

УДК 537.85

С.В. Синяев, С.И. Володченко

ИМПУЛЬСНЫЙ ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ ПОЛЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ СОЛЕНОИДА В РЕЖИМАХ МНОГООЧАГОВОГО ЗАЖИГАНИЯ МЕТАТЕЛЬНЫХ ЗАРЯДОВ

Представлены результаты математического моделирования индукционного нагрева тонкостенных полых цилиндрических проводников переменным аксиальным магнитным полем. Параметрический анализ процесса проводится на основе точных аналитических решений одномерной магнитодиффузионной задачи, полученных методом интегрального преобразования Лапласа для трех видов граничных условий, соответствующих различным способам генерации магнитного поля. С помощью предложенного алгоритма идентификации оцениваются параметры устройств, позволяющие нагревать проводники вплоть до температуры плавления в течение нескольких миллисекунд. Анализируется влияние электрофизических и теплофизических свойств материала проводника на динамику его нагрева применительно к схемам многоочагового зажигания метательных зарядов.

Ключевые слова: точные решения, переменное магнитное поле, тонкостенные проводники, индукционный нагрев, температура, параметрический анализ, электротехническая идентификация.

Эффективное зажигание метательных зарядов из высокоэнергетических топлив осуществляется потоками мелкодисперсных раскаленных металлических частиц – металлическим спреем [1, 2]. Спрей генерируется с помощью электрического разряда через фольговые проводники специальной формы, расположенные в объеме топлива. В отличие от электроконтактных генераторов спрея [3, 4] в данной работе исследуется индукционная схема нагрева короткозамкнутых фольговых проводников в переменном магнитном поле соленоида. Преимуществом этой схемы является дистанционное бесконтактное воздействие на нагреваемые проводники, что снимает проблему обеспечения надежных электрических контактов с токоподводящими электродами. При этом заметно ослабляются ограничения на размеры, количество и расположение проводников в зоне действия магнитного поля соленоида.

Постановка задачи

Общая схема моделируемого устройства показана на рис. 1. Магнитное поле B в соленоиде 1 генерируется электрическим разрядом конденсаторной батареи емкостью C . Нагреваемые полые цилиндрические проводники 2 находятся во внутреннем объеме катушки и ориентированы вдоль соответствующих магнитных силовых линий соленоида, что обеспечивает их эффективную индуктивную связь с катушкой.

Для оценки времени диффузии магнитного поля в полые проводники и определения распределения тока и температуры по их радиальной координате r по-

строены точные аналитические решения модельной задачи о диффузии внешнего аксиального магнитного поля $H_1(t)$ в полый цилиндрический проводник (см. рис. 2).

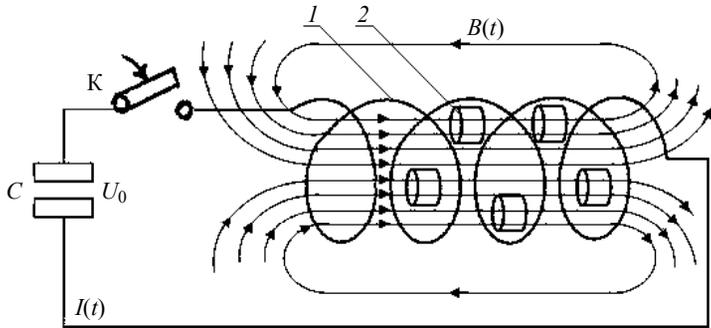


Рис. 1. Общая схема устройства индукционного нагрева проводников: 1 – соленоид, 2 – проводники, К – ключ, С – конденсаторная батарея, U_0 – начальное напряжение, I – ток в цепи соленоида

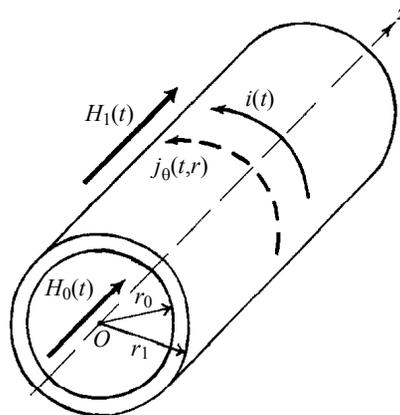


Рис. 2. Полый цилиндрический проводник во внешнем аксиальном магнитном поле $H_1(t)$

