

УДК 532.5

DOI 10.17223/19988621/71/10

**З.М. Маликов, М.Э. Мадалиев****МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ  
В ЦЕНТРОБЕЖНОМ СЕПАРАТОРЕ**

Представлены численные результаты математического моделирования двухфазного, осесимметричного закрученного турбулентного течения в сепарационной зоне центробежного сепаратора. Движение несущего потока газа моделировалось с помощью осредненных уравнений Навье – Стокса, для замыкания которых использовалась модель турбулентности Спаларта – Аллмараса на основе полученного поля осредненных скоростей несущей среды с учетом турбулентной диффузии. Для численного решения задачи был использован полунявный метод для связывающих давление SIMPLE. Сравняются результаты с учётом влияния твёрдой фазы на динамику воздушной среды и без ее учета. Приведены результаты сравнения численных расчетов с экспериментальными данными с учётом влияния твёрдой фазы на динамику воздушной среды и без ее учета.

**Ключевые слова:** *осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса, модель SA, центробежный воздушный сепаратор, завихренность, итерация, вихревая вязкость, прогонка, прилипания, гидростатическое давление, SIMPLE.*

В современных технологических процессах нередко встречаются закрученные потоки газов и жидкостей [1]. Закрученные течения формируются за колесами гидротурбин ГЭС [2], в следе самолетных и гребных винтов, а также ветрогенераторов [3]. Циклоны, сепараторы, вихревые расходомеры — во всех этих устройствах используется закрутка потока рабочей среды. Однако закрученные течения имеют не только положительные особенности. В сильно закрученных потоках часто происходит формирование нестационарных структур, таких, как прецессирующее вихревое ядро (ПВЯ). Низкие частоты прецессии вихревого ядра, образующегося, к примеру, за колесом гидротурбины ГЭС, могут привести к резонансу с собственными частотами гидроагрегата, что, в свою очередь, повлечет за собой сильные вибрации, представляющие серьезную опасность для всей конструкции ГЭС. Образование ПВЯ в вихревых камерах сгорания может быть причиной термоакустического резонанса [4], следствием чего также являются сильные вибрации и шум. Кроме того, было установлено, что ПВЯ может влиять на эффективность работы вихревых аппаратов [5]. Крупномасштабные пульсации, вызванные прецессией вихря, могут привести к повреждению конструкций и снижению надежности оборудования. Несмотря на многолетние исследования данного явления, на настоящий момент нет достаточной информации для построения теории ПВЯ и соответственно для разработки эффективных методов управления данным явлением [19]. Таким образом, для инженерных расчетов требуются модели турбулентности, достаточно точно описывающие усредненные поля и крупномасштабные пульсации закрученных течений. Получившие широкое распростране-

ние в инженерных расчетах  $k-\varepsilon$ - и  $k-\omega$ -модели турбулентности плохо описывают такие течения. Чтобы улучшить адекватность моделирования турбулентных закрученных течений пытаются модифицировать существующие RANS-модели турбулентности (Reynolds-Averaged Navier–Stokes Equations – усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса). В работе [6] авторами была предложена новая модель Спаларта – Аллмараса, получившая название SA.

### Физическая и математическая постановка задачи

Известно, что закрученные потоки характеризуются сильной искривленностью линий тока, возникновением рециркуляционных зон, расположение и размеры которых в значительной мере зависят от интенсивности крутки и конфигурации границ. Кроме этого, такие потоки являются турбулентными. Поэтому для их исследования требуется привлечение эффективных моделей турбулентности, которые появились в последнее время.

В настоящей работе рассматривается двухмерное осесимметричное турбулентное течение в воздушном центробежном сепараторе, который представляет собой важное звено в процессах сепарации и классификации частиц, в получении порошков требуемого качества. От того, как организована структура потока внутри рабочей области, будет зависеть эффективность происходящих процессов по разделению порошков на крупные и мелкие фракции. Целью предпринимаемого численного исследования является выяснение характера гидродинамики закрученного потока при разных геометриях. Схема рассчитываемой области показана на рис. 1.

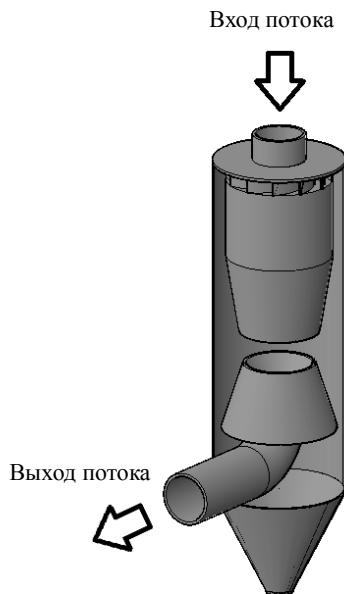


Рис. 1. Схема рассчитываемого  
воздушно-центробежного сепаратора

Fig. 1. Scheme of the studied air-centrifugal separator

Центробежный воздушный сепаратор работает следующим образом. Исходный материал вместе с первичным воздухом подается через патрубок в верхнюю часть сепаратора. С помощью управляемых лопаток потоку воздуха придается вращательное движение. Под действием центробежной силы инерции частицы движутся к внешней цилиндрической стенке корпуса сепаратора и попадают в зону классификации, расположенную между конусами и стенкой (см. рис. 1). Крупные частицы вследствие своей большей массы под действием центробежной силы накапливаются около внутренней стенки корпуса сепаратора и по инерции попадают в бункер сепаратора. А мелкие частицы увлекаются воздухом и выносятся из сепаратора через выходной патрубок. Таким образом, исходный материал разделяется на две фракции [12].

Несложно понять, что эффективность такого сепаратора сильно зависит от его геометрии. Поэтому для поиска оптимальных геометрических параметров возникает задача моделирования кинематики частиц внутри установки. Ясно, что кинематика частиц зависит от динамики потока воздуха. Поэтому здесь возникают две задачи: 1) исследовать динамику воздушного потока; 2) на основе полученных гидродинамических параметров воздушного потока исследовать траектории сепарируемых частиц.

На практике объемная плотность пыли в сепараторах может достигать  $50 \text{ г/м}^3$ . Данное значение существенно меньше, чем плотность несжимаемого воздуха ( $1.2 \text{ кг/м}^3$ ). Поэтому во многих работах влиянием твердой фазы на динамику воздуха пренебрегается. Однако около стенки, где скапливаются частицы пыли под действием центробежной силы, плотность твердой фазы может достигать значительных значений. В таком случае влиянием твердой фазы на динамику газовой фазы пренебрегать нельзя. Поэтому в настоящей работе проводится численное исследование турбулентного потока с учетом влияния твердой фазы на динамику воздушного потока внутри центробежной установки и без учёта ее.

Моделирование трехмерных течений газа связано с известными практически трудностями: использованием разнесенных сеток в сплошной области расчета, медленной сходимостью численного алгоритма решения, достаточно сложной реализацией расчетного алгоритма. Решение турбулентной задачи требует также сгущения расчетной сетки в областях с большими градиентами искомых переменных, в частности вблизи твердых стенок. Все эти проблемы значительно осложняют решение задачи в рассматриваемой области.

