

УДК 004.672

DOI: 10.17223/19988605/55/6

С.Н. Калашников, Е.А. Мартусевич, Е.В. Мартусевич, И.А. Рыбенко**КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ОДНОРОДНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ
НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ
ПРИ ФОРМИРОВАНИИ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ***Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-37-90087\19.*

Рассматривается применение метода классификационного кластерного анализа для осуществления разбиения некоторого множества однородных производственных объектов (литейных ковшей) по их формальным признакам на соответствующие кластерные группы (кластеры). При решении данной технологической задачи целесообразно использование метода кластеризации на основе оценки степени «отдаленности» химического состава исходного алюминия-сырца от установленных значений выбранной марки алюминиевого сплава в результате расчета метрических расстояний в пространстве состояний, что позволит снизить количество излишних эмпирических вариантов неправильной компоновки литейных ковшей.

Ключевые слова: технологические данные; химический состав; кластерный анализ; метрика; функция Хевисайда.

Ключевым вариантом модернизации действующего производственного процесса является совершенствование технологического этапа формирования алюминиевых сплавов в литейном отделе [1] с помощью определения необходимых вариантов сочетания доступных литейных ковшей на основе детального анализа технологических данных, отражающих действительные параметры химического состава разлитого алюминия-сырца в имеющемся наборе литейных ковшей.

Так, совершенствование технологии производства алюминия является актуальной задачей и обусловлено отсутствием единого подхода к рационализации установившихся технологических процессов, а также связано с наличием избыточного количества циклов модификации алюминиевого расплава [2]. Многошаговая модификация расплава происходит в реальных условиях и зависит от уровня квалификации технологического персонала, т.е. является причиной неточных расчетов необходимых значений параметров смешивания содержимого из литейных ковшей, определяя технико-экономические последствия неверно выбранных управляющих воздействий сотрудников литейного отделения [3, 4]. Все это приводит к повышению себестоимости производства, повышенному износу оборудования, сдвигу плановых сроков сдачи готовой продукции заказчикам и снижению конкурентоспособности промышленного предприятия на рынке цветных металлов [5, 6].

Одним из подходов для решения представленной проблемы является применение метода классификационного кластерного анализа для осуществления разбиения множества однородных производственных объектов (литейных ковшей) на кластерные группы (кластеры), соответствующие установленным требованиям реализации той или иной технологии выплавки алюминиевых сплавов с целью получения наиболее точных вариантов смешивания содержимого литейных ковшей и минимизации дополнительных корректировок формируемого химического состава алюминиевого сплава. Этот метод имеет все преимущества комбинационной группировки и открывает широкие перспективы его применения в многомерном статистическом анализе, классификации объектов, исследовании связей, типизации выборок, а также является эффективным и удобным инструментом в научно-практических исследованиях [7, 8]. При этом исходные технологические данные могут иметь значительный объем отличительных формальных признаков, однако необходимо учитывать только наиболее важные осо-

бенности исследуемых объектов. Также к преимуществам кластерного анализа можно отнести возможность разделения объектов по ряду выбранных признаков или критериев с потенциалом последующей реализации программно-алгоритмического обеспечения на языке программирования высокого уровня. Кроме этого, в отличие от большинства математических методов, кластерный анализ не накладывает никаких ограничений на вид и происхождение изучаемых объектов, что позволяет исследовать объекты практически произвольной природы [9].

В частности, реализация метода кластерного анализа возможна с помощью различных алгоритмов, которые имеют собственные отличительные особенности и применяются авторами в зависимости от условий выбранной задачи, что обеспечивает нахождение наиболее рационального варианта разбиения доступного множества имеющихся объектов одного типа на несколько конкретных кластеров, образованных с использованием соответствующего алгоритма. Например, к таким алгоритмам относятся: метод К-средних, EM-алгоритм, алгоритмы семейства FOREL, метод нечеткой кластеризации С-средних, генетический алгоритм, иерархическая кластеризация [10].

Однако необходимо отметить, что не существует уникального алгоритма кластерного анализа объектов, который бы мог использоваться повсеместно и отвечал заданным условиям задачи, в том числе соответствовал требованиям быстродействия вычислительного оборудования, а полученные при этом результаты полноценно соотносились с практическими ожиданиями. Поэтому для достижения наилучшего результата кластеризации необходимо экспериментировать с выбором метрических расстояний и периодически менять используемый алгоритм. Так, в результате исследования существующих алгоритмов и перебора соответствующих подходов к расчету метрических расстояний возникла необходимость в формировании набора оценок значений метрического отклонения исходного химического состава алюминия-сырца в литейных ковшах относительно заданного химического состава установленной марки алюминиевого сплава.

