

УДК 539.3

DOI 10.17223/19988621/74/11

А.Ш. Кусяков

ПРОЕКТИРОВАНИЕ МНОГОСТЕНОЧНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК

Исследуется проблема оптимального проектирования многостеночных цилиндрических оболочек из композитного материала, работающих на устойчивость и прочность под действием сжимающих нагрузок. В качестве целевой функции используется масса конструкции. При построении ограничений по устойчивости учитываются как общая, так и местная формы потери устойчивости. Доказано, что при выполнении определенных условий задача оптимального проектирования имеет единственное решение. Приведены численные результаты, позволяющие оценить эффективность подкрепляющих элементов в конструкции оболочки.

Ключевые слова: многостеночная оболочка, композит, устойчивость, прочность, проектирование.

Вопросам оптимального проектирования тонкостенных конструкций из традиционных и композитных материалов посвящена обширная литература. Методы расчета и проектирования подкрепленных пластин и оболочек из традиционных материалов достаточно подробно представлены, например, в работах [1–5]. Композитные материалы и конструкции из них, включая ребристые и сетчатые тонкостенные конструкции, исследовались в работах [6–13], трехслойные конструкции – в работах [14–16]. Многостеночные композитные конструкции – это сравнительно новый вид несущих конструкций ракетно-космической техники [17–19], которые могут быть использованы вместо ребристых и трехслойных конструкций.

Известные к настоящему времени алгоритмы проектирования подкрепленных конструкций основаны, как правило, на предположении, что решение задачи существует и единственно. В подавляющем большинстве исследований решение задачи оптимального проектирования подкрепленных конструкций осуществляется методами нелинейного математического программирования. Таким образом, исследование проблемы существования и единственности решений, а также построение инженерных алгоритмов, не требующих применения методов нелинейного математического программирования, представляют собой одну из наиболее актуальных проблем оптимального проектирования композитных конструкций.

Цель работы – построение алгоритма оптимального проектирования многостеночной композитной оболочки, позволяющего оценить эффективность использования подкрепляющих элементов с учетом условий существования и единственности решения задачи.

Постановка задачи

Многостеночная цилиндрическая оболочка радиусом R и длиной L находится под действием осевых сжимающих нагрузок, равномерно распределенных по торцам оболочки (рис. 1). Требуется при заданных габаритных размерах и величине

сжимающей нагрузки оценить эффективность использования подкрепляющих элементов в конструкции оболочки.

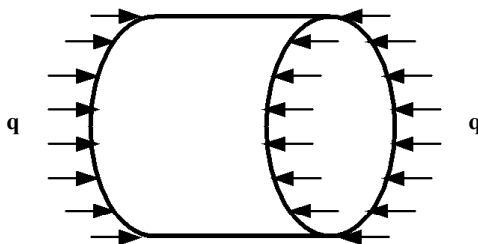


Рис. 1. Осевое сжатие цилиндрической оболочки
Fig. 1. Axial compression of a cylindrical shell

Многостеночная цилиндрическая оболочка состоит из двух несущих слоев, соединенных набором стенок из композитного материала (рис. 2).

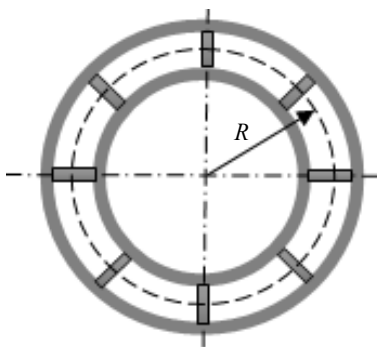


Рис. 2. Сечение многостеночной оболочки
Fig. 2. Cross-section of a multi-walled shell

Основным структурным элементом несущего слоя является монослой, состоящий из параллельно уложенных волокон, связанных между собой полимерным связующим – матрицей (рис. 3). Стенка представляет собой однонаправленный композит, изготовленный из того же материала, что и несущие слои.

