

УДК 621.453, 519.63
DOI 10.17223/19988621/72/4

И.Г. Воропаева, А.А. Козулин, Л.Л. Миньков, Э.Р. Шрагер

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЗАРЯДА ТТ БЕССОПЛОВОГО РДТТ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ¹

Рассматривается численное решение в сопряженной задаче о нестационарном течении продуктов сгорания в проточном тракте бессопловой ракетного двигателя и колебании заряда твердого топлива под действием сил со стороны продуктов сгорания. Для математического описания течения продуктов сгорания используются уравнения Навье – Стокса для сжимаемого вязкого газа, а для описания колебания заряда – уравнения механики деформируемого твердого тела, учитывающие свойства гиперупругости твердого топлива. Показано, что в бессопловом ракетном двигателе с зарядом топлива, имеющим низкий модуль Юнга, может возникать резонанс, приводящий к неконтролируемым колебаниям заряда.

Ключевые слова: *бессопловой ракетный двигатель, гиперупругость, колебание заряда, сопряженная задача, резонанс.*

Одним из основных требований, предъявляемых к современным интегральным твердотопливным ракетно-прямоточным двигателям (РПД) является отсутствие отбрасываемых элементов конструкции при переходе с режима разгона на маршевый режим полета ракеты. В связи с этим, в качестве стартово-разгонных ступеней нашли применение бессопловые ракетные двигатели (БРД), в конструкции которых нет традиционного соплового блока и соответственно нет необходимости его сбрасывания. Скрепленный с корпусом заряд твердого топлива бессопловой стартовой ступени размещается в камере сгорания прямоточного контура маршевой ступени интегрального РПД. При этом оптимизируются массово-габаритные характеристики и упрощается конструкция ДУ.

Однако существуют проблемы, связанные с большими перепадами давления по каналу заряда и уменьшением удельного импульса по сравнению с сопловыми двигателями. Для выполнения тягово-энергетических требований, предъявляемых к двигательной установке (ДУ), возникает необходимость профилирования канала заряда таким образом, чтобы выходная его часть представляла собой имитатор сопла, разгоняющий поток продуктов сгорания твердого топлива (ТТ) до необходимых параметров. В подобных конструкциях критические условия течения газовой смеси (скорость звука) достигаются в сечении канала, предшествующем расширяющейся «сопловой» части. При этом на малом участке длины канала реализуется сверхкритический перепад давления (порядка $0.5P_{\max}$), что ведет к большим напряжениям внутри заряда и деформациям канала, способным разрушить заряд в начале квазистационарного участка работы ДУ. Широкий температурный диапазон эксплуатации РПД ($-50, +70$) °С предъявляет противоречивые требования к физико-механическим свойствам твердого топлива. Уменьшение модуля

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 0721-2020-0028.

упругости ТТ при высоких температурах способствует снижению максимальных напряжений в заряде, но ведет росту опасных деформаций, и наоборот.

Одной из задач, возникающих при оптимизации формы заряда и прогноза внутрибаллистических характеристик БРД, является определение максимально возможных перемещений поверхности заряда ТТ после приложения газодинамической нагрузки. С одной стороны, максимальные осевые перемещения определяют размеры торцевых зазоров между корпусом БРД и поверхностью заряда ТТ, с другой стороны, радиальные перемещения поверхности заряда изменяют как величину площади критического сечения сопла, так и площадь поверхности горения, в результате чего изменяется давление в камере сгорания (КС), которое в свою очередь изменяет нагрузку на заряд ТТ. В этом смысле задача определения величины перемещения поверхности ТТ является сопряженной задачей.

Решение сопряженной задачи для классического РДТТ с традиционным сопловым блоком и прочноскрепленным зарядом типа «зонтик» в квазистационарной постановке рассматривалось в работе [1].

В работе [2] для модельного двигателя с одноканальным прочноскрепленным зарядом определялись частоты колебаний корпуса, сопла и газовой полости в продольном и радиальном направлениях на основе упруго–массовой модели РДТТ. Для рассмотрения резонансных явлений в РДТТ предполагалось, что возникающие деформации в заряде ТТ не влияют на положение поверхности горения.

Упругие свойства современных твердых топлив сильно зависят от температуры термостатирования. Увеличение температуры, как правило, ведет к снижению модуля упругости ТТ, в результате чего оно становится более податливым внешним нагрузкам. Поэтому для разных температур термостатирования заряда ТТ точки его поверхности будут вести себя по-разному под действием одной и той же приложенной нагрузки.