Для численного исследования поставленной задачи используется система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса в цилиндрической системе координат [7]: В системе уравнений не учитываются силы, обусловленные эффектами турбулентной миграции, Сепмена, Магнуса (подъемная сила) и силами Кориолиса, которые по сравнению с главной силой в сепараторе – центробежной, пренебрежимо малы. Следовательно, для математического моделирования процессов переноса пылевых частиц и аэрозолей в сепараторе будет достаточным учет центробежной силы и взаимодействия между фазами силой Стокса:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial rV}{r \partial r} = 0 \\
& \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial U}{\partial w} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = \\
& = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(v + v_t) \frac{\partial U}{\partial r} \right) + v \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (U - U_p); \\
& \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial z} + V \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial V}{\partial w} - \frac{W^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \\
& = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(v + v_t) \frac{\partial V}{\partial r} \right) - \frac{(v + v_t)}{r^2} V + v \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V - V_p); \\
& \frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial z} + V \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial W}{\partial w} - \frac{WV}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial w} = \\
& = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(v + v_t) \frac{\partial W}{\partial r} \right) - \frac{(v + v_t)}{r^2} W + v \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (W - W_p); \quad (1) \\
& \frac{\partial U_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial U_p}{\partial z} + V_p \frac{\partial U_p}{\partial r} = k_i (U - U_p); \\
& \frac{\partial V_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial V_p}{\partial z} + V_p \frac{\partial V_p}{\partial r} - \frac{W_p^2}{r} = k_i (V - V_p); \\
& \frac{\partial W_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial W_p}{\partial z} + V_p \frac{\partial W_p}{\partial r} + \frac{W_p V_p}{r} = k_i (W - W_p); \\
& \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial (U_p \rho_i)}{\partial z} + \frac{\partial (V_p \rho_i)}{\partial r} = D \left( \frac{\partial^2 \rho_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_i}{\partial z^2} \right); \\
& D = \frac{\rho}{\rho + \rho_p} \frac{v + v_t}{S_c}.
\end{aligned}$$

Здесь  $U, V, W$  – соответственно аксиальная, радиальная и тангенциальная составляющие вектора скорости воздушного потока;  $U_p, V_p, W_p$  – аналогичные составляющие вектора скорости для  $i$ -й фракции пыли;  $P$  – гидростатическое давление;  $\rho$  – плотность газа;  $v$  – молекулярная его вязкость;  $v_t$  – турбулентная вязкость воздушного потока;  $\rho_i$  – массовая плотность пыли;  $k_i$  – коэффициент взаимодействия между воздухом и  $i$ -й фракцией пыли;  $N$  – число фракции пыли, в нашей работе  $N = 5$ ;  $D$  – коэффициент диффузии для твердой фазы,  $S_c = 0.8$  – коэффициент Шмидта.

Коэффициент взаимодействия между фазами определяется через параметр Стокса:

$$k_i = \frac{18\rho v}{\rho_p \delta_i^2}.$$

В данном выражении  $\rho_p$  – плотность материала частиц пыли,  $\delta_i$  – «эффективный» диаметр частиц. Начальные и граничные условия для системы уравнений (1) стандартные [8].

В качестве начальных условий задавались параметры невозмущенного потока во всей расчетной области.

На начальном участке ( $z = 0$ ):

$$U = U_0, V = 0, W = W_0, U_p = U, V_p = V, W_p = W.$$

Для давления  $-\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial r}$ .

На стенках условия прилипания:

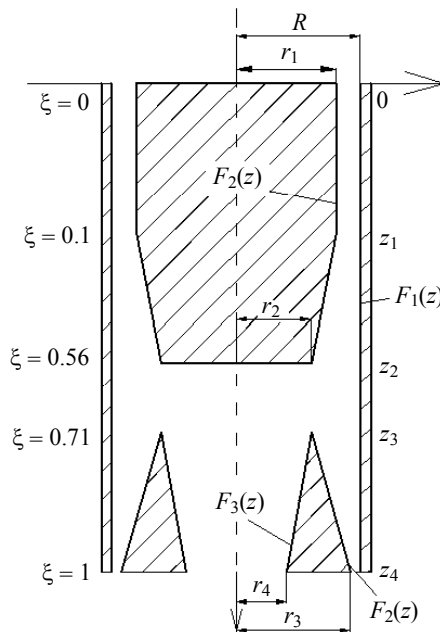
$$U = V = W = U_p = V_p = W_p = 0.$$

На оси ( $r = 0$ ):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0 \text{ для } \Phi = U, U_p \text{ и } W, V, W_p, V_p = 0.$$

На выходе ставились мягкие граничные условия [21].

Основной участок был разобран на 4 участка (рис. 2).



**Рис. 2.** Область течения в сепараторе в безразмерных координатах

**Fig. 2.** A flow region in the separator in dimensionless coordinates

Здесь  $R$  – большой радиус кольцевого канала, следовательно, поверхность конуса соответствует  $\eta = 1$ ;  $r_1$  – радиус внутреннего цилиндра первого участка,  $r_3, r_4$  – радиус внутреннего цилиндра третьего и четвертого участков.

Для расчёта уравнения (1) для сложных фигур изменим систему координат. Запишем систему (1) в переменных Мизеса [9] ( $z, r$ ) на  $-(\xi, \eta)$ , где  $\xi = z/L$ . В новых переменных производные определяются по известной формуле:

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \eta} = F(z) \frac{\partial}{\partial \eta}.$$

Первый участок ( $0 < z < z_2$ ):

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\eta_0 F_1(z) - F_2(z)}{F_1(z) - F_2(z)} + \frac{(1 - \eta_0)r}{F_1(z) - F_2(z)}, \\ \eta' &= \frac{(\eta_0 F_1'(z) - F_2'(z))}{(F_1(z) - F_2(z))} \frac{(\eta_0 F_1(z) - F_2(z))(F_1'(z) - F_2'(z))}{(F_1(z) - F_2(z))^2} - \frac{r(1 - \eta_0)(F_1'(z) - F_2'(z))}{(F_1(z) - F_2(z))^2}, \\ \eta'' &= -\frac{(F_1'(z) - F_2'(z))(\eta_0 F_1'(z) - F_2'(z))}{(F_1(z) - F_2(z))^2} - \\ &= \frac{(\eta_0 F_1'(z) - F_2'(z))(F_1'(z) - F_2'(z))(F_1(z) - F_2(z)) - 2(\eta_0 F_1(z) - F_2(z))(F_1'(z) - F_2'(z))^2}{(F_1(z) - F_2(z))^3} + \\ &+ \frac{2r(1 - \eta_0)(F_1'(z) - F_2'(z))^2}{(F_1(z) - F_2(z))^3} \text{ при } F_1(z) = R, \quad F_2(z) = r_2. \end{aligned}$$

Второй участок ( $z_2 < z < z_3$ ):