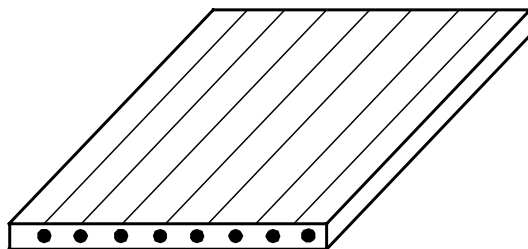


Рис. 3. Монослой
Fig. 3. Monolayer

Критические нагрузки

Введем обозначения:

- h_0 – толщина одного несущего слоя;
- t_s – расстояние между центрами тяжести стенок;
- H_s, B_s – соответственно высота и толщина стенки;
- H_{sm} – максимально допустимая по условиям технологии высота стенки;
- E_1, E_2 – модули Юнга вдоль и поперек волокон материала несущих слоев соответственно;
- ν_{12}, ν_{21} – коэффициенты Пуассона материала несущих слоев;
- G_{12} – модуль сдвига материала несущих слоев;
- $b_{11}, b_{22}, b_{12}, b_{33}$ – компоненты матрицы жесткости монослоя;
- $D_{xx}, D_{yy}, D_{xy}, D_G$ – изгибные жесткости несущего слоя;
- $C_{xx}, C_{yy}, C_{xy}, C_G$ – мембранные жесткости несущего слоя;
- E_s – модуль Юнга материала стенок вдоль волокон.

Критическую нагрузку, соответствующую общей форме потери устойчивости, будем определять по классической формуле для ортотропной оболочки с «приведенными» жесткостями [20]

$$q_{cr} = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{D_{xx}^{(p)}}{\delta_{yy}^{(p)}}}, \quad (1)$$

где
$$D_{xx}^{(p)} = 8D_{xx} \left(1 + 3 \left(\frac{H_s}{h} \right)^2 + 3 \frac{H_s}{h} \right) + \frac{E_s h_s H_s^2}{12}; \quad (2)$$

$$h_s = \frac{B_s H_s}{t_s}, \quad h = 2h_0; \quad (3)$$

$$\delta_{yy}^{(p)} = \frac{2C_{xx} + E_s h_s}{2C_{yy} (2C_{xx} + E_s h_s) - 4C_{xy}^2}. \quad (4)$$

С точностью до эффектов Пуассона влиянием стенок на податливость конструкции в окружном направлении можно пренебречь, то есть

$$\delta_{yy}^{(p)} = \frac{1}{2C_{yy}}. \quad (5)$$

Если несущие слои и стенки многостеночной оболочки состоят только из продольных монослоев, «приведенная» изгибная жесткость может быть представлена в виде

$$D_{xx}^{(p)} = D_f (\gamma^3 + 3r_H \gamma^2 + 2r_H^2 \gamma + r_H^2). \quad (6)$$

Здесь
$$h_f = h + h_s, \quad D_f = \frac{b_{11} h_f^3}{12}, \quad \gamma = \frac{h}{h_f}, \quad r_H = \frac{H_s}{h_f}. \quad (7)$$

Податливость конструкции в окружном направлении запишем следующим образом:

$$\delta_{yy}^{(p)} = \frac{1}{b_{22} h_f \gamma}. \quad (8)$$

Подставив выражения (6) и (8) в формулу (1), получим

$$q_{cr} = q_f \sqrt{p(\gamma)\gamma}, \quad (9)$$

где
$$q_f = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{D_f}{\delta_f}}, \quad p(\gamma) = \gamma^3 + 3r_H \gamma^2 + 2r_H^2 \gamma + r_H^2. \quad (10)$$

Здесь δ_f – податливость гладкой оболочки толщиной h_f в окружном направлении.