Современные ТТ (композиция на основе НТРВ и НМХ, НТРВ и RDX) представляют собой гиперупругий материал, который характеризуется относительно низким модулем упругости и высоким объемным модулем [3]. У таких материалов функция плотности упругой энергии деформации является скалярной функцией тензоров деформации, чьи производные по компонентам деформации определяют соответствующие компоненты напряжения. Поведение таких материалов для малых и умеренных деформаций можно описывать моделью Neo-Hookean (нео-Гука), моделью Огдена или трехпараметрической моделью Муни – Ривлина, а для больших деформаций – использовать модель Arruda – Yeuse (Арруда и Бойса) [4].

Целью настоящей работы является исследование нестационарного поведения осесимметричного заряда ТТ бессоплового РДТТ под действием сил давления со стороны продуктов сгорания и оценка максимальных перемещений точек поверхности ТТ на основе численного решения уравнений механики деформируемого твердого тела и газовой динамики продуктов сгорания.

Физико-математическая постановка задачи

Рассматривается модельный осесимметричный бессопловой РДТТ, состоящий из стального корпуса 1, термоизоляционного вкладыша 2, резиновой прослойки 3, заряда ТТ 4. Область 5 соответствует КС, рис. 1.

С поверхности твердого топлива продукты сгорания поступают в канал и вытекают через выходное отверстие наружу. Под действием давления продуктов сгорания заряд твердого топлива деформируется, что приводит как к изменению

площади поверхности горения и тем самым к изменению газоприхода, так и к изменению площади критического сечения канала, что в конечном итоге изменяет давление внутри канала.

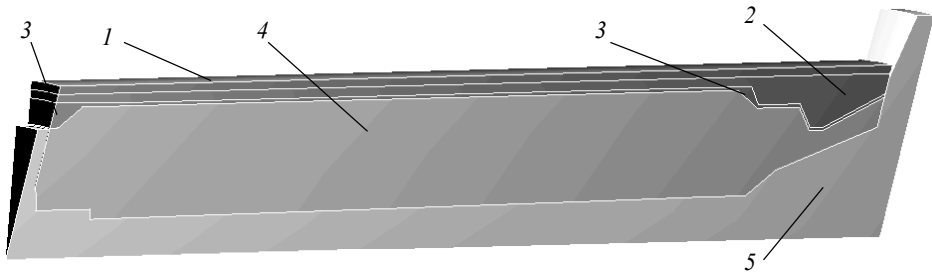


Рис. 1. Разрез бесоплового РДТТ:

1 – корпус, 2 – вкладыш, 3 – прослойка, 4 – заряд, 5 – камера сгорания

Fig. 1. Section of a nozzleless solid rocket motor (SRM):

1 – body, 2 – insert, 3 – interlayer, 4 – charge, and 5 – combustion chamber

Для исследования протекающих процессов в БРД выделим область, представляющую собой трехмерный цилиндрический сектор, который состоит из подобластей для заряда, вкладыша, прослойки, корпуса и канала, рис. 1

Внутрикамерные процессы в ДУ описываются нестационарными уравнениями Навье – Стокса для вязких сжимаемых продуктов сгорания ТТ, уравнениями напряженно-деформированного состояния для упругих и гиперупругих тел и условиями, сопрягающими решения задач на границах разнородных материалов. Материалы, из которых изготовлены прослойка и заряд, предполагаются гиперупругими, а материалы, из которых выполнены корпус и вкладыш, – упругими.

Система уравнений для НДС

Уравнение сохранения массы

$$\frac{d\rho^d}{dt} + \rho^d \nabla_k v_k^d = 0. \quad (1)$$

Уравнение движения частицы среды

$$\rho^d \frac{d^2 u_i^d}{dt^2} = \nabla_k \sigma_{ki}^d, \quad (2)$$

где u_i – перемещение частицы среды.