Уравнение магнитной индукции для полого цилиндрического проводника имеет вид [5]

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad j_\theta(t,r) = -\frac{\partial H_z}{\partial r}, \quad \chi = \frac{\eta_0}{\mu}.$$

Использованы обозначения: H_z – напряженность магнитного поля, j_θ – азимутальная плотность вихревых токов, t – время, z – осевая координата, r_0, r_1 – внутренний и внешний радиусы проводника, η_0, μ – его удельное сопротивление и магнитная проницаемость. Краевые условия имеют вид

$$H_z(t,r_1) = H_1(t), \quad \frac{\partial H_z(t,r_0)}{\partial t} = \frac{2\chi_0}{r_0} \frac{\partial H_z(t,r_0)}{\partial r}, \quad H(t \leq 0, r_0 \leq r \leq r_1), \quad \chi_0 = \frac{\eta_0}{\mu}, \quad (1)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость среды в полости проводника. В приближении «тонкостенного» проводника $r_1 - r_0 \ll r_0$ уравнение магнитной индукции приводится к виду

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r_c} \frac{\partial H_z}{\partial r} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (2)$$

где $r_c = 0,5(r_0 + r_1)$ – средний радиус проводника. С помощью введения вспомогательной функции

$$h(t, r) = H_z(t, r) \exp \left[\frac{1}{2r_c} \left(r + \frac{\chi t}{2r_c} \right) \right]$$

краевая задача (1), (2) принимает вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 h}{\partial r^2}, \quad h_1(t) = H_1(t) \exp \left[\frac{1}{2r_c} \left(r_1 + \frac{\chi t}{2r_c} \right) \right], \quad (3)$$

$$\frac{\partial h(t, r_0)}{\partial t} = \frac{2\chi_0}{r_0} \frac{\partial h(t, r_0)}{\partial r} - \left(\frac{\chi_0}{r_0 r_c} - \frac{\chi}{4r_c^2} \right) h(t, r_0), \quad h(t = 0, r_0 \leq r \leq r_1) = 0.$$

Точные аналитические решения

Задача (3) решается методом интегрального преобразования Лапласа

$$\tilde{h}(r) = \int_0^{+\infty} \exp(-p\tau) h(\tau, r) d\tau,$$

где p – параметр преобразования. Решение в изображениях имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{h}(r) = \tilde{h}_1 & \left[1 - \frac{p - bq + a}{p + bq + a} \exp \left(-\frac{2\Delta \cdot q}{\sqrt{\chi}} \right) \right]^{-1} \exp \left[-\frac{q(r_1 - r)}{\sqrt{\chi}} \right] \times \\ & \times \left[1 - \frac{p - bq + a}{p + bq + a} \exp \left[-\frac{2q(r - r_0)}{\sqrt{\chi}} \right] \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где $q = \sqrt{p}$, $\Delta = r_1 - r_0$. Для получения точных аналитических решений исходной задачи необходимо так выбрать вид изображения граничного условия \tilde{h}_1 в (4), чтобы оригинал решения $H_z(t, r)$ и граничное условие $H_1(t)$ описывались конечными аналитическими выражениями с необходимым константным произволом. Для

этого полагаем $\tilde{h}_1 = \tilde{\varphi}_1(p) \left[1 - \frac{p - bq + a}{p + bq + a} \exp \left(-\frac{2\Delta \cdot q}{\sqrt{\chi}} \right) \right]$.

