

УДК 539.3

DOI: 10.17223/00213411/63/11/36

П.В. МАКАРОВ

**РЕЛАКСАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ  
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕД\***

Рассмотрен вариант релаксационной модели нагружаемой упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластических сдвигов. Модель сформулирована в скоростях и включает две независимые скорости деформирования – полную скорость деформации  $\dot{\epsilon}_1^T$ , которая отражает скорость внешнего воздействия, и локальную скорость пластического отклика материала  $\dot{\epsilon}_1^P$ , которая отражает способность среды генерировать деформационные дефекты. Это позволяет описать как локальные релаксационные процессы в упругой пластической среде, так и среднюю релаксацию напряжений в нагружаемом образце. Развиваемая модель является микроскопической по существу. Все параметры модели определяются из независимых экспериментов по изучению эволюции дислокационного континуума в ходе нагружения макроскопических образцов. Модель хорошо описывает наблюдаемые динамические эффекты макроскопического отклика материалов в зависимости от скорости деформирования: наличие верхнего и нижнего пределов текучести (зуба текучести, площадки текучести), последующего деформационного упрочнения, а также особенности циклического и знакопеременного нагружения, идеальный и неидеальный эффект Баушингера.

*Ключевые слова:* динамические эффекты пластического деформирования, релаксационное определяющее уравнение, кинетика дислокаций, неидеальный эффект Баушингера, циклическое нагружение.

**Введение**

Идея описания динамических эффектов в нагружаемой упругопластической среде на основе релаксационных определяющих уравнений была сформулирована Соколовским и Малверном еще в первой половине XX в. [1, 2]. За прошедшие десятилетия было предложено множество вариантов моделей, описывающих релаксационные процессы.

Полученные новые экспериментальные данные по изучению механизмов необратимого деформирования различных материалов потребовали все более содержательных моделей, описывающих особенности неупругого деформирования и структурные изменения в более широких диапазонах внешних воздействий – давлений, температур, скоростей нагружения.

В обзоре [3], посвященном в основном моделям при интенсивных динамических нагрузках, автор выделяет следующие три группы: 1) континуальные или макроскопические модели; 2) микроструктурные модели; 3) молекулярно-динамические модели и расчеты. К первой группе относятся традиционные модели механики сплошных сред, прежде всего классические модели вязкоупругих сред, а также классические модели упругопластического деформирования и их многочисленные обобщения на случай динамического, в том числе ударно-волнового нагружения. Ко второй группе отнесены различные типы микроструктурных моделей. Эта группа моделей основывается на микроструктурных механизмах необратимого упругопластического деформирования и включает модели с дислокационной кинетикой пластического деформирования. Модели третьей группы основаны на подходах и методиках молекулярной динамики и особенностях межатомных взаимодействий.

Особое место в первой и второй группах занимают модели процессов релаксации в нагружаемых материалах. При экспериментальных и теоретических исследованиях эффектов и физических механизмов упругопластического деформирования материалов, прежде всего металлов, в ударных волнах в 70–80-х годах прошлого века накоплена уникальная информация о механизмах неупругого деформирования и эволюции дефектной структуры в ударно-нагруженных материалах и ее связи с параметрами нагружения (амплитудами, скоростями деформирования) [4–21]. Эти исследования стимулировались задачами бронебаллистики и высокоскоростного соударения твердых тел в связи с аэрокосмической проблематикой метеоритной защиты космических объектов. С точки зрения фундаментальных задач физической теории пластичности ударно-волновая тема

\* Работа выполнена в рамках госзадания ИФПМ СО РАН, проект III.23.1.4.

тика оказалась очень продуктивной для генерации новых знаний. Специально организованные эксперименты с плоскими ударными волнами дали новую важную информацию по физическим механизмам и эволюции дефектной структуры [5–8, 15, 17–19]. Это обусловлено тем, что такие эксперименты протекают в строго контролируемых условиях по амплитудам, скоростям деформирования и степеням неупругой деформации, включая как процессы в упругих предвестниках, так и на фронте ударной волны и в волнах разгрузки [5, 16, 22, 23]. Процессы релаксации напряжений в ударных волнах выражены очень ярко, что стимулировало развитие релаксационных моделей упругопластического деформирования с дислокационными механизмами пластического течения [5–10, 23]. Именно такие релаксационные модели оказались наиболее подходящими для описания эффектов неупругого деформирования металлов в ударных волнах. Оказалось, что принципиально новых структур по отношению к уже известным в физике пластичности при ударно-волновом нагружении не наблюдается [8, 18, 19]. Релаксационные определяющие уравнения с дислокационной кинетикой пластических сдвигов, описывающие упругопластическое деформирование металлов в ударных волнах, оказались применимыми для моделирования пластического течения независимо от вида нагружения в широком диапазоне скоростей деформирования, особенно для чувствительных к скорости нагружения материалов.

