

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

УДК 62-50

DOI: 10.17223/19988605/55/1

Ю.И. Параев, С.И. Колесникова, С.А. Цветницкая

НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00747.

Рассматривается задача управления роботом-манипулятором, состоящим из трех звеньев: стрела, рукоять и исполнительный механизм, соединенных между собой шарнирами. Конфигурация робота однозначно определяется углами между звеньями. Предполагается, что эти углы доступны измерению. Предполагается также, что на основании этих измерений можно вычислить моменты инерции и весовые моменты (произведения веса на плечо) звеньев. В результате получается простая математическая модель, описывающая движение робота, для которой получен простой алгоритм управления. Приведены результаты численного моделирования для задач перехода манипулятора из начального состояния в рабочее и движения манипулятора вдоль поверхности.

Ключевые слова: робот-манипулятор; управление движением центра масс; планировка.

В настоящее время существует большое количество различных типов подвижных роботов, или манипуляционных систем (экскаваторы, погрузчики, бурильные установки и пр.). Для каждого типа роботов имеют место проблемы с их управлением. В данной работе рассматриваются роботы-манипуляторы, состоящие из трех звеньев: стрела, рукоять и исполнительный механизм, соединенных между собой шарнирными механизмами. Теоретические вопросы управления подобными устройствами наиболее подробно изложены в [1–6]. В этих работах для управления роботами предложено использовать так называемые скользящие режимы [7. С. 12], что приводит к большим вычислительным трудностям. Следует также отметить работы [8–10] по синтезу управления на основе метода конструирования агрегированных регуляторов применительно к управлению движением центра масс подвижного объекта, описанным в виде системы дифференциальных и / или разностных уравнений. Этот метод привлекателен тем, что является аналитическим и приводит к созданию алгоритмов робастного нелинейного управления в условиях как систематических, так и случайных помех.

Несмотря на возрастающее число работ в направлении создания систем управления для существующих моделей манипуляторов, имеется ряд не вполне решенных вопросов: невысокая точность следящего управления; сложность технической реализации системы управления с учетом вопросов устойчивости управления.

В настоящей работе предложен новый и достаточно простой метод построения законов управления для объекта «трехзвенный робот-манипулятор» с целью его дальнейшего сравнения по эффективности с ранее полученными алгоритмами управления [1, 7, 9].

1. Схема робота-манипулятора

Схема робота-манипулятора приведена на рис. 1. Здесь OA – стрела, AB – рукоять, BC – исполнительный механизм. В точках O , A и B расположены шарнирные механизмы, которые выполняют

поворот звеньев. На рисунке l_1, l_2, l_3 – длины звеньев $0A, AB, BC$ соответственно. $G_1 = gm_1, G_2 = gm_2, G_3 = gm_3$ – вес этих звеньев, m_1, m_2, m_3 – массы звеньев, g – ускорение силы тяжести.

Конфигурация (состояние) робота однозначно определяется углами между звеньями α, β, γ или координатами точек $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$. Между этими данными есть однозначное соответствие. Если заданы углы α, β, γ , то

$$\begin{aligned} x_1 &= l_1 \cos(\alpha), y_1 = l_1 \sin(\alpha), \\ x_2 &= x_1 + l_2 \sin(\rho), y_2 = y_1 - l_2 \cos(\rho), \\ x_3 &= x_2 + l_3 \cos(\tau), y_3 = y_2 + l_3 \sin(\tau), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\rho = \alpha + \beta - \pi/2, \quad \tau = -\gamma + \rho + \pi/2 = \alpha + \beta - \gamma.$$

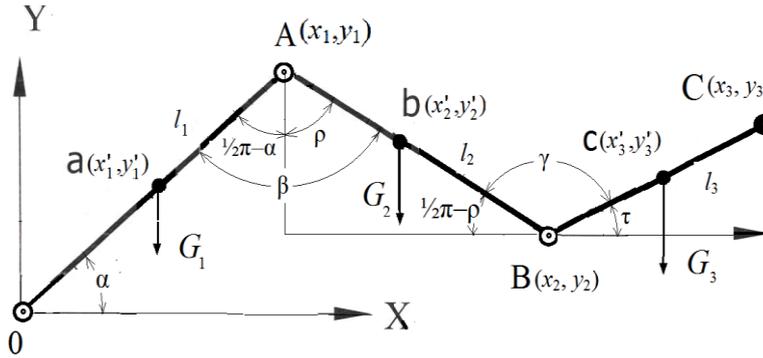


Рис. 1. Схема робота-манипулятора
Fig. 1. Robot manipulator diagram

Если заданы координаты точек $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$, то

$$\begin{aligned} \alpha &= \arcsin(y_1 / l_1), \\ \beta &= \pi / 2 - \alpha + \arccos((y_1 - y_2) / l_2), \\ \gamma &= \alpha + \beta - \arcsin((y_3 - y_2) / l_3). \end{aligned} \quad (2)$$

