

УДК 681.5

DOI: 10.17223/19988605/56/2

А.Н. Паршуков

МЕТОД СИНТЕЗА МОДАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ПОНИЖЕННОГО ПОРЯДКА

Разработан метод синтеза модального регулятора пониженного порядка. Данный метод основан на редуцировании исходной модели объекта управления, т.е. выделении в модели объекта доминирующей динамики и структурных возмущений, и последующем синтезе модального регулятора по классической схеме. Эффективность метода проиллюстрирована примером.

Ключевые слова: редуцированная модель объекта управления; доминирующая динамика; структурные возмущения; модальный регулятор полного порядка; модальный регулятор пониженного порядка.

В литературе, посвященной вопросам синтеза систем автоматического управления, чаще всего подразумевается синтез ПИ- и ПИД-законов регулирования (см., напр.: [1–3]). В этом смысле ПИД-законы регулирования именуются традиционными. Такое внимание к ним объясняется прежде всего тем, что до недавнего времени ПИД-регуляторы были единственными регуляторами, выпускаемыми промышленностью. ПИД-регуляторы доказали свою эффективность при управлении объектами, которые хорошо описываются дифференциальными уравнениями до 2-го порядка включительно. Однако, с одной стороны, интенсивное использование средств информатики и цифровой автоматики (микропроцессорных контроллеров, SCADA-систем и т.п.) при управлении технологическими процессами в промышленности позволяет перейти от традиционных ПИ- и ПИД-законов регулирования к более сложным, например модальным. С другой стороны, все большее число технологических процессов (объектов управления) описывается дифференциальными уравнениями высокого (начиная с 3-го) порядка [4–7]. Для объектов управления высокого порядка регулировочных возможностей ПИД-регулятора может быть недостаточно: очевидно, что повышая порядок модели объекта, следует адекватно повышать порядок регулятора.

Метод модального управления, изложенный в работах [8–10], позволяет синтезировать регулятор для объектов управления произвольного порядка; данный метод предполагает, что объект управления описывается линейным дифференциальным уравнением n -го порядка (n – любое целое неотрицательное число) без запаздывания. Модальный регулятор ищется также в виде линейного дифференциального уравнения. Качество управления задается в виде области S на комплексной плоскости, определяющей желаемое расположение полюсов передаточной функции замкнутой системы. В книге [9] доказано, что модальный регулятор порядка $n - 1$ и выше обеспечивает любое заданное расположение полюсов передаточной функции замкнутой системы и тем самым гарантирует устойчивость и заданные корневые показатели качества для замкнутой системы. Регулятор $(n - 1)$ -го порядка в работе [9] предложено называть модальным регулятором полного порядка.

В настоящей статье рассматривается задача понижения порядка модального регулятора. Данная задача является актуальной: понижение порядка регулятора позволит снизить влияние возможных ошибок при реализации закона регулирования, повысит надежность замкнутой системы (за счет понижения порядка замкнутой системы), и позволит экономить вычислительные ресурсы при расчете регулятора. Самым простым способом понижения порядка регулятора является редукция (упрощение) исходной модели объекта управления. Методам редукции посвящено значительное число публикаций (см., напр.: [11–14]); такие методы подразумевают разделение быстрых и медленных движе-

ний системы. В данной работе на основе подобного разделения динамик в объекте управления разработан метод обоснованного понижения порядка модального регулятора.

Далее приняты следующие обозначения: $=$ – равно по определению; $*$ – комплексное сопряжение; j – мнимая единица; R^n , C^n – пространства n -мерных векторов $x \doteq (x_1, \dots, x_n)$, коэффициенты которых соответственно вещественные или мнимые числа; s – комплексная переменная; S – область на C^1 ; ∂S – граница области S ; $\text{int } S$ – внутренняя часть области S ; t – непрерывное время; p^i – оператор i -й степени дифференцирования по времени:

$$p^i \doteq d^i / dt^i; \quad i \in \overline{0, n}, \quad p^0 \doteq 1.$$

Полиномиальным оператором степени l будем называть дифференциальный оператор вида

$$f(l, p) = \sum_{i=0}^l f_i p^i,$$

где f_i – постоянные коэффициенты ($i \in \overline{0, l}$). В изображениях по Лапласу оператору $f(l, p)$ соответствует алгебраический полином

$$f(l, s) = \sum_{i=0}^l f_i s^i,$$

определенный на C^1 ; здесь за s обозначена переменная преобразования Лапласа ($s \in C^1$).

