Вестник Томского государственного университета Философия. Социология. Политология. 2022. № 65. С. 28–37.
Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. 2022. 65. pp. 28–37.

Научная статья
УДК 165.0+167.7+168.51
doi: 10.17223/1998863X/65/3

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СТРУКТУРАЛИЗМ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ (МОДАЛЬНОЙ) ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Лев Дмитриевич Ламберов

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия, lev.lamberov@urfu.ru

Аннотация. Рассматривается два варианта математического структурализма, один из которых строится на основании теории множеств, а второй – на основании модальной теории множеств. Показано, что теоретико-множественный структурализм сталкивается с рядом трудностей. В частности, он вступает в конфликт с принципом неопределенной расширяемости и с теоретико-множественным плюрализмом. В последней части статьи показывается, что конфликт с принципом неопределенной расширяемости решается при переходе к использованию модального теоретико-множественного подхода. При этом относительно адекватности решения трудностей с теоретико-множественным плюрализмом в контексте модального теоретико-множественного подхода остаются сомнения.
Ключевые слова: математический структурализм, структура, теория множеств, модальная теория множеств, модальность, кумулятивная иерархия

Для цитирования: Ламберов Л.Д. Математический структурализм с точки зрения (модальной) теории множеств // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2022. № 65. С. 28–37. doi: 10.17223/1998863X/65/3

MATHEMATICAL STRUCTURALISM FROM THE STANDPOINT OF (MODAL) SET THEORY

Lev D. Lamberov

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Yekaterinburg, Russian Federation, lev.lamberov@urfu.ru

Abstract. Mathematical structuralism is characterized by the acceptance of the thesis that the subject matter of mathematics is structures. These structures can be understood in various ways. Structures, whatever they are, are “implemented” by specific collections of objects. One of the ways to classify different variants of mathematical structuralism relates to the possibility of constructing a theory of structures and how such a theory should be constructed. In other words, this method concerns whether it is possible to describe any mathematical structures using some unified mathematical theory, and what kind of mathematical theory it is. From the point of view of the set-theoretic version of mathematical structuralism, mathematics is the science of structures, which can be described using the apparatus of set theory. Specific mathematical theories “grasp” various kinds of set-theoretic structures, and the relation of realization that takes place between these structures and mathematical theories is supposed to be described by model-theoretic means. This version of structuralism presupposes a non-structural understanding of set theory, and the axioms of structure theory have a fixed interpretation. This version of set theory assumes that the entire universe of sets has already been built, that all stages of the cumulative hierarchy have already been realized, which conflicts with the very idea that every stage in the cumulative hierarchy is followed by the next stage. Another consequence of understanding the axioms of set theory as truths with respect to a fixed structure, as well as the fact that set theory as a basis receives a special status and is not interpreted in a structural way, is that such an approach does not imply any kind of set-theoretic pluralism. That is, only one set-theoretic structure is considered the only correct description of the universe of sets, while any alternative options proceeding from other axioms are discarded as false. In order to get rid of the conflict between the fact that the axioms of the theory of structures assume the universe of sets is already built, and all stages of the cumulative hierarchy of sets are already realized, and the principle of indefinite extendability, one can turn to modalities. Due to the fact that the axioms of set theory are understood in a modal way, it is possible to explain in a potentialist way the totality of all sets without the assumption that there is some universe of sets fixed once and for all. Accordingly, this is consistent with the principle of indefinite extendability. Set-theoretic pluralism still turns out to be significantly limited. That is, modal set-theoretic structuralism still does not provide a structuralist explanation for set theory.

Keywords: mathematical structuralism; structure; set theory; modal set theory; modality; cumulative hierarchy

For citation: Lamberov, L.D. (2022) Mathematical structuralism from the standpoint of (modal) set theory. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 65. pp. 28–37. doi: 10.17223/1998863X/65/3

I

Математический структурализм (МС) является в настоящее время довольно интересной и перспективной позицией в философии математики. Считается, что его современная разновидность возникла после выхода работы П. Бенацеррафа «Чем не могут быть числа» [1], опубликованной в 1965 г. В этой статье П. Бенацерраф предлагает критику теоретико-множественного варианта реализма (подробнее см.: [2, 3]) относительно натуральных чисел и стремится показать, что натуральные числа (и вообще математические «объекты») не являются объектами в традиционном понимании этого термина, а представляют собой лишь позиции или места в структурах. Кроме того, П. Бенацерраф отказывает структурам в самостоятельном существовании и называет их лишь удобной метафорой для разговора о сходствах между различными наборами конкретных объектов. На основе этого позиция П. Бенацеррафа в дальнейшем была обозначена как элиминативный структурализм.