Функция $\tilde{\varphi}_1(p)$ задается в виде

$$\tilde{\varphi}_1 = A_1 q^{-1} \exp(-kq), \quad (5)$$

$$\tilde{\varphi}_1 = A_2 q^{-1} \left[\exp(-k_1 q) - B \exp(-k_2 q) \right], \quad (6)$$

$$\tilde{\Phi}_1 = A_3 \left[(p + \rho)^2 + \omega^2 \right]^{-1}, \quad (7)$$

где $A_1, A_2, A_3, B, k, k_1, k_2, (k_2 > k_1), \rho, \omega$ – положительные константы. С помощью зависимостей (5) – (7) выражения \tilde{h}_1 и $\tilde{h}(r)$ преобразуются к суммам слагаемых, оригиналы которых определяются в конечном аналитическом виде [6]. Из-за относительной громоздкости получаемых решений целесообразно привести лишь выражения для соответствующих законов изменения внешнего аксиального магнитного поля $H_1(t)$:

$$\begin{cases} H_1(t) = H_z(t, r_1) = A_1 e^{-\left(\frac{r_1}{2r_c} + \frac{\chi_0}{4r_c^2} t\right)} \Psi(t, k), \\ \Psi(t, k) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \left[e^{-\frac{k^2}{4t}} - e^{-\alpha^2} \right] + \frac{2\sqrt{\chi_0}}{r_1} e^{-\alpha^2} \left[\left(1 + \frac{2r_1}{r_0}\right) f(\alpha + \gamma_2 \sqrt{t}) - f(\alpha + \gamma_1 \sqrt{t}) \right], \\ \alpha(t, k) = \frac{0,5k\sqrt{\chi_0} + r_1 - r_0}{\sqrt{\chi_0} t}, \quad f(x) = e^{x^2} \operatorname{erfc}(x), \quad \gamma_1 = \frac{\sqrt{\chi_0}}{2r_c}, \quad \gamma_2 = \gamma_1 \frac{r_1 + 2r_c}{r_0}, \quad k > 0. \end{cases} \quad (8)$$

$$H_1(t) = H_z(t, r_1) = A_2 e^{-\left(\frac{r_1}{2r_c} + \frac{\chi_0}{4r_c^2} t\right)} \left[\Psi(t, k_1) - e^{-\frac{k_2^2 - k_1^2}{4t_0}} \Psi(t, k_2) \right], \quad 0 < k_1 < k_2. \quad (9)$$

$$\begin{cases} H_1(t) = A_3 e^{-\rho_1 t} \left\{ e^{-\rho t} \sin \omega t + c e^{-q^2/4t} \operatorname{Im} \Phi(t) + \omega r_0 \left[\frac{\gamma_1^2 f(x_1)}{(r_0 \gamma_1^2 + \rho)^2 + \omega^2} - \frac{\gamma_2^2 f(x_2)}{(r_0 \gamma_2^2 + \rho)^2 + \omega^2} \right] \right\}, \\ \Phi(t) = 0,5 \left[(c^{-1} + \delta_1 - \delta_3) w(z_1) + (c^{-1} + \delta_2 - \delta_4) w(z_2) \right], \quad w(z) = e^{-z^2} \operatorname{erfc}(-iz), \\ z_{1,2} = \pm a_1 \sqrt{t} + i \left(\frac{q}{2\sqrt{t}} \pm a_2 \sqrt{t} \right), \quad x_{1,2} = \frac{q}{2\sqrt{t}} + \gamma_{1,2} \sqrt{r_0} t, \quad \rho_1 = \frac{\chi}{4r_c^2}, \quad q = \frac{2(r_1 - r_0)}{\sqrt{\chi}}, \quad c = \frac{4r_c}{r_1}, \\ a_{1,2} = \sqrt{0,5(\sqrt{\rho^2 + \omega^2} \pm \rho)}, \quad \delta_{1,2} = \sqrt{r_0} \gamma_1 \frac{(\sqrt{r_0} \gamma_1 \mp a_2) \mp i a_1}{a_1^2 + (\sqrt{r_0} \gamma_1 \mp a_2)^2}. \end{cases} \quad (10)$$

