

УДК 532.5.013.12

DOI: 10.17223/00213411/63/12/68

С.О. ГЛАДКОВ, ЗО АУНГ

О ПОПРАВКАХ К СИЛЕ СТОКСА ПО ЧИСЛУ КНУДСЕНА

С помощью классического кинетического уравнения Больцмана найдена поправка к уравнению Навье – Стокса в виде бигармонического слагаемого по оператору Лапласа. Показано, что при учете этого слагаемого автоматически появляются соответствующие поправки по числу Кнудсена в формуле Стокса.

Ключевые слова: Уравнение Навье – Стокса, число Кнудсена, поправки к силе Стокса.

Введение

Вопрос, на котором нам хотелось бы сейчас остановиться, относится к общим проблемам классической гидродинамики, и ответ на который мы не нашли ни в одной из множества монографий, посвященных гидродинамической теории жидкостей и газов [1–42].

Речь идет о вычислении поправки к силе сопротивления Стокса в виде аддитивных слагаемых по числу Кнудсена, определяемого стандартным образом как $Kn = \frac{l}{2R}$, где l – длина свободного пробега молекул жидкости или газа, R – радиус шара.

Наше любопытство к этому вопросу продиктовано вовсе не случайным, а вполне закономерным интересом. И связано это с тем, что в последнее время довольно модными объектами исследования становятся наночастицы, размер которых лежит в диапазоне 10^{-4} – 10^{-6} см. Когда речь заходит о такого порядка размерах, классической формулой Стокса воспользоваться довольно проблематично, поскольку в этом случае длина свободного пробега молекул жидкости (или газа) оказывается сравнимой с диаметром наночастицы.

Именно в этой связи мы и задались вопросом, как вычислить поправку к силе Стокса в виде некоторой функции от числа Кнудсена.

Чтобы ответить на поставленный вопрос, удобно воспользоваться хорошо проверенным как теорией, так и практикой методом кинетического уравнения Больцмана [43–45]. С его помощью мы подробно остановимся на выводе уравнения Навье – Стокса, в котором учтем все дополнительные слагаемые с точностью до членов порядка τ_p^3 по времени релаксации τ_p , где p – импульс молекулы. Сказанное с очевидностью приведет нас к ожидаемому ответу на поставленный вопрос. В свете этого удобно разбить статью на две части. Первая часть будет посвящена выводу обобщенного уравнения Навье – Стокса, применимого не только к обычным телам, но и к наночастицам, а во второй части мы вычислим поправку к силе Стокса по числу Кнудсена $Kn = \frac{l}{2R}$, которая будет строго обоснована учетом дополнительного бигармонического по оператору Лапласа слагаемого.

1. Вывод уравнения Навье – Стокса с учетом бигармонического оператора

Представим классическое уравнение Больцмана в обычном виде [46]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f = L(f), \quad (1)$$

где $f = f(t, \mathbf{p}, \mathbf{r})$ – искомая функция распределения; \mathbf{v} – скорость молекул; $L(f)$ – интеграл столкновений.

Традиционно, как это принято в теории кинетических уравнений, решение уравнения (1) будем искать в виде ряда

$$f = f_0 + f_1 + f_2 + \dots, \quad (2)$$

где квазиравновесная функция распределения

$$f_0 = \frac{1}{Z} e^{-\frac{\varepsilon(p) - pV}{T}}, \quad (3)$$

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>