Данные последних лет, в частности о новых технологиях обработки материалов, стимулировали интерес к разработке новейших вариантов релаксационных моделей. Такие модели предлагаются для новых групп материалов, стекол, аморфных систем [24], пластиков и керамик, а также упругопластических сред различной реологии [25–30]. Особый класс релаксационных моделей составляют модели, описывающие снижение различного рода напряжений, возникающих в материалах в результате механической технологической обработки и при термических воздействиях. В ряде работ продолжается разработка новых вариантов релаксационных моделей, основанных на идее Соколовского – Малверна и рассмотрении в качестве механизмов релаксации эволюционирующего дислокационного континуума [3, 22, 23, 30–32].

В настоящее время круг различных динамических моделей очень широк. Однако большинство предлагаемых эмпирических моделей носят частный характер и способны описать динамический отклик узкого круга конкретных материалов [3–8], для которых они разработаны. Такая ситуация обусловлена тем, что большинство подобных моделей не являются релаксационными по существу. В этих моделях релаксация не является существенной характеристикой процесса пластического деформирования. Она определяется соответствующими макропараметрами, получаемыми из экспериментов. Так, в работе [25] реализована интересная и перспективная идея – вводится «критерий инкубационного времени». Инкубационное время должно характеризовать длительность процесса перестройки структуры материала. Введенный в определяющие уравнения критерий обеспечивает процесс релаксации. Однако, как эта модель работы [25], так и другие подобные [26–29] сформулированы в терминах напряжения – деформации. Так как пластическое деформирование есть процесс, развивающийся в каждой точке нагружаемого материала со своей специфической скоростью, то по существу релаксационная модель должна быть сформулирована в скоростях, что отвечает идее Соколовского – Малверна [1, 2]. Предлагаемая модель включает две независимые скорости деформирования: полную скорость деформации  $\dot{\epsilon}_1^T$ , которая отражает скорость внешнего воздействия, и локальную скорость пластического отклика материала  $\dot{\epsilon}_1^P$ , которая отражает способность среды генерировать деформационные дефекты.

### Релаксационная модель упругопластической среды

Следуя идее Соколовского – Малверна [1, 2], запишем релаксационную модель для одномерного случая растяжения-сжатия в скоростях:

$$\dot{\sigma}_1 = E(\dot{\epsilon}_1^T - \dot{\epsilon}_1^P). \quad (1)$$

В этой модели приращения напряжений  $\Delta\sigma_1 = E\dot{\epsilon}_1^T \Delta t$  всегда пропорциональны полной скорости деформации  $\dot{\epsilon}_1^T$ , а релаксируют напряжения по мере развития пластических деформаций со своей для каждой частицы скоростью деформаций  $\dot{\epsilon}_1^P$ , напомним, что  $\dot{\epsilon}_1^T = \dot{\epsilon}_1^P + \dot{\epsilon}_1^e$ . Уравнение (1) фактически есть закон Гука  $\dot{\sigma}_1 = E\dot{\epsilon}_1^e$ . В (1) полная скорость деформации  $\dot{\epsilon}_1^T$  определяется скоростью

нагружения, заданной извне, а  $\dot{\varepsilon}_1^P$  определяется способностью материала в данной точке и при данном уровне напряжений генерировать деформационные дефекты и релаксировать локальные напряжения. Таким образом, как в любой точке нагружаемого материала, так и для  $\sigma \sim \varepsilon$ -диаграммы образца в целом связь напряжений с деформациями есть динамическое равновесие между приложенной нагрузкой и упругопластическим откликом материала,  $\dot{\varepsilon}_1^T \neq \dot{\varepsilon}_1^P$  в общем случае. При  $\dot{\varepsilon}_1^T > \dot{\varepsilon}_1^P$  напряжения растут, при  $\dot{\varepsilon}_1^T < \dot{\varepsilon}_1^P$  – релаксируют; понятно, что при  $\dot{\varepsilon}_1^P = 0$  среда реагирует только упруго. Уравнение (1) легко обобщить на случай 3D-деформирования. В этом случае релаксационная форма определяющих уравнений (1) запишется как

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda(\dot{\theta}^T - \dot{\theta}^P)\delta^{ij} + 2\mu(\dot{\varepsilon}_{ij}^T - \dot{\varepsilon}_{ij}^P), \text{ где } \dot{\theta} = \dot{\varepsilon}_{ii} = \dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{33}. \quad (2)$$

Согласно постулату о пластической несжимаемости материалов,  $\dot{\theta}^P = 0$ . Тогда в (2)  $\dot{\theta}^T = \dot{\theta}^e$ .