Вообще же МС во всем его многообразии характеризуется принятием тезиса о том, что предметом математики являются структуры. Эти структуры могут пониматься различными способами, что и определяет большое разнообразие вариантов МС. Структуры, чем бы они ни были, «реализуются», или «проявляются», конкретными наборами объектов, а одни и те же структуры могут «реализовываться» на различных, даже разнородных, объектах, при этом последние «занимают» места или позиции в «реализуемых» структурах. С этой точки зрения удобно думать о структурах как об универсалиях, что позволяет подойти к задаче классификации разных вариантов структурализма по аналогии с классификацией разных позиций относительно универсалий. В соответствии с такой классификацией можно выделить уже упомянутый элиминативный структурализм, *in re* структурализм (структуры существуют в «реализующих» их наборах вещей или объектов) и *ante rem* структурализм (структуры понимаются как абстрактные объекты, существующие независимо и до «реализующих» их наборов вещей или других объектов). Также иногда последний вариант получает название *sui generis* структурализма.

Еще один способ классификации различных вариантов МС касается возможности построения теории структур и того, каким образом такая теория должна строиться. Другими словами, вопросы, лежащие в основании указанной классификации, состоят в том, можно ли описать любые математические структуры с помощью некоторой единой математической теории либо теории, лежащей на пересечении философии математики и непосредственно математики.

С одной стороны, ряд приверженцев МС полагают, что построение такой теории невозможно в силу того, что (1) не ясно, «как следует разработать понятия вхождения [одного] шаблона [в другой шаблон] и эквивлентности шаблонов с помощью чисто второпорядковых терминов, так как они предполагают метатеоретическое понятие определимости» [4. P. 256][1]; (2) не ясно, «как выразить идею о том, что шаблон „состоит“ из домена позиций и отношений на этом домене» [Ibid.]. Другими словами, любая подобная теория структур предполагает, что структуры описываются «структурным» образом, т.е. они занимают позиции в некоторой структуре, но сама эта структура тоже должна получить структурное объяснение, а кроме того, она может быть частью (то, что М. Резник называет «вхождением» шаблона в другой шаблон) некоторой другой, более широкой структуры, которая также требует своего объяснения. Описываемая ситуация подобна тому, что в теории множеств (например, в стандартных ZF / ZFC) невозможно рассматривать весь универсум множеств как множество, иначе это привело бы к парадоксу Кантора.

С другой стороны, приведенное затруднение не является препятствием для ряда других сторонников МС в их попытках построить собственные варианты теории структур. Предполагается, что даже если такая теория не будет описывать абсолютно все структуры, то по меньшей мере она может служить своего рода эвристикой или некоторым приближением к пониманию того, что же такое математические структуры и какими свойствами они обладают. Разумно предположить, что роль теории структур может играть теория, используемая в качестве оснований математики. Например, это может быть теория множеств или теория категорий. Тем не менее имеются и совершенно другие подходы, в которых теория структур выстраивается на основе других математических теорий, не используемых напрямую для оснований математики. К примеру, такой подход развивает Х. Ляйтгеб [5, 6], который интерпретирует непомеченные графы как структуры *sui generis* (т.е. как несводимые, например, к теории множеств) и разрабатывает подходящую аксиоматическую теорию для описания таких структур. Конечно, для построения такой теории требуется использовать некоторый язык и дополнять его некоторой логической частью, например стандартной дедуктивной системой второпорядковой логики, предполагающей различные принципы (к примеру, схему свертывания, принцип тождества неразличимых, принцип экстенсиональности и т.д.), однако при таких подходах все равно вводится набор нелогических терминов, которые понимаются как несводимые к множествам. Например, в выстраиваемой Х. Ляйтгебом теории используются следующие примитивные нелогические предикаты [5. P. 333]: *Graph*(G), *Vertex*(v, G), *Connected*(v, w, G) для свойства «быть графом G», а также для отношений

[1] М. Резник употребляет термин «шаблон» вместо (и как синоним) термина «структура».

«быть вершиной *v* некоторого графа *G*» и «иметь ребро между вершинами *v* и *w* графа *G*». Следует еще раз повториться, что эти нелогические термины представляются как несводимые к множествам. Другими словами, графы понимаются «как примитивные теоретико-графовые структуры *sui generis*, [как] структурные абстрактные объекты собственного вида, описываемого и изображаемого предтеоретико-множественным способом» [5. P. 333].

