

УДК 532.517.2

DOI: 10.17223/00213411/64/2-2/155

*А.В. ШВАБ, А.Е. СОЛОМАХА*

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ ВОЗДУШНО-ЦЕНТРОБЕЖНОГО КЛАССИФИКАТОРА

Моделируется сравнение полей скорости газового потока в традиционном и усовершенствованном воздушно-центробежных аппаратах. Показано, что в предлагаемой рабочей зоне аппарата дополнительный подвод газа без частиц позволяет получить аэродинамику закрученного течения газа без отрывных, циркуляционных зон, что подтверждается сравнением численных исследований закрученных течений в сепарационных камерах традиционного и оригинального воздушно-центробежных аппаратов. Достоверность полученных результатов обеспечивается тестовыми исследованиями и сравнением с известными решениями.

**Ключевые слова:** гидродинамика, вязкость, классификатор, давление, окружная скорость, расход.

### Введение

Широкое применение во многих областях техники и различных отраслях промышленности нашли тонкодисперсные порошки [1–4]. Развитие атомной и химической промышленности, порошковой металлургии и других отраслей связано с необходимостью получения однородных по фракционному составу тонкодисперсных порошков. Одна из важнейших проблем в порошковой технологии заключается в возможности с высокой эффективностью получать тонкодисперсные порошки с заданным гранулометрическим составом с использованием центробежных сил [5–8]. В настоящее время существуют различные методы разделения и классификации порошков. Однако пневматические центробежные методы переработки порошковых материалов наиболее эффективны, состав получаемых продуктов после классификации более однороден. Практический опыт использования пневматических и центробежных методов переработки порошковых материалов показывает, что неотъемлемым их преимуществом является экологическая чистота и высокая производительность. Эксплуатация пневматических и центробежных аппаратов для процесса фракционного разделения порошковых материалов показала, что применение вихревых камер, классификаторов, сепараторов и воздушно-центробежных классификаторов представляется наиболее перспективным. На сегодняшний день проведено недостаточно фундаментальных теоретических и экспериментальных исследований в области двухфазных закрученных течений с точки зрения процессов классификации и сепарации тонкодисперсных порошков. Поэтому в настоящее время актуальным является проведение теоретических и численных исследований, касающихся вопросов аэродинамики закрученных течений, которые являются определяющими при сепарации и классификации частиц по размерам в воздушно-центробежных классификаторах [9–12]. Настоящее исследование касается математического моделирования аэродинамики закрученного течения в усовершенствованном воздушно-центробежном классификаторе.

### Математическая постановка задачи

В настоящей работе проводится моделирование закрученного вязкого течения в воздушно-центробежном аппарате, используемом для разделения частиц по размерам, рабочая камера которого представляет собой традиционный (рис. 1, а) и предлагаемый оригинальный (рис. 1, б) типы.

Процесс сепарации частиц в известном воздушно-центробежном аппарате осуществляется следующим образом [10, 13]. Снизу аксиально (рис. 1, а) подается закрученный газовый поток вместе с частицами в дисковое пространство, стенки которого вместе с газом вращаются относительно оси вращения. В результате в междисковом пространстве в радиальном направлении возникают противоположно направленные центробежные и аэродинамические силы, действующие на частицы. Мелкие частицы за счет преобладающей аэродинамической силы над центробежной движутся к оси вращения и попадают в область сбора мелкого продукта частиц. Крупные частицы, наоборот, за счет преобладания центробежной силы над аэродинамической движутся по радиусу от оси к периферии в область сбора крупного продукта частиц. В этой области на периферии подается дополнительный радиальный закрученный газовый поток без частиц, направленный к оси в

зону сепарации, который возвращает случайно попавшие мелкие частицы на повторную сепарацию в междисковое пространство.

