ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
2020 Управление, вычислительная техника и информатика № 53

УДК 519.876.5
DOI: 10.17223/19988605/53/7

**А.В. Медведев, Д.И. Ярещенко**

# НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМИ БЕЗЫНЕРЦИОННЫМИ ПРОЦЕССАМИ

Рассматриваются задачи идентификации и управления многомерными безынерционными системами с запаздыванием в условиях непараметрической неопределенности, т.е. в условиях, когда вид параметрических уравнений по различным каналам объекта отсутствует из-за недостатка априорной информации.
**Ключевые слова:** непараметрическое моделирование; управление; безынерционные системы; Т-процессы; Т-модели; цепочка алгоритмов.

Идентификация и управление многомерными безынерционными процессами (объектами) с запаздыванием продолжают оставаться довольно актуальными проблемами в настоящее время. При этом следует учитывать, что по различным каналам многомерного объекта процессы чаще всего могут быть и динамическими, но контроль переменных осуществляется через дискретные интервалы времени. В качестве примера можно привести самые различные технологические, производственные и активные процессы, в частности в стройиндустрии при сухом измельчении клинкера (клинкер – это продукт обжига), который в последующем подлежит измельчению, а измельчение приводит к получению цемента. Основным параметром, определяющим его качество, является активность цемента, т.е. его прочность при сжатии. Но важными технологическими показателями являются также тонкость помола, удельная поверхность, расплыв конуса и др. Их измерение осуществляется через несколько часов: два, три и более, в то время как постоянная времени по различным каналам многомерного объекта составляет 3–5 мин, следовательно, переходный процесс длится в течение 20–25 мин. Это обстоятельство приводит к тому, что мы вынуждены рассматривать те или иные каналы как статические с запаздыванием, а также к зависимости выходных переменных; в частности, активность цемента зависит от тонкости помола и др. В этом случае объект описывается в виде некоторых неявных функций. Таким образом, можно сделать вывод, что многомерный объект в общем виде описывается в виде системы неявных функций. Особенностью настоящей задачи, о которой пойдет речь в статье, является то, что вид такой системы функций априори оказывается неизвестным. Тем не менее исследователь стоит перед необходимостью решить эту систему функций относительно компонент выходных переменных $x(t)$ объекта при известных входных $u(t)$. Подобные многомерные процессы были названы Т-процессами, а объекты, соответственно, Т-объектами [1].

В данной работе рассматривается задача идентификации и управления в условиях непараметрической неопределенности, т.е. в условиях, когда различные каналы многомерного объекта не могут быть представлены в виде уравнений с точностью до вектора параметров [2]. Классическая теория идентификации и управления предполагает описание объекта с точностью до параметров, т.е. является в большинстве случаев параметрической. Это приводит к еще одной важной особенности при идентификации подобных систем, а именно процедура получения прогноза значений компонент выходных переменных при известных входных представляет собой не отдельно взятый алгоритм, а цепочку алгоритмов, которые позволяют решать подобную задачу.

Проведенные вычислительные эксперименты по идентификации и управлению Т-процессами показали достаточно высокую эффективность. В статье приведены некоторые фрагменты численных исследований. При этом рассматривались варианты с различной размерностью объектов, уровнем помех, объемом обучающих выборок и др.

## 1. Т-процессы

Т-процесс – это многомерный дискретно-непрерывный процесс, имеющий стохастическую зависимость выходных переменных $\bar{x}(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$, $j=\overline{1,n}$ [1]. Обозначим вектор входных компонент – $\bar{u}(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_m(t))$, $k=\overline{1,m}$. Это приводит к тому, что математическое описание объекта представляется в виде некоторой системы неявных функций вида $F_j(\bar{u}(t),\bar{x}(t))=0$, $j=\overline{1,n}$. Задача идентификации сводится к задаче решения системы нелинейных уравнений

$$F_j(\bar{u}(t),\bar{x}(t))=0,\ \ j=\overline{1,n}, \tag{1}$$

относительно компонент вектора $\bar{x}(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$, при известных значениях $\bar{u}(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_m(t))$. В общем виде исследуемая многомерная система, реализующая Т-процесс, может быть представлена следующим образом (рис. 1).