В дальнейшем внимание будет сосредоточено на разновидностях МС, в которых роль теории структур играет теория множеств в ее стандартном и модальном понимании.

II

С точки зрения теоретико-множественного варианта МС (ТМС) математика представляется в качестве науки о структурах, описать которые можно с помощью аппарата теории множеств. Другими словами, конкретные математические теории «схватывают» различного рода теоретико-множественные структуры, а отношение реализации, имеющее место между этими структурами и математическими теориями, предполагается описывать теоретико-модельными (т.е., по сути, непосредственно сводимыми к теоретико-множественным) средствами. В рамках ТМС можно говорить о множестве или классе множеств, на которых определены подходящие операции, и предполагается, что эти множества или класс множеств представляют собой интерпретацию примитивных нелогических терминов любой рассматриваемой математической теории. Соответственно, можно рассматривать структуры вплоть до изоморфизма, что означает, что если две разных математических теории «интерпретируются» на изоморфных структурах, то можно говорить, что эти теории «схватывают» одну и ту же структуру. В конце концов важными при структуралистском рассмотрении математики являются не конкретные объекты, занимающие позиции в каких-то структурах, а именно структурные отношения между этими позициями.

В силу того, что существует не один вариант логики и не один вариант теории множеств, необходимо отметить также и разнообразие вариантов ТМС (по меньшей мере возможное). Так, в качестве базовой логики может быть выбрана первопорядковая, второпорядковая (или высокопорядковая) классическая логика либо какая-нибудь неклассическая логика, а в качестве базовой теории множеств – традиционная ZF / ZFC, либо NBG, MK и т.д. Поскольку обычно под теорией множеств подразумевают ZF / ZFC, а также из-за того, что именно эти теории получили наибольшее распространение в математической практике (в первую очередь в основаниях математики), постольку и наиболее разработанным вариантом ТМС является вариант, в котором роль базовой теории множеств играет ZF / ZFC. Что касается выбора логики, то ситуация предполагает, скорее, выбор из двух «классических» альтернатив: (1) с точки зрения теории доказательств первопорядковая логика имеет полную и корректную формализацию, но соответствующая теория моделей для ZF / ZFC предполагает существование нестандартных моделей (и даже счетных моделей[1] и даже моделей, которые не являются вполне

[1] Это вытекает из теоремы Лёвенгейма-Скулема о понижении мощности и иногда называется «парадоксом Скулема»; см.: [7].

фундированными[1], т.е. содержат бесконечно убывающие цепи); (2) с точки зрения теории доказательств второпорядковая логика не является полной, однако она позволяет построить квазикатегоричную[2] теорию моделей для ZF / ZFC.

Поскольку структуры в ТМС понимаются как множества или классы с определенными на них операциями, постольку аксиомы самой теории структур получают статус истин, описывающих фиксированную структуру, а именно кумулятивную иерархию множеств (в случае принятия ZF / ZFC и некоторых родственных теорий) [8–10]. Математические теории получают структуралистскую трактовку за один важным исключением, а именно сама теория множеств такую трактовку не получает. Конечно, даже в рамках первопорядковой ZF / ZFC можно «говорить» о теоретико-множественных моделях ZF / ZFC, однако в связи с ограниченными результатами (в частности, в связи с теоремами о неполноте) нельзя вывести существование подходящих теоретико-множественных моделей. Также нельзя вывести существование подразумеваемой максимальной кумулятивной иерархии множеств. Другими словами, в ТМС возникает то же самое затруднение, которое сторонниками невозможности построения теории структур используется для обоснования их позиции. Так как ТМС предполагает неструктурное понимание теории множеств (даже пусть и начиная с некоторой стадии), а также то, что аксиомы так понимаемой теории структур имеют фиксированную интерпретацию, это означает, что «универсум „всех множеств“ понимается абсолютно максимальным образом, [то есть как] яркое исключение из принципа неопределенной расширяемости» [11. P. 38]. Однако какое бы число множеств ни было дано, идея кумулятивной иерархии и сама математическая практика предполагают, что множеств может быть больше любого определенного количества. Другими словами, теория множеств предполагает, что весь универсум множеств уже построен, все стадии кумулятивной иерархии уже реализованы, и это вступает в конфликт с самой идеей того, что за каждой стадией в кумулятивной иерархии идет следующая стадия, на которой «строятся» все возможные множества из того, что имеется на предыдущей стадии.