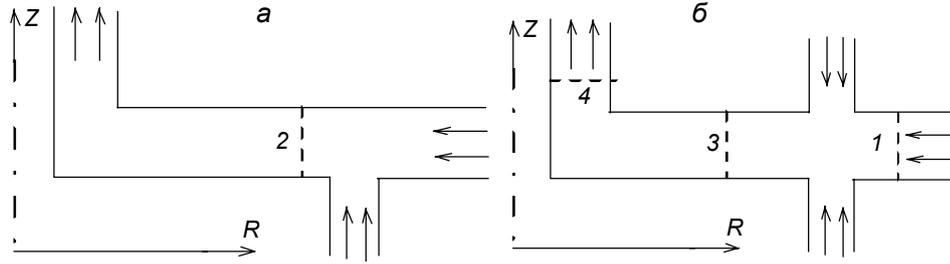


Рис. 1. Схема традиционной (а) и оригинальной (б) вихревых камер

Для получения более однородного потока, без образования циркуляционных областей в междисковом пространстве, предлагается дополнительно сверху аксиально подавать симметричный поток газа (рис. 1, б) с расходом, равным расходу из нижнего патрубка.

Численное моделирование вязкого закрученного газа проводилось в вихревых камерах, представленных на рис. 1, на основе уравнений Навье – Стокса в цилиндрической системе координат. В силу скоростей газа, существенно меньших скорости звука, считается, что плотность газа постоянна и, учитывая неизменность параметров газа по окружной координате, получим осесимметричную систему безразмерных дифференциальных уравнений переноса импульса и уравнения неразрывности в виде [12]

$$\frac{\partial u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r^2}{\partial r} + \frac{\partial u_r u_z}{\partial z} + \frac{u_r^2}{r} - \frac{u_\phi^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right]; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r u_\phi}{\partial r} + \frac{\partial u_z u_\phi}{\partial z} + 2 \frac{u_r u_\phi}{r} = \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r^2} \right]; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_z^2}{\partial z} + \frac{u_r u_z}{r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right]; \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0. \quad (4)$$

Здесь безразмерная форма уравнений получена: с использованием масштаба длины – высоты междискового пространства  $H$ ; скорости – средней аксиальной входной скорости газа  $U_0$  через верхний и нижний патрубок; постоянной плотности –  $\rho$ . Значение безразмерного давления имеет вид  $p = P/(\rho U_0^2)$  и критерий Рейнольдса –  $\text{Re} = \rho U_0 H / \mu$ .

Для получения единственного решения задачи использовались следующие граничные условия. На входе в вихревую камеру в нижнем патрубке принималось постоянное значение аксиальной скорости  $u_z = 1$  и на противоположной верхней стороне камеры соответственно  $u_z = -1$ , а значения окружной составляющей скорости в обоих патрубках  $u_\phi = rR\omega_0$ . Значение входной радиальной и окружной составляющей скорости на периферии принималось соответственно  $u_r = -\gamma$  и  $u_\phi = rR\omega_1$ , причем критерии вращения имеют вид  $R\omega_0 = \omega_0 H / U_0$  и  $R\omega_1 = \omega_1 H / U_0$ . Здесь  $\omega_0$  и  $\omega_1$  – средние значения угловых скоростей вращения газа в соответствующих сечениях. На стенках для радиальной и осевой составляющих вектора скорости за счет условия прилипания вязкого газа использовалось условие равенства нулю. Для окружной скорости на стенках вихревой камеры также применялось условие  $u_\phi = rR\omega_d$ , где  $R\omega_d = \omega_d H / U_0$  – критерий вращения и  $\omega_d$  – угловая скорость вращения стенок. На выходе из вихревой камеры было взято условие Неймана  $\partial/\partial z = 0$  для всех искомых функций.

### Численный метод решения

Численное решение системы уравнений (1) – (4) проводилось в переменных скорость – давление путем расщепления полей скорости и давления [14]. В соответствии с этим методом в сим-