Множество корней (нулей) полинома $f(l, s)$ будем обозначать $\Lambda(f)$:

$$\Lambda(f) \doteq \{ \lambda_i : f(l, \lambda_i) = 0, \quad i \in \overline{1, l} \}.$$

Передаточную функцию далее будем сокращенно записывать как ПФ.

1. Метод понижения порядка модального регулятора

1.1. Постановка задачи синтеза регулятора пониженного порядка

Пусть одномерный линейный стационарный динамический объект управления задан дифференциальным уравнением n -го порядка

$$a(n, p)y(t) = b(m, p)u(t), \quad n \geq m,^1 \quad (1)$$

где $y(t)$ – управляемая переменная (выходной сигнал), $u(t)$ – управляющая переменная (входной сигнал). Модальный регулятор ищется в виде дифференциального уравнения l -го порядка

$$\beta(l, p)u(t) = \alpha(l, p)y(t) + \chi(q, p)g(t), \quad l \geq q,^2 \quad \beta_l = 1, \quad (2)$$

где $g(t)$ – входной сигнал для замкнутой системы (рис. 1).

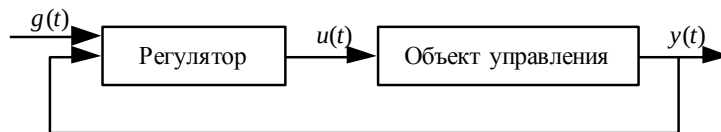


Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы управления
Fig. 1. Block diagram of a closed control system

Уравнение замкнутой системы имеет вид:

$$a^{c.l.}(n+l, p)y(t) = b^{c.l.}(m+q, p)g(t), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} a^{c.l.}(n+l, p) &= a(n, p)\beta(l, p) - b(m, p)\alpha(l, p), \\ b^{c.l.}(m+q, p) &= b(m, p)\chi(q, p). \end{aligned}$$

¹ Условие физической реализуемости математической модели объекта управления.

² Условие физической реализуемости замкнутой системы.

Уравнению (3) соответствует ПФ замкнутой системы

$$h^{c.l.}(s) = \frac{b(m,s)\chi(q,s)}{a(n,s)\beta(l,s) - b(m,s)\alpha(l,s)},$$

при этом характеристический полином замкнутой системы равен

$$a^{c.l.}(n+l,s) = a(n,s)\beta(l,s) - b(m,s)\alpha(l,s).$$

Качество управления назначается в виде области S , определяющей допустимое расположение полюсов ПФ на C^1 , что может быть записано в виде целевого условия

$$\Lambda(a^{c.l.}) \subset S. \quad (4)$$

Предполагается, что область S удовлетворяет следующим условиям: расположена в ограниченной части C^1 слева от мнимой оси; односвязна; для любой точки $s \in S$ также выполняется $s^* \in S$.

Прежде чем перейти к постановке задачи синтеза, рассмотрим следующие ситуации.

Ситуация 1. Все нули и полюсы ПФ объекта управления расположены внутри области S . В таком случае нет необходимости в синтезе модального регулятора полного порядка; можно показать, что в этом случае регулятор (2) представляет просто коэффициент передачи. Таким образом, в данном случае задачи синтеза динамического регулятора, по существу, нет.

Ситуация 2. Все нули и полюсы ПФ объекта управления расположены в правой части C^1 . В этом случае следует регулировать все моды¹ объекта управления, что, очевидно, можно сделать только регулятором полного порядка.

Ситуация 3. Часть нулей и полюсов ПФ объекта лежат внутри области S , а оставшиеся – вне. Следовательно, регулировке подлежат не все моды объекта, а только те, которые не удовлетворяют заданному целевому условию. Очевидно, что порядок модального регулятора должен определяться количеством «неудовлетворительных» мод объекта.

Таким образом, основанием для понижения порядка модального регулятора служит наличие «удовлетворительных» нулей и полюсов в ПФ объекта. Отметим, что подобные рассуждения ранее рассматривались в литературе [11–14], причем в качестве «неудовлетворительной» выступала так называемая доминирующая динамика², определяющая основные свойства системы и, как правило, подлежащая регулированию.