Критическую нагрузку, соответствующую местной форме потери устойчивости, вычисляем по известной формуле для гладкой ортотропной пластинки [18]:

$$q_{crm} = k_s \frac{2\pi^2}{t_s^2} \left(\sqrt{D_{xx}D_{yy}} + D_{xy} + 2D_G \right). \quad (11)$$

Здесь k_s – редуциционный коэффициент, вычисляемый по формуле

$$k_s = 2 \left(1 + \frac{E_s h_s}{E_x h} \right). \quad (12)$$

где E_x – модуль Юнга несущих слоев по направлению действия нагрузки.

Если несущие слои оболочки состоят только из продольных монослоев, изгибные жесткости и коэффициент редукиции можно соответственно представить следующим образом:

$$D_{xx} = \frac{b_{11} h_f^3}{12} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^3, \quad D_{yy} = \frac{b_{22} h_f^3}{12} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^3, \quad D_{xy} = \frac{b_{12} h_f^3}{12} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^3, \quad D_G = \frac{b_{33} h_f^3}{12} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^3, \quad k_s = \frac{2}{\gamma}. \quad (13)$$

Здесь

$$b_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad b_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad b_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad b_{33} = G_{12}. \quad (14)$$

Алгоритм проектирования

Алгоритм проектирования многостеночной конструкции состоит из следующих шагов:

1. Полагаем, что несущие слои и стенки оболочки состоят только из продольных монослоев. Данная схема укладки является, очевидно, наилучшей по условиям прочности.

2. Вычисляем полную условную толщину h_f многостеночной оболочки из условия прочности:

$$h_f = \frac{q_0}{\sigma_{-1b}}. \quad (15)$$

Здесь σ_{-1b} – предел прочности монослоя при сжатии в направлении волокон, q_0 – заданная сжимающая нагрузка.

3. Полагая $h = h_f$, находим критическую нагрузку для гладкой оболочки q_f , а затем проверяем выполнение условия устойчивости:

$$q_f \geq q_0.$$

Если это условие соблюдается, то процесс проектирования завершается. Введение подкрепляющих элементов в этом случае не позволяет снизить массу конструкции.

Если условие устойчивости не выполняется, вычисляем максимально возможную по условиям устойчивости толщину гладкой оболочки

$$h_{\max} = \sqrt{\frac{q_0 R \sqrt{3}}{\sqrt{b_{11} b_{22} - b_{12}^2}}} . \quad (16)$$

Вычисляем теоретический коэффициент снижения массы

$$k_{ilm} = \frac{h_f}{h_{\max}} . \quad (17)$$

4. Полагая $H_s = H_{sm}$, решаем относительно γ уравнение общей устойчивости

$$q_f \sqrt{p(\gamma) \gamma} = q_0 . \quad (18)$$

5. По найденным значениям γ и h_f вычисляем толщины несущих слоев и основную «толщину» стенок.

6. Расстояние между стенками находим из условия сохранения местной устойчивости

$$t_s = \pi \sqrt{\frac{2k_s}{q_0} \left(\sqrt{D_{xx} D_{yy}} + D_{xy} + 2D_G \right)} . \quad (19)$$

Изгибные жесткости и коэффициент редукиции, входящие в правую часть последнего выражения, вычисляются по формулам (13).

7. По известной полной условной «толщине» многостеночной оболочки вычисляем массу конструкции

$$G_f = 2\pi R L \rho_0 h_f . \quad (20)$$

Здесь ρ_0 – плотность материала конструкции.

Существование и единственность решения

В приведенном выше алгоритме определяющим является уравнение (17), обеспечивающее выполнение условия общей формы потери устойчивости. Искомой величиной в этом уравнении является относительная толщина несущих слоев γ . Покажем, что уравнение (17) может иметь только один положительный корень на промежутке $[0; 1]$, то есть задача проектирования имеет единственное решение.

Уравнение общей устойчивости (17) запишем в виде

$$f(\gamma) = 0, \quad (21)$$

где

$$f(\gamma) = \gamma^4 + 3r_H \gamma^3 + 2r_H^2 \gamma^2 + r_H^2 \gamma - \left(\frac{q_0}{q_f} \right)^2 . \quad (22)$$

Таким образом, уравнение (21) представляет собой алгебраическое уравнение четвертой степени относительно γ . По теореме Декарта количество положительных корней многочлена с вещественными коэффициентами равно количеству перемен знаков в ряду его коэффициентов или на четное число меньше этого количества. В многочлене (22) имеет место только одна переменна знака, следовательно, уравнение может иметь только один положительный корень.

