ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
2020 Управление, вычислительная техника и информатика № 53

УДК 681.326
DOI: 10.17223/19988605/53/4

В.И. Сеньченков, А.С. Матюнин

РАЗВИТИЕ ОБУЧАЮЩИХ ПРОЦЕДУР ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Совершенствуются методы обучения в моделях диагностирования сложных технических систем при неполной и неоднородной информации по отказам. Раскрываются теоретические основы построения изображений – формализованного представления неработоспособных состояний системы. Разработана процедура синтеза изображения на основе ортогонального тригонометрического базиса в функциональном пространстве с произвольной областью определения, позволяющая повысить сходимость процесса обучения.
Ключевые слова: неработоспособное состояние; диагностический параметр; рекуррентное соотношение; ортогональный тригонометрический базис; сходимость процесса обучения.

Разработка и совершенствование математического обеспечения процессов диагностирования сложных технических систем имеет особую актуальность, поскольку является необходимым условием повышения достоверности решений о техническом состоянии. Решение указанной задачи предполагает формализованное описание как работоспособного состояния системы, так и неработоспособных состояний, обусловленных отказами различных функциональных элементов. В терминологии теории распознавания образов [1, 2] – методологической базы технической диагностики – описание конкретного состояния системы называется его изображением. Совокупность изображений работоспособного и всех неработоспособных состояний составляет основу модели диагностирования системы.

Теоретические и прикладные вопросы диагностики активно решаются в различных областях техники [3–11]. Критический анализ и осмысление полученных результатов показывают, что в указанных работах не уделяется должного внимания вопросам эффективного использования статистической информации о состоянии систем. В то же время получение такой информации, прежде всего по неработоспособным состояниям системы, является одним из самых трудоемких предварительных этапов разработки моделей. Целью данной работы является дальнейшее развитие подходов [12, 13] к моделированию процессов диагностирования, в частности к построению изображений неработоспособных состояний при острой ограниченности и недостаточном качестве статистических данных об исследуемой системе.

1. Теоретические основы обучения при синтезе изображений неработоспособных состояний системы

Разрабатываются методы синтеза изображений на основе обучающих процедур [1, 2, 4, 5, 11–13]. В обобщенном виде данные методы могут быть представлены следующим образом.

Пусть

$$\mathbf{Y}_{<n>} = (y_1, y_2, ..., y_n)^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

вектор зарегистрированных значений физических величин, характеризующих внутреннее состояние системы. Вектором (1) определяется наблюдаемое состояние, а его компоненты y_j, $j = \overline{1, n}$ выступают в качестве диагностических (информативных) параметров.

Всевозможные наблюдаемые состояния образуют множество

$$Y = \{\mathbf{Y}_{<n>}\}, \tag{2}$$

на котором задается структура n-мерного евклидова пространства [14. С. 55]. Тогда подмножество Y_i ($Y_i \subset Y$) являет собой неработоспособное состояние, обусловленное отказом i-го функционального элемента системы (далее – i-е неработоспособное состояние). Любое из подмножеств Y_i есть область в пространстве (2), которая ограничивается диапазонами

$$\Delta_{ij} = [y_{ij}^{\text{н}}; y_{ij}^{\text{в}}],\ i = \overline{1, m},\ j = \overline{1, n}, \tag{3}$$

изменения диагностических параметров (где $y_{ij}^{\text{н}}$, $y_{ij}^{\text{в}}$ – соответственно нижнее и верхнее граничные значения j-го диагностического параметра в i-м неработоспособном состоянии системы; m – мощность множества рассматриваемых неработоспособных состояний).

Области

$$Y_i,\ i = \overline{1, m} \tag{4}$$

в евклидовом пространстве (2) могут пересекаться в силу самых различных факторов, среди которых возможность лишь приближенной оценки диапазонов (3) на основе имеющейся статистической информации о неработоспособных состояниях системы. Поэтому каждую область необходимо заменить одним элементом – изображением i-го неработоспособного состояния, которое формируется в виде вектора

$$\mathbf{E}_i = (e_{i1}, e_{i2}, ..., e_{in})^{\text{т}},\ \mathbf{E}_i \in E, \tag{5}$$

где

$$E = \{\mathbf{E}_i \mid i = \overline{1,m}\} \tag{6}$$

множество изображений всех неработоспособных состояний.

Изображение $\mathbf{E}_i$ должно аккумулировать в себе свойства всей i-й области (4). Иначе, произвольная компонента e_{ij} вектора (5) характеризует подобие наблюдаемых состояний (1), представляющих i-е неработоспособное состояние, по j-му диагностическому параметру.

Предполагается, что для построения изображений из множества (6) сформирована обучающая выборка наблюдаемых состояний (обучающих образов), принадлежность которых каждой области (4) известна:

$$\{\mathbf{Y}_k^i \mid k = \overline{1, N_i}\} \subset Y_i,\ i = \overline{1,m}, \tag{7}$$

где N_i – мощность множества обучающих образов по i-му неработоспособному состоянию системы.