Исходя из вышеизложенного, можем сформулировать **задачу синтеза модального регулятора пониженного порядка** следующим образом: пусть заданы объект управления (1) и область S такие, что для них справедлива вышеописанная ситуация 3; требуется рассчитать настройки регулятора порядка l ($l < n - 1$) такие, что обеспечивают выполнение условия (4).

1.2. Метод синтеза модального регулятора пониженного порядка

Для удобства дальнейших рассуждений модель объекта управления (1) представим в следующем виде:

$$v(r_1, p)a^r(n_0, p)y(t) = w(r_2, p)b^r(m_0, p)u(t), \\ n_0 \geq m_0, \quad r_1 \geq r_2, \quad v_0 = w_0 = 1^3. \quad (5)$$

В записи (5) явно выделены операторы $v(r_1, p)$ и $w(r_2, p)$, корни которых лежат внутри области S , т.е. выполнены

$$\Lambda(v) \subset \text{int } S, \quad \Lambda(w) \subset \text{int } S. \quad (6)$$

¹ *Модами* называются слагаемые в свободной составляющей реакции системы, эти составляющие зависят от корней ее характеристического полинома [8. С. 5].

² Под *доминирующей динамикой* понимаются те моды, которые вносят наибольший вклад («главные моды») в свободной составляющей реакции системы.

³ Данное условие обеспечивает одинаковый коэффициент передачи моделей (1) и (7).

Пару операторов $\langle v(r_1, p), w(r_2, p) \rangle$ назовем структурными возмущениями. Операторы $\langle a^r(n_0, p), b^r(m_0, p) \rangle$ описывают ту часть объекта управления, которая желаемым качеством управления может не обладать и, следовательно, подлежит регулированию. Далее редуцированную модель

$$a^r(n_0, p)y(t) = b^r(m_0, p)u(t) \quad (7)$$

будем называть доминирующей динамикой объекта.

Модальный регулятор (2) будем рассчитывать по классической схеме синтеза [10. С. 10–14] для редуцированной модели объекта (7). Таким образом, модальный регулятор (2) будет иметь порядок $l = n_0 - 1$ (т.е. пониженный).

При синтезе будем выбирать корни характеристического полинома эталонной системы

$$a^{et}(2n_0 - 1, s) = a^r(n_0, p)\beta(n_0 - 1, p) - b^r(m_0, p)\alpha(n_0 - 1, p)$$

из условия

$$\Lambda(a^{et}) \subset \text{int } S. \quad (8)$$

После замыкания исходной модели объекта (5) синтезированным регулятором уравнение замкнутой системы (3) принимает следующий вид:

$$a^{c.l.}(2n_0 + r_1 - 1, p)y(t) = b^{c.l.}(m_0 + r_2 + q, p)g(t),$$

здесь

$$\begin{aligned} a^{c.l.}(2n_0 + r_1 - 1, p) &= v(r_1, p)a^r(n_0, p)\beta(n_0 - 1, p) - \\ &\quad - w(r_2, p)b^r(m_0, p)\alpha(n_0 - 1, p), \end{aligned} \quad (9)$$

$$b^{c.l.}(m_0 + r_2 + q, p) = w(r_2, p)b^r(m_0, p)\chi(q, p).$$

Выполняя в (9) несложные преобразования, получим следующее выражение для характеристического полинома замкнутой системы:

$$a^{c.l.}(2n_0 + r_1 - 1, s) = v(r_1, s)a^{et}(2n_0 - 1, s) - (v(r_1, s) - w(r_2, s))b^r(m_0, s)\alpha(n_0 - 1, s). \quad (10)$$

Из условий (6) и (8) следует, что корни первого слагаемого в (10) лежат внутри области S . Второе слагаемое в (10) вносит тем больший вклад, чем дальше отстоят корни полиномов $v(r_1, p)$ и $w(r_2, p)$. В частности, при $v(r_1, p) \equiv w(r_2, p)$ второе слагаемое в (10) обратится в ноль и корни полинома (10) гарантированно будут находиться внутри S .

Замечание. Существование регулятора заданного порядка l ($l < n - 1$), для которого гарантированно выполняется целевое условие (4), не доказано, поэтому после расчета регулятора по схеме (5)–(9) необходимо проверить выполнение условия (4). В том случае, если условие (4) для замкнутой системы не выполняется, рекомендуется:

1) попробовать выбрать другой характеристический полином эталона a^{et} (выбор полинома a^{et} ограничен условием (8));

2) повысить порядок l регулятора, для этого часть корней полиномов структурных возмущений следует отнести к полиномам доминирующей динамики.