Тензор конечных деформаций

$$\varepsilon_{ij}^d = \frac{1}{2} (\nabla_i u_j^d + \nabla_j u_i^d + \nabla_i u_k^d \nabla_j u_k^d). \quad (3)$$

Связь между напряжениями и деформациями:

- для упругого тела:

$$\sigma_{ij}^d = 2\mu \left(\varepsilon_{ij}^d + \frac{\nu^d}{1-2\nu^d} \delta_{ij} \varepsilon_{kk}^d \right); \quad (4)$$

- для гиперупругого тела:

$$\sigma_{ij}^d = \frac{1}{J} F_{ik} S_{kl}^d F_{jl}, \quad (5)$$

где $F_{ij} = \partial x_i / \partial X_j$ – компоненты тензора градиентов деформации, S_{ij} – компоненты напряжения, выражающиеся через энергию деформаций W в виде

$$S_{ij}^d = 2 \frac{\partial W^d}{\partial C_{ij}}. \quad (6)$$

Здесь $C_{ij} = F_{ki} F_{kj}$ – правый тензор деформаций Коши – Грина;

$$J = \det[F_{ij}].$$

Согласно модели Neo-Hookean, энергия деформации имеет вид

$$W^d = \frac{\mu^d}{2} (\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{d^d} (J - 1)^2, \quad (7)$$

где $\bar{I}_1 = I_1 / J^{2/3}$, $I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$, $J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$;

I_1 – первый инвариант матрицы C_{ij} ; $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2$ – собственные значения матрицы

C_{ij} ; $\mu^d = \frac{E^d}{2(1+\nu^d)}$ – начальный модуль сдвига материала; $d^d = 2/K^d$ – пара-

метр несжимаемости материала; $K^d = \frac{E^d}{3(1-2\nu^d)}$ – начальный объемный модуль

упругости; E^d – модуль Юнга; ν^d – коэффициент Пуассона.

Индекс d соответствует номеру материала: 1 – корпус, 2 – вкладыш, 3 – про-
слойка, 4 – топливо.

Г р а н и ч н ы е у с л о в и я

Граница раздела поверхность твердого тела – газ:

$$\sigma_{nn}^d = -p + \tau_{nn}$$

– равенство нормальных напряжений в топливе и газе;

$$\sigma_{n\tau_1}^d = \tau_{n\tau_1}; \quad \sigma_{n\tau_2}^d = \tau_{n\tau_2}$$

– равенство касательных напряжений в топливе и газе.

Граница контакта между разнородными материалами:

$$\sigma_{nn}^d = \sigma_{nn}^{d+1}; \quad \sigma_{n\tau_1}^d = \sigma_{n\tau_1}^{d+1}; \quad \sigma_{n\tau_2}^d = \sigma_{n\tau_2}^{d+1}$$

– равенство нормальных и касательных напряжений;

$$u_{nn}^d = u_{nn}^{d+1}; \quad u_{n\tau_1}^d = u_{n\tau_1}^{d+1}; \quad u_{n\tau_2}^d = u_{n\tau_2}^{d+1}$$

– равенство нормальных и касательных перемещений; $d = 1, 2, 3$.

Плоскость симметрии:

$$u_{nn}^d = 0$$

– равенство нулю нормальных перемещений.

Условия закрепления:

$$u_i^d = 0$$

– равенство нулю перемещений во всех направлениях.

Уравнения течения вязкого сжимаемого газа

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_k}{\partial x_k} = \rho_T u_{01} p^\nu K_{er} \delta(x_k; R_k). \quad (8)$$

Уравнение сохранения количества движения

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i v_k}{\partial x_k} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k}. \quad (9)$$

Уравнение сохранения энергии

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_k h}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_k} + \tau_{ik} v_i \right) + C_p T_p \rho_T u_{01} p^\nu K_{er} \delta(x_k; R_k), \quad (10)$$

где R_k – функции, описывающие поверхность горения; $e = \frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2}$ – полная внутренняя энергия; $h = e + \frac{p}{\rho}$ – полная энтальпия; $V^2 = \sum_{k=1}^3 v_k^2$ – квадрат вектора скорости; K_{er} – коэффициент, учитывающий эффект эрозии, задается в виде [5]

$$K_{er} = \begin{cases} 1, & \text{при } I < I_{kr} \\ \sqrt{1 + k_{er} (I - I_{kr})}, & \text{при } I \geq I_{kr}. \end{cases}$$

где $I = \frac{\rho U}{\rho_T u_{01} p^\nu} \sqrt{\lambda_r}$ – параметр Вилюнова; I_{kr} – пороговое значение параметра Вилюнова; λ_r – коэффициент сопротивления; U – скорость продуктов сгорания, осредненная по поперечному сечению канала; τ_{ik} – тензор вязких напряжений; $\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right)$; t – время; x – пространственная координата; p – давление; v – скорость; k – отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении к удельной теплоемкости при постоянном объеме C_p/C_v ; R – газовая постоянная.