Выборка (7) характеризуется неоднородностью и ограниченным объемом, что связано с высокой трудоемкостью получения статистических данных о неработоспособных состояниях систем. Неоднородная статистическая информация малых объемов обрабатывается методами непараметрического статистического анализа, к которым относится метод стохастической аппроксимации [2. С. 384]. На его основе предлагаются различные алгоритмы, но наиболее универсальной является вычислительная схема, реализуемая рекуррентными соотношениями

$$\mathbf{E}_i(k) = \mathbf{E}_i(k-1) - \frac{1}{k}[\mathbf{E}_i(k-1) - G(\mathbf{Y}^i(k))],\ i = \overline{1, m}. \tag{8}$$

Указанные соотношения позволяют выводить изображение $\mathbf{E}_i(k)$ на текущем шаге через это же изображение $\mathbf{E}_i(k-1)$ на предыдущем шаге и очередной элемент $\mathbf{Y}^i$ из обучающей выборки (7).

В структуре выражения (8) содержится векторная функция

$$G(\mathbf{Y}) = (g_1(\mathbf{Y}), g_2(\mathbf{Y}), ..., g_n(\mathbf{Y}))^{\text{т}}, \tag{9}$$

которая представляет ортогональное преобразование наблюдаемого состояния $\mathbf{Y}$. Иначе, попарные скалярные произведения координатных функций в (9) должны быть равны нулю:

$$(g_r, g_s) = 0,\ r = \overline{1,n},\ s = \overline{1,n},\ r \neq s. \tag{10}$$

Для векторного преобразования (9) в работах [5. С. 191; 12. С. 35; 13. С. 2] аргументируется применение тригонометрического базиса

$$1,\ \sin lx,\ \cos lx,\quad l \in \mathbf{N},\ x \in \mathbf{R}, \tag{11}$$

где $\mathbf{N}$ – множество натуральных чисел; $\mathbf{R}$ – множество вещественных чисел.

Базис (11) содержится в пространстве $\mathbf{C}_2$ непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману [15. С. 158], с областью определения [–π; π], где π ≈ 3,14. Известно, что скалярное произведение в $\mathbf{C}_2[-\pi;\pi]$ определяется выражением

$$(g_r, g_s) = \int_{-\pi}^{\pi} g_r g_s dx, \quad r, s \in \mathbf{N}, \ r \neq s .$$

Если в качестве элементов g_r, g_s пространства $\mathbf{C}_2[-\pi;\pi]$ употреблять базисные функции из (11), то

$$(\sin rx, \cos sx) = \int_{-\pi}^{\pi} \sin rx \cdot \cos sx dx = 0 ;$$

$$(\sin rx, \sin sx) = 0 ; \ (\cos rx, \cos sx) = 0 ; \ (1, \sin rx) = 0 ; \ (1, \cos rx) = 0 .$$

Поскольку равенства (10) справедливы для всех элементов базиса (11), он является ортогональным в пространстве $\mathbf{C}_2[-\pi;\pi]$. Начальные элементы данного базиса могут использоваться для построения системы функций (9). Произвольная координатная функция $g_r(\mathbf{Y})$ задается следующими соотношениями [12. С. 35, 13. С. 2]:

$$g_r(\mathbf{Y}) = \begin{cases} \delta_{rj} \sin l y_j, & l = (j+1)/2, \ \ j - \text{нечетно}; \\ \delta_{rj} \cos l y_j, & l = j/2, \qquad\quad j - \text{четно}; \\ r, j = \overline{1, n}, & \end{cases} \tag{12}$$

где $\delta_{rj} = \begin{cases} 1, & r = j; \\ 0, & r \neq j \end{cases}$ – символ Кронекера. (13)

При указанном задании каждая функция $g_r(\mathbf{Y})$ определяется только одним элементом базиса (11), влияние других элементов исключается введением в соотношения (12) символа Кронекера (13).

2. Обучение с применением ортогонального базиса в функциональных пространствах с произвольной областью определения

В предыдущих работах [5, 12, 13] не акцентировалось внимание на том, что базис (11) является ортогональным только в пространствах $\mathbf{C}_2$, которые заданы на интервале [–π; π]. Это частный случай данных пространств. Из указанного факта следует, что строгая попарная ортогональность координат вектора (9) соблюдается только при

$$\left| y_j \right| \leq \pi, \ \ j = \overline{1, n} . \tag{14}$$

Неравенство (14) указывает на ограниченность по модулю значений диагностических параметров системы величиной 3,14. В действительности диагностические параметры сложных технических систем могут принимать любые конечные значения. Если условие (14) не выполняется, координатные функции в (9) свойством попарной ортогональности в полной мере не обладают. Это может отрицательно сказываться на качестве процесса обучения и в конечном счете снижать результативность диагностирования. Следовательно, необходим поиск способов обеспечения ортогональности координат вектора (9), когда диагностические параметры принимают произвольные конечные значения:

$$\left| y_j \right| \leq z, \ \ j = \overline{1, n}, \ \ z \in \mathbf{R}^+ , \tag{15}$$

где $\mathbf{R}^+$ – множество положительных вещественных чисел.