Корень общего уравнения устойчивости должен принадлежать промежутку $[0; 1]$. Исследуем знаки многочлена (21) на границах данного промежутка.

Если $\gamma = 0$, тогда

$$f(0) = -\left(\frac{q_0}{q_f}\right)^2 < 0.$$

Если $\gamma = 1$, тогда

$$f(1) = 1 + 3r_H + 3r_H^2 - \left(\frac{q_0}{q_f}\right)^2.$$

Уравнение (20) имеет корень на промежутке $[0;1]$, если выполняется условие

$$f(1) > 0.$$

Таким образом, получаем квадратное неравенство относительно r_H

$$3r_H^2 + 3r_H + 1 - r_f^2 > 0,$$

где

$$r_f = \frac{q_0}{q_f} > 1.$$

Решив неравенство, получим условие существования решения общего уравнения устойчивости на промежутке $[0;1]$:

$$r_H > r_{IH}, \quad (23)$$

где

$$r_{IH} = \frac{\sqrt{3(4r_f^2 - 1)} - 3}{6}. \quad (24)$$

Если условие (23) нарушается, необходима корректировка коэффициента снижения массы в сторону его увеличения. В этом случае на промежутке $[k_{lim}; 1]$ определяем наименьшее возможное значение коэффициента снижения массы, при котором уравнение имеет решение. Для нахождения данного значения можно воспользоваться любой известной процедурой одномерного анализа, например методом дихотомии.

Пример оценки эффективности подкрепляющих элементов

В качестве примера рассмотрим многостеночную цилиндрическую оболочку радиусом $R = 0.5$ м и длиной $L = 0.5$ м, находящуюся под действием сжимающей нагрузки $q_0 = 5 \cdot 10^6$ Н/м. Физические характеристики материала монослоев (углепластик КМУ-4Л): $\sigma_{1b} = 0.7$ ГПа, $E_1 = 140$ ГПа; $E_2 = 7$ ГПа; $\nu_{12} = 0.24$; $G_{12} = 2.25$ ГПа; $\rho_0 = 1450$ кг/м³. Оценим эффективность введения в конструкции оболочки подкрепляющих элементов, если максимальная высота стенки равна $H_{sm} = 0.015$ м.

В результате расчетов были получены следующие значения полной условной толщины и теоретического коэффициента снижения массы соответственно

$$h_f = 0.007 \text{ м и } k_{lim} = 0.6.$$

Таким образом, теоретически, введение подкрепляющих элементов позволяет снизить массу конструкции на 40%.

Величины r_H и r_{IH} , входящие в условие существования решения, соответственно равны

$$r_H = 2.1 \text{ и } r_{IH} = 1.04.$$

Таким образом,

$$r_H > r_{IH},$$

то есть решение задачи существует и единственно.

Подставив найденные значения величин k_{ilm} и h_f в уравнение общей устойчивости (21), получим

$$\gamma^4 + 6.3\gamma^3 + 8.82\gamma^2 + 4.41\gamma - 7.33 = 0.$$

Это уравнение имеет единственный положительный корень

$$\gamma = 0.6.$$

Полученный результат означает, что масса подкрепляющих элементов должна составлять 40% от общей массы оптимальной многостеночной конструкции.