Коэффициенты I_{kr} и k_{er} определялись полуэмпирическим способом из работы [6] и принимались равными 5.6 и 0.08 соответственно.

Уравнение состояния:

$$p = \rho RT \quad (11)$$

Граничные условия

Недеформируемая твердая стенка:

$$v_k = 0.$$

Деформируемая твердая стенка, топливо:

$$v_k = \frac{du_k^d}{dt}.$$

Выход из канала:

$$p = p_n$$

– при дозвуковом истечении давление равно давлению окружающей среды.

Плоскость симметрии:

$$v_n = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \quad \phi = \{\rho, v_{\tau 1}, v_{\tau 2}, p\}.$$

В данной постановке горящая поверхность заменена твердой стенкой, а приход массы и энергии газов моделируется через источниковые члены в соответствующих уравнениях (8) и (10) [7].

Метод решения

Твердотельные подобласти разбиваются на конечные элементы, а подобласть канала – на конечные объемы. В окружном направлении задавался один конечный элемент (конечный объем) в соответствии с приближением осесимметричности.

Для численного решения уравнений (1) – (5) используется метод конечных элементов построенный на линейных функциях формы для конечных элементов, представляющих собой шестигранники.

Для численного решения системы уравнений (8) – (11) используется метод Патанкара [8] и противопоточная разностная схема второго порядка аппроксимации для конвективных слагаемых.

Дельта-функция Дирака $\delta(x_k; R_k)$ в уравнениях (8) и (10) аппроксимируется отношением площади соприкасающейся с поверхностью горения грани ячейки к объему этой ячейки.

Результаты решения задачи (1) – (11) были получены с помощью пакета Ansys (Fluent и Transient Structural). При решении сопряженной задачи давление со стороны газа (нагрузка) прикладывалась не сразу, а разбивалась на 2 этапа: на первой итерации к поверхности заряда прикладывалась половина избыточной нагрузки, а на втором этапе – полная избыточная нагрузка. Количество итераций на каждом этапе сопряжения давление – перемещение составляло не более 5 раз.

Обсуждение результатов

В экспериментальном исследовании [9] показано, что в результате компенсационного эффекта факторов эрозии и зависимости от давления скорости горения, разница между скоростями горения в разных сечениях канала не превышает 10%. Распределения относительных значений скорости горения $\bar{u} = u_b / u_{\max}$ и давления $\bar{P} = P / P_{\max}$ вдоль оси симметрии заряда ТТ ($\bar{x} = x / x_{\max}$), полученные в результате предварительных расчетов газодинамических параметров, без учета влияния деформации заряда ТТ, для разных моделей скорости горения, представлены на рис. 2 и 3.

Среднеинтегральные значения скорости горения топлива на дозвуковом участке канала заряда определяют газоприток и соответственно средний уровень давления в камере (рис. 3).

Как следует из рис. 2 (кривая 1), расчетные данные хорошо согласуются с [9] на участке поверхности заряда, ограничивающем дозвуковую часть газодинамического тракта канала. Участок резкого спада давления (рис. 3) соответствует переходу от дозвуковой части газодинамического тракта к сверхзвуковой.

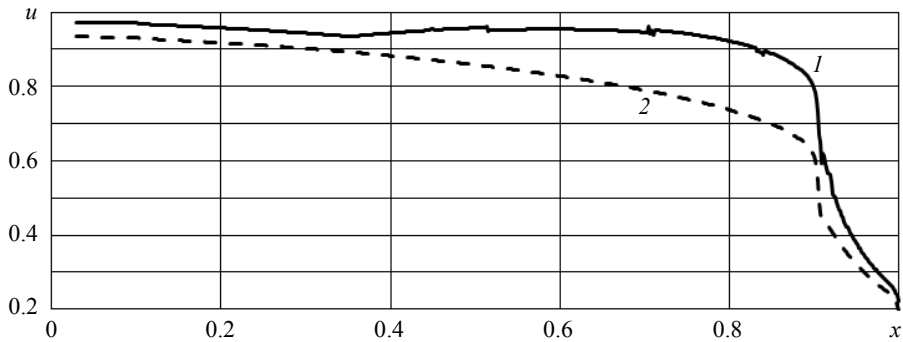


Рис. 2. Распределение скорости горения по поверхности ТТ:

$$1 - u_b = u_{01} P^{\nu} K_{er}; 2 - u_b = u_{01} P^{\nu}$$

Fig. 2. Burning rate distribution over the propellant surface:

$$1 - u_b = u_{01} P^{\nu} K_{er} \text{ and } 2 - u_b = u_{01} P^{\nu}$$

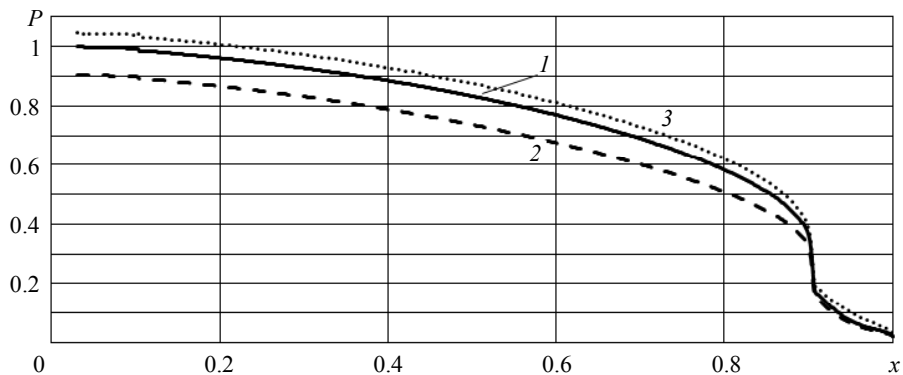


Рис. 3. Распределение давления по каналу для различных моделей скорости горения:

$$1 - u_b = u_{01} P^{\nu} K_{er}; 2 - u_b = u_{01} P^{\nu}; 3 - u_b = u_{01} P_0^{\nu}$$

Fig. 3. Channel pressure distribution for different burning rate models:

$$1 - u_b = u_{01} P^{\nu} K_{er}; 2 - u_b = u_{01} P^{\nu}; \text{ and } 3 - u_b = u_{01} P_0^{\nu}$$

Поскольку точное определение параметров эрозийного горения топлива на этапе проектирования ДУ проблематично, то, как показывает рис. 3, для предварительных оценок ВБХ на основном участке канала целесообразно использовать закон скорости горения $u_b = u_{01} P_0^{\nu}$ (кривая 3), где P_0 – давление у переднего дна КС. При этом прогноз давления будет примерно на 5 % превышать значения, рассчитанные по модели с учетом эрозийной составляющей скорости горения.

Для решения сопряженной задачи были приняты следующие значения параметров. Механические свойства материалов приведены в табл. 1. Характеристики твердого топлива приведены в табл. 2, а теплофизические параметры продуктов сгорания ТТ – в табл. 3. Термодинамическая оценка влияния начальной температуры в диапазоне от -50 °С до $+70$ °С на теплофизические параметры продуктов сгорания показывает, что ее учет приводит к отклонениям в параметрах, не превышающим 1 %.

Таблица 1

Механические свойства материалов БРД

	Топливо	Резина	Вкладыш	Сталь
Плотность, кг/м ³	1710	1244	1479	7850
Модуль упругости, Па	$5 \cdot 10^6$ при $t = 70^\circ\text{C}$ 10^7 , при $t = -50^\circ\text{C}$	$9.807 \cdot 10^6$	$1.442 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^{11}$
Коэффициент Пуассона	0.4999	0.499	0.2	0.3

Таблица 2

Характеристики твердого топлива

	Вариант 1	Вариант 2
Начальная температура ТТ, °С	-50	+70
Скорость горения при 1 атм, u_{01} , м/с	$4.48 \cdot 10^{-3}$	$6.4 \cdot 10^{-3}$
Показатель степени в законе горения, ν	0.428	0.41
Температура горения, К	2960	2960

Таблица 3

Теплофизические параметры продуктов сгорания ТТ

Теплоемкость, Дж/(кг·К)	1800
Молярная масса, кг/моль	25.4
Динамическая вязкость, Па·с	$1.79 \cdot 10^{-5}$
Теплопроводность, Вт/(м·К)	0.0242

При численном решении сопряженной задачи давление в камере сгорания задавалось равным атмосферному. Задача о зажигании поверхности ТТ не рассматривалась, и предполагалось, что вся поверхность ТТ начинает гореть одновременно.

На рис. 4 показаны зависимости изменения максимального давления в камере сгорания от времени для скоростей горения ТТ, соответствующих разным начальным температурам заряда ТТ (см. табл. 2).