Приняв, что каждая компонента напряжений в (2) релаксирует подобным образом, (2) можно переписать через интенсивности напряжений  $\sigma_i$  и деформации  $\varepsilon_i$ :

$$\dot{\sigma}_i = 3\mu(\dot{\varepsilon}_i^T - \dot{\varepsilon}_i^P), \quad (3)$$

где  $\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$  и  $\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$ .

После выполнения процедуры релаксации по (3) каждая компонента текущих напряжений  $\sigma_{ij}^{\text{тек}}$  нормируется на величину отрелаксированной интенсивности напряжений  $\sigma_{ij}^{\text{отр}}$ :

$$\sigma_{ij}^{\text{отр}} = \sigma_{ij}^{\text{тек}} \left( \frac{\sigma_i^{\text{отр}}}{\sigma_i^{\text{тек}}} \right). \quad (4)$$

Скорость интенсивности пластических деформаций  $\dot{\varepsilon}_i^P$  в (3) может быть задана любой моделью. В настоящей работе она задана, следуя закону Тейлора – Орована и модифицированной дислокационной модели [33]. Вариант этой дислокационной модели подробно описан в работе [23] для деформирования металлов в ударных волнах.

В уравнении Тейлора – Орована для скорости интенсивности пластических сдвигов

$$\dot{\varepsilon}_i^P = gbNfv \quad (5)$$

предполагается, что континуум сходных дислокаций эволюционирует в поле действующих напряжений в соответствии со следующими выражениями для плотности дислокаций  $N$  (зависит от интенсивности пластической деформации  $\varepsilon_i^P$ ), доли подвижных дислокаций  $f$  (также зависит от  $\varepsilon_i^P$ ) и скорости дислокаций  $v$ , зависящей от напряжений сдвига  $\tau$  ( $\tau = 1/2(\sigma_1 - \sigma_2)$  для случая 2D-деформирования):

$$N = N^* + (N_0 - N^*) \exp\left(-\frac{A}{|g|b} \varepsilon_i^P\right); \quad (6)$$

$$f = f^* + (f_0 - f^*) \exp\left(-\frac{B}{|g|b} \varepsilon_i^P\right). \quad (7)$$

Практика расчетов показала, что в качестве зависимости для средней скорости дислокаций целесообразно применять в вычислениях простые эмпирические зависимости, полученные при изучении подвижности дефектов в полях действующих сил, например

$$v = v_0 \exp\left(\frac{D + H\gamma^P}{\tau}\right), \quad v = \frac{\tau b}{\beta}; \quad (8)$$

$$v = v_0 \frac{ST^2}{1 + ST^2}, \quad ST = \frac{(\tau - \tau_0)}{\beta_1}. \quad (9)$$

В настоящих расчетах использовалось выражение (9), которое хорошо описывало динамический отклик металлов на нагружение, в частности ударными волнами [23].

В выражениях (5) – (9) введены следующие обозначения:  $\tau_0$  имеет смысл усредненного напряжения Пайерлса – Набарро [34, 35] (до этих величин напряжения релаксируют при квазистатическом деформировании);  $v_0$  – скорость звука сдвиговой волны;  $A$  и  $B$  – параметры, связанные с величинами пробега дислокаций до актов размножения и закрепления соответственно [23, 33];  $N^*$  и  $f^*$  – предельные значения плотности дислокаций и доли подвижных дислокаций  $N_m$  от их общего числа ( $N_m = Nf$ ) соответственно.

Так, линейное приближение (6) приводит к хорошо известной эмпирической зависимости  $N = N_0 + N^* \frac{A}{|g|b} \varepsilon_i^P$  или  $N = N_0 + \alpha \varepsilon_i^P$ ,  $\alpha \approx N^* \frac{A}{|g|b}$ , где  $\alpha$  имеет смысл эмпирического коэффициента размножения дислокаций,  $|g| \approx 0.5$  [23, 33]. Реально в ходе деформирования в материале формируются внутренние ориентированные напряжения, которые можно приближенно оценить зависимостью [34, 35].

$$\tau_{bs} = \alpha \mu b \sqrt{N}. \quad (10)$$

Они формируют эффективные напряжения

$$\tau_{эфф} = \tau - \tau_{bs}. \quad (11)$$

Так как дефекты движутся под действием  $\tau_{эфф}$ , то они определяют и знак приращения  $\dot{\varepsilon}_i^P$  в модели (5). Это важно иметь в виду при смене знака нагружения и при циклическом нагружении. Выражение (5) запишется как

$$\dot{\varepsilon}_i^P = |g|bNfv(\tau_{эфф}) \text{sign}(\tau_{эфф}). \quad (12)$$