На основе полученных значений этих оценок разработан и протестирован алгоритм кластеризации технологических данных, позволяющий получить новые практические результаты, удобные для дальнейшей интерпретации и осуществления визуально-событийного анализа изменяющихся значений параметров химического состава алюминия-сырца при смешивании в сравнении с действующим эмпирическим методом компоновки литейных ковшей с целью принятия взвешенных решений технологическим персоналом.

1. Кластерный анализ литейных ковшей с алюминием-сырцом

Для реализации анализа технологических данных с дальнейшим выделением классификационных групп литейных ковшей необходимо выбрать наиболее точные отличительные особенности, чтобы объекты, относящиеся к одному кластеру, отличались от объектов, принадлежащих другим кластерам. Сходство между объектами определяется через расстояние между их соответствующими точками в n -мерном пространстве, т.е. чем больше расстояние между точками, тем дальше друг от друга находятся исследуемые объекты, и, следовательно, чем меньше расстояние между точками, тем ближе располагаются рассматриваемые объекты.

С целью определения расстояний между объектами в конкретной метрике необходимо сформировать уникальный вектор характеристик для каждого исследуемого объекта, например в виде некоторого набора числовых значений. Вектор характеристик приводится к определенному диапазону значений, описывающих основные признаки представленных объектов. При таком описании каждый признак дает одинаковый вклад при проведении расчетов метрических расстояний, определяя взаимосвязь между исследуемыми объектами, но при этом для каждой выбранной метрики необходимо учитывать исходные условия и действующие ограничения решаемой задачи [11].

Как правило, перед решением задачи кластеризации исходных объектов, количество кластеров заранее не известно и выбирается по субъективным критериям автора, занимающегося вопросами математического анализа. В общем случае применение классификационного кластерного анализа сводится к формализации и последовательному выполнению следующих алгоритмических этапов:

- 1) формирование выборки необходимых объектов для кластеризации;
- 2) определение множества субъективных признаков для оценки объектов в выборке;
- 3) выбор метрики и вычисление значений расстояний (сходства) между объектами;
- 4) реализация алгоритма работы метода кластерного анализа для создания групп кластеров;
- 5) представление результатов проведенного анализа и их интерпретация.

При этом после получения и анализа имеющихся результатов возможна корректировка выбранной метрики и сопутствующих исполняемых параметров метода кластеризации для получения наиболее точного решения поставленной задачи.

Возвращаясь к вопросу решения технологических задач, связанных с формированием алюминиевого расплава, использование кластерного анализа является целесообразным, так как позволяет осуществлять разбиение доступных литейных ковшей на группы кластеров при помощи оценки химического состава расплава в некотором диапазоне значений с учетом установленных требований и ограничений.

Таким образом, при анализе исходных технологических данных и имеющихся ограничений определены следующие кластеры литейных ковшей:

1) *к первому кластеру* относятся ковши с алюминием-сырцом, химический состав которых полностью соответствует заданным требованиям исходной марки алюминиевого сплава, т.е. значения химических элементов находятся в допустимых границах и их не нужно модифицировать;

2) *ко второму кластеру* относятся ковши с алюминием-сырцом, химический состав которых не совпадает с заданными требованиями исходной марки алюминиевого сплава, но значения концентраций химических элементов можно откорректировать либо путем смешивания, либо с помощью применения модифицирующих компонентов в виде лигатур и флюсов;

3) *к третьему кластеру* относятся оставшиеся литейные ковши с алюминием-сырцом, химический состав которых не может быть оптимально скорректирован доступными способами.

Данные о химическом составе алюминия-сырца в литейных ковшах представлены в виде упорядоченных наборов значений X , отражающих концентрации химических элементов в разных алюминиевых расплавах, где $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (\text{Fe}, \text{Si}, \text{Ti}, \text{Al}, \text{Cu}, \text{Zn}, \text{Mn}, \text{Mg}, \text{Pb}, \text{Sn})^T$.