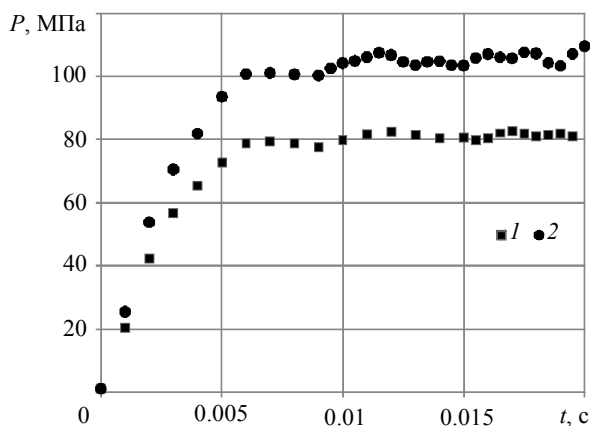


Рис. 4. Зависимость максимального давления в КС от времени:

1 – вариант 1; 2 – вариант 2

Fig. 4. Dependence of the maximum pressure in a combustion chamber on time: 1 – variant 1 and 2 – variant 2

Из рисунка видно, что квазиустановление происходит примерно через 6 мс, после чего начинают происходить колебания максимального давления, причем амплитуда колебания тем выше, чем выше скорость горения ТТ (кривая 2). Период первого колебания составляет около 5 мс. Затем частота колебания увеличивается и период колебания уменьшается до 2–3 мс, что соответствует времени прохождения звуковой волны по продуктам сгорания вдоль канала туда и обратно. Характерная скорость распространения поперечных волн по заряду ТТ, оцененная по формуле $\sqrt{E/[2(1+\nu)\rho]}$, составляет 31 и 44 м/с для варианта 1 и 2 соответственно. Толщина заряда в окрестности критического сечения (наиболее узкой части канала) равна 4 см. Тогда время распространения поперечных волн в радиальном направлении (туда и обратно) находится в диапазоне от 2 до 3 мс.

Для оценки амплитуды колебания давления в камере сгорания, вызванного колебаниями критического сечения сопла, воспользуемся формулой Бори. Согласно этой формуле, давление в камере сгорания РДТТ p_0 на стационарном участке обратно пропорционально радиусу критического сечения сопла R_0 в степени $2/(1-\nu)$. Если радиус критического сечения сопла незначительно изменяется со временем, например по периодическому закону, то и давление также будет изменяться со временем:

$$p(t) \sim R(t)^{-2/(1-\nu)}.$$

Отсюда имеет место равенство

$$p(t)/p_0 = (R_0/R(t))^{2/(1-\nu)}.$$

Пусть изменение радиуса критического сечения сопла является осциллирующим и имеет вид

$$R(t) = R_0 + A_R \cdot \exp(i\omega t),$$

где ω – частота колебания, а A_R – амплитуда колебания радиуса. Тогда

$$\frac{\Delta p(t)}{p_0} = \left(1 + \frac{A_R}{R_0} \cdot \exp(i\omega t) \right)^{-2/(1-\nu)} - 1,$$

где

$$\Delta p(t) = p(t) - p_0.$$

$$\text{Если } \frac{A_R}{R_0} \ll 1, \text{ то } \Delta p(t) = \frac{2}{(1-\nu)} \frac{A_R}{R_0} p_0 \exp(i(\omega t + \pi)).$$

Изменение давления в камере сгорания будет происходить с амплитудой $\frac{2}{(1-\nu)} \frac{A_R}{R_0} p_0$ и с такой же частотой ω , с которой происходит изменение радиуса критического сечения, но при этом будет иметь место сдвиг по фазе равный π .

Поэтому поперечные колебания заряда в радиальном направлении могут являться причиной колебания максимального давления в двигателе, которые изменяют радиус канала, тем самым изменяют площадь поверхности горения и площадь критического сечения.

Тот факт, что период распространения звуковых волн по продуктам сгорания близок к периоду колебания заряда, может вызвать резонансное явление, которое приведет к неконтролируемой раскачке заряда твердого топлива.

Полные перемещения точек осевого сечения хвостовой части заряда ТТ в момент времени $t = 0.02$ с для второго варианта расчета (см. табл. 2) показаны на рис. 5. Маркером отмечено новое положение точки горящей поверхности, определяющей критическое сечение газодинамического тракта, к началу работы ДУ. На рис. 6 представлена зависимость перемещения этой точки от времени.