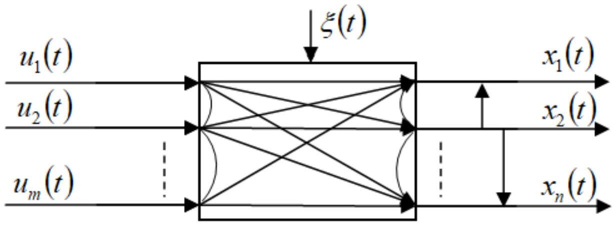


Рис. 1. Многомерный объект
Fig. 1. Multidimensional object

На рис. 1 приняты следующие обозначения: $\bar{u}(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_m(t))$ – $m$-мерный вектор входных переменных; $\bar{x}(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$ – $n$-мерный вектор выходных переменных, который напоминает мультиколлинеарный вектор с той лишь разницей, что компоненты вектора $x(t)$ могут зависеть и нелинейно; $\xi(t)$ – случайные помехи, действующие на объект; вертикальные стрелки показывают стохастическую зависимость выходных переменных. По различным каналам исследуемого объекта зависимость $j$-й компоненты вектора $\boldsymbol{x}$ может быть представлена в виде некоторой зависимости от тех или иных компонент вектора $\boldsymbol{u}$: $x^{<j>}=f_j(u^{<j>})$, $j=\overline{1,n}$. Каждый $j$-й канал зависит от нескольких компонент вектора $\boldsymbol{u}$, например $x^{<5>}=(u_1,u_3,u_6)$, где $x^{<5>}$ – составной вектор. Составной вектор – это вектор, составленный из компонент векторов входных и выходных переменных [3]. В этом случае система уравнений (1) примет вид:

$$F_j(\bar{u}^{<j>}(t),\bar{x}^{<j>}(t))=0,\ \ j=\overline{1,n}, \tag{2}$$

где $\bar{u}^{<j>}(t)$, $\bar{x}^{<j>}(t)$ – составные векторы. В общем виде зависимость той или иной компоненты вектора выхода может быть от всех компонент вектора входа. Одним словом, составные векторы выписываются исследователем на основании имеющейся априорной информации.

Заметим, что вид уравнений $F_j(\cdot)$, $j=\overline{1,n}$ продолжает оставаться неизвестным и не может интерпретироваться как модель исследуемого процесса. Задача состоит в моделировании подобных процессов, т.е. Т-процессов.

## 2. Т-модели

Описание процесса, показанного на рис. 1, может быть принято в виде (2). При этом особенностью моделирования подобного процесса в условиях непараметрической неопределенности является тот факт, что вид функций (2) неизвестен. Система моделей исследуемого процесса может быть представлена в следующем виде:

$$\hat{F}_j\left(\bar{u}^{<j>}(t),\bar{x}^{<j>}(t),\vec{x}_s,\vec{u}_s\right)=0,\quad j=\overline{1,n},\tag{3}$$

где $\vec{x}_s,\vec{u}_s$ – временные векторы (набор данных, поступивший к $s$-му моменту времени), но и в этом случае $\hat{F}_j(\cdot)$, $j=\overline{1,n}$ продолжают оставаться неизвестными. В теории идентификации подобные задачи не только не рассматриваются, но и не ставятся. Обычно идут по пути выбора параметрической структуры (2), но, к сожалению, преодоление этого этапа затруднено из-за недостатка априорной информации. И требуется длительное время для определения параметрической структуры, т.е. представления модели в виде:

$$F_j\left(\bar{u}^{<j>}(t),\bar{x}^{<j>}(t),\alpha\right)=0,\quad j=\overline{1,n},\tag{4}$$

где α – вектор параметров. Далее следуют процедура оценки параметров по элементам обучающей выборки $u_i,x_i$, $i=\overline{1,s}$, и последующее решение системы нелинейных взаимосвязанных соотношений (4). Успех построения модели в данном случае будет зависеть от качественной параметризации системы (4).

Рассмотрим задачу построения Т-моделей в условиях непараметрической неопределенности, т.е. в условиях, когда система (4) неизвестна с точностью до параметров. Таким образом, задача моделирования Т-процессов сводится к прогнозу значений выходных переменных $\bar{x}(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$ при известных входных $\bar{u}(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_m(t))$.

В результате измерений, проводимых на объекте, формируется обучающая выборка $x_i,u_i$, $i=\overline{1,s}$. В этом случае оценка компонент вектора выходных переменных $\bar{x}(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$ при известных значениях входных $\bar{u}(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_m(t))$, как уже было отмечено выше, приводит к необходимости решать систему уравнений (3).

В итоге задача идентификации сводится к тому, что при заданном значении вектора входных переменных $u = u'$, необходимо решить систему (3) относительно вектора выходных переменных $\bar{x}(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$.

По этому поводу следует сделать некоторые специальные замечания, которые и будут содержать сущность отличия проблематики идентификации Т-процессов от общепринятой схемы идентификации [3, 4]. Она состоит в том, что алгоритм идентификации не может быть представлен так, как обычно он принят в теории идентификации:

$$x(t)=F\left(u(t),\alpha\right)\tag{5}$$

где α – вектор параметров модели объекта. В случае, если α как-то оценен, формула (5) является моделью исследуемого объекта. При наличии описания (3) этот путь оказывается неприемлемым. Но возможно выстроить цепочку алгоритмов, которые в своей взаимосвязи и будут представлять модель Т-процесса. Таким образом, обычная в теории идентификации формула (5) подменяется взаимосвязанной цепочкой некоторой последовательности алгоритмических соотношений, которые рассматриваются ниже. Общая схема решения такой системы сводится к следующему. Сначала вычисляются невязки по формуле

$$\varepsilon_{ij}=\varepsilon_j\left(\bar{u}^{<j>},\bar{x}^{<j>}(i),\vec{x}_s,\vec{u}_s\right),\quad j=\overline{1,n},\tag{6}$$