Далее нам потребуется результат решения следующей задачи. Пусть заданы координаты точек $B(x_2, y_2)$ и $C(x_3, y_3)$. Эти точки должны удовлетворять условиям

$$x_2^2 + y_2^2 < (l_1 + l_2)^2, \quad (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 = l_3^2. \quad (3)$$

Для построения всей конфигурации робота нужно найти координаты точки $A(x_1, y_1)$. Она является точкой пересечения двух окружностей: одна с центром в точке O и радиусом l_1 , другая с центром в точке B и радиусом l_2 . Поэтому ее координаты находятся из условий

$$x_1^2 + y_1^2 = l_1^2, \quad (4)$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = l_2^2. \quad (5)$$

Решение этих уравнений сводится к следующему. Раскрывая скобки в (5) и вычитая (4), получаем

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 = \frac{p}{2}, \quad (6)$$

где

$$p = l_1^2 - l_2^2 + l_4^2, \quad l_4^2 = x_2^2 + y_2^2.$$

Из (6) имеем

$$x_1 = \frac{1}{x_2} \left(\frac{p}{2} - y_1 y_2 \right). \quad (7)$$

Подставляя (7) в (4), получаем квадратное уравнение относительно y_1 :

$$y_1^2 - 2a y_1 + b = 0,$$

где

$$a = \frac{1}{l_4^2} \frac{p}{2} y_2, \quad b = \frac{1}{l_4^2} \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \frac{1}{l_4^2} x_2^2 l_1^2.$$

Из двух решений этого уравнения выбираем большее:

$$y_1 = a + \sqrt{a^2 - b}. \quad (8)$$

Это следует из геометрических соображений. Подставляя (8) в (7), получаем

$$x_1 = \frac{1}{x_2} \left[\frac{p}{2} - y_2 (a + \sqrt{a^2 - b}) \right]. \quad (9)$$

Можно проверить, что корни уравнения вещественны, если выполняется (3)

2. Уравнения движения

Вращательное движение звеньев вокруг точек O , A и B описывается уравнениями

$$\begin{aligned} J_A \ddot{\alpha} &= M_A - R_A, & \alpha(0) &= \alpha_0, \dot{\alpha}(0) = 0, \\ J_B \ddot{\beta} &= M_B - R_B, & \beta(0) &= \beta_0, \dot{\beta}(0) = 0, \\ J_C \ddot{\gamma} &= M_C - R_C, & \gamma(0) &= \gamma_0, \dot{\gamma}(0) = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где M_A , M_B и M_C – управляющие моменты, J_A , J_B и J_C – моменты инерции, R_A , R_B и R_C – весовые моменты (произведение веса тела на плечо – проекцию центра тяжести звена на ось OX).

Постановка основной задачи. На интервале времени $(0, t_k)$ найти такие управляющие моменты M_A , M_B и M_C , при которых система из начального неподвижного состояния, определяемого углами

$$\alpha_0, \beta_0, \gamma_0 \quad (\dot{\alpha}_0 = \dot{\beta}_0 = \dot{\gamma}_0 = 0) \quad (11)$$

переходит в другое неподвижное состояние, определяемое углами

$$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1 \quad (\dot{\alpha}_1 = \dot{\beta}_1 = \dot{\gamma}_1 = 0). \quad (12)$$

Заметим, что в неподвижном состоянии должно выполняться: $M_A = R_A$, $M_B = R_B$, $M_C = R_C$.

При решении задач управления нужно прежде всего определиться, какие параметры системы управления доступны измерению и могут быть использованы при формировании управляющих воздействий. В данной задаче естественно предположить, что измеряются углы между звеньями. Это, в свою очередь, позволяет вычислить координаты точек $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ согласно (1). Технически возможно создание датчиков, которые непосредственно измеряют эти координаты. Кроме того, можно предположить, что известны размеры и массы звеньев, а также расположение центров масс звеньев. Эти данные можно получить при проектировании робота и в результате натурных испытаний.

