1	Близко	0,7	Далеко	0,4

Зададим коэффициент, значения которого будут характеризовать важность каждого параметра: чем больше его значение, тем больший вклад вносит параметр в принятие решения. Сначала оценим важность в числовых значениях из интервала [0,10], а затем в соответствии с (2) вычислим значения коэффициента:

Параметры	Важность	
	Значение	Коэффициент
c_1	8	0,17
c_2	6	0,13
c_3	3	0,06
c_4	7	0,15
c_5	4	0,09
c_6	4,5	0,1
c_7	6	0,13
c_8	2	0,04
c_9	6	0,13

Для упорядочения вариантов, пользуясь формулой (3), получаем значения функции принадлежности $\mu_{\tilde{C}}(s_1)$ = = 0,68, $\mu_{\tilde{C}}(s_2)$ = 0,74 и $\mu_{\tilde{C}}(s_3)$ = 0,66. В результате видим, что наилучшим следует считать второй вариант, наихудшим – третий.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ МЕТОДОМ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ

Если задание значений функций принадлежности $\mu_l(s_i)$ вызывает затруднения, можно воспользоваться косвенными методами, одним из которых является метод парных сравнений. В этом случае формируются матрицы $A(c_l)$ парных сравнений вариантов по каждому параметру (общее количество матриц совпадает с количеством параметров и равно m):

$$A(c_l) = \begin{bmatrix} a^l_{11} & a^l_{12} & \dots & a^l_{1n} \\ a^l_{21} & a^l_{22} & \dots & a^l_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a^l_{m1} & a^l_{m2} & \dots & a^l_{mn} \end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Элементы a^l_{ij} ($l = \overline{1,m}$; $i, j = \overline{1,n}$) выражают преимущество одного варианта (s_i) перед другим (s_j) по параметру c_l и оцениваются в соответствии со шкалой: 1 – отсутствует преимущество; 3 – слабое преимущество; 5 – существенное преимущество; 7 – явное преимущество; 9 – абсолютное преимущество; между этими значениями – промежуточные сравнительные оценки. Данная шкала подобна шкале Саати [4] и отличается от нее тем, что она количественная, а не порядковая. Это означает, что любые значения от 1 до 9 (а не только целые) с точки зрения данной шкалы имеют смысл.

Будем предполагать, что парные сравнения согласованы, т.е. $A(c_l)$ удовлетворяет следующим свойствам:

1) $a^l_{ii} = 1$ – диагональность;

2) $a^l_{ij} = 1/a^l_{ji}$ – симметричность, т.е. во сколько раз объект s_i важнее объекта s_j, во столько же раз s_j менее важен в сравнении с s_i;

3) $a^l_{ki}a^l_{ij} = a^l_{kj}$ – транзитивность.

Симметричность означает, что если объект s_i важнее объекта s_j в η раз, то важность s_j в сравнении с s_i обязательно должна составлять долю $1/\eta$. Транзитивность означает согласованность преимущественности любой тройки вариантов между собой. Смысл этого состоит в следующем. Если преимущество s_k перед s_i определяется величиной a^l_{ki}, а преимущество s_i перед объектом s_j – величиной a^l_{ij}, то преимущество s_k перед s_j должно быть равно произведению этих величин. Из транзитивности следует

$$a^l_{ij} = \frac{a^l_{kj}}{a^l_{ki}}; \; i,j,k = \overline{1,n}; \; l = \overline{1,m}. \qquad (7)$$

Это означает, что если s_i имеет определенное преимущество перед s_j, то во сколько раз изменяется (увеличивается или уменьшается) преимущество s_k перед s_j, во столько же раз должно аналогично измениться преимущество s_k перед объектом s_i и наоборот.

Таким образом, если матрица $A(c_l)$ удовлетворяет свойствам диагональности, симметричности и транзитивности, то для вычисления всех ее элементов достаточно знать n–1 недиагональных элементов, в частности элементы a^l_{kj} ($j = \overline{1,n}$) любой k-й строки. После определения всех элементов матрицы $A(c_l)$ степени принадлежности, необходимые для формирования нечеткого множества $\tilde{c}_l$, вычисляются по формуле [5]:

$$\mu_l(s_i) = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} a^l_{ki}}; \; i = \overline{1,n}. \qquad (8)$$

Заметим, что простота вычисления $\{\mu_l(s_i), i = \overline{1,n}\}$ связана с согласованностью парных сравнений. Если этого нет, определение $\mu_l(s_i)$ производится более трудоемким методом поиска собственного вектора матрицы $A(c_l)$, например методом анализа иерархий [6].

В случае, если затруднение вызывает и задание значений коэффициента важности $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$, можно использовать тот же метод парных сравнений. Для этого необходимо сформировать матрицу парных сравнений важности параметров $c_l \in C$, аналогичную (6), и воспользоваться формулой (8).