Очевидно, что описанная процедура позволит найти модальный регулятор пониженного порядка (если он существует) или приведет к модальному регулятору полного порядка.

2. Пример синтеза модального регулятора пониженного порядка

Объект управления задан дифференциальным уравнением

$$a(3, p)y(t) = b(2, p)u(t), \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} a(3, p) &= (s + 21)(s + 3)(s - 2) = p^3 + 22p^2 + 15p - 126, \\ b(2, p) &= 10(s + 20)(s + 6) = 10p^2 + 260p + 1200. \end{aligned}$$

Требования к качеству управления замкнутой системой заданы в виде области

$$S = \{s : \eta_2 \leq -\operatorname{Re}(s) \leq \eta_1, \quad |\operatorname{Im}(s_i)/\operatorname{Re}(s_i)| \leq \zeta_1\} \subset C^1,$$

где $\eta_1 = 25$, $\eta_2 = 2$, $\zeta_1 = 1$. Область S на комплексной плоскости расположена в левой полуплоскости, имеет трапециевидную форму и удовлетворяет всем вышеперечисленным требованиям. Параметр η_2 определяет допустимый запас устойчивости, а ζ_1 – допустимую колебательность.

Для сравнения рассчитаем модальные регуляторы полного и пониженного порядков. Отметим, что точка $(-\omega_0; 0j)$, где $\omega_0 = 5$, находится внутри области S . При расчетах характеристический полином эталонной системы будем назначать по биномиальной схеме [8. С. 6] с параметром $\omega_0 = 5$.

1. Синтез регулятора полного порядка. Регулятор полного порядка ищется на классе дифференциальных уравнений 2-го порядка

$$\ddot{u}(t) + \beta_1 \dot{u}(t) + \beta_0 u(t) = \alpha_2 \ddot{y}(t) + \alpha_1 \dot{y}(t) + \alpha_0 y(t) + \chi_0 g(t). \quad (12)$$

Характеристический полином эталонной системы:

$$a^{et}(5, s) = (s + \omega_0)^5 = s^5 + 25s^4 + 250s^3 + 1250s^2 + 3125s + 3125.$$

В соответствии с изложенной в [10. С. 10–14] схемой синтеза модального регулятора нахождение коэффициентов регулятора (12) сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (13)$$

где $\mathbf{A}$ и $\mathbf{b}$ – соответственно матрица и вектор, составленные из коэффициентов операторов $a(3, p)$ и $b(2, p)$ объекта управления и характеристического полинома эталона $a^{et}(5, s)$:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0 & 0 & -b_0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_0 & -b_1 & -b_0 & 0 \\ a_2 & a_1 & -b_2 & -b_1 & -b_0 \\ a_3 & a_2 & 0 & -b_2 & -b_1 \\ 0 & a_3 & 0 & 0 & -b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -126 & 0 & -1200 & 0 & 0 \\ 15 & -126 & -260 & -1200 & 0 \\ 22 & 15 & -10 & -260 & -1200 \\ 1 & 22 & 0 & -10 & -260 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -10 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_0^{et} \\ a_1^{et} \\ a_2^{et} - a_0 \\ a_3^{et} - a_1 \\ a_4^{et} - a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3125 \\ 3125 \\ 1376 \\ 235 \\ 3 \end{pmatrix},$$

а $\mathbf{x} = (\beta_0; \beta_1; \alpha_0; \alpha_1; \alpha_2)^T$ – вектор коэффициентов регулятора.

Решая систему уравнений (13), получаем

$$\mathbf{x} = (990,2; 171,0; -106,6; 14,9; 16,8)^T.$$

Таким образом, регулятор полного порядка

$$\ddot{u}(t) + 171,0\dot{u}(t) + 990,2u(t) = 16,8\ddot{y}(t) + 14,9\dot{y}(t) - 106,6y(t) + \chi_0 g(t).$$