Пусть центры масс звеньев расположены в точках $a(x_1', y_1')$, $b(x_2', y_2')$, $c(x_3', y_3')$ (см. рис. 1), тогда

$$\begin{aligned} R_A &= G_1 x_1' + G_2 x_2' + G_3 x_3', \\ R_B &= G_2 (x_2' - x_1') + G_3 (x_3' - x_1'), \\ R_C &= G_3 (x_3' - x_2'). \end{aligned}$$

Если допустить, что плотность звеньев постоянна, то моменты инерции – произведение массы тела на квадрат расстояния между осью вращения и центром тяжести тела – согласно теореме о среднем равны

$$\begin{aligned} J_A &= m_1 (x_1'^2 + y_1'^2) + m_2 (x_2'^2 + y_2'^2) + m_3 (x_3'^2 + y_3'^2), \\ J_B &= m_2 \left((x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 \right) + m_3 \left((x_3' - x_1')^2 + (y_3' - y_1')^2 \right), \\ J_C &= m_3 \left((x_3' - x_2')^2 + (y_3' - y_2')^2 \right). \end{aligned}$$

Таким образом, весовые моменты R_A , R_B и R_C и моменты инерции J_A , J_B и J_C могут быть вычислены. Вообще говоря, это утверждение может вызвать определенные сомнения. Поэтому авторы предполагают провести дальнейшие исследования для случая, когда последние величины известны с какими-то погрешностями.

3. Решение задачи

В (10) сделаем замену

$$M_A = J_A u_1 + R_A, \quad M_B = J_B u_2 + R_B, \quad M_C = J_C u_3 + R_C. \quad (13)$$

где u_1, u_2, u_3 – новые управления. Тогда из (10) получаем

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} &= u_1, & \alpha(0) &= \alpha_0, \dot{\alpha}(0) = 0, \\ \ddot{\beta} &= u_2, & \beta(0) &= \beta_0, \dot{\beta}(0) = 0, \\ \ddot{\gamma} &= u_3, & \gamma(0) &= \gamma_0, \dot{\gamma}(0) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Теперь задача может быть сформулирована следующим образом. На интервале времени $(0, t_k)$ найти такие управления u_1, u_2, u_3 , при которых система (14) переходит из начального состояния (11) в конечное состояние (12).

Чтобы перевести систему из одного неподвижного состояния в другое неподвижное состояние, необходимо, чтобы скорость движения сначала увеличивалась, а затем убывала до нуля. Поэтому ускорение должно быть сначала положительным, а затем отрицательным. Или наоборот, в зависимости от того, в какую сторону происходит движение. Но в (14) ускорение равно управлению. Поэтому управление можно взять в виде

$$u(t) = \begin{cases} v & \text{для } 0 < t < t_1, \\ -v & \text{для } t_1 < t < t_k, \end{cases}$$

где v – какая-то искомая величина, $t_1 = t_k/2$.

Рассмотрим первое уравнение в (14). Положим

$$u_1(t) = \begin{cases} v_1 & \text{для } 0 < t < t_1, \\ -v_1 & \text{для } t_1 < t < t_k, \end{cases}$$

где v_1 – искомая величина. При таком управлении решение этого уравнения равно

$$\dot{\alpha}(t) = \begin{cases} v_1 t & \text{для } 0 < t < t_1, \\ v_1(2t_1 - t) & \text{для } t_1 < t < t_k, \end{cases} \quad (15)$$

и

$$\alpha(t) = \begin{cases} \alpha_0 + v_1 \frac{t^2}{2} & \text{для } 0 < t < t_1, \\ \alpha_0 + v_1 \left[2t_1 t - \frac{t^2}{2} - t_1^2 \right] & \text{для } t_1 < t < t_k. \end{cases}$$

Положим $\alpha(t_k) = \alpha_0 + v_1 t_1^2 = \alpha_1$. Тогда

$$v_1 = \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{t_1^2}.$$

Видно, что если $\alpha_1 - \alpha_0 > 0$, то ускорение движения положительное и звено движется влево по часовой стрелке. Если $\alpha_1 - \alpha_0 < 0$, то ускорение движения отрицательное и звено движется вправо против часовой стрелки. Аналогичный результат можно получить и для других уравнений (14):

$$v_2 = \frac{\beta_1 - \beta_0}{t_1^2}, \quad v_3 = \frac{\gamma_1 - \gamma_0}{t_1^2}.$$

Остается определить момент времени $t_1 = t_k/2$. Естественно потребовать, чтобы для всех звеньев этот момент был одинаковым (все звенья останавливаются одновременно) и каким-то минимальным. Такое значение для t_k можно найти из условия ограниченности угловой скорости движения. Как видно из (15), максимальная скорость достигается в точке $t = t_1$ и равна $v_1 t_1$.