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{r - F_2(z)}{(F_1(z) - F_2(z))}, \quad \eta' = -\frac{F_2'(z)}{f_1 - f_2} - \frac{(r - F_2(z))(F_1'(z) - F_2'(z))}{(F_1(z) - F_2(z))^2}, \\ \eta'' &= \frac{F_2'(z)(F_1'(z) - F_2'(z))}{(F_1(z) - F_2(z))^2} - \\ &- \left( \frac{F_2'(z)(F_1'(z) - F_2'(z))(F_1(z) - F_2(z)) - 2(F_1'(z) - F_2'(z))^2(r - F_2(z))}{(F_1(z) - F_2(z))^3} \right), \\ &\text{при } F_1(z) = R, \quad F_2(z) = 0. \end{aligned}$$

Третий участок ( $z_3 < z < z_4, \eta < \eta_0$ ):

$$\eta = \eta_0 \frac{r}{F_3(z)}, \quad \eta' = -\eta_0 \frac{r}{F_3^2(z)}, \quad \eta'' = \eta_0 \frac{2r * F_3'(z)}{F_3^3(z)} \text{ при } F_3(z) = r_2, \quad F_2(z) = 0.$$

Четвёртый участок ( $z_3 < z < z_4, \eta > \eta_0$ ):

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\eta_0 F_1(z) - F_2(z)}{F_1(z) - F_2(z)} + \frac{(1 - \eta_0)r}{F_1(z) - F_2(z)}, \quad \eta' = -\frac{F_2'(z)}{f_1 - f_2} - \frac{(r - F_2(z))(F_1'(z) - F_2'(z))}{(F_1(z) - F_2(z))^2}, \\ \eta'' &= \frac{F_2'(z)(F_1'(z) - F_2'(z))}{(F_1(z) - F_2(z))^2} - \\ &- \left( \frac{F_2'(z)(F_1'(z) - F_2'(z))(F_1(z) - F_2(z)) - 2(F_1'(z) - F_2'(z))^2(r - F_2(z))}{(F_1(z) - F_2(z))^3} \right) \\ &\text{при } F_1(z) = R, \quad F_2(z) = r_4. \end{aligned}$$

Здесь  $F_1(z)$  – функция внешнего цилиндра,  $F_2(z)$ ,  $F_3(z)$  – функции внутреннего цилиндра и конуса;  $\eta_0 = 0.6\eta$ . В новых переменных система уравнений (1) приобретает вид

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial U}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial U}{\partial \eta} + F(z) \frac{\partial rV}{r \partial \eta} = 0, \\
 & \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + U \eta' \frac{\partial U}{\partial \eta} + V \times F(z) \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial P}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial P}{\partial \eta} = \frac{F(z)}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r v_{\text{eff}} F(z) \frac{\partial U}{\partial \eta} \right] + \\
 & + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (U - U_p), \\
 & \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial \xi} + U \eta' \frac{\partial V}{\partial \eta} + V \times F(z) \frac{\partial V}{\partial \eta} - \frac{W^2}{r} + F(z) \frac{\partial P}{\partial \eta} = \frac{F(z)}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r v_{\text{eff}} F(z) \frac{\partial V}{\partial \eta} \right] - \\
 & - \frac{v_{\text{eff}}}{r^2} V + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 V}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial V}{\partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V - V_p), \\
 & \frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial \xi} + U \eta' \frac{\partial W}{\partial \eta} + V \times F(z) \frac{\partial W}{\partial \eta} - \frac{WV}{r} = \frac{F(z)}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( v_{\text{eff}} F(z) \frac{\partial W}{\partial \eta} \right) - \frac{v_{\text{eff}}}{r^2} W + \\
 & + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 W}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial W}{\partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (W - W_p), \\
 & \frac{\partial U_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial U_p}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial U_p}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial U_p}{\partial \eta} = k_i (U - U_p), \\
 & \frac{\partial V_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial V_p}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial V_p}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial V_p}{\partial \eta} - \frac{W_p^2}{r} = k_i (V - V_p), \\
 & \frac{\partial W_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial W_p}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial W_p}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial W_p}{\partial \eta} + \frac{V_p \times W_p}{r} = k_i (W - W_p), \\
 & \frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial (U_p \rho_p)}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial (U_p \rho_p)}{\partial \eta} + F(z) \frac{\partial (V_p \rho_p)}{\partial \eta} = \\
 & = D \left( F(z)^2 \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \eta^2} + \frac{F(z) \partial \rho_p}{r \partial \eta} + \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \rho_p}{\partial \eta} \right), \\
 & v_{\text{eff}} = \frac{1}{\text{Re}} + v_t.
 \end{aligned} \tag{2}$$

В системе уравнения (2)  $F(z)$  – функция, которая зависит от расчётного участка  $\eta_0 = 0.6\eta$

$$F(z) = \begin{cases} \frac{(1-\eta_0)}{F_1(z) - F_2(z)} \text{ при } (0 < z < z_2), \\ \frac{1}{F_1(z) - F_2(z)} \text{ при } (z_2 < z < z_3), \\ \eta_0 \frac{1}{F_3} \text{ при } (z_3 < z < z_4, \eta < \eta_0), \\ \frac{(1-\eta_0)}{F_1(z) - F_2(z)} \text{ при } (z_3 < z < z_4, \eta > \eta_0). \end{cases}$$

Осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса замыкались с помощью модели турбулентности Спаларта – Аллмараса.

**Модель Спаларта – Аллмараса** [6]. Эта модель относится к классу однопараметрических моделей турбулентности. Здесь появляется только одно дополнительное уравнение для расчета кинематического коэффициента вихревой вязкости

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + U \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + U \eta' \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} + V \times F(z) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} = \\ & = (Pv - Dv) + \frac{F(z)}{r \sigma_v} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r(v_{\text{eff}}) F(z) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right] + \frac{C_{b2}}{\sigma_v} \left( F(z) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Турбулентная вихревая вязкость вычисляется как  $\nu_t = \tilde{v} f_{v1}$

В качестве начальных условий задавались параметры невозмущенного потока во всей расчетной области. На внешней границе применялись неотражающие граничные условия. На поверхности твердого тела ставилось условие прилипания. В модели турбулентности SA значение рабочей переменной на теле задавалось равным нулю  $\tilde{v} = 0$ , на входной границе  $\tilde{v} = 3\nu$ , на выходной – ставилось условие Неймана, что число Рейнольдса зависит от входной скорости потока.

По моделированию кинематики движения частиц в турбулентном двухфазном потоке отсутствует единое представление, которое позволило бы правильно описать объект [14]. Модель, основанная на концепции «траекторных частиц», считается некорректной из-за отсутствия учета фактора взаимодействия рейнольдсовых напряжений и частиц. С другой стороны, неоспоримы преимущества лагранжева подхода, более близкого к реальным процессам и позволяющего получить необходимую информацию о траекториях частиц, времени нахождения частиц в аппарате, минимальном размере улавливаемых частиц [15–18]. В связи с этим в настоящей работе для моделирования эффективности центробежного пылеуловителя использован лагранжев подход.