волическом безразмерном виде и векторной форме уравнения (1) и (3) можно представить в виде [7]

$$\frac{V^* - V^n}{\Delta\tau} = -\nabla p^n + F(V^*, V^n); \quad (5)$$

$$\frac{V^{n+1} - V^*}{\Delta\tau} = -\nabla(\delta p). \quad (6)$$

Правая часть уравнения (5) представляет конвективные и диффузионные слагаемые уравнения переноса, причем верхний индекс «\*» обозначает промежуточную сеточную функцию для вектора скорости. В уравнении (6) поправка к давлению имеет вид  $\delta p = p^{n+1} - p^n$ . После взятия операции дивергенции от уравнения (6) и, учитывая соленоидальность поля скорости на  $(n+1)$ -временном слое, получим уравнение для поправки к давлению

$$\nabla^2(\delta p) = \frac{\nabla \cdot V^*}{\Delta\tau}. \quad (7)$$

Для удобства решения уравнение (7) представим в форме нестационарного уравнения

$$\frac{\partial(\delta p)}{\partial\tau_1} - \nabla^2(\delta p) = -\frac{\nabla \cdot V^*}{\Delta\tau}, \quad (8)$$

где  $\tau_1$  – время, которое фактически представляет собой итерационный параметр. На всех границах для поправки к давлению используется условие Неймана [15].

Таким образом, после решения уравнений (1) и (3) для определения промежуточных значений, составляющих скорости  $u_r$  и  $u_z$ , определяется поправка к давлению по уравнению (8) и в соответствии с зависимостью (6) определяется вектор скорости и давление  $p^{n+1} = p^n + \delta p$ . Далее решаются уравнения переноса импульса для окружной составляющей скорости и затем процесс повторяется до установления решения по времени. Решение задачи проводилось на разнесенной разностной сетке с использованием метода контрольного объема и неявной обобщенной схемы переменных направлений [16]. Конвективные и диффузионные слагаемые этого уравнения представлялись в конечных разностях с помощью экспоненциальной схемы [15]. Известно, что эта схема снимает ограничение по сеточному числу Рейнольдса.

Для проверки достоверности получаемого решения в переменных скорость – давление дополнительно решалась эта же задача в переменных вихрь – функция тока. Определим значение вихря

$$\Omega = \frac{\partial U_r}{\partial z} - \frac{\partial U_z}{\partial r}. \quad (9)$$

Функцию тока определим с помощью формул, обеспечивающих выполнение уравнения неразрывности:

$$U_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad U_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}. \quad (10)$$

Уравнения (1) и (3) можно привести к уравнению переноса вихря путем перекрестного дифференцирования и вычитания полученных уравнений, в результате будем иметь

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_r \Omega)}{\partial r} + \frac{\partial(u_z \Omega)}{\partial z} = \frac{2u_\varphi}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} - \frac{\Omega}{r^2} \right). \quad (11)$$

Уравнение для определения функции тока определится, если подставить скорости из формул (10) в определение вихря (9):

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + r \Omega,$$

которое для удобства численного расчета представим в виде нестационарного уравнения

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - r \Omega. \quad (12)$$

При таком способе расчета уравнение переноса импульса в окружном направлении остается тем же уравнением (2). Граничные условия для функции тока определяются интегрированием (10), а для определения вихря на стенках используются известные разностные формулы Тома [17]. Для окружной составляющей скорости граничные условия остаются такими же, что и при решении в переменных скорость – давление.

### Анализ получаемых результатов

Достоверность численных результатов подтверждалась тестовыми исследованиями на сеточную сходимость, а также при малых числах Рейнольдса на основе аналитической формулы при установившемся течении в кольцевом канале. Так, на рис. 2 показано распределение скорости  $u_z$  в среднем сечении для нижнего (а) и верхнего патрубков (б) в сравнении с известной формулой для кольцевого канала [18]:

$$\frac{U_z}{U_{\text{ср}}} = 2 \frac{(r_1^2 - r^2) \ln(r_0/r_1) - (r_1^2 - r_0^2) \ln(r/r_1)}{r_1^2 - r_0^2 + (r_1^2 + r_0^2) \ln(r_0/r_1)}, \quad (13)$$

где  $r_0, r_1$  – соответственно внутренний и внешний радиус кольцевого канала;  $r$  – текущее значение радиуса.

