

УДК 53.072:51

DOI: 10.17223/00213411/64/5/152

BAOSHUAI ZHANG, YING TIAN

СИЛЬНЫЕ И СЛАБЫЕ ТЕОРЕМЫ СХОДИМОСТИ ДЛЯ ОБЩИХ ЗАДАЧ СМЕШАННОГО РАВНОВЕСИЯ И ОБЩИХ ЗАДАЧ ВАРИАЦИОННОГО НЕРАВЕНСТВА И ЗАДАЧ С ФИКСИРОВАННОЙ ТОЧКОЙ ДЛЯ ДВУХ НЕРАСШИРЯЮЩИХСЯ ПОЛУГРУПП В ГИЛЬБЕРТОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ *

Вводятся некоторые итерационные алгоритмы нахождения общего элемента множества решений общей задачи смешанного равновесия и множества решений общего вариационного неравенства для двух коэрцитивных отображений и множества общих неподвижных точек двух нерасширяющихся полугрупп в гильбертовом пространстве. Получены как сильные, так и слабые теоремы сходимости для последовательностей, порожденных этими итерационными процессами в гильбертовых пространствах. Результаты настоящего исследования улучшают и расширяют данные многих других авторов.

Ключевые слова: итерационные методы, общая задача смешанного равновесия, общее вариационное неравенство, неподвижная точка, нерасширяемая полугруппа, гильбертово пространство.

Введение

Пусть H – вещественное гильбертово пространство с внутренним произведением $\langle \cdot, \cdot \rangle$ и индуцированной нормой $\|\cdot\|$ и пусть C – непустое замкнутое выпуклое подмножество H . Пусть $\varphi: C \rightarrow \mathbb{R}$ – функция и $B: C \rightarrow H$ – нелинейное отображение, а F – бифункция от $C \times C$ до $\mathbb{R}$, где $\mathbb{R}$ – множество действительных чисел. Рассмотрим следующую обобщенную задачу смешанного равновесия.

Найдем $x \in C$ такое, что

$$F(x, y) + \varphi(y) + \langle Ax, y - x \rangle \geq \varphi(x), \forall y \in C. \quad (1)$$

Множество решений (1) обозначим как GMEP. Задача (1) содержит в качестве частных случаев оптимизационные задачи, вариационные неравенства, задачи равновесия Нэша в некооперативных играх и др. (см., например, [1–21]).

Пусть $B_1, B_2: C \rightarrow H$ будут два отображения. Рассмотрим следующую задачу нахождения $(x^*, y^*) \in C \times C$ такого, что

$$\begin{cases} \langle \mu B_2 y^* + x^* - y^*, x - x^* \rangle \geq 0, \forall x \in C, \\ \langle \lambda B_1 x^* + y^* - x^*, x - y^* \rangle \geq 0, \forall x \in C, \end{cases} \quad (2)$$

которая называется общей системой вариационных неравенств, где $\lambda > 0$ и $\mu > 0$ – множество решений уравнения (2), обозначается как $GVI(B_1, B_2, C)$. В частности, если $B_1 = B_2 = B$, то задача (2) сводится к нахождению $(x^*, y^*) \in C \times C$ такого, что

$$\begin{cases} \langle \mu B y^* + x^* - y^*, x - x^* \rangle \geq 0, \forall x \in C, \\ \langle \lambda B x^* + y^* - x^*, x - y^* \rangle \geq 0, \forall x \in C, \end{cases} \quad (3)$$

которая определяется Вермой в работе [16] и называется новой системой вариационных неравенств.

Недавно Кумам [13] ввел гибридную итерационную схему для нахождения общего элемента множества неподвижных точек нерасширяющегося отображения и множества решений вариаци-

* Авторы выражают благодарность Национальному фонду социальных наук Китая (№ 19BJY077, 18BJY093 и 17CJY031), Национальному фонду естественных наук Китая (№ 71901044), Проекту планирования социальных наук Чунцина (№ 2018PY74), Научно-техническому проекту Комиссии по образованию Чунцина (№ KJQN202000506 и KJQN201900537).

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>