где $\varepsilon_j\left(\bar{u}^{<j>},\bar{x}^{<j>}(i),\vec{x}_s,\vec{u}_s\right)$ находятся с использованием непараметрической оценки функции регрессии Надарая–Ватсона [5]:

$$\varepsilon_j(i)=\varphi_{\varepsilon j}\left(\bar{u}^{<j>},x_j(i)\right)=x_j(i)-\frac{\sum_{i=1}^{s}x_j[i]\prod_{k=1}^{<m>}\Phi\left(\frac{u'_k-u_k[i]}{c_{su_k}}\right)}{\sum_{i=1}^{s}\prod_{k=1}^{<m>}\Phi\left(\frac{u'_k-u_k[i]}{c_{su_k}}\right)},\quad j=\overline{1,n},\tag{7}$$

где <m> – размерность составного вектора $\bar{u}_k$, $<m> \leq m$, в дальнейшем это обозначение используется и для других переменных.

Колоколообразные функции $\Phi\left(\frac{u'_k - u_k[i]}{c_{su_k}}\right)$ и параметр размытости $c_{su_k}$ удовлетворяют следующим условиям [5]:

$$\Phi(\cdot) < \infty; \tag{8}$$

$$\int_{\Omega(u)} \Phi\left(c_s^{-1}\left(u_k - u_{ki}\right)\right) du = 1; \tag{9}$$

$$\lim_{s\to\infty} c_s^{-1}\Phi\left(c_s^{-1}\left(u_k - u_{ki}\right)\right) = \delta\left(u_k - u_{ki}\right); \tag{10}$$

$$\lim_{s\to\infty} c_s = 0; \tag{11}$$

$$\lim_{s\to\infty} s c_s^m = \infty. \tag{12}$$

Следующий шаг состоит в оценивании условного математического ожидания:

$$x_j = M\left\{x_j \mid u^{<j>}, \varepsilon = 0\right\}, \;\; j = \overline{1,n}\,. \tag{13}$$

В качестве оценки (13) примем непараметрическую оценку регрессии [Там же]:

$$\hat{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{s} x_j[i] \cdot \prod_{k_1=1}^{<m>} \Phi\left(\frac{u_{k_1} - u_{k_1}[i]}{c_{su}}\right) \prod_{k_2=1}^{<n>} \Phi\left(\frac{\varepsilon_{k_2}[i]}{c_{s\varepsilon}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{k_1=1}^{<m>} \Phi\left(\frac{u_{k_1} - u_{k_1}[i]}{c_{su}}\right) \prod_{k_2=1}^{<n>} \Phi\left(\frac{\varepsilon_{k_2}[i]}{c_{s\varepsilon}}\right)}, \;\; j = \overline{1,n}\,, \tag{14}$$

где колоколообразные функции $\Phi(\cdot)$ примем в виде треугольного ядра:

$$\Phi\left(\frac{u_{k_1} - u_{k_1}[i]}{c_{su}}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{\left|u_{k_1} - u_{k_1}[i]\right|}{c_{su}}, & \frac{\left|u_{k_1} - u_{k_1}[i]\right|}{c_{su}} < 1, \\ 0, & \frac{\left|u_{k_1} - u_{k_1}[i]\right|}{c_{su}} \geq 1. \end{cases}, \tag{15}$$

и

$$\Phi\left(\frac{\varepsilon_{k_2}[i]}{c_{s\varepsilon}}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{\left|0 - \varepsilon_{k_2}[i]\right|}{c_{s\varepsilon}}, & \frac{\left|0 - \varepsilon_{k_2}[i]\right|}{c_{s\varepsilon}} < 1, \\ 0, & \frac{\left|0 - \varepsilon_{k_2}[i]\right|}{c_{s\varepsilon}} \geq 1. \end{cases} \tag{16}$$

Осуществляя эту процедуру, получаем значения выходных переменных $x$ при входных воздействиях на объект $u = u'$, а в этом и состоит основное назначение искомой модели, которая в дальнейшем мжет быть использована в различных системах управления [6], в том числе в организационных [7, 8].

Точность моделирования оценивается по следующей формуле:

$$\delta_j = \frac{\sum_{i=1}^{s} \left|x_i - x_s\left(u_i\right)\right|}{\sum_{i=1}^{s} \left|x_i - \hat{x}\right|}, \;\; j = \overline{1,n}\,, \tag{17}$$

где $x_i$ – наблюдения на объекте, $x_s(u_i)$ – прогноз выхода объекта, $\hat{x}$ – среднее значение по каждой компоненте вектора $\boldsymbol{x}$.