ПРИМЕР С ПРИМЕНЕНИЕМ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ

Рассмотрим ту же задачу, что и ранее, но с получением значений функций принадлежности с помощью парных сравнений. Пусть при сравнении вариантов получены следующие результаты:

Параметры	Парные сравнения
c_1	Преимущество s_1 перед s_2 – 3 Отсутствует преимущество s_1 перед s_3
c_2	Преимущество s_1 перед s_3 – 3 Преимущество s_2 перед s_1 – 2
c_3	Преимущество s_2 перед s_3 – 1,5 Преимущество s_3 перед s_1 – 1,75
c_4	Преимущество s_2 перед s_1 – 2 Отсутствует преимущество s_2 перед s_3
c_5	Преимущество s_2 перед s_1 – 3,5 Отсутствует преимущество s_2 перед s_3
c_6	Отсутствует преимущество s_1 перед s_3 Преимущество s_2 перед s_3 – 4
c_7	Преимущество s_2 перед s_3 – 2 Преимущество s_3 перед s_1 – 3
c_8	Отсутствует преимущество s_1 перед s_2 Отсутствует преимущество s_2 перед s_3
c_9	Преимущество s_1 перед s_2 – 2 Преимущество s_2 перед s_3 – 4

Тогда матрицы парных сравнений имеют вид:

$$A(c_1) = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0{,}33 & 1 & 0{,}33 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}; \qquad A(c_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 3 \\ 2 & 1 & 6 \\ 0{,}33 & 0{,}17 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A(c_3)=\begin{bmatrix}1 & 0{,}38 & 0{,}57\\ 2{,}63 & 1 & 1{,}5\\ 1{,}75 & 0{,}67 & 1\end{bmatrix};\quad A(c_4)=\begin{bmatrix}1 & 0{,}5 & 0{,}5\\ 2 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix};$$

$$A(c_5)=\begin{bmatrix}1 & 0{,}29 & 0{,}29\\ 3{,}5 & 1 & 1\\ 3{,}5 & 1 & 1\end{bmatrix};\quad A(c_6)=\begin{bmatrix}1 & 0{,}25 & 1\\ 4 & 1 & 4\\ 1 & 0{,}25 & 1\end{bmatrix};$$

$$A(c_7)=\begin{bmatrix}1 & 0{,}17 & 0{,}33\\ 6 & 1 & 2\\ 3 & 0{,}5 & 1\end{bmatrix};\quad A(c_8)=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix};$$

$$A(c_9)=\begin{bmatrix}1 & 2 & 8\\ 0{,}5 & 1 & 4\\ 0{,}13 & 0{,}25 & 1\end{bmatrix}.$$

Отсюда, пользуясь формулой (8), получаем

$$\tilde{c}_1=\left\{\frac{0{,}43}{s_1},\frac{0{,}14}{s_2},\frac{0{,}43}{s_3}\right\};\quad \tilde{c}_2=\left\{\frac{0{,}3}{s_1},\frac{0{,}6}{s_2},\frac{0{,}1}{s_3}\right\};$$

$$\tilde{c}_3=\left\{\frac{0{,}18}{s_1},\frac{0{,}49}{s_2},\frac{0{,}33}{s_3}\right\};\quad \tilde{c}_4=\left\{\frac{0{,}2}{s_1},\frac{0{,}4}{s_2},\frac{0{,}4}{s_3}\right\};$$

$$\tilde{c}_5=\left\{\frac{0{,}12}{s_1},\frac{0{,}44}{s_2},\frac{0{,}44}{s_3}\right\};\quad \tilde{c}_6=\left\{\frac{0{,}17}{s_1},\frac{0{,}66}{s_2},\frac{0{,}17}{s_3}\right\};$$

$$\tilde{c}_7=\left\{\frac{0{,}1}{s_1},\frac{0{,}6}{s_2},\frac{0{,}3}{s_3}\right\};\quad \tilde{c}_8=\left\{\frac{0{,}33}{s_1},\frac{0{,}34}{s_2},\frac{0{,}33}{s_3}\right\};$$

$$\tilde{c}_9=\left\{\frac{0{,}61}{s_1},\frac{0{,}31}{s_2},\frac{0{,}08}{s_3}\right\}.$$

Представим полученные результаты в табличной форме:

Параметры	Важность	Вариант		
		s_1	s_2	s_3
c_1	0,17	0,43	0,14	0,43
c_2	0,13	0,3	0,6	0,1
c_3	0,06	0,18	0,49	0,33
c_4	0,15	0,2	0,4	0,4
c_5	0,09	0,13	0,44	0,44
c_6	0,1	0,17	0,66	0,17
c_7	0,13	0,1	0,6	0,3
c_8	0,04	0,33	0,34	0,33
c_9	0,13	0,62	0,31	0,08

Пользуясь формулой (3), получаем нечеткое множество $\tilde{C}=\left\{\frac{0{,}29}{s_1},\frac{0{,}43}{s_2},\frac{0{,}28}{s_3}\right\}$, откуда следует, что наилучшим вариантом является s_2, наихудшим – s_3, от которого немногим в лучшую сторону отличается s_1.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Крутик А.Б., Горенбургов М.А., Горенбургов Ю.М.* Экономика недвижимости. СПб.: Лань, 2000.
2. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию решений. М.: Мир, 1976.
3. *Беллман Р., Заде Л.* Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир, 1976.
4. *Саати Т.* Математические модели конфликтных ситуаций. М.: Сов. радио, 1977.
5. *Ротштейн А.П., Штовба С.Д.* Нечеткий многокритериальный анализ вариантов с применением парных сравнений // Изв. РАН. ТиСУ. 2001. № 3. С. 150–154.
6. *Саати Т., Кернс К.* Аналитическое планирование. Организация систем. М.: Радио и связь, 1991.

Статья представлена кафедрой математических методов и информационных технологий в экономике экономического факультета Томского государственного университета, поступила в научную редакцию «Экономические науки» 15 апреля 2003 г.