По найденным значениям величин h_f и γ определяем суммарную толщину несущих слоев, условную толщину стенок, расстояние между центрами тяжести стенок и массу конструкции соответственно:

$$h = 0.0043 \text{ м}; h_s = 0.0029 \text{ м}; t_s = 0.029 \text{ м}; G = 16.3 \text{ кг}.$$

Заключение

Существование и единственность решения – это одна из наименее изученных проблем в задачах проектирования подкрепленных композитных конструкций. Изложенный выше подход позволил решить данную проблему применительно к задачам проектирования многостеночных композитных оболочек, подверженных действию сжимающих нагрузок. В основу предлагаемого подхода положена идея сведения уравнения устойчивости к алгебраическому уравнению четвертой степени, что позволило обосновать единственность и сформулировать условия существования решения задачи.

Результаты численного анализа показали, что введение в конструкцию оболочки подкрепляющих элементов позволяет существенно снизить массу конструкции. Приведенные в работе результаты исследований могут найти применение в задачах расчета и оптимального проектирования композитных конструкций, используемых в ракетно-космической отрасли.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лизин В.Т., Пяткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1976. 408 с.
2. Маневич А.И. Устойчивость и оптимальное проектирование подкрепленных оболочек. Киев; Донецк: Вища школа, 1979. 152 с.
3. Кабанов В.В. Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек. М.: Машиностроение, 1982. 256 с.
4. Карпов В.В. Уравнения в смешанной форме для ребристых оболочек общего вида и методика их решения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2019. № 2. С. 116–134. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.2.09.
5. Степанов К.А., Тимченко С.В. Аэродинамическое проектирование изолированного трехмерного крыла беспилотного летательного аппарата // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2018. № 54. С. 118–130. DOI: 10.17223/19988621/54/10.
6. Баничук Н.В., Кобелев В.В., Рикардс Р.Б. Оптимизация элементов конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 224 с.

7. Кусяков А.Ш. Проектирование композитных стрингерных пластин // Вестник Пермского университета: Математика. Механика. Информатика. 2019. Вып. 4(47). С. 44–48. DOI 10.17072/1993-0550-2019-4-44-48.
8. Почтман Ю.М., Тугай О.В. Подкрепленные многослойные цилиндрические оболочки минимального веса, сжатые в осевом направлении // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Вып. 1. Горький: Горьковский государственный университет, 1980. С. 153–156.
9. Разин А.Ф., Никитюк В.А., Халиманович В.И. Анализ сетчатых структур из композиционных материалов, применяемых в силовых конструкциях космических аппаратов // Конструкции из композиционных материалов. 2011. № 2. С. 3–7.
10. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
11. Васильев В.В., Лопатин А.В. Теория сетчатых и подкрепленных композитных оболочек // Механика конструкций из композиционных материалов: Сборник трудов IV симпозиума по механике конструкций из композиционных материалов. Новосибирск: Наука, 1984. С. 31–36.
12. Бокучаева П.Н., Евстафьев В.А., Бабук В.А. Численное исследование влияния количества и расположения продольных ребер на массу композитных сетчатых цилиндрических оболочек летательных аппаратов // Конструкции из композиционных материалов. 2018. № 3. С. 19–22.
13. Советова Ю.В., Сидоренко Ю.Н., Скрипняк В.А. Многоуровневый подход к исследованию влияния объемного соотношения компонентов волокнистого однонаправленного углепластика на его механические характеристики // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2014. № 2 (28). С. 77–89.
14. Burton W.S., Noor A.K. Assessment of computational models for sandwich panels and shells // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1995. V. 124. Iss. 1-2. P. 125–151.
15. Кусяков А.Ш. Проектирование трехслойных пластин, находящихся в условиях цилиндрического изгиба // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы: межвузовский сборник научных трудов / Перм. гос. нац. иссл. ун-т. 2019. Вып. 51. С. 6–12.
16. Сухинин С.Н. Прикладные задачи устойчивости многослойных композитных оболочек. М.: Физматлит, 2010. 248 с.
17. Болтаев П.И., Зорин В.А. Методы расчета подкрепленных оболочек из композиционных материалов // Конструкции из композиционных материалов. 2011. № 2. С. 8–20.
18. Смердов А.А., Шон Ф.Т. Расчетный анализ и оптимизация многостеночных композитных несущих оболочек // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2014. № 11. С. 90–98.
19. Смердов А.А., Шон Ф.Т. Анализ эффективности оптимальных композитных оболочек многостеночной и трехслойной схем для отсеков ракет-носителей и разгонных блоков // Конструкции из композиционных материалов. 2016. № 3. С. 58–65.
20. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.