## Методы решения

### Полунявный метод для связывающих давление SIMPLE

Численное решение представленной системы уравнений проводилось в физических переменных, таких, как скорость – давление, путем физического расщепления полей скорости и давления [10]. Численное решение уравнения переноса проводится на гибридной, шахматной, разностной сетке методом контрольного объема [22]. Согласно этому методу, решение уравнений Рейнольдса, записанных в цилиндрических координатах новых переменных, включает два этапа:

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{U} - U^n}{\Delta t} + U^n \frac{\partial U^n}{\partial \xi} + U^n \eta' \frac{\partial U^n}{\partial \eta} + V^n \times F(z) \frac{\partial U^n}{\partial \eta} + \frac{\partial P}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial P}{\partial \eta} = \\ & = \frac{F(z)}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r v_{\text{eff}} F(z) \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \eta} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U^n}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 U^n}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (U^n - U_p), \\ & \frac{\tilde{V} - V^n}{\Delta t} + U^n \frac{\partial V^n}{\partial \xi} + U^n \eta' \frac{\partial V^n}{\partial \eta} + V^n \times F(z) \frac{\partial V^n}{\partial \eta} - \frac{W^2}{r} + F(z) \frac{\partial P}{\partial \eta} = \frac{F(z)}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r v_{\text{eff}} F(z) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \eta} \right] + \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V^n}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 V^n}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \eta} \right) - \frac{v_{\text{eff}}}{r^2} \tilde{V} - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V^n - V_p), \end{aligned}$$



$$\frac{\tilde{W} - W^n}{\Delta t} + U^n \frac{\partial W^n}{\partial \xi} + U^n \eta' \frac{\partial W^n}{\partial \eta} + V^n \times F(z) \frac{\partial W^n}{\partial \eta} = \frac{F(z)}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( v_{\text{eff}} F(z) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \eta} \right) - \frac{v_{\text{eff}}}{r^2} \tilde{W} + \frac{\tilde{W} V}{r} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 W^n}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 W^n}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (W^n - W_p), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + U \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + U \eta' \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} + F(z) V \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} = (Pv - Dv) + \frac{F(z)}{r \sigma_v} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r (v_{\text{eff}}) F(z) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right] + \frac{C_{b2}}{\sigma_v} \left( F(z) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right)^2,$$

$$\frac{\partial U_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial U_p}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial U_p}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial U_p}{\partial \eta} = k_i (U - U_p),$$

$$\frac{\partial V_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial V_p}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial V_p}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial V_p}{\partial \eta} - \frac{W_p^2}{r} = k_i (V - V_p),$$

$$\frac{\partial W_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial W_p}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial W_p}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial W_p}{\partial \eta} + \frac{W_p V_p}{r} = k_i (W - W_p),$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial (U_p \rho_p)}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial (U_p \rho_p)}{\partial \eta} + F(z) \frac{\partial (V_p \rho_p)}{\partial \eta} = \\ & = D \left( F(z)^2 \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \eta^2} + \frac{F(z) \partial \rho_p}{r \partial \eta} + \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \rho_p}{\partial \eta} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{cases} U^{n+1} = \tilde{U} - \Delta t \left( \frac{\partial \delta p}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial \delta p}{\partial \eta} \right), \\ V^{n+1} = \tilde{V} - \Delta t \times F(z) \frac{\partial \delta p}{\partial \eta}. \end{cases} \quad (5)$$

Уравнение (4) представляет собой систему уравнений RANS, записанную в цилиндрических координатах новых переменных. Верхний индекс “ $\tilde{U}$ ” обозначает промежуточную сеточную функцию для вектора скорости;  $\delta p = p^{n+1} - p^n$  – поправка к давлению. Умножая уравнение (5) на градиент и учитывая соленоидальность вектора скорости на  $(n+1)$ -м временном слое, получаем уравнение Пуассона для определения поправки к давлению:

$$\Delta t \left( \frac{\partial^2 \delta p}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \delta p}{\partial r^2} + \frac{\partial \delta p}{r \partial r} \right) = \frac{\partial U^n}{\partial z} + \frac{\partial r V^n}{r \partial r}. \quad (6)$$

Уравнения (6) в новых переменных имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta t \left( \frac{\partial^2 \delta p}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 \delta p}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \delta p}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \delta p}{\partial \eta} + F(z)^2 \frac{\partial^2 \delta p}{\partial \eta^2} + F(z) \frac{\partial \delta p}{r \partial \eta} \right) = \\ = \frac{\partial U^n}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial U^n}{\partial \eta} + F(z) \frac{\partial r V^n}{r \partial \eta}. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение стационарной задачи проводится методом установления по времени, поэтому зависимость (7) записывается в виде нестационарного дифференциального уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta p}{\partial t_0} - \Delta t \left( \frac{\partial^2 \delta p}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 \delta p}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \delta p}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \delta p}{\partial \eta} + F(z)^2 \frac{\partial^2 \delta p}{\partial \eta^2} + F(z) \frac{\partial \delta p}{r \partial \eta} \right) = \\ = \frac{\partial U^n}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial U^n}{\partial \eta} + F(z) \frac{\partial r V^n}{r \partial \eta}, \end{aligned} \quad (8)$$