Если базис (11) рассматривать в категориях гармонического анализа [14. С. 488], будет допустимой трактовка каждой из функций $\sin lx$, $\cos lx$ как отдельной гармоники на интервале [–π; π] с периодом $T = 2\pi/l$. Тогда на интервале

$$[-z; z] \tag{16}$$

в виде аналогичных гармоник могут рассматриваться функции

$$\sin\frac{\pi}{z}lx,\ \cos\frac{\pi}{z}lx$$

с периодом $T = 2z/l$. Из представленных рассуждений следует, что базис

$$1,\ \sin\frac{\pi}{z}lx,\ \cos\frac{\pi}{z}lx, \qquad (17)$$

является ортогональным в пространстве $\mathbf{C}_2[-z;\ z]$. Действительно, попарные скалярные произведения элементов базиса (17) равны нулю:

$$(\sin\frac{\pi}{z}rx,\ \cos\frac{\pi}{z}sx) = \int_{-z}^{z}\sin\frac{\pi}{z}rx\cdot\cos\frac{\pi}{z}sxdx = \frac{1}{2}\left(\int_{-z}^{z}\sin\frac{\pi}{z}(r+s)xdx + \int_{-z}^{z}\sin\frac{\pi}{z}(r-s)xdx\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{z}{\pi(r+s)}\cos\frac{\pi}{z}(r+s)x\Big|_{-z}^{z} + \frac{z}{\pi(r-s)}\cos\frac{\pi}{z}(r-s)x\Big|_{-z}^{z}\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{z}{\pi(r+s)}\left(\cos\frac{\pi}{z}(r+s)z - \cos\frac{\pi}{z}(r+s)(-z)\right) + \frac{z}{\pi(r-s)}\left(\cos\frac{\pi}{z}(r-s)z - \cos\frac{\pi}{z}(r-s)(-z)\right)\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{z}{\pi(r+s)}\left(\cos(r+s)\pi - \cos(r+s)\pi\right) + \frac{z}{\pi(r-s)}\left(\cos(r-s)\pi - \cos(r-s)\pi\right)\right) = 0;$$

аналогично $(\sin\frac{\pi}{z}rx,\ \sin\frac{\pi}{z}sx) = 0$, $(\cos\frac{\pi}{z}rx,\ \cos\frac{\pi}{z}sx) = 0$, $(1,\ \sin\frac{\pi}{z}rx) = 0$, $(1,\ \cos\frac{\pi}{z}rx) = 0$.

Возникает вопрос, какой должна быть величина z, определяющая диапазон ортогональности базиса (17). Пусть z равна максимальной по модулю координате вектора $\mathbf{Y}$:

$$z = \max\left\{\left|y_j\right| \mid j = \overline{1,n}\right\}. \qquad (18)$$

Тогда (16) будет самым узким интервалом из тех, которые охватывают все координаты наблюдаемого состояния $\mathbf{Y}$. Использование такого интервала упрощает вычислительные операции и повышает их точность, поскольку он не включает избыточные величины в отличие от более широких интервалов. По этой причине в качестве рабочего принимается базис (17), а граничные точки области определения пространства $\mathbf{C}_2[-z;\ z]$ задаются условием (18).

Таким образом, попарная ортогональность элементов системы (9) имеет место при любых значениях координат вектора $\mathbf{Y}$, если выражение (12) принимает вид:

$$g_r(\mathbf{Y}) = \begin{cases} \delta_{rj}\sin\frac{\pi}{z}ly_j, & l = (j+1)/2, \quad j - \text{нечетно}; \\ \delta_{rj}\cos\frac{\pi}{z}ly_j, & l = j/2, \quad j - \text{четно}; \\ r,\ j = \overline{1,n}. \end{cases} \qquad (19)$$

Начальное приближение процесса обучения (изображение на первом шаге) в дальнейшем принимается в виде элемента $\mathbf{Y}^i$ из выборки (7), преобразованного на основе (19):

$$\mathbf{E}_i(1) = G(\mathbf{Y}^i(1)),\ i = \overline{1,m}. \qquad (20)$$

Соотношениями (8) реализуются второй и последующие шаги.

Тригонометрическим преобразованием (19) обеспечивается ограниченность компонентов e_{ij} в изображениях (5) интервалом [–1; 1]. Это означает, что на множестве всех преобразованных элементов пространства (2) генерируется замкнутое и ограниченное евклидово пространство $G(Y)$. Метрика данного пространства будет другой в сравнении с метрикой исходной структуры (2), поскольку каждая его координата локализована в диапазоне [–1; 1]. Топология $G(Y)$ характерна тем, что в нем выделяются области $G(Y_i)$, частично пересекающиеся между собой. При этом $G(Y)$ содержит в себе и множество (6) построенных изображений ($E \subset G(Y)$).

3. Сходимость процесса обучения с применением тригонометрических базисов

Анализ пространства $G(Y)$ приводит к заключению, что на основе его метрических соотношений может быть задано условие сходимости процесса обучения:

$$\lim_{k\to\infty} \rho(\mathbf{E}_i(k), \mathbf{E}_i^*) = 0, \qquad (21)$$

где $\mathbf{E}_i^*$ – оптимальное изображение i-го неработоспособного состояния;

$\rho(\mathbf{E}_i(k), \mathbf{E}_i^*) = \left(\sum_{j=1}^{n} (e_{ij}^* - e_{ij}(k))^2 \right)^{0,5}$ – расстояние в пространстве $G(Y)$ между векторами $\mathbf{E}_i(k)$ и $\mathbf{E}_i^*$.