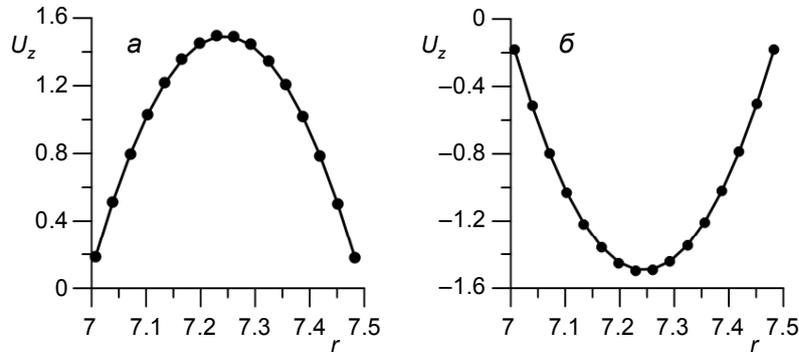


Рис. 2. Сравнение решений: расчет (сплошная кривая) и формула (13) (точки) при числе  $Re = 2$

На рис. 3 и 4 представлено сравнение решений закрученного течения в физических переменных скорость – давление с данными, полученными при решении этой же задачи, но в переменных вихрь – функция тока. Причем на графиках верхние кривые относятся к сечению 1, а нижние – к сечению 3 (рис. 1, б).

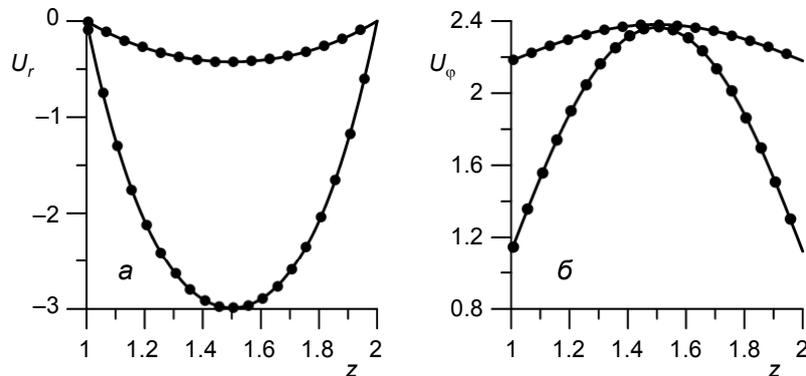


Рис. 3. Распределение скорости  $u_r$  (а) и  $u_\varphi$  (б) в зависимости от координаты  $z$  в сечениях 1 и 3 (рис. 1, б). Сплошная кривая – решение скорость – давление, точки – решение в переменных функция тока – вихрь

Сравнение численных решений для разных геометрий, представленных на рис. 1, показывает, что усовершенствованная зона сепарации позволяет практически устранить циркуляционную зону в области за вертикальными патрубками ввода газа. Для демонстрации этого на рис. 4 и 5 показано

распределение линий тока в обеих геометриях. Следует отметить, что расход газа за патрубками в обоих случаях имел одно и то же значение.

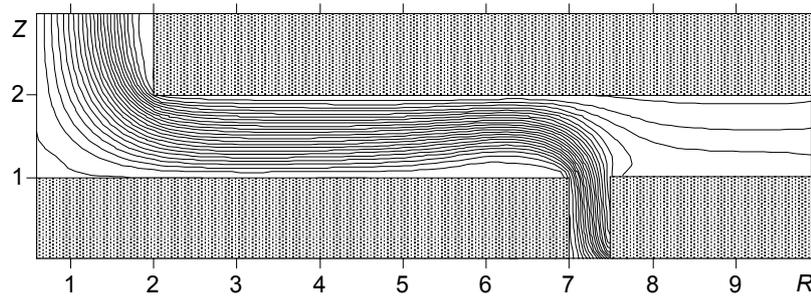


Рис. 4. Распределение изолиний функции тока для аппарата известной геометрии при  $Re = 500$

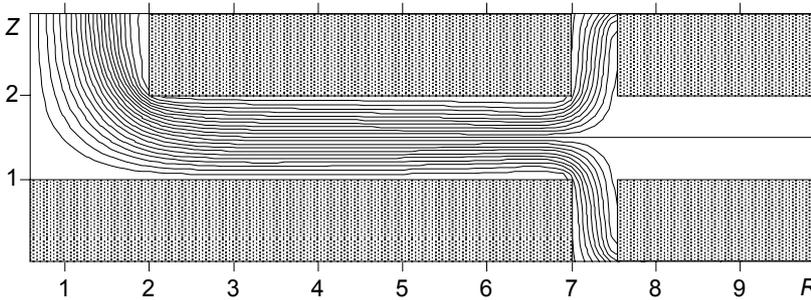


Рис. 5. Распределение изолиний функции тока для аппарата модифицированной геометрии при  $Re = 500$