Поясним механизм работы предложенной цепочки (7) и (14), составляющей алгоритм работы идентификации. Учитывая локальные свойства непараметрических оценок функции регрессии, можно увидеть и проанализировать технологию функционирования цепочки (7) и (14), которая и дает прогноз каждой компоненты вектора выхода $\boldsymbol{x}$ при известных значениях вектора входа $\boldsymbol{u}$. Действительно, если значения вектора входных переменных $\boldsymbol{u}$ известны, то они (7), (14) тем самым локализуют некоторую подобласть в пространстве входных-выходных переменных $(\vec{x},\ \vec{u})$. Далее, при оценивании (прогнозе) каждой компоненты вектора $\boldsymbol{x}$ в соответствии с (14), в силу локальности непараметрических оценок, выделяется та подобласть, для которых соответствующие $\varepsilon_{ij}$ близки к нулю. При других значениях входных переменных $\boldsymbol{u}$ подобная ситуация повторяется.

### 3. Управление дискретно-непрерывным процессом

Рассмотрим задачу управления многомерным Т-объектом в условиях непараметрической неопределенности. При этом приведем следующую схему (рис. 2).

На рис. 2 введены следующие обозначения: $u(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_m(t))$ – входные управляемые переменные процесса; $\mu(t)=(\mu_1(t),\mu_2(t),...,\mu_p(t))$ – входные неуправляемые, но контролируемые переменные процесса; $x(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$ – выходные переменные процесса; $x^*=(x_1,...,x_n^*)\in\Omega(x^*)\subset R^n$ – задающее воздействие, $\xi(t)$ – случайные стационарные помехи, действующие на объект.

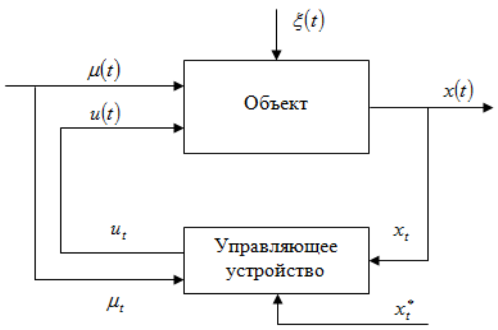


Рис. 2. Схема непараметрической системы управления безынерционным объектом
Fig. 2. Diagram of a nonparametric control system of an inertialess object

Переменная $\mu(t)$ является входной контролируемой, но неуправляемой переменной, в частности это могут быть технологические параметры, для измерения которых используется физико-химическая технология. Например, клинкер может быть недообожженным или переобожженным. Такая переменная существенно влияет на объект и на значения выходных переменных $x(t)$. Поэтому задача управления таким объектом усложняется, так как необходимо поддерживать на выходе объекта заданное значение $x^*(t)$ при известном значении $\mu(t)$.

Управление дискретно-непрерывным процессом рассматривается в условиях непараметрической неопределенности, т.е. в условиях, когда модель процесса с точностью до вектора параметров отсутствует полностью. В этом случае известные приемы неприменимы [4], и следует использовать другие подходы для решения задачи [9].

В случае отсутствия достаточной априорной информации об исследуемом объекте целесообразно использовать непараметрический алгоритм управления изложенный в [1]:

$$u_s^k=\frac{\sum_{i=1}^{s}u_i^k\prod_{j=1}^{n}\Phi\left(\frac{x_j^*-x_j^i}{c_x}\right)\prod_{\nu=1}^{p}\Phi\left(\frac{\mu_\nu^*-\mu_\nu^i}{c_\mu}\right)}{\sum_{i=1}^{s}\prod_{l=1}^{n}\Phi\left(\frac{x_j^*-x_j^i}{c_x}\right)\prod_{\nu=1}^{p}\Phi\left(\frac{\mu_\nu^*-\mu_\nu^i}{c_\mu}\right)},\ k=\overline{1,m}, \tag{18}$$

где $\left(u^i, \mu^i, x^i, i = \overline{1,s}\right)$ – обучающая выборка.

Однако в данной задаче естественно использовать следующую цепочку: входную переменную $u_1(t)$ берем произвольно из области $\Omega(u)$. Входная переменная $u_2(t)$ может быть определена в соответствии со следующим алгоритмом:

$$u_2 = \frac{\sum_{i=1}^{s} u_i^2 \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_{u_1}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^* - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu^* - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_{u_1}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^* - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu^* - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}. \tag{19}$$

Для входной переменной $u_3(t)$ алгоритм управления будет выглядеть следующим образом:

$$u_3 = \frac{\sum_{i=1}^{s} u_i^3 \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_{u_1}}\right) \Phi\left(\frac{u_2 - u_2^i}{c_{u_2}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^* - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu^* - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_{u_1}}\right) \Phi\left(\frac{u_2 - u_2^i}{c_{u_2}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^* - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu^* - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}. \tag{20}$$