где фиктивное время  $t_0$  является итерационным параметром. При решении уравнения (8) для шага по времени можно записать  $\Delta t_0 = a_1 \Delta t$ , при этом значение постоянной  $a_1$ , как правило, меньше единицы и выбирается из условия быстрой сходимости численного процесса. В качестве граничного условия для поправки к давлению используется условие Неймана, которое выполняется в случае, если для  $\tilde{U}$  на границе используется точное значение  $U^{n+1}$  [11]. Для численного решения уравнения переноса системы (4) использована конечно-разностная схема против потока, которая имеет точность второго порядка, т.е.  $O(\Delta t, \Delta \xi^2, \Delta \eta^2)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{U} - U^n}{\Delta t} + U^n \frac{\partial U^n}{\partial \xi} + U^n \eta' \frac{\partial U^n}{\partial \eta} + V^n \times F(z) \frac{\partial U^n}{\partial \eta} + \frac{\partial P}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial P}{\partial \eta} = \frac{F(z)}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r v_{\text{eff}} F(z) \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \eta} \right] + \\ + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U^n}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 U^n}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (U^n - U_p), \\ \frac{\tilde{V} - V^n}{\Delta t} + U^n \frac{\partial V^n}{\partial \xi} + U^n \eta' \frac{\partial V^n}{\partial \eta} + V^n \times F(z) \frac{\partial V^n}{\partial \eta} - \frac{W^2}{r} + F(z) \frac{\partial P}{\partial \eta} = \frac{F(z)}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r v_{\text{eff}} F(z) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \eta} \right] + \\ + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V^n}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 V^n}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \eta} \right) - \frac{v_{\text{eff}}}{r^2} \tilde{V} - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V^n - V_p), \\ \frac{\tilde{W} - W^n}{\Delta t} + U^n \frac{\partial W^n}{\partial \xi} + U^n \eta' \frac{\partial W^n}{\partial \eta} + V^n \times F(z) \frac{\partial W^n}{\partial \eta} = \frac{F(z)}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( v_{\text{eff}} F(z) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \eta} \right) - \frac{v_{\text{eff}}}{r^2} \tilde{W} + \frac{\tilde{W} V}{r} + \\ + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 W^n}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 W^n}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (W^n - W_p), \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + U \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + U \eta' \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} + F(z) V \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} = (P_V - D_V) + \frac{F(z)}{r \sigma_v} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r (v_{\text{eff}}) F(z) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right] + \frac{C_{b2}}{\sigma_v} \left( F(z) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right)^2, \quad (9) \\ \frac{\partial U_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial U_p}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial U_p}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial U_p}{\partial \eta} = k_i (U - U_p), \\ \frac{\partial V_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial V_p}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial V_p}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial V_p}{\partial \eta} - \frac{W_p^2}{r} = k_i (V - V_p), \\ \frac{\partial W_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial W_p}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial W_p}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial W_p}{\partial \eta} + \frac{W_p V_p}{r} = k_i (W - W_p), \\ \frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial (U_p \rho_p)}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial (U_p \rho_p)}{\partial \eta} + F(z) \frac{\partial (V_p \rho_p)}{\partial \eta} = \\ = D \left( F(z)^2 \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \eta^2} + \frac{F(z)}{r} \frac{\partial \rho_p}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta')^2 \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \eta^2} + \eta'' \frac{\partial \rho_p}{\partial \eta} \right); \end{aligned}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} U \\ V \\ G \\ \tilde{v} \end{bmatrix}; \quad \Pi^{(\Phi)} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial P}{\partial \xi} + \eta' \frac{\partial P}{\partial \eta}\right) + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U^n}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 U^n}{\partial \xi \partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (U^n - U_p) \\ \frac{W^2}{r} - F(z) \frac{\partial P}{\partial \eta} - \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V^n}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 V^n}{\partial \xi \partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V^n - V_p) \\ \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 W^n}{\partial \xi^2} + 2\eta' \frac{\partial^2 W^n}{\partial \xi \partial \eta} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (W^n - W_p) \\ (Pv - Dv) + \frac{C_{b2}}{\sigma_v} \left( F(z) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right)^2 \end{bmatrix};$$

$$a^{(\Phi)} = \begin{bmatrix} rv_{\text{eff}} F(z) \\ rv_{\text{eff}} F(z) \\ rv_{\text{eff}} F(z) \\ r(v + \tilde{v}) F(z) \end{bmatrix}.$$

Схема против потока имеет вид

$$U_{i,j} = U_{i,j}^n, \quad V_{i,j} = (U_{i,j}^n \eta' + V_{i,j}^n F(z)),$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^n}{\Delta t} + 0.5(U_{i,j} + |U_{i,j}|) \frac{\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i-1,j}^n}{\Delta \xi} + 0.5(U_{i,j} - |U_{i,j}|) \frac{\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \xi} + \\ & + 0.5\eta'(U_{i,j} + |U_{i,j}|) \frac{\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i,j-1}^n}{\Delta \eta} + 0.5\eta'(U_{i,j} - |U_{i,j}|) \frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \eta} + \\ & + 0.5(V_{i,j} + |V_{i,j}|) \frac{\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i,j-1}^n}{\Delta \eta} + 0.5(V_{i,j} - |V_{i,j}|) \frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \eta} = \\ & = F(z) \frac{\Phi_{i,j+1}^{n+1} (a_{i,j+1}^{(\Phi)} + a_{i,j}^{(\Phi)}) - \Phi_{i,j}^{n+1} (a_{i,j+1}^{(\Phi)} + 2a_{i,j}^{(\Phi)} + a_{i,j-1}^{(\Phi)}) + \Phi_{i,j-1}^{n+1} (a_{i,j}^{(\Phi)} + a_{i,j-1}^{(\Phi)})}{2r_j \Delta \eta^2} + \\ & + \eta'' \frac{\Phi_{i,j+1}^{n+1} - \Phi_{i,j-1}^{n+1}}{\text{Re} \Delta \eta} + (\eta')^2 \frac{\Phi_{i,j+1}^{n+1} - 2\Phi_{i,j}^{n+1} + \Phi_{i,j-1}^{n+1}}{\text{Re} \Delta \eta^2} + \Pi^{(\Phi)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение поправки давления в системе (8) имеет эллиптический вид. Для численного решения таких уравнений эффективным и довольно простым является метод релаксации по направлению  $\eta$  и прогонка по  $\xi$ :

$$\begin{aligned} & \frac{\delta p_{i,j}^{n+1} - \delta p_{i,j}^n}{\Delta t_0} - \left( \frac{\delta p_{i+1,j}^n - 2\delta p_{i,j}^{n+1} + \delta p_{i-1,j}^n}{\Delta \xi^2} + \eta' \frac{\delta p_{i+1,j+1}^n - \delta p_{i+1,j-1}^n - \delta p_{i-1,j+1}^n + \delta p_{i-1,j-1}^n}{2\Delta \xi \Delta \eta} \right) - \\ & - \left( ((\eta')^2 + F(z)^2) \frac{\delta p_{i,j+1}^{n+1} - 2\delta p_{i,j}^{n+1} + \delta p_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta \eta^2} + \left( \eta'' + \frac{F(z)}{r_j} \right) \frac{\delta p_{i,j+1}^{n+1} - \delta p_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta \eta} \right) = \\ & = \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{U_{i,j}^n - U_{i-1,j}^n}{\Delta \xi} + \eta' \frac{U_{i,j}^n - U_{i,j-1}^n}{\Delta \eta} + F(z) \frac{V_{i,j}^n r_j - V_{i,j-1}^n r_{j-1}}{r_j \Delta \eta} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, сначала методом установления решается система уравнений (5), затем уравнение (7) и в соответствии с (6) определяются вектор скорости на  $(n+1)$ -м временном слое и давление  $p^{n+1} = p^n + \delta p$  [20].

Как было сказано выше, для расчета траекторий частиц удобным является подход Лагранжа. Для этой цели 5-е и 6-е уравнения в системе (9) запишем в виде

$$\begin{cases} \frac{dU_p}{dt} = k_i(U - U_p), \\ \frac{dV_p}{dt} = k_i(V - V_p), \\ \frac{dW_p}{dt} = k_i(W - W_p). \end{cases} \quad (13)$$

В данной системе производная в правых частях уравнений является субстанциональной производной

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_p \frac{\partial}{\partial \xi} + U_p \eta' \frac{\partial}{\partial \eta} + V_p \times F(z) \frac{\partial}{\partial \eta}. \quad (14)$$

Для численной реализации  $U_p$ ,  $V_p$ ,  $W_p$  в уравнениях (9) была использована неявная схема.

$$\begin{aligned} \Phi = \begin{bmatrix} U_p \\ V_p \\ W_p \end{bmatrix}; & \frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^n}{\Delta t} + 0.5(U_p + |U_p|) \frac{\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i-1,j}^n}{\Delta \xi} + 0.5(U_p - |U_p|) \frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \xi} + \\ & + 0.5(U_p + V_p \times F(z) + |U_p + V_p \times F(z)|) \frac{\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i,j-1}^n}{\Delta \eta} + \\ & + 0.5(U_p + V_p \times F(z) - |U_p + V_p \times F(z)|) \frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \eta} = k_i(U - \Phi_{i,j}^{n+1}). \end{aligned} \quad (15)$$

Эти абсолютно устойчивые и неизвестные на новом слое величины находились методом прогонки.