Предельное условие (21) показывает результат обучения, когда допускается возможность неограниченного увеличения количества шагов ($k \to \infty$). Для любой конкретной системы формируются только приближенно оптимальные изображения в силу ограниченности обучающей выборки (7). Поскольку объем данной выборки по каждому неработоспособному состоянию составляет N_i элементов, оптимальным изображением считается полученное на заключительном шаге:

$$\mathbf{E}_i^* = \mathbf{E}_i(N_i), \; i = \overline{1, m}. \qquad (22)$$

После завершения этапа синтеза изображений встает задача распознавания текущих состояний системы, для этого также целесообразно опираться на метрику евклидова пространства $G(Y)$. Наблюдаемое состояние $\mathbf{Y}$, которого нет в обучающей выборке, идентифицируется с одним из неработоспособных состояний по критерию минимума метрического различия [5. С. 229; 16. С. 953] в пространстве $G(Y)$ между $G(\mathbf{Y})$ и изображениями из множества (6):

$$\mathbf{Y} \in Y_i, \text{ если } \rho(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_i) = \min_{k=\overline{1,m}} \{\rho(G(\mathbf{Y}), \mathbf{E}_k)\}, \; i = \overline{1, m}. \qquad (23)$$

Применение критерия вида (23) всегда дает однозначный результат при условии, что он базируется на метрике замкнутого и ограниченного пространства [17. С. 360].

Введение условия (21) позволяет сравнивать сходимость различных вариантов процесса обучения. Пусть δ – расстояние в евклидовом пространстве $G(Y)$ между векторами изображения на текущем и последующем шагах обучения:

$$\rho(\mathbf{E}_i(k), \mathbf{E}_i(k+1)) = \delta. \qquad (24)$$

Если δ_1 и δ_2 – расстояния вида (24) при обучении на основе базисов (11) и (17) соответственно (варианты обучения 1 и 2), то при $\delta_2 < \delta_1$ сходимость выше по варианту 2. Указанное неравенство может означать и пренебрежимо малое повышение сходимости обучения в случае использования базиса (17), если сравниваемые расстояния сопоставимы между собой. В действительности указанный базис обеспечивает значимое преимущество при формировании изображений, когда величина

$$L = \left| \frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_1} \right| \cdot 100 \qquad (25)$$

(относительное различие между расстояниями δ_1 и δ_2) будет не меньше интегральной относительной погрешности Λ регистрации диагностических параметров в контрольных точках системы:

$$L \ge \Lambda. \qquad (26)$$

Пример. Наблюдаемое состояние системы задано вектором, включающим пять диагностических параметров:

$$\mathbf{Y} = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)^{\text{т}}.$$

Сформирована обучающая выборка по i-му неработоспособному состоянию системы ($N_i = 12$):

$\mathbf{Y}_1^i = (5,\ 6,\ 1,\ 1{,}8,\ 2{,}5)^{\text{т}}$; $\mathbf{Y}_2^i = (5{,}5,\ 5{,}8,\ 1{,}2,\ 2{,}1,\ 2{,}7)^{\text{т}}$; $\mathbf{Y}_3^i = (5{,}8,\ 5{,}1,\ 0{,}9,\ 1{,}6,\ 2{,}8)^{\text{т}}$;

$\mathbf{Y}_4^i = (5{,}1,\ 4{,}8,\ 1{,}4,\ 1{,}7,\ 2{,}6)^{\text{т}}$; $\mathbf{Y}_5^i = (6,\ 5{,}6,\ 1{,}3,\ 1{,}7,\ 2{,}7)^{\text{т}}$; $\mathbf{Y}_6^i = (5{,}1,\ 6,\ 1{,}1,\ 2,\ 2{,}5)^{\text{т}}$;

$\mathbf{Y}_7^i = (6{,}1,\ 5{,}4,\ 1,\ 2{,}2,\ 2{,}4)^{\text{т}}$; $\mathbf{Y}_8^i = (5{,}3,\ 6{,}2,\ 1{,}2,\ 1{,}6,\ 2{,}5)^{\text{т}}$; $\mathbf{Y}_9^i = (5,\ 6{,}1,\ 1{,}1,\ 2{,}1,\ 2{,}7)^{\text{т}}$;

$\mathbf{Y}_{10}^i = (5{,}2,\ 6{,}3,\ 1,\ 2,\ 2{,}7)^{\text{т}}$; $\mathbf{Y}_{11}^i = (5{,}1,\ 6,\ 1{,}3,\ 1{,}8,\ 2{,}8)^{\text{т}}$; $\mathbf{Y}_{12}^i = (5{,}8,\ 5{,}5,\ 0{,}9,\ 1{,}6,\ 2{,}4)^{\text{т}}$.

Интегральная относительная погрешность Λ регистрации диагностических параметров составляет 10%.

Требуется построить изображение *i*-го неработоспособного состояния.