И так далее для каждой компоненты входа $u_m(t)$ объекта. В общем виде для многомерной системы алгоритм управления будет выглядеть следующим образом:

$$u_s^k = \frac{\sum_{i=1}^{s} u_i^k \prod_{k=1}^{k-1} \Phi\left(\frac{u_k - u_k^i}{c_{u_k}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^* - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu^* - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{k-1} \Phi\left(\frac{u_k - u_k^i}{c_{u_k}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^* - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu^* - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}, \ k = \overline{1,m} . \tag{21}$$

В реальных задачах часто число компонент вектора ***u*** больше числа компонент вектора ***x***. Если же размерность вектора ***u*** превышает размерность вектора ***x***, т.е. $m > n$, то обычно поступают следующим образом: в число компонент вектора $\overline{\mu}$ включают компоненты вектора ***u***, с тем чтобы размерность векторов ***u*** и ***x*** сделать одинаковой [10].

Настраиваемыми параметрами будут параметры размытости $c_{u_k}$, $c_{x_j}$ и $c_{\mu_\nu}$, для них будем использовать следующие формулы: $c_{u_k} = \alpha\left|u_k - u_k^i\right|$, $c_{x_j} = \beta\left|x_j^* - x_j^i\right|$ и $c_{\mu_\nu} = \gamma\left|\mu_\nu^* - \mu_\nu^i\right|$, где α, β и γ – некоторые параметры, большие 1: α > 1, β > 1, γ > 1. Следует заметить, что выбор $c_{u_k}$, $c_{x_j}$ и $c_{\mu_\nu}$ осуществляется на каждом такте управления. При этом если сначала определен $c_{u_k}$, то определение $c_{x_j}$ и $c_{\mu_\nu}$ осуществляется с учетом этого факта. Однако может быть и наоборот, например сначала определяется $c_{x_j}$ или $c_{\mu_\nu}$, а потом остальные.

## 4. Экспериментальная часть

Для проведения вычислительного эксперимента был взят объект с пятью входными переменными $u(t) = (u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t), u_5(t))$, принимающими случайные значения в интервале $u(t) \in [0,\ 3]$, и тремя выходными переменными $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$, принимающими значения в интервалах: $x_1(t) \in [-2;\ 15]$, $x_2(t) \in [1;\ 10]$, $x_3(t) \in [6;\ 23]$. Для данного объекта была сформирована выборка входных и выходных переменных и найдены прогнозные значения выходных переменных при известных входных. Для вычисления использовались объем выборки $s$ = 2 000, параметр размытости $c_s = 0{,}3$, помеха, действующая на компоненты вектора выходных переменных, $\xi = 0{,}07$. Описание объекта с точностью до параметров было принято только для проведения компьютерного исследования и оставалось неизвестным для изложенной выше теории.

На рис. 3 и 4 по оси абсцисс представлены такты *t*, по оси ординат – значения выхода объекта и модели. На рисунках представлены 20 точек выборки из-за простоты представления результатов, т.е. каждая сотая точка выборки. «Точкой» обозначены значения выхода объекта, а «крестиком» – значения выхода модели. Как видно из рисю 3 и 4, прогноз значений выходных переменных многомерного объекта по известным входным переменным достаточно удовлетворителен.

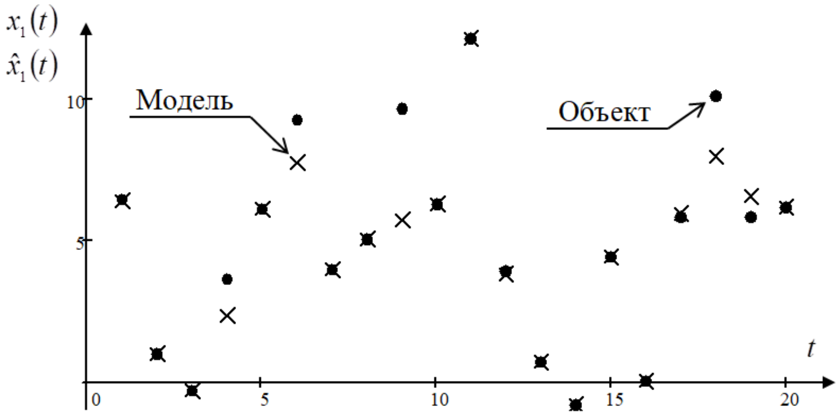


Рис. 3. Прогноз выходной переменной $x_1(t)$ объекта, измеренный с равномерной помехой 7%
Fig. 3. Forecast by the output variable $x_1(t)$ of the object, measured with uniform interference of 7%