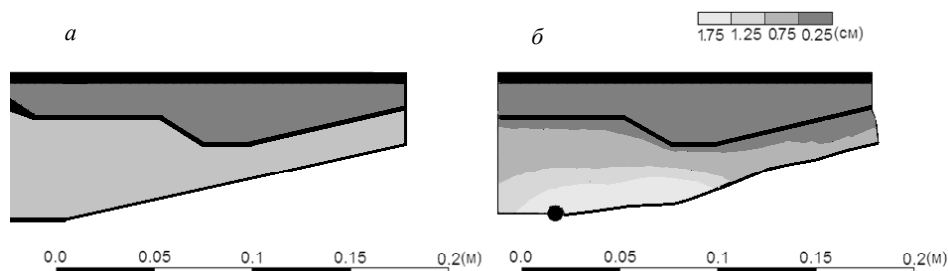


Рис. 5. Положение контура горящей поверхности и контуров полных перемещений точек осевого сечения заряда в момент $t = 0.02$ с; *a* – форма заряда в момент времени $t = 0$; *б* – форма заряда в момент времени $t = 0.02$ с

Fig. 5. Position of the contours of the burning surface and displacement of the points along the axial section of the charge at a time instant $t = 0.02$ s; a shape of the charge at $t = (a) 0$ and $(b) 0.02$ s

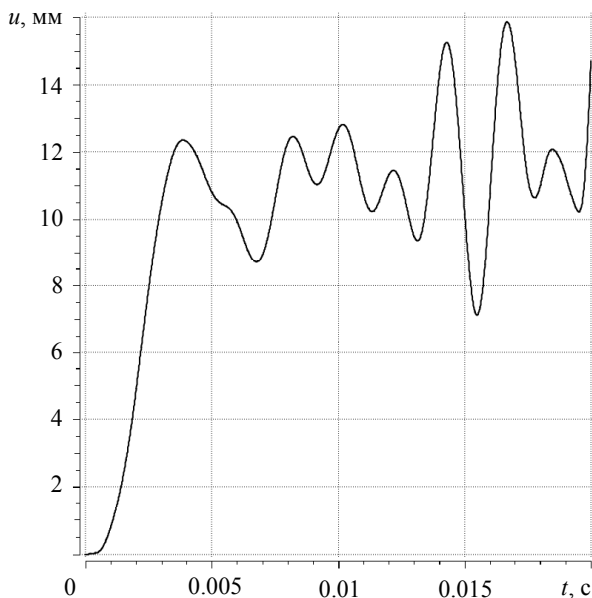


Рис. 6. Зависимость перемещения точки начального критического сечения от времени
Fig. 6. Dependence of the displacement of the initial critical section point on time

Как следует из рис. 5 и 6, максимальные перемещения реализуются в хвостовой части заряда вокруг критического сечения газодинамического тракта, при этом абсолютные значения перемещений точек горящей поверхности изменяются от 6 до 20 мм.

Заключение

Проведенные расчеты показали, что поведение заряда ТТ под действием приложенной газодинамической нагрузки зависит от упругих свойств ТТ, определяемых, в свою очередь, термостатированием. Совпадение характерного времени распространения упругих волн в поперечном направлении заряда и характерного времени распространения звуковой волны по газодинамическому тракту может служить источником резонансного явления, приводящего к раскачке заряда твердого топлива и, следовательно, к увеличению амплитуды колебания давления в бессопловом РДТТ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Милехин Ю.М., Ключников А.Н., Попов В.С., Мельников В.П. Сопряженная задача моделирования внутриваллистических характеристик РДТТ // Физика горения и взрыва. 2012. Т. 48. № 1. С. 38–46.
2. Модорский В.Я., Козлова А.В. Моделирование газопругих колебательных процессов в ракетных двигателях твердого топлива // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки. 2006. № 43. С. 163–167.
3. Nomesh Kumar, V. Venkateswara Rao. Hyperelastic Mooney-Rivlin Model: Determination and Physical Interpretation of Material Constants // MIT International Journal of Mechanical Engineering. 2016. V. 6. No. 1. P. 43–46.
4. Nowak Z. Constitutive modelling and parameter identification for rubber-like materials // Engineering Transactions. 2008. V. 56. No. 2. P.117–157.
5. Виллюнов В.Н. Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984. 190 с.
6. Милехин Ю.М., Бурский Г.В., Лавров Г.С., Попов В.С., Садовничий Д.Н. Энергетика и внутренняя баллистика ракетных двигателей на твердом топливе. М.: Наука, 2018. 359 с.
7. Minkov L.L., Shrager E.R., Kiryushkin A.E. Two approaches for simulating the burning surface in gas dynamics // Key Engineering Materials. 2016. V. 685. P. 114–118. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.685.114.
8. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
9. Gany A., Aharon I. Internal Ballistics Considerations of Nozzleless Rocket Motors. // Journal of Propulsion and Power. 1999. V. 15. No. 6. P. 866–874. DOI: 10.2514/2.5509.