На участках обратного деформирования при смене знака в выражении (12) для  $N$  величина  $\varepsilon_i^P$  формально начнет уменьшаться в законе деформирования. Это приведет к нефизическим эффектам – уменьшению плотности деформационных дефектов  $N$  в (6) и изменению доли подвижных дефектов  $f$  в (7). Более правильное накопление дефектов также приведет и к физически верному накоплению ориентированных остаточных напряжений  $\tau_{bs}$  и действующих эффективных напряжений  $\tau_{эфф}$  в выражениях (10) и (11). По этой причине при смене знака деформирования, а также при циклическом нагружении в (12) в формулах (6) и (7) необходимо учесть необратимость пластической деформации, которая накапливается независимо от знака нагружения, и заменить  $\varepsilon_i^P$  на кумулятивную неупругую деформацию  $\varepsilon_{ik}^P$ , которая только растет:

$$\varepsilon_{ik}^P = \int_0^t |\dot{\varepsilon}_i^P| dt. \quad (13)$$

При смене знака у  $\tau_{эфф}$  часть дислокаций может раскрепляться. Этот процесс также необходимо учесть в выражении (7) для доли подвижных дислокаций, например, введением в (7) реверсивной деформации  $\varepsilon_{ir}^P$ . В выражении для реверсивной пластической деформации учитывается, что не все дислокации раскрепляются, а только их часть, определяемая в предлагаемом подходе выражением

$$\varepsilon_{ir}^P = \varepsilon_{ik}^P (1 - N/N^*). \quad (14)$$

Таким образом, с учетом сделанных замечаний релаксационная модель упругопластического деформирования запишется

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i^P &= |g|bNfv(\tau_{эфф}) \text{sign}(\tau_{эфф}), & \tau_{эфф} &= \tau - \tau_{bs}, \\ \tau_{bs} &= \alpha \mu b \sqrt{N}, & v &= v_0 \frac{ST^2}{1 + ST^2}, & ST &= \frac{(\tau - \tau_0 - \tau_{bs})}{\beta_1}, \end{aligned}$$

$$N = N^* + (N_0 - N^*) \exp\left(-\frac{A}{|g|b} \varepsilon_{ik}^P\right), \quad \varepsilon_{ik}^P = \int_0^t |\dot{\varepsilon}_i^P| dt, \quad (15)$$

$$f = f^* + (f_0 - f^*) \exp\left(-\frac{B}{|g|b} (\varepsilon_{ik}^P - \varepsilon_{ir}^P)\right),$$

$$\varepsilon_{ir}^P = \begin{cases} 0, \\ \varepsilon_{ik}^P \left(1 - \frac{N}{N^*}\right), \text{ при смене знака } (\tau - \tau_{bs}). \end{cases}$$

Законы нагружения задавались в виде  $\dot{\varepsilon}_i^T = \text{const}$  при построении  $\sigma$ - $\varepsilon$ -диаграмм и в виде

$$\dot{\varepsilon}_i^T = \dot{\varepsilon}_i^0 \cdot \text{sign}(\sin(\omega t)) \quad \text{или} \quad \dot{\sigma}_i = \dot{\sigma}_i^0 \cdot \sin(\omega t) \quad (16)$$

при знакопеременном и циклическом нагружении; здесь  $\omega$  – частота нагружения.

Сделанные поправки исходной модели (3), (6), (7) позволили не только описать скоростную чувствительность нагружаемых материалов, наличие зуба текучести и релаксацию напряжений (рис. 1), но и описать знакопеременное и циклическое нагружение, а также неидеальный эффект Баушингера (рис. 1, б, 2 и 3). Модель описывает часто наблюдаемый эффект не вполне упругой разгрузки на начальном участке  $BC$  (рис. 1, б), так как при этом уровне напряжений часть дефор-