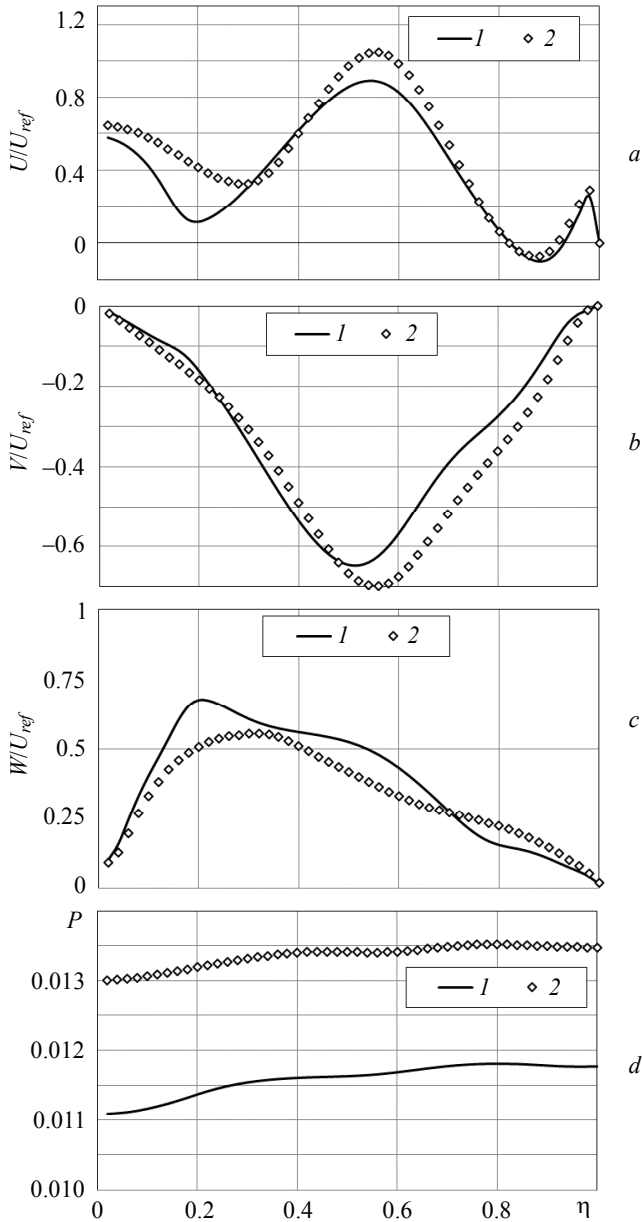
После формирования квазипериодического режима проводилось усреднение нестационарных полей.

Параметры лабораторной установки сепаратора имели значения:  $R = 125$  мм,  $r_1 = 100$  мм,  $r_2 = 75$  мм,  $r_3 = 120$  мм,  $r_4 = 50$  мм. Опыты проводились при следующих значениях параметров потока на входе в коаксиальный канал:  $1 - U_0 = 5.5$  м/с,  $V = 0$ ,  $W_0 = 4.7$  м/с,  $\rho^0 = 7000$  кг/м<sup>3</sup>. Суммарная плотность твердой фазы на входе была равна  $\rho_i = 18$  г/м<sup>3</sup> и распределена по сечению однородно.

Для расчёта задачи было использована программа Pascal ABC.

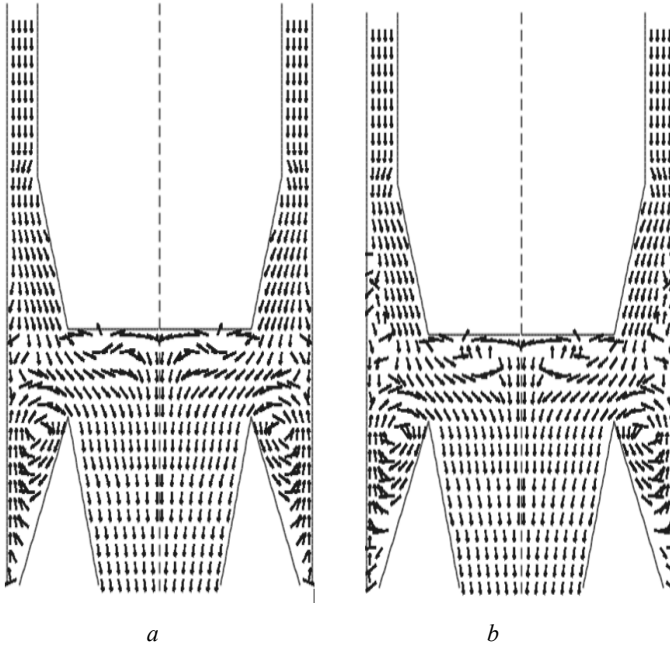
### Обсуждение результатов

На рис. 3 иллюстрируются профили скоростей воздуха и давления в сечении  $\xi = 0.65$ . Здесь  $U/U_{ref}$ ,  $V/U_{ref}$ ,  $W/U_{ref}$  – безразмерные скорости,  $P$  – давление. Здесь  $U_{ref} = U_0$ ,  $W_{ref} = W_0$ ,  $W_{ref}/U_{ref} = 0.9$ . На рис. 4 проставлено векторное поле скорости в центральном сечении.



**Рис. 3.** Профили аксиальной (a), радиальной (b) и тангенциальной (c) скоростей потока, давления воздуха (d) в сечении при  $\xi = 0.65$ : 1 – без учета влияния твердой фазы на динамику воздушного потока, 2 – с учетом влияния твердой фазы на динамику воздушного потока

**Fig. 3.** Profiles of (a) axial, (b) radial, and (c) tangential flow velocities; (d) an air pressure profile in a section at  $\xi = 0.65$ . The effect of the solid phase on the air flow dynamics is: 1, left out of account; 2, taken into account