Результаты расчетов

На рис. 3 приведены графики изменения внешнего магнитного поля $B_1 = \mu_0 H_1$ для трех найденных точных решений задачи диффузионного нагрева. Расчеты проведены для тонкостенного алюминиевого проводника, толщина стенки которого равна 0,2 мм, а средний радиус – 5,1 мм. Значения констант A_1, A_2, A_3 выбраны из условия, что температура внешней поверхности проводника достигает температуры плавления в момент $t = 2,5$ мс. Из графиков следует, что в случае колебательного режима *в*) амплитуда магнитного поля существенно ниже, чем в случаях униполярного *а*) и биполярного *б*) импульсов магнитного поля. Далее рассматриваются и идентифицируются только колебательные режимы изменения внешнего магнитного поля, как наиболее приемлемые в контексте рассматриваемых приложений.

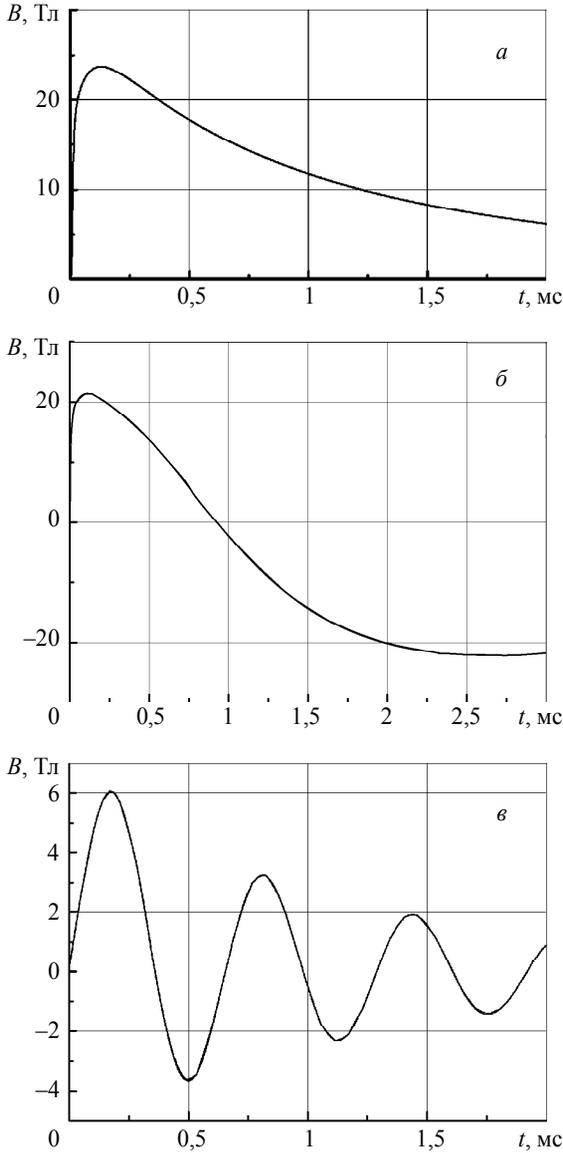


Рис. 3. Три режима изменения внешнего аксиального магнитного поля: *a* – униполярный импульс, *б* – биполярный импульс, *в* – колебательный режим с затуханием; $r_0 = 5$ мм, $r_1 = 5,2$ мм, материал проводника – Al

Основными параметрами колебательного режима являются круговая частота ω и параметр затухания ρ . В рассмотренном примере $\omega = 1,59$ кГц, $\rho = 691$ с⁻¹. Графики на рис. 4. иллюстрируют динамику процесса индукционного нагрева алюминиевого проводника в его различных поперечных сечениях: r_0 , r_1 и

$r_c = 0,5(r_0 + r_1)$ при колебательном режиме внешнего аксиального магнитного поля (см. рис. 3, в). Температура проводника рассчитывалась по формуле, полученной в предположениях об отсутствии теплообмена с окружающей средой и между радиальными сечениями в самом проводнике:

$$T(t, r) = T_0 + \frac{\eta_0}{c \cdot \rho} \cdot \int_0^t j_0^2(\tau, r) \cdot d\tau.$$

Использованы обозначения: T_0 – начальная температура проводника, c – удельная теплоемкость, ρ – плотность.