Еще одно следствие понимания аксиом теории множеств как истин относительно фиксированной структуры, а также того, что выбранная в качестве основания теория множеств получает особый статус и не интерпретируется структурным образом, состоит в том, что такой подход не предполагает какого-либо теоретико-множественного плюрализма. То есть только одна теоретико-множественная структура (например, та же кумулятивная иерархия) считается единственно верным описанием универсума множеств, при этом какие-либо альтернативные варианты, исходящие из других аксиом (к примеру, теория гипермножеств [12] и другие теории множеств с отрицанием аксиомы фундирования), отбрасываются как ложные, ведь они не «схватывают» предполагающуюся кумулятивную иерархию множеств, хотя и не яв-

[1] Это вытекает из теоремы компактности.

[2] Квазикатегоричность предполагает, что для любых двух моделей одна из них изоморфна концевому расширению второй. Другими словами, для любых двух моделей одна из них является подструктурой второй, и вторая (при соответствующем ограничении функции интерпретации) не добавляет никаких новых элементов к первой; см.: [8].

ляются при этом противоречивыми, а математическая практика их исследования вполне заслуживает внимания.

III

Для того чтобы избавиться от предполагаемого конфликта между тем, что аксиомы ZF / ZFC предполагают универсум множеств уже построенным, а все стадии кумулятивной иерархии множеств уже реализованными, и принципом неопределенной расширяемости, т.е. тем, что любой набор множеств может быть расширен до набора с большим количеством множеств, можно обратиться к модальностям. Такой подход предполагает, что стандартный (например, перво- или второпорядковый) язык, используемый для формализации теории множеств, дополняется множественными [13, 14] кванторами, связывающими множественные переменные (такая переменная за раз пробегает по нескольким объектам, которые при этом не считаются единым объектом типа множества; так работает множественное число в естественном языке), и (интерпретационными) модальностями. При таком подходе кумулятивная иерархия множеств «реализуется» в виде последовательности возможных миров. В итоге строится модальная теория множеств[1], которую можно использовать в качестве теории структур для формулировки модального теоретико-множественного структурализма (МТМС).

В качестве модальной логики используется S4.2, в которой выполняются следующие модальные аксиомы:

(4) $\Box p \rightarrow \Box\Box p$

(G) $\Diamond\Box p \rightarrow \Box\Diamond p$

Данные аксиомы соответствуют предполагаемому пониманию отношения достижимости, которое должно представлять собой частичный порядок (рефлексивность, антисимметричность, транзитивность), вполне фундированность (любое подмножество отношения достижимости имеет минимальный элемент), конвергентность (два расширения одного мира имеют общее расширение) и максимальность (все множества, которые могут быть построены, строятся сразу же). В этой логике выполняется обратная формула Баркан, соответствующая требованию того, что домены не могут уменьшаться.

Помимо этой модальной логики и стандартных правил введения и удаления множественных кванторов (для удобства они понимаются отличным от естественного языка образом и могут быть пустыми, хотя это и не обязательно), выстраиваемая для модальной теории множеств логика содержит принцип необходимости различия (в S4.2 можно вывести необходимость тождества, но для выведения необходимости различия требуется аксиома B, которая в этой логике не выполняется), а также принципы стабильности и нерасширяемости для отношения «быть одним из (некоторой множественности)». Стабильность и нерасширяемость предполагают, что если в каком-то возможном мире была сформирована определенная множественность, то во всех последующих мирах эта множественность составлена их тех и только тех объектов, из которых она изначально была сформирована. В этой логике

[1] Модальная теория множеств разрабатывается в работах Ч. Парсонса; см.: [15]. Также см.: [16]. Подробное рассмотрение модальной теории множеств см. в 3-й и 12-й главах [17]. Еще один вариант модального понимания итеративной концепции множества см.: [18].

множества формируются из множественностей и наследуют все их экстенсиональные характеристики. Потенциалистский перевод произвольной формулы без модальностей получается предписыванием оператора необходимости каждому квантору общности и оператора возможности каждому квантору существования.