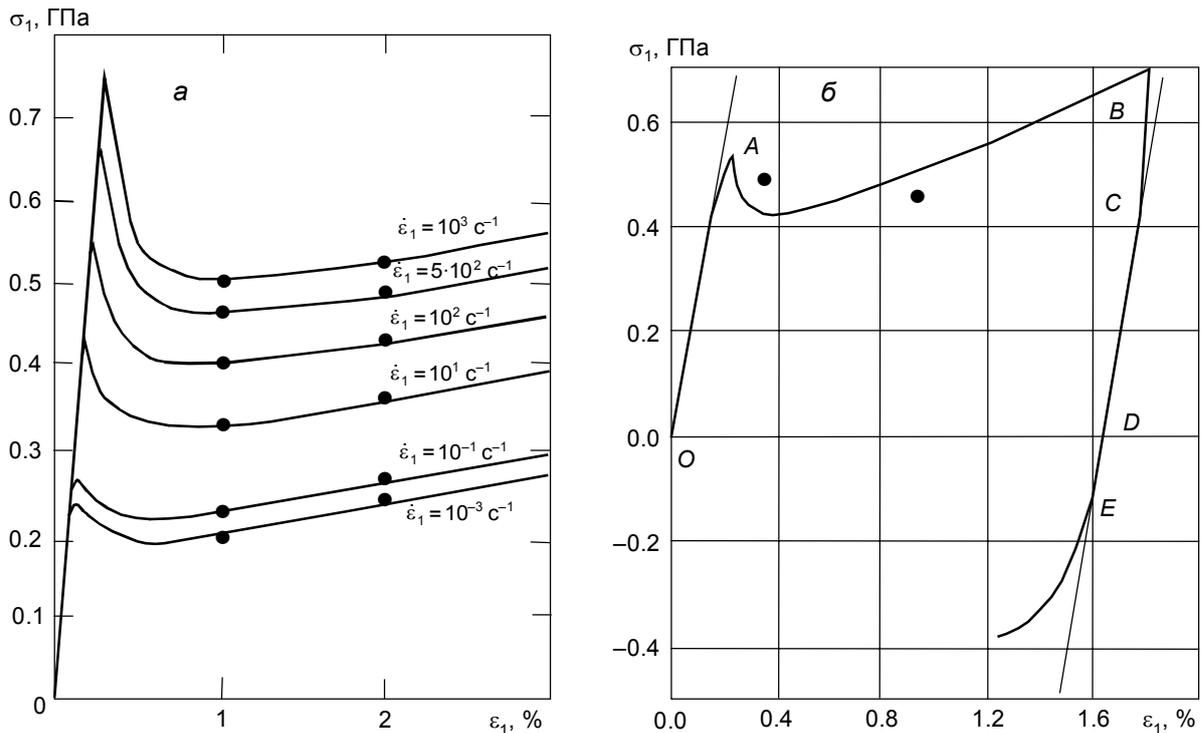


Рис. 1. Расчетные  $\sigma$ - $\varepsilon$ -диаграммы мягкой стали: а – в сравнении с экспериментами [36],  $N_0 = 2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-1}$ ,  $\alpha = 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $b = 2.5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ,  $v_0 = 3.25 \cdot 10^5 \text{ см/с}$ ; б – с ярко выраженным неидеальным эффектом Баушингера, ● – эксперимент [37]; скорость деформирования  $\dot{\varepsilon}_1 = 16$

мационных дефектов движется, наращивая неупругую деформацию. В приведенном примере ярко выражен неидеальный эффект Баушингера, участок  $CD > DE$ . Особенности механического отклика поликристаллического материала (мягкая малоуглеродистая сталь) на знакопеременное и циклическое нагружение приведены на рис. 2 и 3. Закон нагружения в этих случаях задавался в виде (16). Корректность учета раскрепления только доли деформационных дефектов, согласно выражению (14), подтверждают расчеты знакопеременного нагружения, показанные на рис. 4. В случае, когда реверсивная деформация  $\varepsilon_{kr}^P$  равна накопленной кумулятивной  $\varepsilon_{ik}^P$ , что означает закрепление всех дислокаций при обратном нагружении, на диаграмме наблюдается пластическое течение

со сбросом напряжений, не отвечающее экспериментам (пунктирная линия на рис. 4). Уравнения модели (15) с учетом (10) – (14) решались методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности при заданной скорости нагружения  $\dot{\varepsilon}_i^P = \text{const}$  или по законам (16) при знакопеременном и циклическом нагружении.

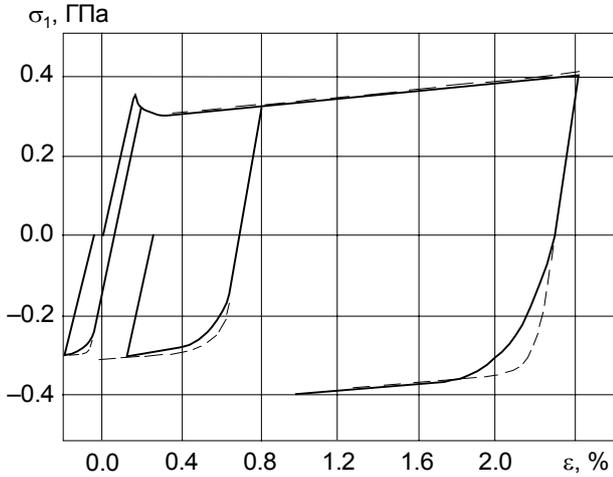


Рис. 2. Расчетная (пунктирная кривая) и экспериментальная [36] (сплошная кривая)  $\sigma$ - $\varepsilon$ -диаграммы знакопеременного нагружения мягкой стали. Параметры модели:  $D = 2.02$  ГПа в выражении (8),  $f_0 = 1$ ,  $f^* = 10^{-3}$ ,  $\frac{B}{|g|b} = 350$ ,  $N_0 = 1.73 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ ,  $N^* = 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ,  $\frac{A}{|g|b} = 0.1$ ,  $\dot{\varepsilon} = 1.6 \text{ с}^{-1}$