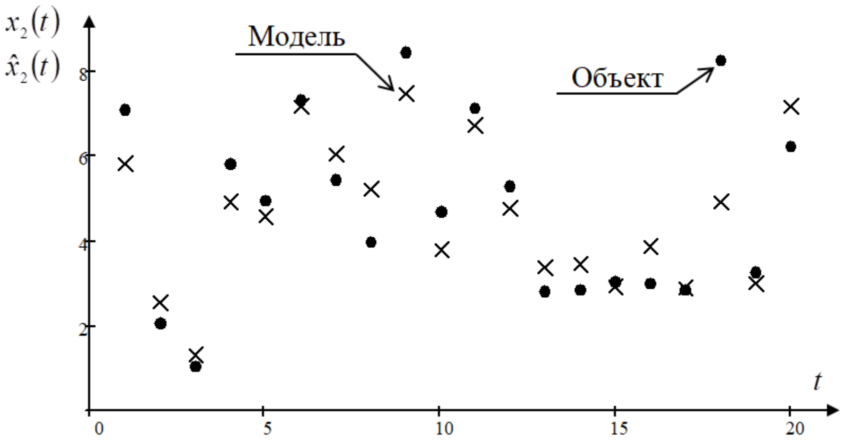


Рис. 4. Прогноз выходной переменной $x_2(t)$ объекта, измеренный с равномерной помехой 7%
Fig. 4. Forecast by the output variable $x_2(t)$ of the object, measured with uniform interference of 7%

Далее приводятся результаты вычислительных экспериментов для данного объекта при использовании алгоритма управления (21). В проведенном вычислительном эксперименте число компонент вектора ***u*** больше числа компонент вектора ***x***. Если же размерность вектора ***u*** превышает размерность вектора ***x***, т.е. $m > n$, то заменим $u_4(t) = \mu_1(t)$, а $u_5(t) = \mu_2(t)$, чтобы размерность векторов ***u*** и ***x*** сделать одинаковой. Так как входные переменные $u(t)$ принимали случайные значения в интервале $u(t) \in [0,\ 3]$, то $\mu_1(t)$ и $\mu_2(t)$ также принимают случайные значения в заданном интервале.

Обратим еще раз внимание на то, что исследователю неизвестен вид системы уравнений, описывающих управляемый объект. В качестве информации о последнем используются измерения входных и выходных переменных $\left(u^i, \mu^i, x^i, i = \overline{1, s}\right)$.

Как видно из рис. 5, при управлении объектом выход объекта $x_1(t)$ близок к задающему воздействию $x_1^*(t)$.

Далее в качестве задающего воздействия $x_2^*(t)$ будем принимать случайные воздействия в интервале выходной переменной $x_2(t) \in [1;\ 10]$.

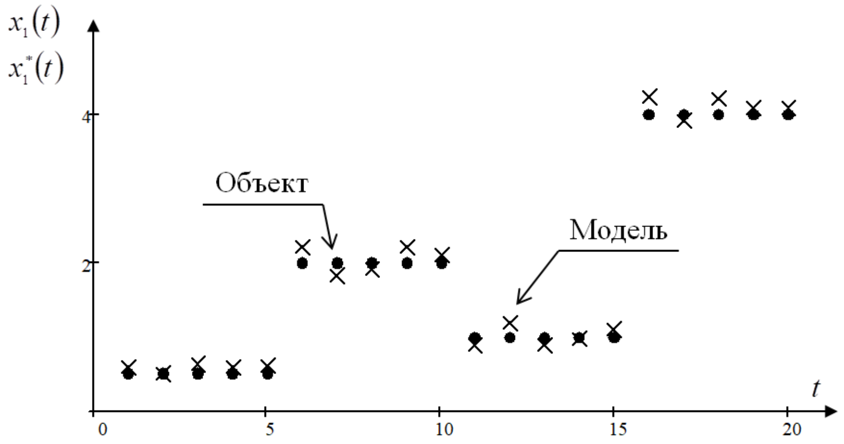


Рис. 5. Управление при задающем воздействии $x_1^*(t)$ в виде ступенчатой функции

Fig. 5. Control under the setting action $x_1^*(t)$ in the form of a step function

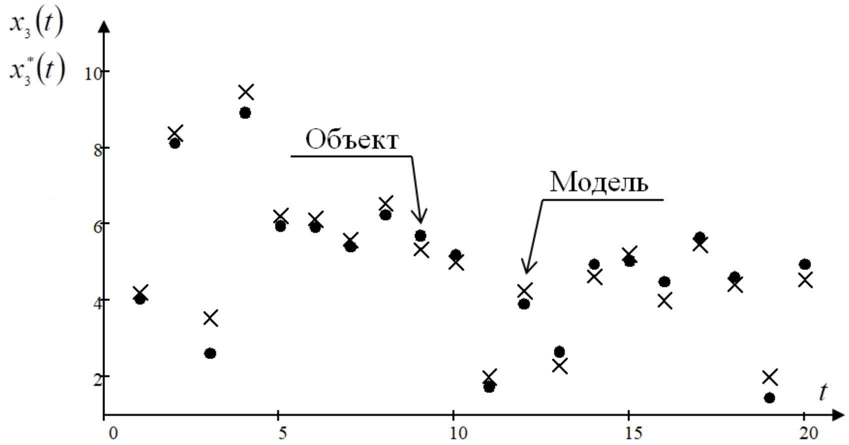


Рис. 6. Зависимость выхода объекта $x_2(t)$ от задающего воздействия $x_2^*(t)$, носящего случайный характер