Для выведения в этой системе потенциалистских аксиом ZF вводится еще несколько принципов: (1) аксиома фундирования, гарантирующая существование элементов прежде, чем существуют содержащие их множества; (2) принцип экстенсиональной определенности множеств с модальностью, позволяющий сравнивать множества друг с другом не только внутри отдельно взятого мира, но и из разных миров; (3) категорический принцип существования множеств, согласно которому для любых объектов на определенной стадии на более поздней стадии существует множество из этих объектов; (4) экстенсиональная определенность для замещения, по которому экстенсиональная определенность касается размера; (5) принцип модальной рефлексии, согласно которой, если условие выполняется в потенциальной иерархии множеств, то оно выполняется в некотором мире (стадии этой иерархии). Благодаря этим принципам удается вывести все потенциалистские переводы аксиом ZF[1].

Благодаря тому, что аксиомы теории множеств понимаются модальным образом, удается потенциалистски объяснить тотальность всех множеств без допущения того, что существует некоторый раз и навсегда зафиксированный универсум множеств. Соответственно, МТМС согласуется с принципом неопределенной расширяемости. Кроме того, МТМС может быть комбинирован с модальным структурализмом в духе Дж. Хеллмэна [11. P. 61–73; 19; 20], для этого требуется дополнить МТМС атомарной мереологией, которая вместе с множественными кванторами дает теорию отношений[2]. Что же касается теоретико-множественного плюрализма, то ситуация не так проста. С одной стороны, МТМС не предполагает существования какой-то единственной иерархии множеств, а значит, выбирая в качестве базовых различные принципы, можно строить различные варианты модальной теории множеств. Например, вариант с аксиомой выбора или ее отрицанием, с аксиомами больших кардиналов или их отрицаниями и т.д. С другой стороны, выбирая базовые принципы, в том числе из которых в дальнейшем выводятся аксиомы модальной теории множеств, мы заранее предполагаем, как будут себя вести объекты выстраиваемой теории. Соответственно, теоретико-множественный плюрализм все же оказывается существенно ограниченным, что мало чем отличается от подобной ситуации с ТМС. То есть МТМС все еще не дает структуралистского объяснения теории множеств, однако стоит надеяться, что его упомянутая выше комбинация с модальным структурализмом может оказаться полезной в этом отношении. Как бы то ни было, в ситуации выбора между ТМС и МТМС второй имеет важные преимущества.

Список источников

1. *Benacerraf P.* What Numbers Could Not Be // Philosophical Review. 1965. Vol. 74, № 1. P. 47–73.

[1] Подробнее об этом, включая все доказательства, см. 12-ю главу и приложение к ней из [17].

[2] Подробнее об этом проекте см.: [11. P. 85].

2. *Ламберов Л.Д.* Бенацерраф и теоретико-множественный редукционистский реализм // Эпистемология и философия науки. 2021. Т. 58, № 1. С. 142–160.

3. *Целищев В.В.* Онтология математики: объекты и структуры. Новосибирск : Нонпарель, 2003. 240 с.

4. *Resnik M.* Mathematics as a Science of Patterns. Oxford : Oxford University Press, 1997. 304 p.

5. *Leitgeb H.* On Non-Eliminative Structuralism. Unlabeled Graphs as a Case Study, Part A // Philosophia Mathematica. 2020. Vol. 28, № 3. P. 317–346.

6. *Leitgeb H.* On Non-Eliminative Structuralism. Unlabeled Graphs as a Case Study, Part B // Philosophia Mathematica. 2021. Vol. 29, № 1. P. 64–87.

7. *Skolem T.* Some Remarks on Axiomatized Set Theory // From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931 / ed. by J. van Heijenoort. Cambridge, MA : Harvard University Press, 1967. P. 290–301.

8. *Zermelo E.* Über Grenzzahlen und Mengenbereiche: Neue Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre // Fundamenta Mathematicae. 1930. Bd. 16. S. 29–47.

9. *Boolos G.* The Iterative Conception of Set // The Journal of Philosophy. 1971. Vol. 68. P. 215–231.

10. *Boolos G.* Iteration Again // Philosophical Topics. 1989. Vol. 17. P. 5–21.

11. *Hellman G., Shapiro S.* Mathematical Structuralism. Cambridge : Cambridge University Press, 2019. P. 38.

12. *Aczel P.* Non-well-founded Sets. Stanford : Center for the Study of Language and Information, 1988. 137 p.

13. *Boolos G.* To Be Is to Be a Value of a Variable (or to Be Some Values of Some Variables) // The Journal of Philosophy. 1984. Vol. 81, № 8. P. 430–449.

14. *Boolos G.* Nominalist Platonism // Philosophical Review. Vol. 94, № 3. P. 327–344.