Статья поступила 18.06.2021

Voropaeva I.G., Kozulin A.A., Min'kov L.L., Shrager E.R. (2021) NON-STATIONARY BEHAVIOR OF A SOLID PROPELLANT CHARGE FOR NOZZLELESS SOLID ROCKET MOTORS UNDER GAS-DYNAMIC LOAD. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 72. pp. 48–59

DOI 10.17223/19988621/72/4

Keywords: nozzleless solid rocket motor, hyperelasticity, charge oscillation, conjugate problem, resonance.

The numerical solution to a conjugate problem of an unsteady flow of combustion products in a flow path of the nozzleless solid rocket motor (SRM) and the oscillation of a solid propellant charge under the action of the forces directed from combustion products is considered. The Navier-Stokes equations for a compressible viscous gas are used to mathematically describe the flow of the combustion products. To model the charge oscillations, the equations of solid mechanics are applied, which take into account the propellant hyperelasticity. Pressure

distributions and the propellant burning rate along the charge channel are presented for different models of the propellant burning rate. It is revealed that at the stage of SRM design, the use of the burning rate law, determined by pressure in the head of the combustion chamber, is more preferable in order to assess the internal ballistic characteristics. The solution to the conjugate problem shows that in the nozzleless SRM with the propellant having low Young's modulus, resonance can occur, which causes uncontrolled charge oscillations.

Financial support. This work was carried out with financial support from the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (State assignment No. 0721-2020-0028).

Irina G. VOROPAEVA (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: irgev@yandex.ru

Aleksandr A. KOZULIN (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kozulyn@ftf.tsu.ru

Leonid L. MIN'KOV (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: lminkov@ftf.tsu.ru

Ernst R. SHRAGER (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: sher@ftf.tsu.ru

REFERENCES

1. Milekhin Y.M., Klyuchnikov A.N., Popov V.S., Mel'nikov V.P. (2012) Adjoint problem for modeling intraballistic characteristics of solid-propellant rocket motors. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 48. pp. 33–40. DOI: 10.1134/S0010508212010054.
2. Modorskiy V.Ya., Kozlova A.V. (2006) Modelirovanie gazouprugikh kolebatel'nykh protsessov v raketnykh dvigatelyakh tverdogo topliva [Modeling of gas-elastic oscillatory processes in solid propellant rocket engines]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya Fiziko-matematicheskie nauki – Journal of Samara State Technical University. Series: Physical and Mathematical Sciences*. 43. pp. 163–167.
3. Kumar N., Rao V.V. (2016) Hyperelastic Mooney-Rivlin model: determination and physical interpretation of material constants. *MIT International Journal of Mechanical Engineering*. 6(1). pp. 43–46.
4. Nowak Z. (2008) Constitutive modelling and parameter identification for rubber-like materials. *Engineering Transactions*. 56(2). pp. 117–157.
5. Vilyunov V.N. (1984) *Teoriya zazhiganiya kondensirovannykh veshchestv* [Ignition theory for condensed substances]. Novosibirsk: Nauka.
6. Milekhin Yu.M., Burskiy G.V., Lavrov G.S., Popov V.S., Sadovnichiy D.N. (2018) *Energetika i vnutrennyaya ballistika raketnykh dvigateley na tverdom toplive* [Energetics and internal ballistics of solid propellant rocket engines]. Moscow: Nauka.
7. Minkov L.L., Shrager E.R., Kiryushkin A.E. (2016) Two approaches for simulating the burning surface in gas dynamics. *Key Engineering Materials*. 685. pp. 114–118. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.685.114.
8. Patankar S.V. (1980) *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Washington: Hemisphere Publishing Corporation.
9. Gany A., Aharon I. (1999) Internal ballistics considerations of nozzleless rocket motors. *Journal of Propulsion and Power*. 15(6). pp. 866–874. DOI: 10.2514/2.5509.

Received: June 18, 2021