В результате можем записать систему неравенств

$$\left| \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{t_1} \right| \leq q_1, \quad \left| \frac{\beta_1 - \beta_0}{t_1} \right| \leq q_2, \quad \left| \frac{\gamma_1 - \gamma_0}{t_1} \right| \leq q_3,$$

где q_1, q_2, q_3 – какие-то ограничения на угловые скорости. Отсюда можно найти минимальное значение t_1 , при котором все эти неравенства выполняются.

4. Результаты численного моделирования

Приведем результаты моделирования сконструированного управления манипулятором со значениями длин звеньев: $l_1 = 7,5$ м, $l_2 = 5$ м, $l_3 = 2,5$ м.

4.1. Переход из начального состояния в рабочее

Конечное целевое состояние определяется углами: $\alpha_1 = \pi/3, \beta_1 = \pi/2, \gamma_1 = 2\pi/3$.

Рассмотрены два варианта начального состояния: а) в начале все звенья расположены на оси OY : $\alpha(0) = \pi/2, \beta(0) = 0, \gamma(0) = \pi$; б) в начале все звенья расположены на оси OX : $\alpha(0) = 0, \beta(0) = \pi, \gamma(0) = \pi$. Результаты моделирования приведены на рис. 2.

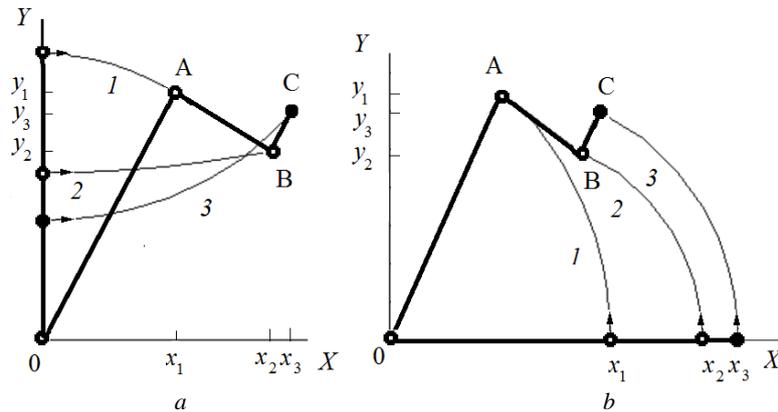


Рис. 2. Переход из начального состояния в рабочее:
 а – начальное расположение – вертикальное, б – начальное расположение – горизонтальное
 Fig. 2. Transient processes from the initial state to the active state for two cases:
 а – initial position is vertical, б – initial position is horizontal

4.2. Планировка

Под планировкой понимается задача о движении исполнительного механизма манипулятора вдоль заданной горизонтальной поверхности. Это может быть движение электрода сварочного манипулятора вдоль шва, движение ковша экскаватора вдоль планируемой поверхности земли, движение режущего инструмента станка вдоль обрабатываемой поверхности и т.д. [1–6]. Необходимо, чтобы отклонения от поверхности лежали в заданных пределах. Наиболее подробно эта задача рассмотрена в [1, 3]. Здесь приводится новое решение.

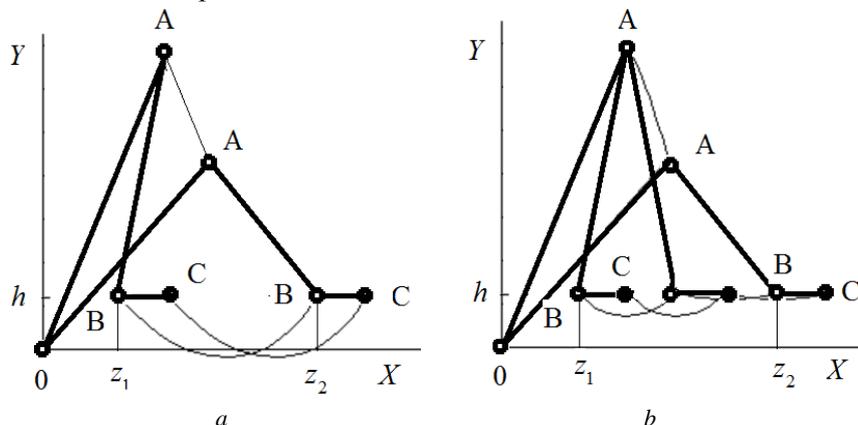


Рис. 3. Планировка: а – передвижение звена BC за один шаг, б – передвижение звена BC за два шага
 Fig. 3. Movement of the manipulator actuator along a given horizontal surface:
 а – movement of section BC in one step, б – movement of section BC in two step

