

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ТЕОРИЯ ПОЛЯ

УДК 539.1.01

DOI: 10.17223/00213411/64/7/126

В.В. ОБУХОВ^{1,2}, К. МЫРЗАКУЛОВ^{3,4}, У.А. ГУСЕЛЬНИКОВА¹, А. ЖАДЫРАНОВА³АЛГЕБРЫ ОПЕРАТОРОВ СИММЕТРИИ УРАВНЕНИЯ КЛЕЙНА – ГОРДОНА – ФОКА
ДЛЯ ГРУПП ДВИЖЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ ТРАНЗИТИВНО НА ДВУМЕРНЫХ
ПОДПРОСТРАНСТВАХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО МНОГООБРАЗИЯ *

Найдены все внешние электромагнитные поля, в которых уравнение Клейна – Гордона – Фока для заряженной пробной частицы допускает операторы симметрии первого порядка при условии, что группы движений пространственно-временного многообразия G_3 , $r \leq 3$, действуют транзитивно на двумерном подпространстве V_2 .

Ключевые слова: уравнение Клейна – Гордона – Фока, операторы симметрии, группа движений пространственно-временного многообразия.

Введение

Уравнение Клейна – Гордона – Фока описывает релятивистскую динамику скалярной частицы, взаимодействующей с электромагнитным полем. В последнее время интерес к скалярным уравнениям значительно вырос в связи с проблемой тёмной материи и её возможным описанием в рамках скалярно-тензорной теории. Точные решения уравнения Клейна – Гордона – Фока используются для построения реалистичных моделей релятивистских квантово-механических систем. Возможность осуществления точного или надёжного приближённого интегрирования одночастичных уравнений движения заряженных пробных частиц даёт метод полного разделения переменных. Этот метод долгое время оставался единственно известным. В работах [1–6] можно найти подробную библиографию статей, посвященных теории полного разделения переменных.

После появления работ [7–11] начали развиваться методы некоммутативного интегрирования, в том числе для уравнения Дирака – Фока [12, 13]. Отметим следующее обстоятельство. В [1–4] найдены все внешние электромагнитные поля, в которых допускает полное разделение переменных уравнение Гамильтона – Якоби для пробного заряда. В работе [6] осуществлена полная классификация допустимых электромагнитных полей для просто транзитивных групп движений G_3 . При этом группа G_3 действует на неизотропных гиперповерхностях пространственно-временного многообразия. В обоих случаях под допустимыми понимаются поля, для которых существует соответствующая алгебра операторов симметрии уравнений Гамильтона – Якоби и Клейна – Гордона – Фока первого (для группы G_r) или не выше второго (для полного набора) порядка. Таким образом, настоящая работа является продолжением этих статей. Окончательная цель – классификация всех допустимых внешних электромагнитных полей как для операторов симметрии из полного набора, обеспечивающего полное разделение переменных, так и для операторов группы G_r .

1. Условия существования алгебры операторов симметрии

Рассмотрим пространственно-временное многообразие V_4 , на двумерном подпространстве которого действует транзитивно группа G_r , $r \leq 3$. Координатные индексы переменных локальной координатной системы $[u^i]$ пространства V_4 будем обозначать малыми буквами латинского алфавита: $i, j, k, l = 0, 1, \dots, 3$. Координатные индексы переменных локальной координатной системы подпространства V_2 выразим малыми буквами греческого алфавита: $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2$. Буквами a, b обозначим индексы, пробегающие значения от 1 до 3. Предметом нашего изучения являются условия существования алгебры операторов симметрии (интегралов движения) классического и квантового уравнений движения для заряженной скалярной пробной частицы во внешнем электромагнитном поле для случая, когда в пространстве действует описанная выше группа.

* Работа поддержана Министерством образования и науки Казахстана, грант AP08052034.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>