2. Синтез регулятора пониженного порядка. Объект управления (11) представим в виде:

$$v(1, p)a^r(2, p)y(t) = w(1, p)b^r(1, p)u(t), \quad (14)$$

здесь

$$v(1, p) = (p + 21)/21, \quad w(1, p) = (p + 20)/20,$$

$$a^r(2, p) = p^2 + 1p - 6, \quad b^r(1, p) = 9,5p + 57,1.$$

Для редуцированной модели

$$a^r(2, p)y(t) = b^r(1, p)u(t),$$

модальный регулятор будем искать на классе дифференциальных уравнений 1-го порядка

$$\dot{u}(t) + \beta_0 u(t) = \alpha_1 \dot{y}(t) + \alpha_0 y(t) + \chi_0 g(t). \quad (15)$$

Характеристический полином эталонной системы

$$a^{et}(3, s) = (s + \omega_0)^3 = s^3 + 15s^2 + 75s + 125.$$

Расчет коэффициентов регулятора (15) сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (16)$$

где $\mathbf{A}$ и $\mathbf{b}$ – матрица и вектор, составленные из коэффициентов операторов $a^r(2, p)$ и $b^r(1, p)$ редуцированной модели и характеристического полинома эталона $a^{et}(3, s)$:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0^r & -b_0^r & 0 \\ a_1^r & -b_1^r & -b_0^r \\ a_2^r & 0 & -b_1^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -57,1 & 0 \\ 1 & -9,5 & -57,1 \\ 1 & 0 & -9,5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_0^{et} \\ a_1^{et} - a_0^r \\ a_2^{et} - a_1^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 125 \\ 81 \\ 14 \end{pmatrix},$$

а $\mathbf{x} = (\beta_0; \alpha_0; \alpha_1)^T$ – вектор коэффициентов регулятора (15).

Решая систему уравнений (16), получаем

$$\mathbf{x} = (6,00; -2,82; -0,85)^T.$$

Таким образом, регулятор пониженного порядка

$$\dot{u}(t) + 6,00u(t) = -2,82\dot{y}(t) - 0,85y(t) + \chi_0 g(t). \quad (17)$$

После замыкания исходного объекта управления (14) регулятором (17) получим следующий характеристический полином замкнутой системы

$$a^{c.l.}(4, s) = 0,047s^4 + 1,713s^3 + 18,21s^2 + 78,56s + 123,9,$$

или, в унитарном виде,

$$a^{c.l.}(4, s) = s^4 + 36,42s^3 + 394,3s^2 + 1710s + 2628.$$

Корни характеристического уравнения замкнутой системы

$$s_{1,2} = -4,61 \pm j 0,55, \quad s_3 = -5,67, \quad s_4 = -21,5$$

лежат внутри заданной области S . Корневые показатели качества замкнутой системы $\eta = 4,61$, $\zeta = 0,12$ несколько лучше заданных допустимых значений $\eta_2 = 2$, $\zeta_1 = 1$.

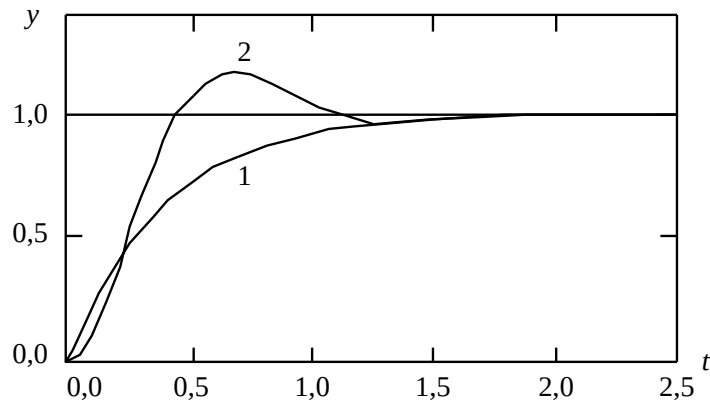


Рис. 2. Переходные процессы в замкнутых системах: график 1 соответствует регулятору полного порядка, график 2 – регулятору сокращенного порядка

Fig. 2. Transients in closed systems: graph 1 corresponds to a full-order regulator, graph 2 to a reduced-order regulator

На рис. 2 показаны переходные процессы в замкнутых системах. Для первого графика перерегулирование $\sigma = 0\%$, время реакции $t_p = 1,5$, для второго – $\sigma = 17,5\%$ и $t_p = 1,5$.