Fig. 6. The dependence of the output of the object $x_2(t)$ on the driving influence $x_2^*(t)$, which is random

Из рис. 6 можно увидеть, что выход объекта $x_2(t)$ также близок к задающему воздействию $x_2^*(t)$.

## Заключение

В настоящей статье рассмотрена задача идентификации и управления многомерным дискретно-непрерывным объектом в условиях непараметрической неопределенности. Основной идеей, изложенной выше, является и при идентификации, и при управлении введение соответствующих цепочек алгоритмов.

Приведенные фрагменты вычислительных экспериментов показали достаточно хорошие результаты предлагаемых цепочек идентификации и управления многомерной системы. При статистическом моделировании алгоритмов идентификации и управления исследовалось влияние на объект различных случайных факторов при различных объемах обучающей выборки, различных способах и приемах оценивания коэффициентов размытости. Сравнительно произвольно изменялись также и многомерные объекты, положенные в основу статистического моделирования. В итоге можно сказать, что полученные результаты численных исследований оказались достаточно удовлетворительными для многомерных объектов в условиях непараметрической неопределенности, хотя они незначительно отличались в зависимости от изменения вида объекта, помех и обучающих выборок.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Медведев А.В. Основы теории непараметрических систем / Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2018. 727 с.
2. Михов Е.Д. Определение наиболее существенных переменных в задачах моделирования и управления безынерционными стохастическими процессами // Системы автоматизации в образовании, науке и производстве AS'2017 : тр. конф. Новокузнецк, 2017. С. 424–429.
3. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. 320 с.
4. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления // пер. с англ. В.А. Лотоцкого, А.С. Манделя. М. : Мир, 1975. 680 с.
5. Надарая Э.А. Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии. Тбилиси : Изд-во Тбилисского ун-та, 1983. 194 с.
6. Антомонов Ю.Г., Харламов В.И. Кибернетика и жизнь. М. : Сов. Россия, 1968. 327 с.
7. Медведев А.В., Ярещенко Д.И. О моделировании процесса приобретения знаний студентами в университете // Высшее образование сегодня. 2017. Вып. 1. С. 7–10.
8. Агафонов Е.Д., Медведев А.В., Орловская Н.Ф., Синюта В.Р., Ярещенко Д.И. Прогнозная модель процесса каталитической гидродепарафинизации в условиях недостатка априорных сведений // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2018. № 9. С. 456–468.
9. Банникова А.В., Корнеева А.А., Корнет М.Е. О непараметрическом дуальном управлении многомерным объектом с запаздыванием // Идентификация систем и задачи управления : тр. X Междунар. конф. М., 2015. С. 191–200.
10. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. 553 с.


Поступила в редакцию 17 февраля 2020 г.

Medvedev A.V., Yareschenko D.I. (2020) NONPARAMETRIC IDENTIFICATION AND CONTROL ALGORITHMS FOR MULTIDIMENSIONAL INERTIALESS PROCESSES. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science] 53. pp. 72–81

DOI: 10.17223/19988605/53/7

The work is devoted to the problems of nonparametric identification and control of multidimensional discrete-continuous processes. Discrete-continuous processes occur continuously in space, but their variables are monitored at discrete time instants. Such processes are considered as inertialess with delay. This is explained by the fact that, through various channels of a multidimensional system, the measurement of output variables is carried out at different time intervals. Examples of such processes can be the processes of the mining or processing industries, in particular, in the construction industry (cement production process), metallurgy (steel smelting process), oil refining (diesel hydrotreatment process) and many others

If the output variables of a multidimensional object are somehow stochastically dependent, and this dependence is unknown, then such processes were called T-processes. Such processes require a special look at the identification problem, which is somewhat different from the generally accepted ones. The main thing here is that the identification of such objects should be carried out in a way that is not traditional for the existing theory of identification.

