

УДК 519.24

DOI: 10.17223/00213411/63/12/124

В.П. ШУЛЕНИН

СВОЙСТВА РОБАСТНОСТИ МЕДИАНЫ АБСОЛЮТНЫХ РАЗНОСТЕЙ И СЕМЕЙСТВА ИНТЕР- α -КВАНТИЛЬНЫХ РАЗМАХОВ

Данные экспериментов при изучении свойств различных физических объектов часто содержат выпадающие наблюдения, грубые ошибки (выбросы), которые могут привести к существенным искажениям при статистической обработке таких данных. По этой причине разрабатываются статистические процедуры, которые «защищены» от наличия выбросов в наблюдениях. В данной работе рассматриваются два типа робастных оценок масштабного параметра, который характеризует «разброс» (вариабельность) изучаемой случайной величины. Предложенные оценки асимптотически нормально распределены, имеют *ограниченные* функции влияния и, следовательно, в отличие от оценки стандартного отклонения, «защищены» от наличия выбросов в выборке. Приводятся результаты сравнения оценок масштабного параметра по эффективности в условиях различных моделей наблюдений, в частности в условиях гауссовской модели с масштабным засорением.

Ключевые слова: масштабный параметр, робастные оценки, выбросы, функция влияния, адаптивные оценки.

Введение

При обработке результатов измерений X_1, \dots, X_n , полученных в эксперименте путем наблюдений за признаком X изучаемого физического объекта, традиционно вычисляются по статистическим данным X_1, \dots, X_n выборочные оценки математического ожидания $M(X)$ и дисперсии $D(X)$ (или стандартного отклонения $[D(X)]^{1/2}$), что вполне оправдано для гауссовской модели наблюдений. Однако выборочные оценки этих числовых характеристик изучаемой случайной величины (с.в.) X подвержены «сильному» влиянию грубых ошибок (выбросов), которые обычно присутствуют в реальных данных X_1, \dots, X_n эксперимента [1–4]. По этой причине в статистике разработаны робастные процедуры [5–15], которые, с одной стороны, оказываются нечувствительными к наличию умеренного засорения данных грубыми ошибками, а с другой стороны, ведут себя «достаточно хорошо» при идеальных условиях нормальности или какого-либо другого предположения о типе распределения данных. Удобным и очень полезным инструментом для построения робастных процедур является функция влияния Хампеля [5, 13]. С помощью этой функции определяются различные числовые характеристики робастности процедур и изучается их качество при различных отклонениях от принятой модели наблюдений в условиях реальных экспериментов (см., например, [8, 11, 12]).

В настоящее время разработано большое количество робастных оценок параметра положения в качестве альтернативы выборочной оценке математического ожидания, которые имеют ограниченные функции влияния и «защищены» от наличия выбросов в выборке. Многие из этих оценок принадлежат к общим классам M -, L -, R - и MD -оценок, которые хорошо изучены и описаны в литературе [7–19]. Эти классы оценок имеют тесные связи [8, 9, 20–24]. Часто оценку можно отнести к нескольким классам. Например, оценка Ходжеса – Лемана традиционно рассматривалась в литературе как R -оценка, построенная с использованием ранговых критериев [15, 25, 26]. Однако введение класса обобщенных L -оценок [6, 7, 27–29] позволяет отнести её и к этому классу обобщенных L -оценок (см., например, [30, 31]). Наличие связей между классами оценок позволяет, указав оценку с оптимальными свойствами в одном классе, выделять в другом классе свою оценку с такими же оптимальными свойствами. В частности, наличие теоремы Джекеля [12, с. 124] позволяет построить в классах L - и R -оценок минимаксно-робастные оценки в рамках модели с засорением с такими же асимптотическими свойствами как у M -оценки Хьюбера [14].

Менее изученными являются робастные оценки масштабного параметра, который используется в качестве числовой меры, характеризующей степень разброса случайной величины. Эти меры определяются в виде функционалов $S(F)$, $F \in \mathfrak{F}$, заданных на множестве допустимых распределений \mathfrak{F} в условиях эксперимента, связанного с изучением с.в. X по статистическим данным

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>