В каждом обучающем образе имеются координаты со значениями, выходящими за диапазон ортогональности базиса (11):

$$\forall \mathbf{Y}_k^i \;\; \exists y_{kj}^i,\; j = \overline{1,5} : \left| y_{kj}^i \right| > \pi .$$

Следовательно, процедуру обучения целесообразно выстраивать на основе базиса (17) или, что равносильно, в рекуррентных соотношениях (8) использовать ортогональное преобразование (9) с координатными функциями (19).

Пусть $z(k)$ – величина, которая определяет диапазон попарной ортогональности элементов системы (9) при выполнении *k*-го шага обучения. Тогда из (18) следует

$$z(1) = \max\left\{5,\; 6,\; 1,\; 1{,}8,\;\; 2{,}5\right\} = 6 .$$

В соответствии с выражениями (19), (20) первый шаг обучения задается как

$$\mathbf{E}_i(1) = G(\mathbf{Y}^i(1)) = \begin{pmatrix} \sin\left((\pi/6)\cdot 5\right) \\ \cos\left((\pi/6)\cdot 6\right) \\ \sin\left((\pi/6)\cdot 2\cdot 1\right) \\ \cos\left((\pi/6)\cdot 2\cdot 1{,}8\right) \\ \sin\left((\pi/6)\cdot 3\cdot 2{,}5\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin 2{,}62 \\ \cos 3{,}14 \\ \sin 1{,}05 \\ \cos 1{,}88 \\ \sin 3{,}93 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}50 \\ -1{,}00 \\ 0{,}87 \\ -0{,}30 \\ -0{,}71 \end{pmatrix} .$$

Второй шаг заключается в ортогональном преобразовании обучающего образа $\mathbf{Y}_2^i$ и поиске приближения $\mathbf{E}_i(2)$:

$$z(2) = \max\left\{5{,}5,\; 5{,}8,\; 1{,}2,\; 2{,}1,\;\; 2{,}7\right\} = 5{,}8 ;$$

$$G(\mathbf{Y}^i(2)) = \begin{pmatrix} \sin\left((\pi/5{,}8)\cdot 5{,}5\right) \\ \cos\left((\pi/5{,}8)\cdot 5{,}8\right) \\ \sin\left((\pi/5{,}8)\cdot 2\cdot 1{,}2\right) \\ \cos\left((\pi/5{,}8)\cdot 2\cdot 2{,}1\right) \\ \sin\left((\pi/5{,}8)\cdot 3\cdot 2{,}7\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin 2{,}98 \\ \cos 3{,}14 \\ \sin 1{,}30 \\ \cos 2{,}27 \\ \sin 4{,}39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}16 \\ -1{,}00 \\ 0{,}96 \\ -0{,}64 \\ -0{,}95 \end{pmatrix} ;$$

из (8) следует

$$\mathbf{E}_i(2) = \mathbf{E}_i(1) - \frac{1}{2}\left[\mathbf{E}_i(1) - G(\mathbf{Y}^i(2))\right] = \begin{pmatrix} 0{,}50 \\ -1{,}00 \\ 0{,}87 \\ -0{,}30 \\ -0{,}71 \end{pmatrix} - \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 0{,}50 \\ -1{,}00 \\ 0{,}87 \\ -0{,}30 \\ -0{,}71 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0{,}16 \\ -1{,}00 \\ 0{,}96 \\ -0{,}64 \\ -0{,}95 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 0{,}33 \\ -1{,}00 \\ 0{,}92 \\ -0{,}47 \\ -0{,}83 \end{pmatrix} .$$

Таким же образом выполняются следующие шаги обучающей процедуры, которые сведены в таблицу.

Последовательность шагов процесса обучения

$\mathbf{Y}^i(1)$	$G(\mathbf{Y}^i(1))$	$\mathbf{Y}^i(2)$	$G(\mathbf{Y}^i(2))$	$\mathbf{E}_i(2)$	$\mathbf{Y}^i(3)$	$G(\mathbf{Y}^i(3))$	$\mathbf{E}_i(3)$
5	0,50	5,5	0,16	0,33	5,8	0,00	0,22
6	–1,00	5,8	–1,00	–1,00	5,1	–0,93	–0,98
1	0,87	1,2	0,96	0,92	0,9	0,82	0,89
1,8	–0,30	2,1	–0,64	–0,47	1,6	–0,16	–0,37
2,5	–0,71	2,7	–0,95	–0,83	2,8	–0,99	–0,88

