

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ
МЕТОДОМ КОЛЛОКАЦИЙ**

Е.Е. Щербакова, С.Ю. Князев

Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Россия

Описан метод коллокаций для численного решения краевых задач математической физики. Особым образом расположив узлы коллокации в области решения задачи, удастся значительно повысить точность численного решения за счет улучшения качества системы линейных алгебраических уравнений, к которой приводит решаемая краевая задача. Анализируются различные системы базисных функций. Предложенный метод позволяет получать приближенное решение краевых задач для широкого круга линейных и нелинейных эллиптических, параболических и волновых уравнений в аналитическом виде. Для подтверждения эффективности исследуемых численных методов решались двумерные и трехмерные краевые задачи для линейных и нелинейных уравнений различного типа с известными решениями. Получены зависимости погрешности численного решения от числа линейных уравнений в результирующей системе. Показано, что даже при небольшом числе уравнений в системе достигается точность решения, превышающая точность, полученную альтернативными численными методами. Исследуемый численный метод позволяет резко расширить область применения традиционных численных методов при решении прикладных задач по моделированию полей различной физической природы, описываемых линейными и нелинейными уравнениями математической физики. Разрабатываемый метод использован при решении квантово-механической задачи для иона молекулы водорода. Найденное при минимальном количестве узлов коллокаций значение энергии основного состояния иона отличается от экспериментально полученного значения на 13%, что показывает высокие потенциальные возможности метода полной коллокации, основанные на универсальности метода и высокой точности численных решений.

Ключевые слова: метод коллокации, метод точечных источников, численное решение, уравнения математической физики, ион молекулы водорода, собственные значения энергии, собственные функции.

Введение

Одной из актуальных задач физики является численное моделирование полей различной физической природы. Наиболее часто для решения задач моделирования используются метод конечных элементов (МКЭ) и метод конечных разностей (МКР) [1, 2]. Однако при решении конкретных задач математической физики не всегда оправдано применение данных методов. Высокие требования к точности численного решения, необходимость учета граничных условий, содержащих производную по нормали от искомой функции на поверхностях со сложной конфигурацией, трудности, связанные с решением нелинейных задач, побуждают к поиску и разработке альтернативных численных методов решения краевых задач.

Одним из перспективных численных методов решения задач математической физики является метод точечных источников поля (МТИ), который можно рассматривать как один из вариантов метода коллокаций [3–7]. В МТИ приближенное решение представляют в виде линейной комбинации базисных функций, точно удовлетворяющих основному уравнению. Однако в методе коллокаций допускается использование и других базисных функций, что значительно расширяет возможности численного метода [6–8]. Цель данной работы – развитие одного из вариантов метода коллокаций, который может быть использован при решении достаточно широкого круга краевых задач математической физики, в том числе и нелинейных задач.

Метод полных коллокаций

Пусть в области Ω двумерного или трехмерного пространства с границей $\partial\Omega$ решается краевая задача для уравнения

$$L(\mathbf{r})U(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad (1)$$

с условиями на границе $\partial\Omega$

$$\Lambda(\mathbf{r})U(\mathbf{r}) = g(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in \partial\Omega, \quad (2)$$

где $L(\mathbf{r})$, $\Lambda(\mathbf{r})$ – линейные операторы в области Ω и на границе $\partial\Omega$; $f(\mathbf{r})$ и $g(\mathbf{r})$ – заданные функции в области Ω и на границе $\partial\Omega$. Пусть задана система линейно независимых функций

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>