Кластеризация литейных ковшей с алюминием-сырцом осуществляется на основе полученных с помощью соотношения $S_k = \|V_k\|_m$ оценок значений метрического отклонения S_k химического состава X_k алюминия-сырца в k -м литейном ковше с учетом заданного химического состава установленной марки алюминиевого сплава.

Оценка метрического отклонения S_k химического состава X_k алюминия-сырца в k -м литейном ковше от заданного химического состава установленной марки алюминиевого сплава осуществляется с помощью вычисления значения нормы вектора V_k , т.е. $V_k = (V_{1k}, V_{2k}, \dots, V_{nk})^T$, что соответствует соотношению

$$V_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{при } (x_{ik} - x_{i\min})(x_{ik} - x_{i\max}) \leq 0, \\ \min(|x_{ik} - x_{i\min}|, |x_{ik} - x_{i\max}|), & \text{при } (|x_{ik} - x_{i\min}|, |x_{ik} - x_{i\max}|) > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Компонентами V_{ik} вектора V_k являются значения отклонений концентраций i -го химического элемента в k -м литейном ковше от допустимых значений согласно заданным требованиям марки формируемого расплава в миксере. Компоненты V_{ik} формируются на основе функции Хевисайда [12]

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0, \end{cases} \quad (2)$$

с помощью соотношения

$$V_{ik} = (x_{i\min} - x_i)\theta(x_{i\min} - x_i) + (x_i - x_{i\max})\theta(x_i - x_{i\max}). \quad (3)$$

В конечном итоге в сформированных кластерах S_k принимает следующие значения:

1) $S_k = 0$, при соответствии содержимого алюминия-сырца заданной марке алюминиевого сплава (первый кластер);

2) $0 < S_k \leq \varepsilon$, при незначительном несоответствии содержимого алюминия-сырца заданной марке алюминиевого сплава и возможности изменения текущего расплава до заданных значений концентраций химических элементов с помощью модифицирующих материалов и технологических операций (второй кластер);

3) $S_k > 0$, при несоответствии содержимого алюминия-сырца заданной марке алюминиевого сплава и отсутствии возможности модификации формируемого расплава до заданных значений концентраций химических элементов (третий кластер).

В результате анализа технологических данных и интерпретации полученных результатов компоновки производственных объектов был разработан математический метод кластеризации доступного набора литейных ковшей, характеризующий степень «отдаленности» химического состава исходного алюминия-сырца от установленных значений выбранной марки алюминиевого сплава на основе расчета метрических расстояний в некотором пространстве состояний.

2. Интерпретация результатов кластеризации литейных ковшей по их химическому составу

На рис. 1–3 представлен исходный вариант значений концентраций магния Mg (горизонтальная ось) и кремния Si (вертикальная ось) одной из марок алюминиевого деформируемого сплава для некоторого набора литейных ковшей. При этом установлено, что $\varepsilon = 0,2$.

Так, внутренний прямоугольник на рис. 1, а, 2, а, 3, а соответствует установленным требованиям заданной марки алюминиевого сплава, а область между ним и последующим прямоугольником соответствует первоначальным значениям концентраций Mg и Si в литейных ковшах, однако значения этих концентраций можно откорректировать путем смешивания или с помощью использования модифицирующих компонентов (лигатур и флюсов).

Далее, на рис. 1, б, 2, б, 3, б, представлены значения метрического отклонения S_k концентраций химического состава X_k алюминия-сырца в k -м литейном ковше от установленного химического состава заданной марки алюминиевого сплава.

На рис. 1 представлены значения концентраций Mg и Si во всех литейных ковшах, что полностью соответствует требованиям заданной марки алюминиевого расплава и выражается нулевыми значениями метрического отклонения S_k (первый кластер).