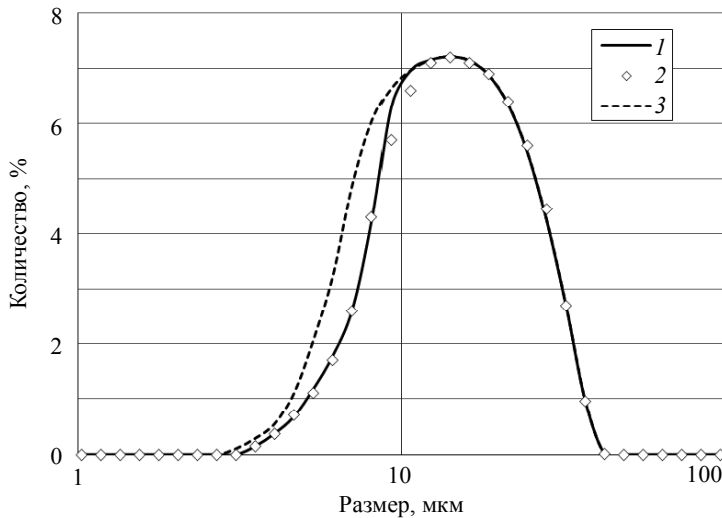


**Рис. 4.** Векторное поле скорости в центральном сечении при использовании модели турбулентности SA при  $W/U_{ref} = 0.851$ , (a) с учетом влияния твердой фазы на динамику воздушного потока, (b) без учета влияния твердой фазы на динамику воздушного потока

**Fig. 4.** A velocity vector field in a central section when using a SA turbulence model at  $W/U_{ref} = 0.851$ . The effect of the solid phase on the air flow dynamics is: (a) taken into account; (b) left out of account

Дисперсный анализ порошка проведен лазерным анализатором фирмы “MALVERN”. Для сопоставления результатов численного расчета с опытными данными проведен дисперсный анализ пыли из бункера сепаратора, т.е. уловленной пыли центробежным сепаратором. На рис. 5 представлен дисперсный состав пыли из бункера сепаратора по анализатору (2) при  $U_0 = 5.5 \text{ м/с}$  и по численному расчету по вышеописанной модели с учетом (1) и без учета (3) влияния твердой фазы на динамику воздушного потока при  $W_{ref}/U_{ref} = 0,851$ .

Эффективность нового сепаратора – пропускать пыль меньше 10 мкм при численном расчете составляет 88 % при скорости  $U_0 = 5.5 \text{ м/с}$ , 12 % пыли меньше 10 мкм остаётся в бункере сепаратора, а это весьма удовлетворяет нашим задачам. Численные результаты из (рис. 5) модели турбулентности SA при  $W_{ref}/U_{ref} = 0.851$  показывают точность 89 % с учетом влияния твердой фазы на динамику воздушного потока, 75 % – без учета ее влияния на динамику воздушного потока.



**Рис. 5.** Дисперсный анализ состава пыли из бункера сепаратора: 1 – с учетом влияния твердой фазы на динамику воздушного потока, 2 – эксперимент, 3 – без учета влияния твердой фазы на динамику воздушного потока

**Fig. 5.** Analysis of variance for a dust composition taken from a separator hopper. 1, taking into account the solid phase effect on the air flow dynamics; 2, experimental results; and 3, leaving out of account the solid phase effect on the air flow dynamics

### Выводы

Разработана математическая модель расчета гидродинамики закрученного турбулентного течения, возникающего в воздушно-центробежном сепараторе. Выявлены основные закономерности такого течения. Представленная математическая модель позволяет не только изучить сложную картину закрученного турбулентного течения, что способствует разработке новых перспективных способов классификации порошков, но и оптимизировать режимные и геометрические параметры существующих установок. В исследовании были сравнены численные результаты с экспериментальными данными, дисперсный анализ порошка проведен лазерным анализатором фирмы “MALVERN”. В работе показано, что модель турбулентности Спаларта – Аллмараса адекватно с более 88 % точностью описывает закрученный поток внутри центробежного сепаратора. Поэтому данную модель с успехом можно использовать для нахождения оптимальных параметров центробежных сепараторов и других устройств с закрученными потоками.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Гунта А., Лули Д., Сайред Н. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 590 с.
2. Muntean S., Susan-Resiga R.F., Bosioc A.I. Numerical investigation of the jet control method for swirling flow with precessing vortex rope // Proc. 3th IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems, October 14–16, 2009, Brno, Czech Republic.
3. Okulov V.L., Sorensen J.N. Maximum efficiency of wind turbine rotors using Joukowski and Betz approaches // Journal of Fluid Mechanics. 2010. V. 649. P. 497–508.

4. Syred N. A review of oscillation mechanisms and the role of the precessing vortex core (PVC) in swirl combustion systems // Prog. Energy Combust. Sc. 2006. V. 32 (2). P. 93–161.
5. Derksen J.J. Separation performance predictions of a Stairmand high-efficiency cyclone // AIChEJ. 2003. V. 49. No. 6. P. 1359–1371.
6. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow // AIAA Paper. 1992. V. 12. No. 1. P. 439–478.
7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840с.
8. Bradshaw P., Ferriss D.H., Atwell N.P. Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation // J. Fluid Mech. 1967. V. 28. P. 593–616
9. von Mises R. Bemerkungen zur Hydrodinamik. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1927. V. 7. P. 425.
10. Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Taylor&Francis, 1980.
11. Launder B.E., Spalding D.B. Lectures in Mathematical Models of Turbulence. London: Academic Press, 1972. 169 p.
12. Маликов З.М., Йүлдашев А.Т., Мадалиев М.Э. Экспериментальное исследование эффективности центробежного воздушно-проходного сепаратора // Проблемы механики. 2019. № 3. С. 27–30.
13. Madaliev M.E. Numerical solution of the problem on a centrifugal separator based on SA and SARC turbulence models // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. 2019. V. 6. Iss. 7. P. 10118–10124.
14. Василевский М.В., Зыков Е.Г. Расчет эффективности очистки газа в инерционных аппаратах. Томск: Изд-во ТПУ, 2005. 86 с.
15. Шляев М.И., Шляев А.М. Моделирование процесса пылеулавливания в прямоточном циклоне. 1. Аэродинамика и коэффициент диффузии частиц в циклонной камере // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10. № 2. С. 157–170.
16. Шляев М.И., Шляев А.М. Моделирование процесса пылеулавливания в прямоточном циклоне. 2. Расчет фракционного коэффициента проскока // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10. № 3. С. 427–437.
17. Баранов Д.А., Кутепов А.М., Лагуткин М.Г. Расчет сепарационных процессов в гидроциклонах // Теоретические основы химической технологии. 1996. Т. 30. № 2. С. 117–122.
18. Ахметов Т.Г., Порфильева Р.Т., Гайсин Л.Г. Химическая технология неорганических веществ. Кн. 1. М.: Высшая школа, 2002. 688 с.
19. Платонов Д.В., Минаков А.В., Дектерев А.А., Сентябрьев А.В. Численное моделирование пространственных течений с закруткой потока // Компьютерные исследования и моделирование. 2013. Т. 5. № 4. С. 635–648.
20. Турубаев Р.Р., Шваб А.В. Численное исследование аэродинамики закрученного потока в вихревой камере комбинированного пневматического аппарата // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 47. С. 87–98.
21. Хмелева М.Г., Даммер В.Х., Тохметова А.Б., Миньков Л.Л. Численное исследование вихреобразования в жидком металле под действием дискового завихрителя // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 46. С. 76–85.
22. Борзенко Е.И., Рьльцева К.Е., Шрагер Г.Р. Численное исследование характеристик течения неньютоновской жидкости в трубе с внезапным сужением // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2019. № 58. С. 56–78.