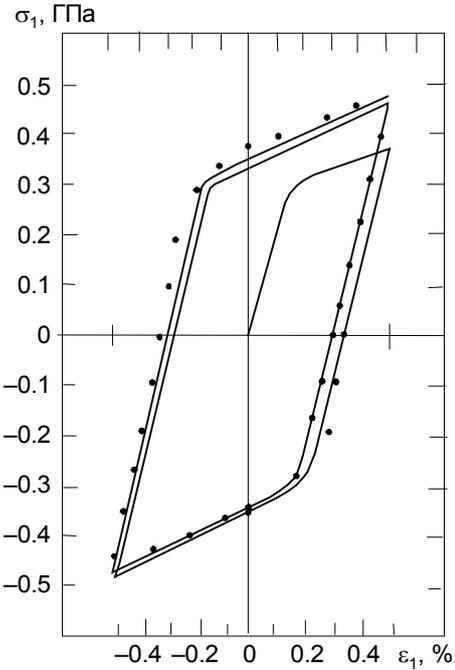


Рис. 3. Циклическое нагружение мягкой стали: ● – экспериментальные данные [38]

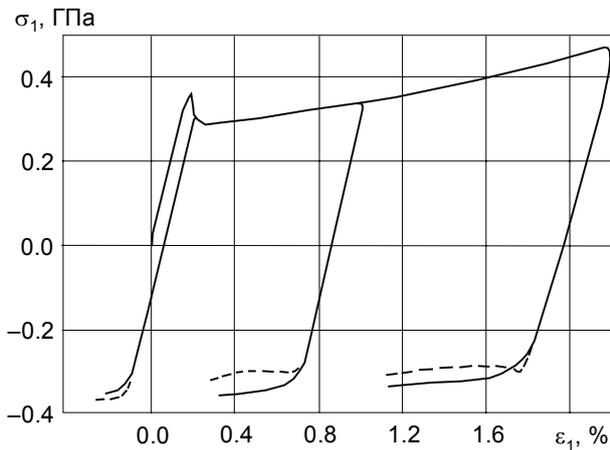


Рис. 4. Расчетные  $\sigma$ - $\varepsilon$ -диаграммы мягкой стали с описанием неидеального эффекта Баушингера: сплошная кривая –  $\varepsilon_{ir}^P = \varepsilon_{ik}^P \left(1 + \frac{N}{N^*}\right)$ , пунктирная кривая –  $\varepsilon_{ir}^P = \varepsilon_{ik}^P$

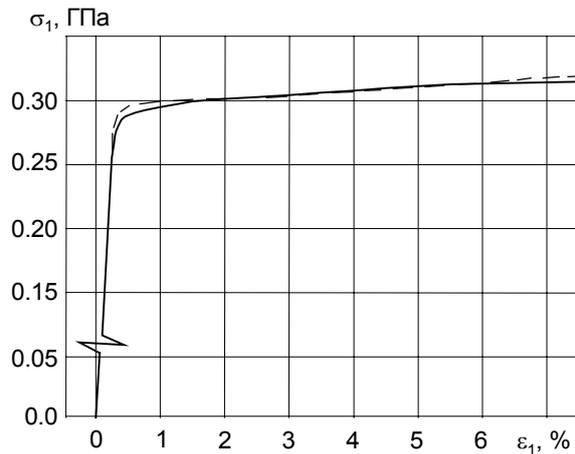


Рис. 5. Зависимость напряжения от осевой деформации для Al 6061-T6: сплошная кривая – экспериментальные данные [4], пунктирная кривая – расчет с параметрами:  $\dot{\varepsilon}_1 = 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ ,  $\alpha \approx 0.5 - 0.6$ ,  $\delta \approx 0.07 + 0.1\gamma^p$ ,  $\beta = 0.2$  ГПа

Как уже отмечалось, параметры дислокационной модели выбирались в соответствии с экспериментальными данными по эволюции дислокационных структур. На рис. 6 приведена зависимость расчетных внутренних ориентированных напряжений  $\tau_{bs}$  от накопленной пластической де-

формации в сравнении с экспериментами работы [39], а на рис. 7 – расчетная плотность дислокаций в модели в сравнении с данными наблюдения работы [17].