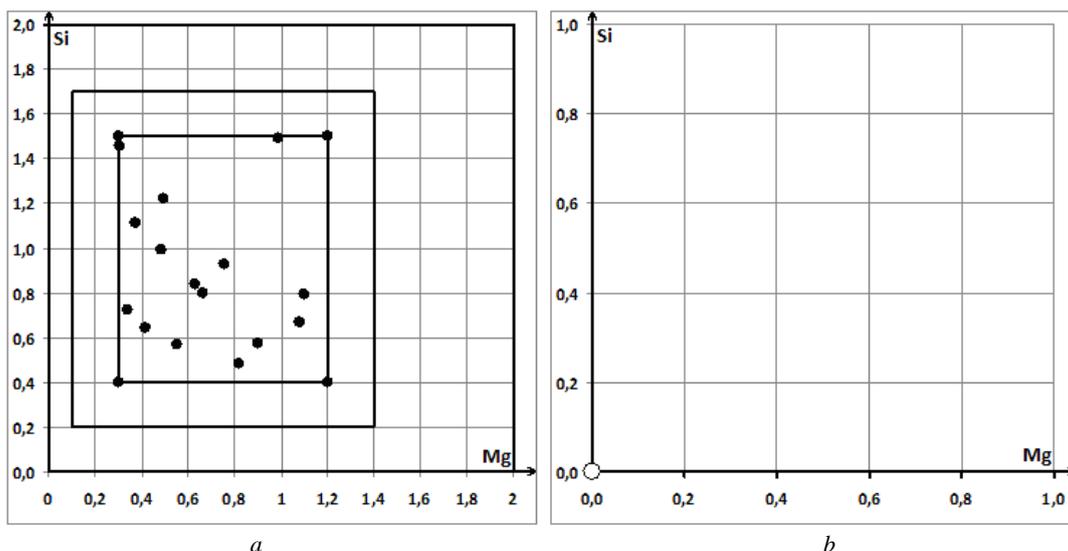


Рис. 1. Значения концентраций Mg, Si и метрических отклонений $S_k(\text{Mg})$ и $S_k(\text{Si})$ при соответствии содержимого алюминия-сырца заданным условиям марки деформируемого сплава

Fig. 1. Values of concentrations of Mg, Si and metric deviations $S_k(\text{Mg})$ and $S_k(\text{Si})$ when the content of raw aluminum corresponds to the specified conditions of the grade of the wrought alloy

На рис. 2 представлены значения концентраций Mg и Si во всех литейных ковшах, что уже не соответствует требованиям заданной марки алюминиевого сплава и выражается ненулевыми значениями метрического отклонения S_k в границах квадратной области, но при этом значения концентраций этих химических элементов можно оптимально скорректировать (*второй кластер*).

Аналогично на рис. 3 представлены значения концентраций Mg и Si во всех литейных ковшах, что также не соответствует требованиям заданной марки алюминиевого сплава и выражается ненулевыми значениями метрического отклонения S_k в границах несимметричной области, но при этом значения концентраций этих химических элементов нельзя скорректировать оптимальным образом (*третий кластер*).

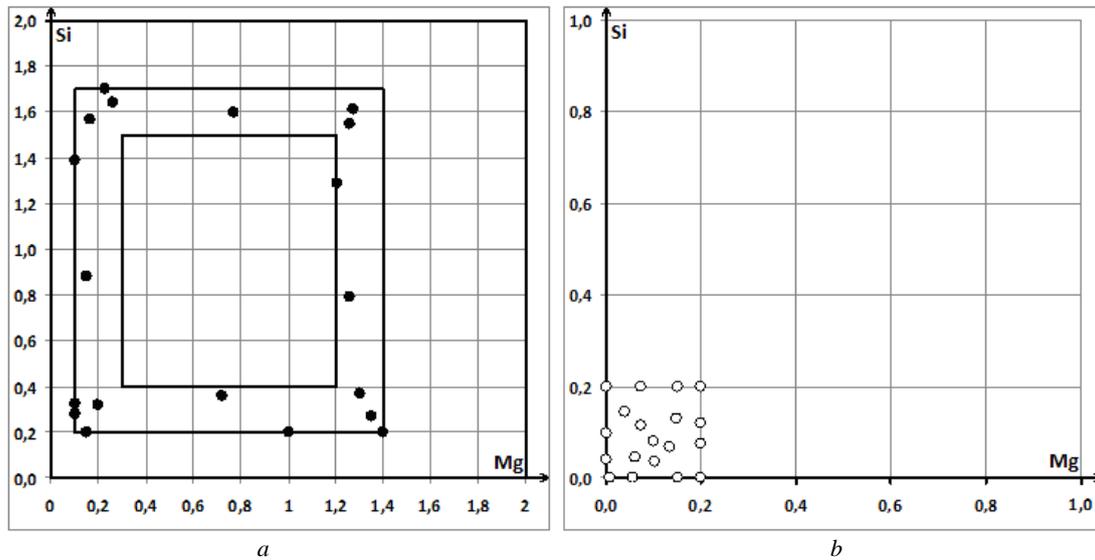


Рис. 2. Значения концентраций Mg, Si и метрических отклонений $S_k(\text{Mg})$ и $S_k(\text{Si})$ при несоответствии содержания алюминия-сырца заданным требованиям марки алюминиевого деформируемого сплава, но с возможностью оптимального модифицирования расплава