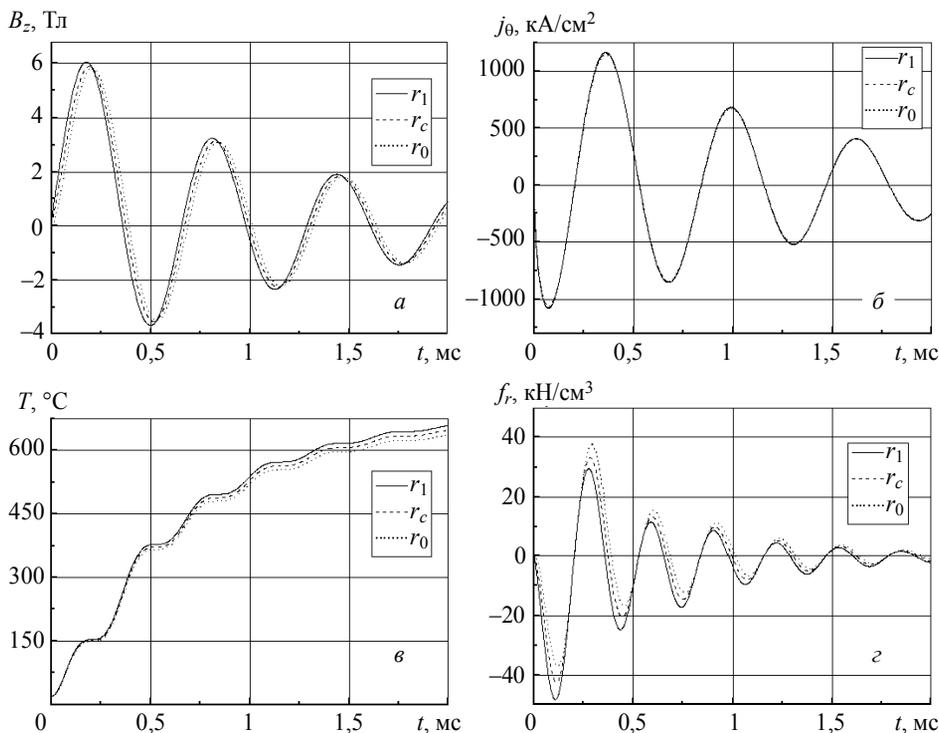


Рис. 4. Динамика изменения параметров индукционного нагрева проводника;
 $r_0 = 5$ мм, $r_1 = 5,2$ мм, материал проводника – Al

Близкий к однородному нагрев проводника до температуры его плавления (см. рис. 4, в) является ключевым условием генерации металлического спрея [3, 4]. Электромагнитная сила, действующая на единичный объем проводника в радиальном направлении (см. рис. 4, г), определяется выражением

$$f_r = j_0 \cdot B_z = -\frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial B_z^2}{\partial r}.$$

Чередование растягивающих ($f_r > 0$) и сжимающих усилий, действующих на проводник в процессе его нагрева, способствует его мелкодисперсной деструкции при температурах, близких к температуре плавления. В данном варианте расчета

распределения всех рассмотренных параметров по радиальным сечениям проводника близки к однородным, что указывает на возможность решения подобных задач в 0-м мерном электротехническом приближении.

На рис. 5 приведены результаты аналогичных расчетов на внешней поверхности проводника $r=r_1$ при трех характерных значениях параметра ω . Проводник и условия его нагрева (до температуры плавления за 2,5 мс) те же. Увеличение частоты колебаний ω внешнего магнитного поля слабо влияет на динамику нагрева проводника (см. рис. 5, в) при заметном уменьшении амплитуд магнитного поля (рис. 5, а) и электромагнитной силы (рис. 5, з). При этом максимальные значения плотности тока увеличиваются незначительно (рис. 5, б). Таким образом, частота колебаний внешнего магнитного поля ω является эффективным параметром управления процессом индукционного нагрева полых тонкостенных цилиндрических проводников.