Окончание таблицы

$\mathbf{Y}^i(4)$	$G(\mathbf{Y}^i(4))$	$\mathbf{E}_i(4)$	$\mathbf{Y}^i(5)$	$G(\mathbf{Y}^i(5))$	$\mathbf{E}_i(5)$	$\mathbf{Y}^i(6)$	$G(\mathbf{Y}^i(6))$	$\mathbf{E}_i(6)$
5,1	0,00	0,16	6,0	0,00	0,13	5,1	0,45	0,18
4,8	–0,98	–0,98	5,6	–0,98	–0,98	6,0	–1,00	–0,98
1,4	0,99	0,92	1,3	0,82	0,90	1,1	0,91	0,90
1,7	–0,50	–0,40	1,7	–0,21	–0,36	2,0	–0,50	–0,38
2,6	–1,00	–0,91	2,7	–0,89	–0,90	2,5	–0,71	–0,87
$\mathbf{Y}^i(7)$	$G(\mathbf{Y}^i(7))$	$\mathbf{E}_i(7)$	$\mathbf{Y}^i(8)$	$G(\mathbf{Y}^i(8))$	$\mathbf{E}_i(8)$	$\mathbf{Y}^i(9)$	$G(\mathbf{Y}^i(9))$	$\mathbf{E}_i(9)$
5,4	–0,00	0,15	5,3	0,44	0,19	5	–0,53	0,23
6,2	–0,98	–0,98	6,2	–1,00	–0,98	6,1	–1,00	–0,98
1	0,82	0,89	1,2	0,94	0,90	1,1	0,90	0,90
2,2	–0,21	–0,36	1,6	–0,05	–0,32	2,1	–0,56	–0,35
2,4	–0,89	–0,87	2,5	–0,61	–0,84	2,7	–0,86	–0,84
$\mathbf{Y}^i(10)$	$G(\mathbf{Y}^i(10))$	$\mathbf{E}_i(10)$	$\mathbf{Y}^i(11)$	$G(\mathbf{Y}^i(11))$	$\mathbf{E}_i(11)$	$\mathbf{Y}^i(12)$	$G(\mathbf{Y}^i(12))$	$\mathbf{E}_i(12)$
5,2	–0,52	0,26	5,1	–0,45	0,28	5,8	0,00	0,26
6,3	–1,00	–0,98	6	–1,00	–0,98	5,5	–0,99	–0,98
1	0,84	0,89	1,3	0,98	0,90	0,9	0,82	0,89
2	–0,41	–036	1,8	–0,30	–0,35	1,6	–0,16	–0,33
2,7	–0,78	–0,83	2,8	–0,95	–0,84	2,4	–0,69	–0,83

На основании (22) оптимальным считается изображение $\mathbf{E}_i^* = \mathbf{E}_i(12)$, представленное в таблице.

Расстояние (24) между векторами изображения на предпоследнем и последнем шагах обучения:

$$\delta_2 = \rho(\mathbf{E}_i(11), \mathbf{E}_i(12)) = \Big((0{,}26-0{,}28)^2 + (-0{,}98+0{,}98)^2 + (0{,}89-0{,}90)^2 +$$

$$+(-0{,}33+0{,}35)^2 + (-0{,}83+0{,}84)^2\Big)^{0,5} = 0{,}032\,.$$

Аналогичным образом выполнена процедура обучения с использованием той же выборки, что и в данном примере, на основе базиса (11), т.е. в рекуррентных соотношениях (8) применены координатные функции (12). Все этапы указанной процедуры показаны в работе [12. С. 36], расстояние (24) между векторами изображения на тех же шагах обучения составляет

$$\delta_1 = \rho(\mathbf{E}_i(11),\ \mathbf{E}_i(12)) = 0{,}039\,.$$

Относительное различие (25) между расстояниями δ_1 и δ_2:

$$L = \frac{0{,}039-0{,}032}{0{,}039}\cdot 100 \approx 18\%\,.$$

Неравенство (26) выполняется, тем самым пример подтверждает теоретические рассуждения о повышении эффективности использования статистической информации в случае применения тригонометрического базиса, ортогонального в пространстве $\mathbf{C}_2[-z;\, z]$. При одном и том же объеме N_i выборки (7) имеет место более высокая степень приближения текущего изображения к оптимальному.