Fig. 2. Values of concentrations of Mg, Si and metric deviations $S_k(\text{Mg})$ and $S_k(\text{Si})$ when the content of raw aluminum does not correspond to the specified requirements for the grade of aluminum wrought alloy, but with the possibility of optimal modification of the melt

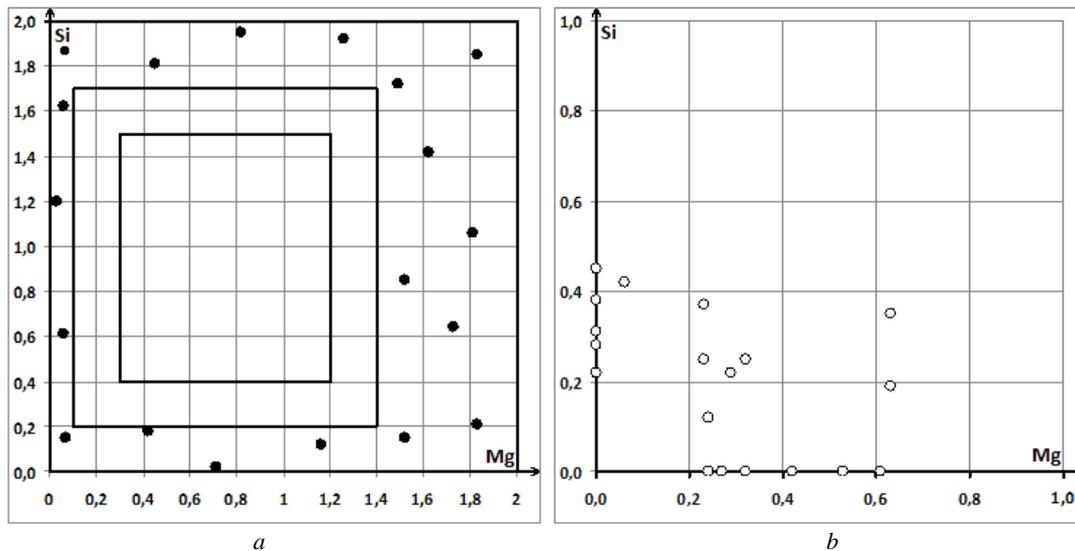


Рис. 3. Значения концентраций Mg, Si и метрических отклонений $S_k(\text{Mg})$ и $S_k(\text{Si})$ при несоответствии содержания алюминия-сырца заданным требованиям марки алюминиевого деформируемого сплава и без возможности оптимального модифицирования содержания расплава

Fig. 3. Values of concentrations of Mg, Si and metric deviations $S_k(\text{Mg})$ and $S_k(\text{Si})$ when the content of raw aluminum does not correspond to the specified requirements of the grade of aluminum wrought alloy and without the possibility of optimal modification of the content of the melt

В результате применение кластерного анализа позволило осуществить рациональное разбиение доступного набора литейных ковшей на три кластера с помощью детальной оценки химического состава исходного алюминия-сырца в рамках реализации выбранной технологии изготовления алюминиевых сплавов, исключив использование эмпирического подхода к компоновке литейных ковшей и уменьшив количество дальнейших корректировок формируемого химического состава алюминиевого расплава в миксере литейного отделения.

Заключение

В статье разработан и протестирован способ кластеризации литейных ковшей с алюминием-сырцом на основе применения математического аппарата, предназначенного для расчетов соответствующих метрических отклонений начальных значений концентраций химических элементов от установленных значений, определяемых выбранной маркой алюминиевого сплава согласно спецификациям портфеля заказов.