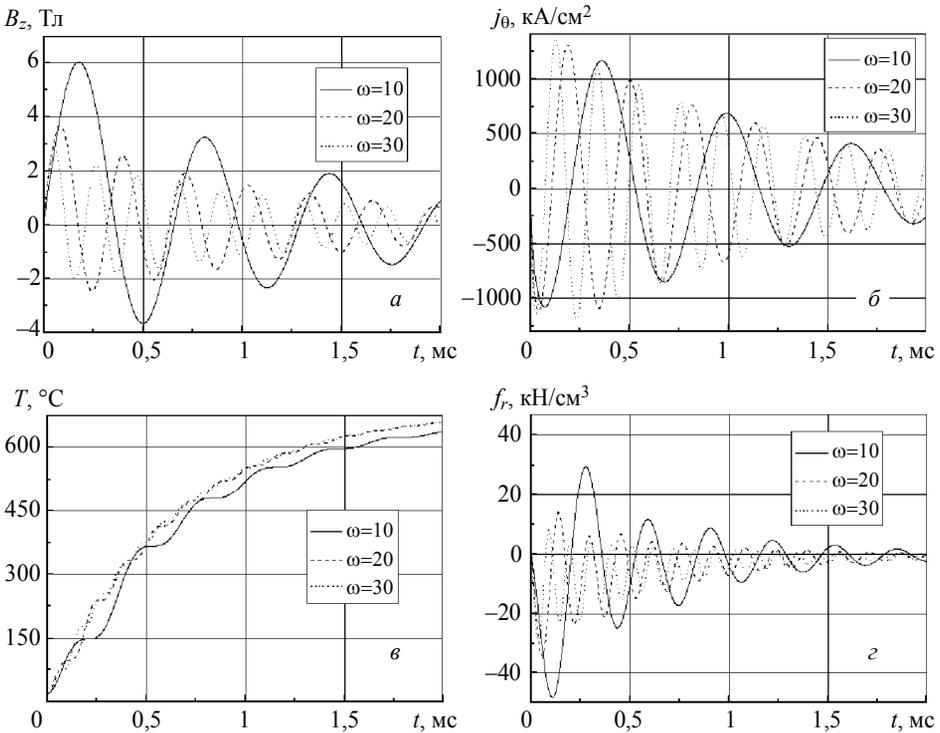


Рис. 5. Влияние частоты колебания магнитного поля на динамику индукционного нагрева проводника; $\omega = 10 - 1,59$ кГц, $\omega = 20 - 3,18$ кГц, $\omega = 30 - 4,77$ кГц

Влияние материала проводника на динамику его индукционного нагрева иллюстрируют расчетные зависимости на рис. 6. Расчеты проведены для внешней поверхности проводников r_1 одинаковой геометрии при условии ее нагрева до соответствующей температуры плавления за 2,5 мс. Динамика нагрева проводников из алюминия и магния практически одинакова. Для нагрева медного проводника требуется увеличить амплитуду колебаний внешнего магнитного поля на треть (см. рис. 6, а).

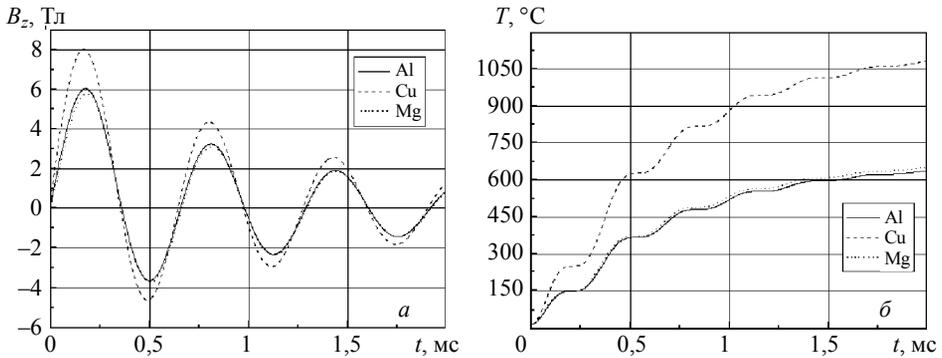


Рис. 6. Нагрев проводников из различных материалов до температуры плавления; $\omega = 1,59$ кГц, $r_0 = 5$, $r_1 = 5,2$ мм