Статья поступила 26.11.2020

Kusyakov A.Sh. (2021) DESIGN OF MULTI-WALLED COMPOSITE SHELLS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 74. pp. 103–112

DOI 10.17223/19988621/74/11

Keywords: multi-walled shell, composite, stability, strength, design.

This paper investigates a problem of optimal design of a multi-walled cylindrical shell under axial compressive loads. The multi-walled shell consists of two load-carrying layers connected by a set of composite walls. The main structural element of the load-carrying layer is a monolayer comprising parallel-laid fibers that are interconnected by a polymer binder – a matrix. The wall represents a unidirectional composite made from the same material as the load-carrying layers.

Both strength and stability constraints are taken into account during mathematical modeling. The critical load corresponding to a general form of buckling is determined by a classical formula for an orthotropic shell with “reduced” stiffnesses. The critical load corresponding to a local form of buckling is calculated using the well-known formula for a smooth orthotropic plate. The target function is the mass of the structure.

The solution to the problem of optimal design of a multi-walled structure is proved to be unique. The conditions ensuring the existence of the problem solution are formulated. The example of evaluating the efficiency of reinforcing elements in a shell structure is given. The presented research results can find application in design problems for modern composite structures in rocket and space industry.

Alfred Sh. KUSYAKOV (Candidate of Physics and Mathematics, Perm State National Research University, Perm, Russian Federation). E-mail: kusyakov@psu.ru

REFERENCES

1. Lizin V.T., Pyatkin V.A. (1976) *Proektirovanie tonkostennykh konstruksiy* [Design of thin-walled structures]. Moscow: Mashinostroenie.
2. Manevich A.I. (1979) *Ustoychivost' i optimal'noe proektirovanie podkrepyonnykh obolochek* [Stability and optimal design of reinforced shells]. Kyiv; Donetsk: Vishcha shkola.
3. Kabanov V.V. (1982) *Ustoychivost' neodnorodnykh tsilindricheskikh obolochek* [Stability of non-uniform cylindrical shells]. Moscow: Mashinostroenie.
4. Karpov V.V. (2019) Uravneniya v smeshannoy forme dlya rebristyykh obolochek obshchego vida i metodika ikh resheniya [Mixed form equations for ribbed shells of a general type and their solutions]. *Vestnik natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika – PNPu Mechanics Bulletin*. 2. pp. 116–134. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.2.09.
5. Stepanov K.A., Timchenko S.V. (2018) Aerodinamicheskoe proektirovanie izolirovannogo trekhmernogo kryla bespilotnogo letatel'nogo apparata [Aerodynamic design for an isolated three-dimensional wing of an unmanned aerial vehicle]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 54. pp. 118–130. DOI: 10.17223/19988621/54/10.
6. Banichuk N.V., Kobelev V.V., Rikards R.B. (1988) *Optimizatsiya elementov konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov* [Optimization of composite structural elements]. Moscow: Mashinostroenie.
7. Kusyakov A.Sh. (2019) Proektirovanie kompozitnykh stringernykh plastin [Design of composite stringer plates]. *Vestnik Permskogo universiteta: Matematika. Mekhanika. Informatika*. 4(47). pp. 44–48. DOI: 10.17072/1993–0550–2019–4–44–48.
8. Pochtman Yu.M., Tugay O.V. (1980) Podkrepyonnye mnogosloynnye tsilindricheskie obolochki minimal'nogo vesa, szhatye v osovom napravlenii [Reinforced multilayer cylindrical shells of minimum weight under axial compression]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti*. 1. pp. 153–156.
9. Razin A.F., Nikityuk V.A., Khalimanovich V.I. (2011) Analiz setchatykh struktur iz kompozitsionnykh materialov, primenyaemykh v silovykh konstruksiyakh kosmicheskikh apparatov [Analysis of lattice composite structures in application to load-carrying elements of space vehicles]. *Konstruksii iz kompozitsionnykh materialov – Composite Materials Constructions*. 2. pp. 3–7.
10. Vasil'ev V.V. (1988) *Mekhanika konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of composite structures]. Moscow: Mashinostroenie.
11. Vasil'ev V.V., Lopatin A.V. (1984) Teoriya setchatykh i podkrepyonnykh kompozitnykh obolochek [Theory of lattice and reinforced composite shells]. *Proceedings of the Fourth Symposium «Mechanics of Composite Structures»*. Novosibirsk: Nauka. pp. 31–36.
12. Bokuchaeva P.N., Evstaf'ev V.A., Babuk V.A. (2018) Chislennoe issledovanie vliyaniya kolichestva i raspolozheniya prodol'nykh ryober na massu kompozitnykh setchatykh tsilindricheskikh obolochek letatel'nykh apparatov [Numerical analysis of the influence of the lon-