Заключение

В статье разработан метод обоснованного понижения порядка модального регулятора. Данный метод опирается на разделение мод объекта управления по отношению к цели управления на «доми-

нирующую динамику» (подлежащую регулированию) и «структурные возмущения» (уже удовлетворяющие цели управления и поэтому не учитываемые при синтезе регулятора). Расчет модального регулятора пониженного порядка сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений, что позволяет реализовать его на ЭВМ. Эффективность метода проиллюстрирована примером. Предложенный в настоящей работе подход к понижению порядка одномерного регулятора допускает обобщение и на многомерный случай.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.Г., Паленов М.В. Самонастраивающийся ПИД/И-регулятор // Автоматика и телемеханика. 2011. № 10. С. 4–18.
2. Александров А.Г., Паленов М.В. Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов // Автоматика и телемеханика. 2014. № 2. С. 16–30.
3. Бураков М.В., Коновалов А.С. Нечеткий супервизор ПИД-регулятора // Информационно-управляющие системы. 2018. № 5 (96). С. 13–21.
4. Абрамкин С.Е., Душин С.Е. Математическое моделирование управляемых технологических процессов осушки природного газа // Информационно-управляющие системы. 2015. № 4 (77). С. 41–49.
5. Грудяева Е.К., Душин С.Е. Логико-динамическое управление биохимическими процессами очистки сточных вод // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2015. № 7 (168). С. 208–219.
6. Брикова О.И., Душин С.Е. Анализ влияния внешних факторов на процессы биологической очистки в моделях нитрификации и денитрификации // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2018. № 5 (199). С. 79–88.
7. Брикова О.И., Душин С.Е. Исследование влияния температуры среды на биологические процессы в моделях типа ASM1 // Известия Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина). 2019. № 5. С. 144–148.
8. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М. : Машиностроение, 1976. 184 с.
9. Соловьев И.Г. Методы мажоризации в анализе и синтезе адаптивных систем. Новосибирск : Наука, 1992. 191 с.
10. Паршуков А.Н. Методы синтеза модальных регуляторов. Тюмень : ТюмГНГУ, 2009. 84 с.
11. Воропаева Н.В., Соболев В.А. Геометрическая декомпозиция сингулярно возмущенных систем. М. : Физматлит, 2009. 255 с.
12. Воропаева Н.В., Соболев В.А. Декомпозиция линейно-квадратичной задачи оптимального управления с быстрыми и медленными переменными // Автоматика и телемеханика. 2006. № 8. С. 3–11.
13. Дмитриев М.Г., Курина Г.А. Сингулярные возмущения в задачах управления // Автоматика и телемеханика. 2006. № 1. С. 3–51.
14. Kokotovic P.V., Khalil H.K., O'Reilly J. Singular Perturbations Methods in Control: Analysis and Design. New York : Academic Press, 1986. 371 p.

Поступила в редакцию 11 марта 2021 г.

Parshukov A.N. (2021) METHOD OF SYNTHESIS OF A REDUCED-ORDER MODAL REGULATOR. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 56. pp. 12–19

DOI: 10.17223/19988605/56/2

In the literature devoted to the synthesis of automatic control systems, in the vast majority of cases, the synthesis of PI- and PID-laws of regulation is implied. In this sense, the PID-laws of regulation are called traditional. Such attention to them is primarily due to the fact that until recently, PID-regulators were the only regulators produced by the industry. PID-regulators have proven their effectiveness in controlling objects that are well described by differential equations up to and including the 2nd order. However, on the one hand, the intensive use of computer science and digital automation tools (microprocessor controllers, SCADA systems, etc.) in the control of technological processes in industry allows us to move from traditional PI- and PID-laws of regulation to more complex, for example, modal ones. On the other hand, an increasing number of technological processes (control objects) are described by high-order differential equations (starting from the 3rd). For high-order control objects, the adjustment capabilities of the PID-regulator may not be enough: it is obvious that by increasing the order of the object model, it is necessary to adequately increase the order of the controller.

The modal control method allows you to synthesize a regulator for control objects of any order; this method assumes that the control object is described by a linear differential equation of the n th order (where n is any non-negative integer) without delay. The modal regulator is also sought in the form of a linear differential equation. The control quality is defined as a region S on the complex plane that determines the desired location of the poles of the transfer function of a closed system. It has been repeatedly proved in the literature that a modal regulator of the order $n-1$ and higher provides any given location of the poles of the transfer

function of a closed system, and thereby guarantees stability and specified root quality indicators for a closed system. The n -1st order regulator is called a full-order modal regulator.