Представленный способ кластеризации однородных объектов, рассмотренный в рамках алюминиевого производства, целесообразно использовать при реализации информационных программных комплексов, предназначенных для обработки большого массива данных в условиях непрерывно изменяющихся технологических процессов для мониторинга основных показателей производства и интеллектуального контроля управляющих воздействий технологического персонала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скуратов А.П., Шахрай С.Г., Фомичев И.В., Беянин А.В. Повышение экологической и энергетической эффективности производства алюминия // Исследование энергетической эффективности и экологических показателей оборудования алюминиевой промышленности. Красноярск : Сиб. фед. ун-т, 2018. 179 с.
2. Володькина А.А. Роль аналитических методов в металлургии алюминия // Молодежный вестник ИРГТУ. 2020. № 10 (1). С. 77–80.
3. Дмитрюк А.И., Григорьев А.А. Совершенствование технологии прессования алюминиевых заготовок // Заготовительные производства в машиностроении. 2020. Т. 18, № 8. С. 353–358.
4. Шестаков А.К., Садыков Р.М., Петров П.А. Состояние производства алюминия на начало 2020 года // Международный научно-исследовательский журнал. 2020. № 7-1 (97). С. 114–119.
5. Васечко Д.Ю. Конъюнктура мировых рынков меди и алюминия // Производство цветных металлов и сплавов. М. : Кабели и Провода, 2011. С. 10–12.
6. Александров А.В., Немчинова Н.В. Расчет ожидаемой экономической эффективности производства алюминия за счет увеличения применения глинозема отечественного производства // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2020. Т. 24, № 2 (151). С. 408–420.
7. Хальцинова Ж., Требуна П. Методы кластерного анализа // Формирование экономического порядка. 2012. № 2 (30). С. 31–34.
8. Барышникова Н.А. Методика кластеризации на основе иерархических и неиерархических методов кластерного анализа // Вестник Таганрогского института управления и экономики. 2012. № 1 (15). С. 81–83.
9. Кельманов А.В. О сложности некоторых задач кластерного анализа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2011. Т. 51, № 11. С. 2106–2112.
10. Тюрин А.Г., Зуев И.О. Кластерный анализ, методы и алгоритмы кластеризации // Вестник МГТУ МИРЭА. 2014. № 2 (3). С. 86–97.
11. Buhaienko Y., Globa L.S., Liashenko A., Grebinechenko M. Analysis of clustering algorithms for use in the universal data processing system // Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем. 2020. № 4. С. 101–104.
12. Chikayama E. Decomposition of multivariate function using the Heaviside step function // SpringerPlus. 2014. № 3 (1). P. 1–11.

Поступила в редакцию 3 февраля 2021 г.

Kalashnikov S.N., Martusevich E.A., Martusevich E.V., Rybenko I.A. (2021) CLUSTERING OF HOMOGENEOUS PRODUCTION FACILITIES BASED ON THE ANALYSIS OF TECHNOLOGICAL DATA IN THE FORMATION OF ALUMINUM ALLOYS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 55. pp. 45–52

DOI: 10.17223/19988605/55/6

The continuous development of the metallurgical industry, including the current trend of improving the technological process of forming aluminum alloys, determines the need for additional research work aimed at obtaining safe and effective methods for modernizing existing technological measures for the production of aluminum alloys, considering specific requirements for their chemical composition. Modernization of the established modes of operation of the technological stages of the production process, as well as continuous monitoring of the main features of the technological operations in the manufacture of aluminum alloys, determines the achievement of new practical results in the production of modern high-quality materials with higher environmental and operational properties. All these factors directly increase the competitiveness of the industry in the world market of non-ferrous metals, increasing consumer demand for products of this kind.

One of the available options for upgrading the current production cycle of aluminum alloy manufacturing is to improve the technological stage of forming aluminum melt in the melting mixer of the foundry department. In particular, it is proposed to optimize the established operating modes of production units and control actions. At the same time, there is a need to use mathematical tools designed to formalize the main features of the studied production facilities in order to continuously monitor dynamic changes in technological parameters. Proper processing of process data contributes to the application of classification cluster analysis of the existing set of casting buckets with raw aluminum based on the initial values of the concentrations of elements of the chemical composition.

The cluster analysis provides an effective division of the available set of casting buckets with raw aluminum into appropriate clusters, including considering the established requirements for the selected brand of aluminum alloy according to the specifications of the order portfolio. This principle of cluster analysis, followed by software and algorithmic implementation of appropriate quality, especially with the use of a high-speed high-level programming language, will ensure the creation of a workable way to obtain the most correct options for allocating cluster sets of casting buckets for their subsequent layout and mixing.

Thus, the use of cluster analysis is not only a convenient analytical tool for the study of a large array of technological data, reducing the complexity of the perception of a large amount of information about the production process by technological personnel, but also helps to reduce the number of unnecessary empirical options for incorrect layout of available casting buckets at optimal technical and economic costs.

