ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Т. 65, № 2 ФИЗИКА 2022

УДК 519.6 DOI: 10.17223/00213411/65/2/38

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОЛИНОМЫ ЭРМИТА КАК ИНСТРУМЕНТ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

В.А. Литвинов

Барнаульский юридический институт МВД России, г. Барнаул, Россия

Предложен метод, позволяющий записать интегральное уравнение Фредгольма или Вольтерры I рода для нахождения функционального вида произвольного коэффициента уравнения переноса. Описанный метод основан на использовании функциональных аналогов интерполяционного полинома Эрмита для приближенного описания решений уравнений переноса. Показана эффективность предложенного метода на модельной задаче стационарного уравнения диффузии.

Ключевые слова: *обратная задача*, *полином Эрмита*, *уравнение переноса*, *интегральные уравнения*, *дифференциальные уравнения*.

Введение

Значительная часть математических моделей физических процессов строится для проверки некоторых предположений о характере среды или параметрах физической модели, описывающей изучаемое явление (процесс). Вычисления наблюдаемых физических величин принято называть *прямой задачей*. Определение же количественных характеристик модели по экспериментально наблюдаемым величинам на основе теоретических расчетов принято называть *обратной задачей*.

В настоящее время существует множество научных работ, посвященных решению обратных задач. Описание методов решения обратных задач можно найти, например, в монографиях [1–3]. Об актуальности исследований в области алгоритмов и методов решения обратных задач свидетельствует появление все новых работ, например, [4–8]. Обратные задачи, связанные с переносом частиц и излучений, можно разделить на две группы. Первая – «коэффициентные», в которых требуется определить значения (функциональный вид) параметров, характеризующих взаимодействие частиц со средой. Вторая – задача определения свойств источника [3]. Задача определения граничных значений близка по методике решения к задаче об определении источника.

В работе [8] продемонстрировано применение метода сопряженного уравнения для определения источника диффузии. Данный метод позволяет свести задачу определения источника к решению интегрального уравнения Фредгольма I рода с известным ядром. В случае коэффициентных задач в настоящее время не существует общих методов, позволяющих записать уравнение для определения функционального вида искомых коэффициентов. В большинстве случаев проводится параметризация физической модели изучаемого процесса с дальнейшим определением количественных значений этих параметров на основе лучшего совпадения результатов теоретических расчетов с экспериментально измеренными значениями. При этом сама процедура параметризации физической модели зачастую неоднозначна, а вводимые параметры требуют дополнительного физического толкования.

В настоящей работе демонстрируется общий подход к определению функциональной зависимости коэффициентов, входящих в уравнения, описывающие распространение частиц и излучений в среде.

Описание метода

Для расчета потоков частиц и излучений используются интегро-дифференциальные уравнения переноса, в большинстве случаев являющиеся линейными. В общем случае такое уравнение для потока частиц (излучения) Φ от источника S в операторной форме можно записать как

$$L\Phi = S. \qquad (1)$$

Экспериментально измеряемые величины в общем случае можно представить как функционал J от Φ, определяемый функцией чувствительности детектора $D(y)$, где y – набор фазовых координат:

$$J(x) = \int \Phi(y) D(x, y) dy \equiv (\Phi, D). \qquad (2)$$