Заключение

В работе представлен в обобщенном виде подход к формированию изображений неработоспособных состояний системы посредством обучающей процедуры, разработанной на базе метода стохастической аппроксимации. Показано, что в соотношениях, реализующих процесс обучения, следует использовать ортогональный тригонометрический базис в пространствах $\mathbf{C}_2$ с областью определения, которая охватывает все координаты наблюдаемого состояния системы. При этом обеспечивается повышение сходимости процесса обучения по сравнению с предшествующими разработками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фомин Я.А. Распознавание образов. Теория и применения. М. : Фазис, 2010. 368 с.
2. Vapnik V. Statistical Learning Theory. New York : Wiley-Interscience, 1998. 768 p.
3. Лобан А.В. Информационная технология распределенного диагностирования космических аппаратов. Москва–Берлин : Директ-Медиа, 2015. 146 с.
4. Малкин В.С. Техническая диагностика. М. : Академия, 2013. 272 с.
5. Сеньченков В.И. Модели, методы и алгоритмы анализа технического состояния. Saarbrücken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. 377 с.
6. Chunhui Z., Furong G. Online fault prognosis with relative deviation analysis and vector autoregressive modeling // Chemical Engineering Science. 2015. V. 138. P. 531–543.
7. Lu G., Zhou Y., Lu C., Li X. A novel framework of change-point detection for machine monitoring // Mechanical Systems and Signal Processing. 2017. V. 83. P. 533–548.
8. Будко П.А., Винограденко А.М., Литвинов А.И. Экспериментальные исследования кинетического метода контроля и диагностики технических средств // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 9. С. 53–58.
9. Liu W.Y., Gao Q.W., Ye G., Ma R., Han J.G. A novel wind turbine bearing fault diagnosis method based on Integral Extension LMD // Measurement. 2015. V. 74. P. 70–77.
10. Skliros C., Esperon M.M., Fakhre A., Jennions I.K. A review of model based and data driven methods targeting hardware systems diagnostics // Diagnostyka. 2019. V. 20 (1). P. 3–21.
11. Shi P., Liang K., Han D., Zhang Yi. A novel intelligent fault diagnosis method of rotating machinery based on deep learning and PSO-SVM // Journal of Vibroengineering. 2017. V. 19 (8). P. 5932–5946.
12. Сеньченков В.И., Шишкин Е.В. Совершенствование процессов обучения в диагностических моделях сложных технических систем // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2017. № 4. С. 33–43.
13. Senchenkov V., Absalyamov D., Avsyukevich D. Diagnostics of life support systems with limited statistical data on failures // E3S Web of Conferences (EECE-2019). V. 140, No. 05002. 5 p.
14. Зорич В.А. Математический анализ. М. : МЦНМО, 2012. Ч. 2. 818 с.
15. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М. : Физматлит, 2009. 572 с.
16. Сеньченков В.И., Абсалямов Д.Р., Авсюкевич Д.А. Задание множества диагностических параметров системы на основе теории функциональных пространств // Труды СПИИРАН. 2019. Т. 18 (4). С. 949–975.
17. Muscat Jo. Functional Analysis: An Introduction to Metric Spaces, Hilbert Spaces, and Banach Algebras. Springer, 2014. 420 p.

Поступила в редакцию 29 апреля 2020 г.

Senchenkov V.I., Matyunin A.S. (2020) THE DEVELOPMENT OF TRAINING PROCEDURES FOR MODELING THE PROCESSES OF DIAGNOSING TECHNICAL SYSTEMS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika* [Tomsk State University Jounal of Control and Computer Science]. 53. pp. 38–46

DOI: 10.17223/19988605/53/4

This article discusses and improves training methods in constructing models for diagnosing complex technical systems with incomplete and heterogeneous information about inoperative conditions caused by failures of functional elements. The vector $\mathbf{Y}_{<n>} = (y_1, y_2, ..., y_n)^{\mathrm{T}}$ of registered values of diagnostic (informative) parameters y_j is the observed state of the system. On the set $Y = \{\mathbf{Y}\}$, the structure of an n-dimensional Euclidean space is defined in which the domains Y_i, $i = \overline{1, m}$ are allocated. Each of the domains Y_i represents the i-th inoperative condition of the system. The model for diagnosing is based on images – a formalized description of inoperative conditions. The image is formed as a vector $\mathbf{E}_i = (e_{i1}, e_{i2}, ..., e_{in})^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{E}_i \in E$, that accumulates the properties of all the observed states of the system from the Y_i domain. Images are synthesized on the basis of a training sample $\{\mathbf{Y}_k^i \mid k = \overline{1, N_i}\} \subset Y_i$ by means of recurrence relations

$$\mathbf{E}_i(k) = \mathbf{E}_i(k-1) - \frac{1}{k}[\mathbf{E}_i(k-1) - G(\mathbf{Y}^i(k))], \quad i = \overline{1, m},$$

allowing to display the image $\mathbf{E}_i(k)$ at the current step through the same image $\mathbf{E}_i(k–1)$ at the previous step and the next sample element $\mathbf{Y}^i$. The indicated relations are derivatives of the stochastic approximation method. The vector function $G(\mathbf{Y}) = (g_1(\mathbf{Y}), g_2(\mathbf{Y}), ..., g_n(\mathbf{Y}))^{\mathrm{T}}$ represents the orthogonal transformation of the observed condition $\mathbf{Y}$. The coordinate functions $g_r(\mathbf{Y})$ are formed on the basis of the orthogonal trigonometric basis, which is contained in the space $\mathbf{C}_2[-\pi; \pi]$ of continuous functions, square integrable in the Riemann, with the domain of definition $[-\pi; \pi]$, where $\pi \approx 3{,}14$. Strict pairwise orthogonality of coordinate functions takes place for $|y_j| \le \pi$ only. Non-compliance with this stipulation reduces the convergence of the training process.

It is proposed in recurrence relations to use a trigonometric basis orthogonal in the space $\mathbf{C}_2[-z; z]$, where $z = \max\left\{\left|y_j\right| \mid j = \overline{1, n}\right\}$. Then the coordinate functions are given in the form

$$g_r(\mathbf{Y}) = \begin{cases} \delta_{rj}\sin\frac{\pi}{z} l y_j, & l = (j+1)/2, \quad j-\text{odd}; \\ \delta_{rj}\cos\frac{\pi}{z} l y_j, & l = j/2, \quad j-\text{even}, \end{cases} \quad \text{where } \delta_{rj} = \begin{cases} 1, & r = j; \\ 0, & r \neq j \end{cases} \quad \text{– Kronecher's symbol; } r, j = \overline{1, n}.$$