The reported study was funded by RFBR, project number № 19-37-90087\19.

Keywords: process data; chemical composition; cluster analysis; metric; Heaviside function.

KALASHNIKOV Sergey Nikolaevich (Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Applied Information Technologies and Programming, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation).

E-mail: s.n.kalashnikov@yandex.ru

MARTUSEVICH Efim Aleksandrovich (Junior Researcher, Post-graduate Student of the Department of Applied Information Technologies and Programming, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation).

E-mail: program.pro666@yandex.ru

MARTUSEVICH Elena Vladimirovna (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Natural Science Disciplines named after Professor V.M. Finkel, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation).

E-mail: science_nvz@yandex.ru

RYBENKO Inna Anatolyevna (Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Applied Information Technologies and Programming, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation).

E-mail: rybenkoi@mail.ru.

REFERENCES

1. Skuratov, A.P., Shakh-ray, S.G., Fomichev, I.V. & Belyanin, A.V. (2018) Povyshenie ekologicheskoy i energeticheskoy effektivnosti proizvodstva alyuminiya [Improving the environmental and energy efficiency of aluminum production]. In: *Issledovanie energeticheskoy effektivnosti i ekologicheskikh pokazateley oborudovaniya alyuminiyevoy promyshlennosti* [Research of energy efficiency and environmental performance of equipment for the aluminum industry]. Krasnoyarsk: Siberian Federal University.
2. Volodkina, A.A. (2020) The role of analytical methods in aluminum metallurgy. *Molodezhny Vestnik IrGTU – Young Researchers' Journal of ISTU*. 10(1). pp. 77–80.
3. Dmitryuk, A.I. & Grigoriev, A.A. (2020) Enhancement of aluminum billets extrusion technology. *Zagotovitel'nye proizvodstva v mashinostroenii*. 18(8). pp. 353–358.
4. Shestakov, A.K., Sadykov, R.M. & Petrov, P.A. (2020) Sostoyanie proizvodstva alyuminiya na nachalo 2020 goda [The state of aluminum production at the beginning of 2020]. *Mezhdunarodnyy nauchno-issledovatel'skiy zhurnal – International Research Journal*. 7-1(97). pp. 114–119.
5. Vasechko, D.Yu. (2011) Kon'yunktura mirovykh rynkov medi i alyuminiya [The conjuncture of the world copper and aluminum markets]. In: *Proizvodstvo tsvetnykh metallov i splavov* [Production of non-ferrous metals and alloys]. Moscow: Kabeli i Provoda. pp. 10–12.

6. Aleksandrov, A.V. & Nemchinova, N.V. (2020) Calculation of the expected economic efficiency of aluminum production by increasing the use of domestic alumina. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 24 - 2(151). pp. 408–420. DOI: 10.21285/1814-3520-2020-2-408-420
7. Khaltsinova, J. & Trebuna, P. (2012) Cluster Analysis Method. *Sever i Rynok. Formirovanie ekonomicheskogo poryadka – The North and the Market: Forming the Economic Order*. 2(30). pp. 31–34.
8. Baryshnikova, N.A. (2012) Metodika klasterizatsii na osnove ierarkhicheskikh i neierarkhicheskikh metodov klasterного analiza [Clustering technique based on hierarchical and non-hierarchical methods of cluster analysis]. *Vestnik Taganrogskogo instituta upravleniya i ekonomiki – Bulletin of the Taganrog Institute of Management and Economics*. 1(15). pp. 81–83.
9. Kelmanov, A.V. (2011) On the complexity of some cluster analysis problems. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki – Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 51(11). pp. 2106–2112.
10. Tyurin, A.G. & Zuev, I.O. (2014) Klasternyy analiz, metody i algoritmy klasterizatsii [Cluster analysis, methods and algorithms for clustering]. *Vestnik MGTU MIREA*. 2(3). pp. 86–97.
11. Buhaienko, Y., Globa, L.S., Liashenko, A. & Grebinechenko, M. (2020) Analysis of clustering algorithms for use in the universal data processing system. *Otkrytye semanticheskie tekhnologii proektirovaniya intellektual'nykh sistem*. 4. pp. 101–104.
12. Chikayama, E. (2014) Decomposition of multivariate function using the Heaviside step function. *SpringerPlus*. 3(1). pp. 1–11. DOI: 10.1186/2193-1801-3-704