- gitudinal ribs quantity and location on aircraft composite lattice cylindrical shells mass]. *Konstruktsii iz kompozitsionnykh materialov – Composite Materials Constructions*. 3. pp. 19–22.
13. Sovetova Yu.V., Sidorenko Yu.N., Skripnyak V.A. (2014) Mnogourovnevyy podkhod k issledovaniyu vliyaniya ob'yomnogo sootnosheniya komponentov odnonapravlennoy voloknistoy armirovannoy plastiki na ego mekhanicheskiye kharakteristiki [The multilevel approach to studying the influence of the volumetric ratio in components of unidirectional carbon fiber composite on its mechanical properties]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2(28). pp. 77–89.
 14. Burton W.S., Noor A.K. (1995) Assessment of computational models for sandwich panels and shells. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 124(1-2). pp. 125–151. DOI: 10.1016/0045-7825(94)00750-H.
 15. Kusiakov A.Sh. (2019) Proektirovaniye trekhslonnykh platin, nakhodyashchikhsya v usloviyakh tsilindricheskogo izgiba [Design of three-layer plates under cylindrical bending]. *Problemy mekhaniki i upravleniya. Nelineynyye dinamicheskiye sistemy: mezhvuzovskiy sbornik nauchnykh trudov*. 51. pp. 6–12.
 16. Sukhinin S.N. (2010) *Prikladnyye zadachi ustoychivosti mnogoslonoynykh kompozitnykh obolochek* [Applied problems of stability of multilayer composite shells]. Moscow: Fizmatlit.
 17. Boltaev P.I., Zorin V.A. (2011) Metody rascheta podkrepyonnykh obolochek iz kompozitsionnykh materialov [Methods of analysis of stiffened shells from composite materials]. *Konstruktsii iz kompozitsionnykh materialov – Composite Materials Constructions*. 2. pp. 8–20.
 18. Smerdov A.A., Shon F.T. (2014) Raschetnyy analiz i optimizatsiya mnogostenochnykh kompozitnykh nesushchikh obolochek [Design analysis and optimization of composite multiwalled load-bearing shells] *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie – Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*. 1. pp. 90–98. DOI: 10.18698/0536-1044-2014-11-90-98.
 19. Smerdov A.A., Shon F.T. (2016) Analiz effektivnosti optimal'nykh kompozitnykh obolochek mnogostenochnoy i trekhslonnoy skhem dlya otsekov raket-nositeley i razgonnykh blokov [Comparative analysis of optimal composite multi-walled and sandwich shells for modules of launch vehicles and upper stages]. *Konstruktsii iz kompozitsionnykh materialov – Composite Materials Constructions*. 3. pp. 58–65.
 20. Vol'mir A.S. (1967) *Ustoychivost' deformiruemykh sistem* [Stability of deformable systems]. Moscow: Nauka.

Received: November 26, 2020