В данном примере требуется перевести рабочий инструмент BC из положения $\{B(z_1, h), C(z_1+l_3, h)\}$ в конечное положение $\{B(z_2, h), C(z_2+l_3, h)\}$ и остановиться (рис. 3). На рис. 3, *a* передвижение звена BC осуществляется за один шаг. На рис. 3, *b* передвижение звена BC осуществляется за два шага. Видно, что при осуществлении одного шага звено BC движется значительно ниже уровня h . С другой стороны, при передвижении за два шага звено BC движется значительно выше. Очевидно, что при увеличении числа шагов можно добиться, чтобы звено BC двигалось практически на высоте h .

Заключение

В работе предложен новый и достаточно простой метод построения законов управления для робота-манипулятора. Этот метод связан с предположением, что при вычислении управляющих воздействий известны углы между звеньями, а также весовые моменты и моменты инерции звеньев, что значительно упрощает решение задачи.

Однако предположения, используемые для конструирования полученного управления, могут носить весьма ограничительный характер для определенного класса роботов-манипуляторов, функционирующих дистанционно и в условиях неизбежных в таких случаях измерительных помех и параметрических возмущений. В связи с этим авторами предполагаются дальнейшие исследования для случаев, когда в уравнения движения звеньев входят величины, измеряемые с какими-то погрешностями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матюхин В.И. Управление движением манипулятора. М. : Науч. изд. Ин-та проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2010. 95 с.
2. Матюхин В.И. Непрерывные универсальные законы управления манипуляционным роботом // Автоматика и телемеханика. 1997. № 4. С. 69–82.
3. Матюхин В.И. Стабилизация движений манипулятора вдоль заданной поверхности // Автоматика и телемеханика. 2011. № 4. С. 71–85.
4. Матюхин В.И., Пятницкий Е.С. Управление движением манипуляционных роботов на принципе декомпозиции при учете динамики приводов // Автоматика и телемеханика. 1989. № 9. С. 67–81.
5. Dwivedy S.K., Eberhard P. Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review // Mechanism and Machine Theory. 2006. № 41. P. 749–777.
6. Yu H., Liu Y., Hasan M.S. Review of modelling and remote control for excavators // International Journal of Advanced Mechatronic Systems. 2009. V. 2, № 1. P. 68–80.
7. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М. : Наука, 1981. 368 с.
8. Синергетика и проблемы теории управления : сб. науч. тр. / под ред. А.А. Колесникова. М. : Физматлит, 2004. 504 с.
9. Kolesnikov A.A., Kolesnikova S.I., Tsvetnitskaya S.A. Discrete Stochastic Regulator on a Manifold, Minimizing Dispersion of the Output Macrovariable // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2019. № 12 (20). P. 707–713. URL: <https://doi.org/10.17587/mau.20.707-713> (accessed: 17.12.2020).
10. Kolesnikova S., Tsvetnitskaya S., Pobegailo P. An Extension of the Method of Aggregated Regulators to a Discrete Stochastic Object // International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON. DOI: 10.1109/SIBCON.2019.8729595. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8729595>. (accessed: 17.12.2020).

Поступила в редакцию 20 декабря 2020 г.

Paraev Ju.I., Kolesnikova S.I., Tsvetnitskaya S.A. (2021) A NEW APPROACH TO SOLVING THE PROBLEM OF ROBOT-MANIPULATOR CONTROL. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 55. pp. 4–10

DOI: 10.17223/19988605/55/1

The problem of control of a robotic manipulator is considered, which consists of three links: an arrow, a handle and an actuator, connected by hinges. The configuration or state of the robot is uniquely determined by the angles α , β , γ between these links.

