

УДК 530.145, 539.12, 514.8

DOI: 10.17223/00213411/64/1/35

Е.А. ВОРОНОВА, С.Э. КОРЕНЬЛИТ

О ВНУТРЕННЕЙ ГЕОМЕТРИИ ТРАЕКТОРИЙ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В СИММЕТРИЧНЫХ ВНЕШНИХ ПОЛЯХ

Определены кривизна и кручение траекторий зарядов во внешних калибровочных полях, включая поля магнитных монополей. Показано, что эти величины эффективно вычисляются с помощью уравнений движения и первых интегралов. Для широкого класса магнитных полей обнаружена их форм-инвариантная комбинация.

Ключевые слова: кривизна, кручение, неабелев монополю, уравнения Вонга.

1. Уравнения Френе

Как известно [1, 2], внутренняя геометрия траектории $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ классической частицы, как и любой гладкой кривой $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\ell)$ в евклидовом пространстве, где ℓ – длина дуги вдоль кривой, задается двумя скалярными параметрами – кривизной k и кручением χ – тесно связанными с движением по ней ортогонального репера Френе соответствующими уравнениями Френе для единичных векторов касательной $\boldsymbol{\tau}$, нормали $\mathbf{v}$ и бинормали $\boldsymbol{\beta}$ к этой кривой (рис. 1):

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{x}' = \frac{d\mathbf{x}}{d\ell}, \quad \mathbf{x}'' = \boldsymbol{\tau}' = k\mathbf{v}, \quad \boldsymbol{\beta}' = -\chi\mathbf{v}, \quad \mathbf{v}' = \chi\boldsymbol{\beta} - k\boldsymbol{\tau}, \quad (1)$$

$$\text{при } k = |\boldsymbol{\tau}'|, \quad \chi k^2 = (\boldsymbol{\tau}[\boldsymbol{\tau}' \times \boldsymbol{\tau}'']), \quad \boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{v}], \quad \mathbf{v} = [\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\tau}]. \quad (2)$$

Поскольку вместо $\ell = \ell(t)$ здесь можно использовать любой возрастающий вдоль кривой скалярный параметр t [1, 2], например время движения, возникает впечатление [2], что для вычисления k и χ необходимо знать явный вид траектории $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(\ell(t))$. В сферических компонентах при

$$\mathbf{x} = r\mathbf{n}, \quad r = |\mathbf{x}|, \quad \mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}} = r\dot{\mathbf{n}} + \dot{r}\mathbf{n} = v\boldsymbol{\tau}, \quad v = |\dot{\mathbf{x}}| = \dot{\ell}(t), \quad \mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}} = \dot{v}\boldsymbol{\tau} + v\dot{\boldsymbol{\tau}}, \quad (\dot{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{n}) \equiv 0 \quad (3)$$

и т.д. кривизну и кручение из (2) в нерелятивистском случае можно представить в виде [2]

$$k = \frac{|\mathbf{v} \times \mathbf{a}|}{|\mathbf{v}|^3} = \frac{|\dot{\boldsymbol{\tau}}|}{|\mathbf{v}|}, \quad \chi = \frac{(\mathbf{v}[\mathbf{a} \times \dot{\mathbf{a}}])}{[\mathbf{v} \times \mathbf{a}]^2} = \frac{(\dot{\boldsymbol{\tau}}[\boldsymbol{\tau} \times \dot{\boldsymbol{\tau}}])}{|\mathbf{v}| \dot{\boldsymbol{\tau}}^2}, \quad \text{где } \dot{f} = \frac{df}{dt}. \quad (4)$$

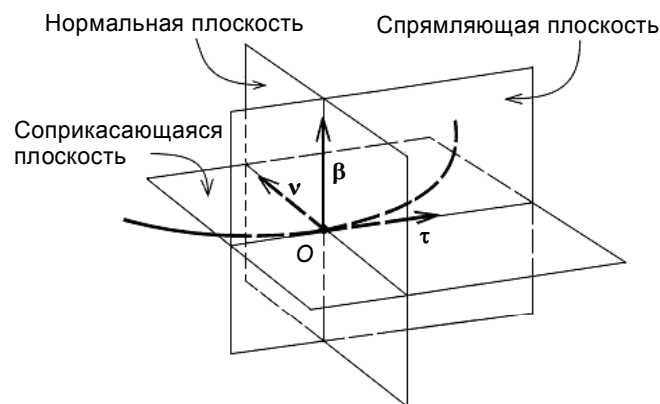


Рис. 1

Покажем, что при движении, в том числе в релятивистском случае, в некоторых сферически- или аксиально-симметричных внешних полях или полях магнитных, в том числе неабелевых мо-

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>