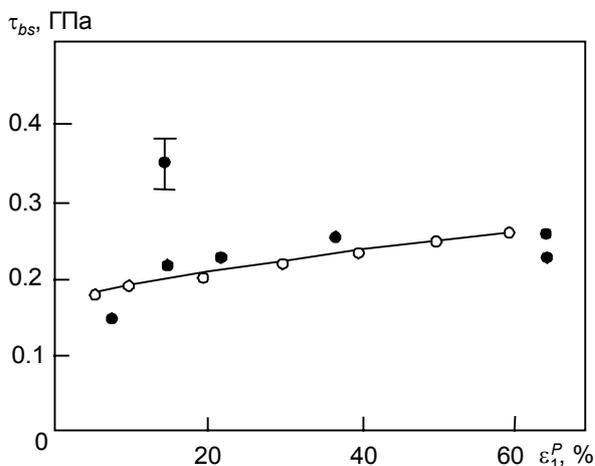


Рис. 6. Уровни внутренних ориентированных напряжений, сталь 15ХН5МФ: ● – экспериментальные данные [39]; ○ – расчет;  $N^* = 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ,  $\alpha \approx 0.2 - 0.3$

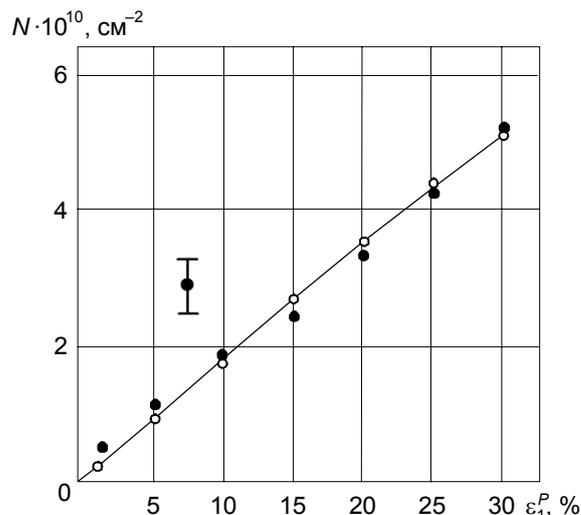


Рис. 7. Изменение плотности дефектов при нагружении стали 34ХНЗМФА: ● – экспериментальные данные [17]; ○ – расчет

### Заключение

Рассмотрен вариант релаксационной модели, описывающей механический отклик нагружаемой упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластических сдвигов. Модель сформулирована в скоростях и реализует следующую фундаментальную идею: как каждая частица нагружаемого материала, так и образец в целом в каждый момент времени находятся в состоянии динамического равновесия между приложенными воздействиями и реологическим откликом материала, его способностью генерировать деформационные дефекты и релаксировать напряжения. Предполагается, что любая компонента тензора напряжений изменяется в соответствии с заданным законом для интенсивности напряжений. Представленная модель хорошо описывает скоростную чувствительность материала к нагружению как в каждой локальной точке, так и для образца в целом. На расчетных диаграммах напряжение – деформация в зависимости от скорости нагружения наблюдаются наличие зуба текучести (верхний предел текучести), релаксация напряжений до нижнего предела текучести, последующее деформационное упрочнение. Ярко выражены также особенности разгрузки, включая продолжение пластического течения на первоначальных этапах разгрузки, когда напряжения еще достаточно велики. Модель описывает неидеальный эффект Баушингера, а также особенности циклического деформирования в малоцикловой области. Модель протестирована в области сравнительно малых неупругих деформаций, до 10–15 %, до образования деформационных субструктур (клубковых, ячеистых, полосовых). Все параметры модели выбраны в соответствии с независимыми экспериментами по наблюдению дислокационных структур. По этой причине рассмотренная релаксационная модель является по существу микроскопической. Ее макроскопический отклик на нагружение полностью определяется особенностями эволюции дислокационной структуры.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколовский В. В. // ПММ. – 1948. – № 12. – С. 3–11.
2. Malvern L. E. // J. Appl. Mech. – 1951. – V. 18. – P. 2003–2008.
3. Мерзиевский Л. А. // ФГВ. – 2015. – № 2. – С. 145–161.
4. Карден А. Е., Вильямс П. Е., Кэмп Р. Р. // Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов / под ред. М. А. Мейерса, Л. Е. Мурра. – М.: Металлургия, 1984. – С. 51–60.
5. Chang H. L. and Horie Y. // J. Appl. Phys. – 1972. – V. 43. – No. 8. – P. 3362–3366.
6. Erratum V. G. H. // J. Appl. Phys. – 1983. – V. 55. – No. 11. – P. 4137.
7. Horie Y. // J. Mech. Phys. Solids. – 1976. – V. 24. – P. 361–379.
8. Horie Y. // Phys. Rev. B. – 1989. – V. 21. – No. 12. – P. 5349–5557.
9. Steinberg D. J. // J. Appl. Phys. – 1993. – V. 74. – No. 6. – P. 3827–3831.
10. Steinberg D. J. and Sharp R. W. // J. Appl. Phys. – 1981. – V. 52. – No. 8. – P. 5072–5083.