The rotational movement of the links around the centers of the hinges is described by the equations

$$\begin{aligned} J_A \ddot{\alpha} &= M_A - R_A, & \alpha(0) &= \alpha_0, \dot{\alpha}(0) = 0, \\ J_B \ddot{\beta} &= M_B - R_B, & \beta(0) &= \beta_0, \dot{\beta}(0) = 0, \\ J_C \ddot{\gamma} &= M_C - R_C, & \gamma(0) &= \gamma_0, \dot{\gamma}(0) = 0, \end{aligned}$$

where M_A , M_B and M_C are control moments, J_A , J_B and J_C are moments of inertia, R_A , R_B and R_C are weight moments (the projection of the center of gravity of the link onto the OX axis). The problem is to find, during a certain time interval $(0, t_k)$, such control moments M_A , M_B and M_C , at which the system passes from the initial stationary state to another stationary state.

It is assumed that the angles α , β , γ between the links are measured. It is also assumed that the moments of inertia and weight moments can be calculated from these measurements. So, we can do the following change of variables as a result

$$M_A = J_A u_1 + R_A, \quad M_B = J_B u_2 + R_B, \quad M_C = J_C u_3 + R_C.$$

where u_1 , u_2 and u_3 are new controls. Then the equations of rotational motion take the simple form

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} &= u_1, & \alpha(0) &= \alpha_0, \dot{\alpha}(0) = 0, \\ \ddot{\beta} &= u_2, & \beta(0) &= \beta_0, \dot{\beta}(0) = 0, \\ \ddot{\gamma} &= u_3, & \gamma(0) &= \gamma_0, \dot{\gamma}(0) = 0. \end{aligned}$$

To transfer the system from one stationary state to another stationary state, it is necessary that the speed of movement first increases and then decreases to zero. Therefore, the acceleration must first be positive and then negative, or vice versa, depending on which direction the movement is taking place. As can be seen from the last equations, acceleration equals control. Therefore, control can be represented in the form

$$u(t) = \begin{cases} v & \text{for } 0 < t < t_1, \\ -v & \text{for } t_1 < t < t_k, \end{cases}$$

where v is some unknown quantity, $t_1 = 1/2 t_k$. This value is chosen so that at the point t_k the speed of movement is equal to zero.

The results of numerical modeling for the problems of the transition of the robotic arm from the initial state to the working state and the movement of the manipulator along a given surface are presented.

Keywords: manipulation object; robotic arm; model of control over motion of center of mass of a moving object; layout.

PARAEV Jury Ivanovich (Doctor of Technical Sciences, Professor of the Applied Mathematics Department, Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

E-mail: paraev@mail.ru

KOLESNIKOVA Svetlana Ivanovna (Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Computer Technologies and Software Engineering of the Institute of Computing Systems and Programming, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russian Federation).

E-mail: skolesnikova@yandex.ru

TSVETNITSKAYA Svetlana Aleksandrovna (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Applied Mathematics Department, Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

E – mail: svetasa@sibmail.com

REFERENCES

1. Matyukhin, V.I. (2010) *Upravlenie dvizheniem manipulyatora* [Manipulator motion control]. Moscow: RAS.
2. Matyukhin, V.I. (1997) Continuous universal laws of control of a manipulative robot. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 4. pp. 69–82.
3. Matyukhin, V.I. (2011) Stabilization of manipulator movements along a given surface. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 4. pp. 71–85.
4. Matyukhin, V.I. & Pyatnitskiy, E.S. (1989) Motion control of manipulation robots based on the principle of decomposition taking into account the dynamics of drives. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 9. pp.67–81.
5. Dwivedy, S.K. & Eberhard, P. (2006) Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review. *Mechanism and Machine Theory*. 41. pp. 749–777. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.01.014
6. Yu, H., Liu, Y. & Hasan, M.S. (2009) Review of modelling and remote control for excavators. *International Journal of Advanced Mechatronic Systems*. 2(1). pp. 68–80. DOI: 10.1504/IJAMECHS.2010.030850
7. Utkin, V.I. (2012) *Skol'zashchie rezhimy v zadachakh optimizatsii i upravleniya* [Sliding modes in control and optimization]. Berlin: Springer.
8. Kolesnikov, A.A. (ed.) (2004) *Sinergetika i problemy teorii upravleniya* [Synergetics and problems of control theory]. Moscow: Fismatlit.
9. Kolesnikov, A.A., Kolesnikova, S.I. & Tsvetnitskaya, S.A. (2019) Discrete Stochastic Regulator on a Manifold, Minimizing Dispersion of the Output Macrovariable. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 12(20). pp. 707–713. DOI: 10.17587/mau.20.707-713
10. Kolesnikova, S., Tsvetnitskaya, S. & Pobegailo, P. (2019) An Extension of the Method of Aggregated Regulators to a Discrete Stochastic Object. *International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON*. DOI: 10.1109/SIBCON.2019.8729595