Для более детального рассмотрения образования циркуляционной области за вертикальными патрубками подвода газа необходимо представить распределение радиальной скорости вблизи поворота потока газа. На рис. 6 показано изменение радиальной скорости по высоте междискового пространства в зависимости от аксиальной координаты.

Из этих графиков видно, что для известной геометрии (рис. 6, *a*) вблизи нижнего диска ( $z = 1$ ) распределение радиальной скорости имеет положительное значение, т.е. имеет место возвратное течение, в отличие от случая усовершенствованной геометрии в том же геометрическом сечении. Следует также отметить более симметричный и однородный профиль радиальной скорости для предлагаемой геометрии вихревой камеры (рис. 6, *б*). Параметрическое исследование распределения окружной составляющей скорости в зависимости от критериев  $Re$  и критериев закрутки газа и дисковых элементов оказывает существенное влияние на форму профиля радиальной скорости по

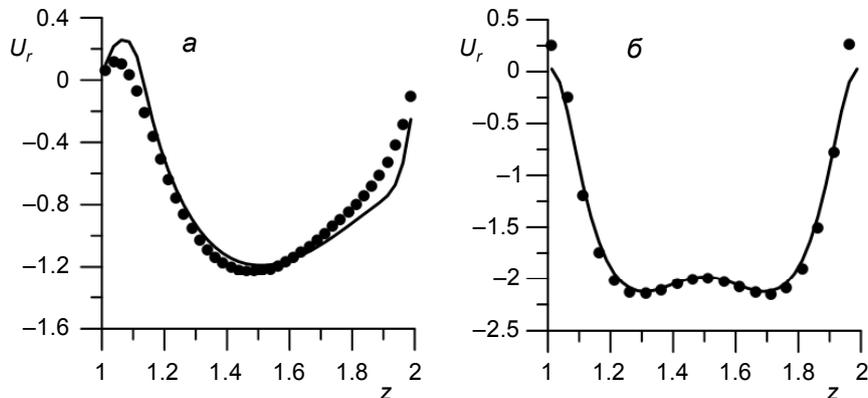


Рис. 6. Распределение скорости  $u_r$  от высоты междискового пространства в сечении 2 (рис. 1) для известной геометрии (*a*) и усовершенствованной геометрии (*б*) при  $Re = 100$  (точки) и  $Re = 500$  (сплошная кривая)

высоте междискового пространства. Так, на рис. 7 показано распределение радиальной скорости по высоте при различных закрутках газа и дисковых элементах.

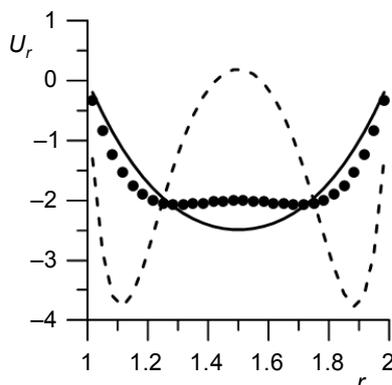


Рис. 7. Поведение профиля радиальной составляющей вектора скорости в сечении 3 (рис. 1) для предлагаемой зоны сепарации при  $Re = 10$  и параметрах закрутки  $R\omega = 0.2$  (сплошная кривая),  $R\omega = 1$  (точки) и  $R\omega = 4$  (пунктирная кривая)

Из последнего графика хорошо видно, что увеличение закрутки газа приводит к торможению окружной скорости в ядре потока за счет действия большей центробежной силы в ядре потока по сравнению с областью вблизи дисковых элементов и, как следствие, к изменению скорости вблизи стенок в соответствии с уравнением неразрывности.