11. Tonks D. L. // *J. Appl. Phys.* – 1991. – V. 70. – No. 8. – P. 4233–4237.
12. Holian K. S. // *J. Appl. Phys.* – 1986. – V. 59. – No. 1. – P. 149–157.
13. Moss W. C. // *J. Appl. Phys.* – 1985. – V. 57. – No. 5. – P. 1665–1670.
14. Mitchell A. C. and Nellis W. J. // *J. Appl. Phys.* – 1981. – V. 52. – No. 5. – P. 3363–3374.
15. Huo D. T. C. and Ma C. H. // *J. Appl. Phys.* – 1975. – V. 46. – No. 2. – P. 699–701.
16. Asay J. R. and Chhabildas L. C. // *Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena in Metals* / eds. by M. A. Meyers and L. E. Murr. – 1981. – P. 417–431.
17. Конева М. А., Козлов Э. В. // *Изв. вузов. Физика.* – 1982. – Т. 25. – № 8. – С. 3–14.
18. Виртман Д. // *Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов* / под ред. М. А. Мейерса, Л. Е. Мурра. – М.: Металлургия, 1984. – С. 152–164.
19. Мейерс М. А., Мурр Л. Е. // *Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов* / под ред. М. А. Мейерса, Л. Е. Мурра. – М.: Металлургия, 1984. – С. 121–151.
20. Канель Г. И., Фортвов В. Е. // *Успехи механики.* – 1987. – Т. 10. – № 3. – С. 3–81.
21. Мещеряков Ю. И., Атрошенко С. А. // *Изв. вузов. Физика.* – 1992. – Т. 36. – № 4. – С. 105–123.
22. Глушак и др. // *Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ.* – 2013. – № 1(18). – С. 394–411.
23. Makarov P. V. // *Shock Waves and Extreme States of Matter* / eds. by acad. V. E. Fortov, L. V. Altshuler, R. F. Trunin, and A. I. Funtikov. – М.: Nauka, 2000. – P. 219–254.
24. Kao-Walter S., Moumou E., and Laksman E. // *Mater. Sci. Appl.* – 2010. – V. 1. – P. 317–322.
25. Селютина Н. С. // *ФММ.* – 2020. – Т. 23. – № 1. – С. 33–40.
26. Liu W., He Z., Tang C., and Chen Y. // *J. Mater. Eng.* – 2016. – V. 44. – No. 1. – P. 47–53.
27. Liu W., He Z., Chen Y., et al. // *Trans. Nonferrous Met. Soc. China.* – 2014. – V. 24. – P. 2179–2186.
28. Ye L., Dong Y., Zhang Y., et al. // *J. Mater. Eng. Performance.* – 2019. – V. 28. – P. 4964–4971.
29. Khan A. S., Suh Y. S., and Kazmi R. // *Int. J. Plast.* – 2004. – V. 20. – No. 12. – P. 2233–2248.
30. Никитин И. С. Теория неупругих слоистых и блочных сред: дис. ... докт. физ.-мат. наук. – М., 2008. – 219 с.
31. Балахонов Р. Р., Романова В. А. // *ПМТФ.* – 2007. – Т. 48. – № 5. – С. 146–155.
32. Balokhonov R. R., Romanova V. A., Schmauder S., and Schwab E. // *Comput. Mater. Sci.* – 2012. – V. 64. – P. 306–311.
33. Kelly J. M. and Gillis P. P. // *J. Appl. Phys.* – 1974. – V. 45. – No. 3. – P. 1091–1096.
34. Рыбин В. В., Зисман А. А. // *ФММ.* – 1990. – Т. 68. – № 4. – С. 3–15.
35. Рыбин В. В., Золотаревский И. М., Жуковский И. М. // *ФММ.* – 1990. – Т. 68. – № 1. – С. 5–27.
36. Пресняков А. А., Аубакирова Р. К. // *ФММ.* – 1985. – Т. 60. – Вып. 1. – С. 205–206.
37. Asaro R. J. and Needleman A. // *Acta Met.* – 1985. – V. 33. – No. 6. – P. 923–955.
38. Shorра О. К. and Gowda C. V. // *Phil. Mag.* – 1974. – V. 30. – No. 3. – P. 583–593.
39. Теплякова Л. А., Игнатенко Л. Н., Касаткина Н. Ф. и др. // *Пластическая деформация сплавов. Структурно-неоднородные материалы.* – Томск: Изд-во ТГУ, 1987. – С. 26–50.

Поступила в редакцию 12.02.2020.

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск, Россия