Электротехническая идентификация результатов расчета

Целью идентификации является определение электротехнических параметров устройства индукционного нагрева (см. рис. 7, а, б), состоящего из конденсаторной батареи C , заряжаемой до начального напряжения U_0 , ключа K и соленоида, генерирующего внешнее магнитное поле. Идентифицируются следующие параметры:

$$\omega, B_{\max}, \rho, \rho_1 = \eta_0/\mu_0(r_0+r_1)^2.$$

Алгоритм идентификации следующий.

1. Задаются параметры соленоида: число витков W , диаметр D и длина l , а также сопротивление внешней электрической цепи R_0 , состоящей из батареи конденсаторов, ключа и соединительных кабелей. Индуктивность соленоида определяется по формуле [7]

$$L = \frac{\pi\mu_0}{4} W^2 \frac{D^2}{l} \Phi\left(\frac{l}{D}\right).$$

2. Определяются сопротивление устройства $R = 2L(\rho + \rho_1)$, емкость конденсаторной батареи $C = \{L[\omega^2 + (\rho + \rho_1)^2]\}^{-1}$ и значение U_0 :

$$U_0 = \frac{B_{\max} \sqrt{L(D^2 + l^2)}}{\mu_0 W \sqrt{C}} \exp\left(\frac{0,5R}{\omega L} \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{0,5R}\right).$$

3. Выбираются материал и площадь поперечного сечения провода, которым наматывается соленоид.

На оси соленоида магнитное поле определяется через ток в цепи $I(t)$ [5]: $B_i(t) = \mu_0 W I(t) (l^2 + D^2)^{-0,5}$. Электрическая цепь устройства представляет собой RLC -цепь с постоянными параметрами. В этом случае

$$B_i(t) = \frac{\mu_0 W U_0}{\omega L \sqrt{l^2 + D^2}} \exp\left(-\frac{0,5R}{L} t\right) \sin(\omega t).$$

На рис. 7, в приведено сравнение точного решения $B_i(t)$ (10), показанного на рис. 3, в), с его идентификационным значением $B_i(t)$ из (11) при $L = 12,5$ мкГн, $C = 795$ мкФ, $U_0 = 3,56$ кВ, $R = 20$ мОм, $l = 150$ мм, $D = 50$ мм, $W = 30$.

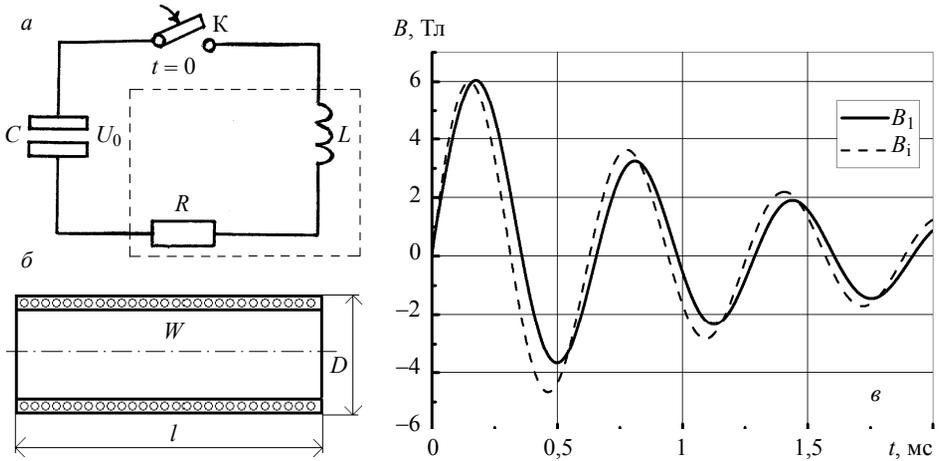


Рис. 7. Пример электротехнической идентификации результатов решения диффузионной задачи: *a* – электрическая схема устройства, *б* – катушка-соленоид, *в* – исходное $B_1(t)$ и идентифицированное $B_i(t)$ магнитные поля

Вполне удовлетворительное согласование результатов подтверждает эффективность предложенного алгоритма электротехнической идентификации решения диффузионной задачи.