### Заключение

Данное численное исследование показало теоретические возможности описывать аэродинамику вязкого закрученного течения, рассматривать основные физические тенденции в распределении полей вектора скорости закрученного течения в вихревой камере, оценивать перспективы предложенной оригинальной геометрии зоны сепарации, а также демонстрировать возможность создания более стабильного поля вектора скорости в области междискового пространства воздушно-центробежного классификатора.

Представленный в работе подход к математическому моделированию аэродинамики закрученного течения может быть полезен при теоретическом исследовании вихревых камер, сепараторов и других пневматических аппаратов порошковой технологии применительно к атомной и химической промышленности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. — М.: Мир, 1987. — 588 с.
2. Алексеенко С.В., Окулов В.Л. // Теплофизика и аэромеханика. — 1996. — Т. 3. — № 2. — С. 101–138.
3. Росляк А.Т., Бирюков Ю.А., Пачин В.Н. Пневматические методы и аппараты порошковой технологии. — Томск: Изд-во ТГУ, 1990. — 273 с.
4. Шваб А.В., Евсеев Н.С. // Инженерно-физический журнал. — 2016. — Т. 89. — № 4. — С. 826–836.
5. Архипов В.А., Ткаченко А.С., Усанина А.С. // Инженерно-физический журнал. — 2013. — Т. 86. — № 3. — С. 534–541.
6. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Течения и теплообмен в каналах и вращающихся полостях. — М.: Физмалит, 2010. — 487 с.
7. Shvab A.V and Khairullina V. Yu. // J. Appl. Mech. Tech. Phys. — 2011. — V. 52. — No. 1. — P. 557–565.
8. Ахметов Д.Г., Ахметов Т.Д. // Научный вестник. — 2015. — № 4. — С. 109–120.
9. Вараксин А.Ю. // ТВТ. — 2015. — Т. 53. — № 3. — С. 441.
10. Shvab A.V., Zyatikov P.N., Sadretdinov Sh.R., and Chepel A.G. // J. Appl. Mech. Tech. Phys. — 2010. — V. 51. — No. 2. — P. 174–181.
11. Князев Д.В. // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2011. — № 4. — С. 59–66.
12. Турубаев Р.Р., Шваб А.В. // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. — 2020. — № 65. — С. 137–147.
13. Зятиков П.Н., Росляк А.Т., Шваб А.В. и др. Способ газовой центробежной классификации и измельчения порошков // Патент РФ № 2522674. Оpubл. 20.07.2014. Бюл. № 20.
14. Chorin A.J. // Math. Comput. — 1968. — V. 22. — P. 745.

15. Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 146 с.
16. Пейре Р., Тейлор Т. Д. Вычислительные методы в задачах механики жидкости. – Л.: Гидрометеоздат, 1986. – 351 с.
17. Роч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1991. – 616 с.
18. Петухов Б. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. – М.: Энергия, 1967. – 411 с.

Поступила в редакцию 20.10.2020.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
г. Томск, Россия

---

**Шваб** Александр Вениаминович, д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой НИ ТГУ, e-mail: avshvab@inbox.ru;  
**Соломаха** Артем Евгеньевич, аспирант НИ ТГУ, e-mail: solomahaartem@yandex.ru.

*A. V. SHVAB, A. Ye. SOLOMAKHA*

## NUMERICAL SIMULATION OF AERODYNAMICS OF AIR-CENTRIFUGAL CLASSIFIER

The paper simulates a comparison of the gas flow velocity fields in traditional and advanced air-centrifugal apparatus. It is shown that in the proposed working zone of the apparatus, an additional supply of gas without particles makes it possible to obtain the aerodynamics of a swirling gas flow without separation, circulation zones, which is confirmed by a comparison of numerical studies of swirling flows in the separation chambers of traditional and original air-centrifugal apparatus. The reliability of the results obtained is ensured by test studies and comparison with known solutions.

**Keywords:** *hydrodynamics, viscosity, classifier, pressure, peripheral speed, flow rate.*

National Research Tomsk State University, Tomsk, Russia

---

**Shvab** Alexander Veniaminovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department NR TSU, e-mail: avshvab@inbox.ru;  
**Solomakha** Artem Yevgen'yevich, Postgraduate Student NR TSU, e-mail: solomahaartem@yandex.ru.