In this article, the problem of lowering the order of the modal regulator is considered. This task is relevant: lowering the order of the regulator will reduce the impact of possible errors in the implementation of the law of regulation, increase the reliability of a closed system (by lowering the order of a closed system), and will save computing resources when calculating the regulator. The article develops a method for justifiably lowering the order of the modal regulator. The method is based on the simplification (reduction) of the original model of the control object and the subsequent synthesis of a simpler regulator. In the reduced model, all the main properties of the original model are preserved: the transmission coefficient, stability and control quality indicators. For this purpose, the modes of the initial model are divided into "dominant dynamics" (subject to regulation) and "structural disturbances" (already satisfying the control goals, and therefore not taken into account when synthesizing the regulator). As a result, the calculation of a modal regulator of a reduced order is reduced to the solution of a system of linear algebraic equations, which allows it to be implemented on a computer. The effectiveness of the method is illustrated by an example.

The approach proposed in this paper to lowering the order of a one-dimensional regulator allows generalization to the multidimensional case.

Keywords: reduced model of the control object; dominant dynamics; structural disturbances; full-order modal controller; reduced-order modal controller.

PARSHUKOV Andrej Nikolaevich (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Industrial University of Tyumen», Tyumen, Russian Federation).

E-mail: anparshukov@mail.ru

REFERENCES

1. Aleksandrov, A.G. & Palenov, M.V. (2011) Self-Tuning PID/I Controller. *Avtomatika i tele-mekhanika – Automation Remote Control*. 72(10). pp. 2010–2022.
2. Aleksandrov, A.G. & Palenov, M.V. (2014) The state and prospects of development of adaptive PID-regulators. *Avtomatika i tele-mekhanika – Automation Remote Control*. 2. pp. 16–30.
3. Burakov, M.V. & Konovalov, A.S. (2018) Fuzzy supervisor for PID controller. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy – Information and Control Systems*. 5(96). pp. 13–21. DOI: 10.31799/1684-8853-2018-5-13-21
4. Abramkin, S.E. & Dushin, S.E. (2015) Mathematical modeling of controlled technological processes of natural gas drying. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy – Information and Control Systems*. 4(77). pp. 41–49.
5. Grudyaeva, E.K. & Dushin, S.E. (2015) Logical and dynamic management of biochemical processes of wastewater treatment. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki – Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 7(168). pp. 208–219.
6. Brikova, O.I. & Dushin, S.E. (2018) Analysis of the influence of external factors on biological purification processes in nitrification and denitrification models. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki – Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 5(199). pp. 79–88.
7. Brikova, O.I. & Dushin, S.E. (2019) Investigation of the influence of ambient temperature on biological processes in models of the type ASM1. *Izvestiya Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo elektrotekhnicheskogo universiteta "LETI" im. V.I. Ul'yanova (Lenina)*. 5. pp. 144–148.
8. Kuzovkov, N.T. (1976) *Modal'noe upravlenie i nablyudayushchie ustroystva* [Modal Control and Monitoring Devices]. Moscow: Mashinostroenie.
9. Soloviev, I.G. (1992) *Metody mazhorizatsii v analize i sinteze adaptivnykh sistem* [Methods of Majorization in the Analysis and Synthesis of Adaptive Systems]. Novosibirsk: Nauka.
10. Parshukov, A.N. (2009) *Metody sinteza modal'nykh regulyatorov* [Methods of Synthesis of Modal Regulators]. Tyumen: TyumNGU.
11. Voropaeva, N.V. & Sobolev, V.A. (2009) *Geometricheskaya dekompozitsiya singulyarno vozmushchennykh sistem* [Geometric Decomposition of Singularly Perturbed Systems]. Moscow: Fizmatlit.
12. Voropaeva, N.V. & Sobolev, V.A. (2006) Decomposition of a linear-quadratic optimal control problem with fast and slow variables. *Automation Remote Control*. 67(8). pp. 1185–1193.
13. Dmitriev, M.G. & Kurina, G.A. (2006) Singular perturbations in control problems. *Automation Remote Control*. 67(1). pp. 1–43.
14. Kokotovic, P.V., Khalil, H.K. & O'Reily, J. (1986) *Singular Perturbations Methods in Control: Analysis and Design*. New York: Academic Press.