This emphasizes the importance of the identification problem for many real-life processes of discrete-continuous nature. A feature of such processes is that the vector of output variables $\vec{x}(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$, $j=\overline{1,n}$ , consisting of $n$ components, is such that the components of this vector are stochastically dependent in an unknown manner. Denote the vector of input components by $\vec{u}(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_m(t))$, $k=\overline{1,m}$ . Such a formulation of the question leads to the fact that the mathematical description of the object can be represented in the form of some system of implicit functions of the form $F_j(\vec{u}(t),\vec{x}(t))=0$, $j=\overline{1,n}$ . The main feature of this modeling problem is that the class of dependencies $F(\cdot)$ is a priori unknown, due to a lack of a priori information. That is, there is no parametric class of vector functions $F_j(\vec{u}(t),\vec{x}(t),\alpha)$, $j=\overline{1,n}$ , where α is a vector of parameters, which does not allow the use of parametric identification methods, because the class of functions cannot be determined a priori and the known identification methods are not suitable. As a result of the above, the identification problem is reduced to the problem of solving a system of nonlinear equations $F_j(\vec{u}(t),\vec{x}(t),\alpha)$, $j=\overline{1,n}$ with respect to the components of the vector $\vec{x}(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$, for known values of $\vec{u}(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_m(t))$. A situation arises when it is necessary to solve a system of interrelated equations, but this system is not defined. In this case, it is possible to use a sequential chain of algorithms to find the values of the components of the vector of output variables $\vec{x}(t)$ from the known input $\vec{u}(t)$.

The task of controlling a discrete-continuous process is considered under conditions of nonparametric uncertainty, that is, when the object in question is not described up to the parameter vector α. In this case, it is advisable to use a chain of control algorithms to search for the corresponding control action *u*(*t*) at each step. If the dimension of the input vector $\vec{u}(t)$ exceeds the dimension of the output vector $\vec{x}(t)$, then some of the components of the input variables $\vec{u}(t)$ can be interpreted as uncontrolled, but controlled. This often corresponds to actual technological processes.

We have carried out numerous computational experiments on the identification and control of T-processes, which have shown a fairly high efficiency. The article presents some fragments of numerical studies. In this case, options were considered with different dimensionalities of objects, the level of interference, the volume of training samples, and others.

Keywords: nonparametric modeling; control; inertialess systems; T-processes; T-models; algorithm chain.

*MEDVEDEV Alexsander Vasilevich* (Doctor of Technical Sciences, Professor, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation).
E-mail: mav2745@mail.ru

*YARESCHENKO Darya Igorevna* (Senior Lecturer, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation).
E-mail: yareshenkodi@yandex.ru

REFERENCES

1. Medvedev, A.V. (2018) *Osnovy teorii neparametricheskikh sistem* [Fundamentals of the theory of nonparametric systems]. Krasnoyarsk: Siberian State Aerospace University.
2. Mikhov, E.D. (2017) [Determination of the most significant variables in the problems of modeling and control of inertialess stochastic processes]. *Sistemy avtomatizatsii v obrazovanii, nauke i proizvodstve AS'2017* [Automation systems in education, science and production]. Proc. of the Conference. pp. 424–429. Novokuznetsk: [s.n.]. pp. 424–429.
3. Tsypkin, Ya.Z. (1984) *Osnovy informatsionnoy teorii identifikatsii* [Fundamentals of Information Theory of Identification]. Moscow: Nauka.
4. Eykkhoff, P. (1975) *Osnovy identifikatsii sistem upravleniya* [Fundamentals of Identification Management Systems]. Translated from English by V.A. Lototsky, A.S. Mandel. Moscow: Mir.
5. Nadaraya, E.A. (1983) *Neparametricheskoe otsenivanie plotnosti veroyatnostey i krivoy regressii* [Nonparametric estimation of probability density and regression curve]. Tbilisi: Tbilisi University Press.
6. Antomonov, Yu.G. & Kharlamov, V.I. (1968) *Kibernetika i zhizn'* [Cybernetics and Life]. Moscow: Sovetskaya Rossiya.
7. Medvedev, A.V. & Yareshchenko, D.I. (2017) O modelirovanii protsessa priobreteniya znaniy studentami v universitete [On modeling the process of acquiring knowledge by students at a university]. *Vysshee obrazovanie segodnya*. 1. pp. 7–10.
8. Agafonov, E.D., Medvedev, A.V., Orlovskaya, N.F., Sinyuta, V.R. & Yareshchenko, D.I. (2018) Prognoznaya model' protsessa kataliticheskoy gidrodeparafinizatsii v usloviyakh nedostatka apriornykh svedeniy [Predictive model of the process of catalytic hydrodewaxing in the absence of a priori information]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki – Izvestiya Tula State University. Technical Sciences*. 9. pp. 456–468.
9. Bannikova, A.V., Korneeva, A.A.& Kornet, M.E. (2015) [On nonparametric dual control of a multidimensional object with delay]. *Identifikatsiya sistem i zadachi upravleniya* [System Identification and Management Tasks]. Proc. of the Conference. Moscow. pp. 191–200.
10. Feldbaum, A.A. (1963) *Osnovy teorii optimal'nykh avtomaticheskikh sistem* [Fundamentals of the theory of optimal automatic systems]. Moscow: Gos. izd.-vo fiz.-mat. lit.