

УДК 530.12

DOI: 10.17223/00213411/64/8/148

С.А. СИНЮКОВ¹, А.Ю. ТРИФОНОВ², А.В. ШАПОВАЛОВ^{1,2}

ПРИМЕРЫ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНОГО РОСТКА ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА – КОЛМОГОРОВА – ПЕТРОВСКОГО – ПИСКУНОВА *

Кратко описана общая конструкция решения задачи Коши в виде квазиклассических асимптотик для одномерного нелокального популяционного уравнения Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова на основе комплексного метода ВКБ – Маслова. Для частного случая рассматриваемого уравнения в явном виде построено семейство главных членов квазиклассических асимптотик и исследовано их качественное поведение. Проведено сравнение поведения асимптотических решений и соответствующих численных решений, построенных с использованием программного пакета Comsol Multiphysics.

Ключевые слова: нелокальное уравнение Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова, квазиклассические асимптотики, численные решения.

Введение

В работах [1, 2] и в ряде других работ авторов теория квазиклассического приближения В.П. Маслова [3, 4] систематически применялась к нелокальному обобщению классического популяционного уравнения Фишера [5] – Колмогорова – Петровского – Пискунова (КПП) [6], которое в (1+1)-мерном случае без учета конвективных членов в безразмерных обозначениях можно записать в виде

$$u_t(x, t) = Du_{xx}(x, t) + a(x, t)u(x, t) - \kappa u(x, t) \int_{-\infty}^{\infty} b(x, y, t)u(y, t) dy. \quad (1)$$

Здесь $a(x, t)$ и $b(x, y, t)$ являются гладкими функциями, возрастающими при $|x|, |y| \rightarrow \infty$ не быстрее, чем полином; параметр диффузии D играет роль асимптотического параметра, $D \rightarrow 0$; вещественный параметр нелинейности $\kappa > 0$; $u_t = \partial_t u = \partial u / \partial t$; $u_{xx} = \partial_{xx} u$. Выражение

$\int_{-\infty}^{\infty} b(x, y, t)u(y, t) dy$ имеет смысл нелокальных конкурентных потерь с функцией влияния $b(x, y, t)$.

В [2] были построены в явном аналитическом виде семейства асимптотических решений задачи Коши для уравнения (1) с учетом конвективных членов в классе траекторно-сосредоточенных функций (ТСФ), а также в классе функций, сосредоточенных на кривой [7], однако свойства построенных асимптотик подробно не изучались.

Класс ТСФ, $\mathcal{P}_t^D$, задается общим элементом следующим образом:

$$\mathcal{P}_t^D = \left\{ \Phi : \Phi(x, t, D) = \varphi\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{D}}, t, D\right) \exp\left[\frac{1}{D} S(t, D)\right] \right\}, \quad (2)$$

где $\Delta x = x - X(t, D)$, вещественная функция $\varphi(\eta, t, D)$ принадлежит пространству Шварца S по переменной $\eta \in \mathbb{R}^1$, гладким образом зависит от t и регулярно зависит от $\sqrt{D}$ при $D \rightarrow 0$. Вещественные функции $S(t, D)$, $X(t, D)$ характеризуют класс $\mathcal{P}_t^D$ вида (2) и определяются в процессе построения асимптотик.

В данной работе основное внимание уделяется исследованию особенностей поведения асимптотических решений, полученных с точностью $O(D^{3/2})$ в рамках комплексного метода ВКБ – Маслова [1, 2] для частных случаев уравнения (1).

* Работа частично поддержана Программой повышения конкурентоспособности ТГУ среди ведущих мировых научно-образовательных центров, Программой повышения конкурентоспособности ТПУ среди ведущих мировых научно-образовательных центров, грантом РФФИ и Томской области, проект № 19-41-700004.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>