Заключение

Построены точные аналитические решения задачи индукционного нагрева тонкостенных полых цилиндрических проводников в переходных режимах. Проведено параметрическое исследование колебательного режима «быстрого» нагрева таких проводников до температуры плавления за времена порядка нескольких миллисекунд. Обоснована возможность применения электротехнического приближения при расчетах индукционного нагрева ансамблей тонкостенных проводников в магнитном поле соленоида.

Предложена схема электротехнической идентификации результатов решения задачи для устройства, генерирующего магнитное поле при разряде конденсаторной батареи через катушку-соленоид. Получены оценки параметров таких устройств, работающих в переходных режимах «быстрого» однородного нагрева применительно к задаче многоочагового зажигания метательных зарядов из топлив различной консистенции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Синяев С.В. Спрей-режим электроимпульсного диспергирования проводников и его применение в устройствах зажигания нетрадиционных топлив // *Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики*. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. С. 108, 109.
2. Zharovzev V.V., Sinyaev S.V., Fomenko V.V. Account of interior ballistic parameters of the launch by slurry/liquid propellant with ETC-ignition // *IEEE Transactions on Magnetics*. 2001. V. 37. No. 1. P. 216–218.
3. Синяев С.В., Буркин В.В., Христенко Ю.Ф. и др. Квазиобъемное очаговое электротермохимическое зажигание гелеобразных высокоэнергетичных веществ // *Третья Междунар. конф. «Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и стволь-*

- ных системах» (ИСОС-99) Ч. 2. Ижевск: Изд-во Ин-та прикладной механики УрО РАН, 2000. С. 640–648.
4. *Sinyaev S.V., Kramar M.A., Kulpin V.I., Surkov V.G.* Plasma-replacement technology of ETC-ignition of powder charges in high-velocity launchers // IEEE Transactions on Magnetics. 2007. No. 1. V. 43. P. 318–321.
 5. *Кнопфель Г.* Сверхсильные магнитные поля. М.: Мир, 1972. 392 с.
 6. *Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица и И. Стиган.* М.: Наука, 1979. 830 с.
 7. *Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А.* Расчет индуктивностей: Справочная книга, изд. 3-е перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 488 с.

Статья поступила 10.10.2013 г.

Sinyaev S.V., Volodchenkov S.I. PULSE INDUCTION HEATING OF THE HOLLOW THIN-WALLED CYLINDRICAL CONDUCTORS IN A SOLENOID MAGNETIC FIELD IN REGIMES OF THE MULTI-POINT IGNITION OF THE PROPELLING SHARGES. The results of mathematical modeling induction heating of thin-walled hollow cylindrical conductors in variable axial magnetic field are presented. Parametric analysis of the process is conducted by means of exact analytical solutions of one-dimensional magneto diffusion task. Solutions for the three types of boundary conditions for different methods of generation magnetic field are obtained by the transform integral method. By means of the proposed identification algorithm device parameters are evaluated, allowing heat conductors up to the melting temperature within a few milliseconds. Influence electro- and thermo physical properties of the conductor material on the dynamic of its heating applied to multi-point ignition of propellant charges is analyzed.

Keywords: exact solutions, variable magnetic field, thin-walled conductors, induction heating, temperature, parametric analysis, electro technical identification.

Sinyaev Sergey Vitalievich (Tomsk State University)

E-mail: ssv@niipmm.tsu.ru

Volodchenkov Sergey Igorevich (Tomsk State University)

E-mail: serg_vol666@mail.ru