This ensures pairwise orthogonality of $g_r(\mathbf{Y})$ for any values of y_j. As a result, a closed and bounded Euclidean space $G(Y)$ is generated, which contains the set E of the formed images. The metric of this space allows you to compare the convergence of various options for the training process. Let δ be the distance in $G(Y)$ between the image vectors at the current and subsequent training steps: $\rho(\mathbf{E}_i(k), \mathbf{E}_i(k+1)) = \delta$. If δ_1 and δ_2 are distances when training based on bases in the spaces $\mathbf{C}_2[-\pi; \pi]$ and $\mathbf{C}_2[-z; z]$ respectively (training options 1 and 2), then in the case of $|(\delta_1 - \delta_2)/\delta_1| \cdot 100 \geq \Lambda$ the convergence is higher for option 2 (where Λ is the integral relative error of registering diagnostic parameters at the control points of the system).

An example of image synthesis is given, showing a higher convergence of the training process when an orthogonal trigonometric basis in the space $\mathbf{C}_2[-z; z]$ is applied. Thus, a more efficient use of statistical information about inoperative conditions of the system is evident.

Keywords: inoperative condition; diagnostic parameter; recurrence relation; orthogonal trigonometric basis; convergence of the training process.

SENCHENKOV Valentin Ivanovich (Doctor of Technical Sciences, Professor, A.F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russian Federation).
E-mail: svi9@rambler.ru

MATYUNIN Alexander Sergeevich (Adjunct, A.F. Mozhaisky Military Space Academy, St.Petersburg, Russian Federation).
E-mail: ac0243555@mail.ru

REFERENCES

1. Fomin, Ya.A. (2010) *Pattern recognition. Theory and Applications.* Moscow: Fazis.
2. Vapnik, V. (1998) *Statistical Learning Theory.* New York: Wiley-Interscience.
3. Loban, A.V. (2015) *Informatsionnaya tekhnologiya raspredelennogo diagnostirovaniya kosmicheskikh apparatov* [Information technology for distributed diagnostics of spacecraft]. Moscow; Berlin: Direkt-Media.
4. Malkin, V.S. (2013) *Tekhnicheskaya diagnostika* [Technical Diagnostics]. Moscow: Akademiya.
5. Senchenkov, V.I. (2013) *Modeli, metody i algoritmy analiza tekhnicheskogo sostoyaniy* [Models, methods and algorithms for the analysis of technical condition]. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing.
6. Chunhui, Z. & Furong, G. (2015) Online fault prognosis with relative deviation analysis and vector autoregressive modeling. *Chemical Engineering Science*. 138. pp. 531–543. DOI: 10.1016/j.ces.2015.08.037
7. Lu, G., Zhou, Y., Lu, C. & Li, X. (2017) A novel framework of change-point detection for machine monitoring. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 83. pp. 533–548. DOI: 10.1016/j.ymssp.2016.06.030
8. Budko, P.A., Vinogradenko, A.M. & Litvinov, A.I. (2014) Eksperimental'nye issledovaniya kineticheskogo metoda kontrolya i diagnostiki tekhnicheskikh sredstv [Pilot Studies on Application Kinetic Control Method and Diagnostics Technical Means]. *Mechatronics, Automation, Control*. 9. pp. 53–58.
9. Liu, W.Y., Gao, Q.W., Ye, G., Ma, R. & Han, J.G. (2015) A novel wind turbine bearing fault diagnosis method based on Integral Extension LMD. *Measurement*. 74. pp. 70–77. DOI: 10.1016/j.measurement.2015.06.005
10. Skliros, C., Esperon, M.M., Fakhre, A. & Jennions, I.K. (2019) A review of model based and data driven methods targeting hardware systems diagnostics. *Diagnostyka*. 20(1). pp. 3–21. DOI: 10.29354/diag/99603
11. Shi, P., Liang, K., Han, D. & Zhang, Yi. (2017) A novel intelligent fault diagnosis method of rotating machinery based on deep learning and PSO-SVM. *Journal of Vibroengineering*. 19(8). pp. 5932–5946. DOI: 10.21595/jve.2017.18380
12. Senchenkov, V.I. & Shishkin, E.V. (2017) Improving the processes of training in the diagnostic models of complex technical systems. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika – Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*. 4. pp. 33–43.
13. Senchenkov, V., Absalyamov, D. & Avsyukevich, D. (2019) Diagnostics of life support systems with limited statistical data on failures. *E3S Web of Conferences (EECE-2019)*. 140. no. 05002.
14. Zorich, V.A. (2012) *Matematicheskiy analiz* [Mathematical Analysis]. Vol. 2. Moscow: MTsNMO.
15. Kolmogorov, A.N. & Fomin, S.V. (2009) *Elementy teorii funktsiy i funktsional'nogo analiza* [Elements of the theory of functions and functional analysis]. Moscow: Fizmatlit.
16. Senchenkov, V.I., Absalyamov, D.R. & Avsyukevich, D.A. (2019) Definition of Set of diagnostic Parameters of System based on the Functional Spaces Theory. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 18(4). pp. 949–975.
17. Muscat, Jo. (2014) *Functional Analysis: An Introduction to Metric Spaces, Hilbert Spaces, and Banach Algebras.* Springer.