Malikov Z.M., Madaliev M.E. (2021) MATHEMATICAL MODELING OF A TURBULENT FLOW IN A CENTRIFUGAL SEPARATOR. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 71. pp. 121–138

DOI 10.17223/19988621/71/10

Keywords: Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, SA model, centrifugal air separator, vorticity, iteration, eddy viscosity, tridiagonal matrix algorithm, no-slip condition, hydrostatic pressure, SIMPLE.

The numerical results of mathematical modeling of a two-phase axisymmetric swirling turbulent flow in a separation zone of a centrifugal separator are presented. The motion of the carrier gas flow is described by the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations. A system of equations is enclosed by the Spalart-Allmaras turbulence model. The study is based on the obtained fields of averaged velocities of the carrier medium, with account for turbulent diffusion. Numerical solution to the problem is implemented using the semi-implicit method for pressure linked equations (SIMPLE). The results obtained when the solid phase effect on the air flow dynamics is taken into account are compared with those obtained when the effect is left out of account. The numerical calculations are validated using the experimental data.

Zafar M. MALIKOV (Doctor of Technical Sciences, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures named after M.T. Urazbayev, Tashkent, Republic of Uzbekistan). E-mail: malikov.z62@mail.ru

Murodil E. MADALIYEV (PhD, Fergana Polytechnic Institute, Fergana, Republic of Uzbekistan). E-mail: Madaliev.ME2019@mail.ru

#### REFERENCES

1. Gupta A., Lily D., Syred N. (1987) *Zakruchennyye potoky* [Swirling flows]. Moscow: Mir.
2. Muntean S., Susan-Resiga R.F., Bosioc A.I. (2009) Numerical investigation of the jet control method for swirling flow with precessing vortex rope. *Proceedings of the 3d IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems. Brno, Czech Republic.*
3. Okulov V.L., Sorensen J.N. (2010) Maximum efficiency of wind turbine rotors using Joukowski and Betz approaches. *Journal of Fluid Mechanics.* 649. pp. 497–508. DOI: 10.1017/S0022112010000509.
4. Syred N. (2006) A review of oscillation mechanisms and the role of the precessing vortex core (PVC) in swirl combustion systems. *Progress in Energy and Combustion Science.* 32(2). pp. 93–161. DOI: 10.1016/j.pecs.2005.10.002.
5. Derksen J.J. (2003) Separation performance predictions of a Stairmand high-efficiency cyclone. *American Institute of Chemical Engineers.* 49(6). pp. 1359–1371. DOI: 10.1002/aic.690490603.
6. Spalart P.R., Allmaras S.R. (1992) A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper.* 12(1). pp. 439–478.
7. Loytsyansky L.G. (1987) *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid and gas mechanics]. Moscow: Nauka.
8. Bradshaw P., Ferriss D.H., Atwell N.P. (1967) Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation. *Journal of Fluid Mechanics.* 28. pp. 593–616. DOI: 10.1017/S0022112067002319.
9. von Mises R. (1927) Bemerkungen zur Hydrodynamik. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik.* 7. pp. 425–431.
10. Patankar S.V. (1980) *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.* Washington-New York-London: Hemisphere Publishing Corporation.

11. Launder B.E., Spalding D.B. (1972) *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. London: Academic Press.
12. Malikov Z.M., Yuldashev A.T., Madaliev M.E. (2019) Eksperimental'noe issledovanie effektivnosti tsentrobezhnogo vozdušno-prokhodnogo separatora [An experimental study on the efficiency of a centrifugal air-passage separator]. *Problemy mekhaniki*. 3. pp. 27–30.
13. Madaliev M.E. (2019) Numerical solution of the problem on a centrifugal separator based on SA and SARC turbulence models. *International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology*. 6(7). pp. 10118–10124.
14. Vasilevsky M.V., Zykov E.G. (2005) *Raschet effektivnosti ochistki gaza v inertsiionnykh apparatakh* [Calculation of the efficiency of gas purification in an inertial apparatus]. Tomsk: TPU Publishing House.
15. Shilyaev M.I., Shilyaev A.M. (2003) Modelirovanie protsessa pyleulavlivaniya v pryamotochnom tsyklone. 1. Aerodinamika i koeffitsient diffuzii chastits v tsiklonnoy kamere [Modeling of dust collection process in a uniflow cyclone. 1. Aerodynamics and a diffusion coefficient of particles in a cyclone chamber]. *Teplofizika i aeromekhanika – Thermophysics and Aeromechanics*. 10(2). pp. 157–170.
16. Shilyaev M.I., Shilyaev A.M. (2003) Modelirovanie protsessa pyleulavlivaniya v pryamotochnom tsyklone. 2. Raschet fraktsionnogo koeffitsienta proskoka [Modeling of dust collection process in a uniflow cyclone. 2. Calculation of a fractional slip coefficient]. *Teplofizika i aeromekhanika – Thermophysics and Aeromechanics*. 10(3). pp. 427–437.
17. Baranov D.A., Kutepov A.M., Lagutkin M.G. (1996) Raschet separatsionnykh protsessov v gidrotsiklonakh [Calculation of separation processes in hydrocyclones]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii – Theoretical Foundations of Chemical Technology*. 30(2). pp. 117–122. DOI: 10.17122/ngdelo-2020-4-118-124.
18. Akhmetov T.G., Porfil'eva R.T., Gaysin L.G. (2002) *Khimicheskaya tekhnologiya neorganicheskikh veshchestv* [Chemical technology of inorganic substances]. Moscow: Vysshaya shkola.
19. Platonov D.V., Minakov A.V., Dekterev A.A., Sentyabov A.V. (2013) Chislennoe modelirovanie prostranstvennykh techeniy s zakrutkoy potoka [Numerical modeling of three-dimensional swirling flows]. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie – Computer Research and Modeling*. 5(4). pp. 635–648.
20. Turubaev R.R., Shvab A.V. (2017) Chislennoe issledovanie aerodinamiki zakruchennogo potoka v vikhrevoy kamere kombinirovannogo pnevmaticheskogo apparata [Numerical study of swirled flow aerodynamics in the vortex chamber of the combined pneumatic machine]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 47. pp. 87–98. DOI: 10.17223/19988621/47/9.
21. Khmeleva M.G., Dammer V.Kh., Tokhmetova A.B., Min'kov L.L. (2017) Chislennoe issledovanie vikhreobrazovaniya v zhidkom metalle pod deystviem diskovogo zavikhritelya [Numerical investigation of the vortex formation in a liquid metal under the action of disk agitator]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 46. pp. 76–85. DOI: 10.17223/19988621/46/10.
22. Borzenko E.I., Ryltseva K.E., Shrager G.R. (2019) Chislennoe issledovanie kharakteristik techeniya nen'yutonovskoy zhidkosti v trube s vnezapnym suzheniem [Numerical investigation of non-Newtonian fluid flow through a pipe sudden contraction]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 58. pp. 56–70. DOI: 10.17223/19988621/58/5.