15. *Parsons C.* Sets and Modality // Mathematics in Philosophy. New York : Cornell University Press, 1983. P. 298–341.

16. *Linnebo Ø.* The Potential Hierarchy of Sets // Review of Symbolic Logic. 2013. Vol. 6, № 2. P. 205–208.

17. *Linnebo Ø.* Thin Objects. An Abstractionist Account. Oxford : Oxford University Press, 2018. 237 p.

18. *Studd J. P.* The Iterative Conception of Set. A (Bi-) Modal Axiomatisation // Journal of Philosophical Logic. 2013. Vol. 42, № 5. P. 697–725.

19. *Hellman G.* Mathematics without Numbers: Towards a Modal-Structural Interpretation. Oxford : Oxford University Press, 1989. 154 p.

20. *Hellman G.* Structuralism without Structures // Philosophia Mathematica. 1996. Vol. 4, № 3. P. 100–123.

References

1. Benacerraf, P. (1965) What Numbers Could Not Be. *Philosophical Review*. 74(1). p. 47–73.

2. Lamberov, L. (2021) Benacerraf and Set-theoretic Reductionist Realism. *Epistemologiya i filosofiya nauki – Epistemology and Philosophy of Science*. 58(1). pp. 142–160. (In Russian). DOI: 10.5840/eps202158115

3. Tselishchev, V.V. (2003) *Ontologiya matematiki: ob"ekty i struktury* [Ontology of Mathematics: Objects and Structures]. Novosibirsk: Nonparel'.

4. Resnik, M. (1997) *Mathematics as a Science of Patterns*. Oxford: Oxford University Press.

5. Leitgeb, H. (2020) On Non-Eliminative Structuralism. Unlabeled Graphs as a Case Study, Part A. *Philosophia Mathematica*. 28(3). pp. 317–346.

6. Leitgeb, H. (2021) On Non-Eliminative Structuralism. Unlabeled Graphs as a Case Study, Part B. *Philosophia Mathematica.* 29(1). pp. 64–87.

7. Skolem, T. (1967) Some Remarks on Axiomatized Set Theory. In: Heijenoort, J. van (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press. pp. 290–301.

8. Zermelo, E. (1930) Über Grenzzahlen und Mengenbereiche: Neue Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre. *Fundamenta Mathematicae*. 16. pp. 29–47.

9. Boolos, G. (1971) The Iterative Conception of Set. *The Journal of Philosophy.* 68. pp. 215–231.

10. Boolos, G. (1989) Iteration Again. *Philosophical Topics*. 17. pp. 5–21.

11. Hellman, G., Shapiro, S. (2019) *Mathematical Structuralism.* Cambridge: Cambridge University Press.
12. Aczel, P. (1988) *Non-well-founded Sets*. Stanford: Center for the Study of Language and Information.
13. Boolos, G. (1984) To Be Is to Be a Value of a Variable (or to Be Some Values of Some Variables). *The Journal of Philosophy*. 81(8). pp. 430–449.
14. Boolos, G. (1985) Nominalist Platonism. *Philosophical Review*. 94(3). pp. 327–344.
15. Parsons, C. (1983) *Mathematics in Philosophy*. New York: Cornell University Press. pp. 298–341.
16. Linnebo, Ø. (2013) The Potential Hierarchy of Sets. *Review of Symbolic Logic*. 6(2). pp. 205–28. DOI: 10.1017/S1755020313000014
17. Linnebo, Ø. (2018) *Thin Objects. An Abstractionist Account*. Oxford: Oxford University Press.
18. Studd, J.P. (2013) The Iterative Conception of Set. A (Bi-) Modal Axiomatisation. *Journal of Philosophical Logic*. 42(5). pp. 697–725.
19. Hellman, G. (1989) *Mathematics without Numbers: Towards a Modal-Structural Interpretation*. Oxford: Oxford University Press.
20. Hellman, G. (1996) Structuralism without Structures. *Philosophia Mathematica*. 4(3). pp. 100–123.

Сведения об авторе:
Ламберов Л.Д. – кандидат философских наук, доцент, доцент кафедры онтологии и теории познания Уральского федерального университета им. первого Президента России Б.Н. Ельцина (Екатеринбург, Россия). E-mail: lev.lamberov@urfu.ru

Information about the author:
Lamberov L.D. – Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin (Yekaterinburg, Russian Federation). E-mail: lev.lamberov@urfu.ru

Статья поступила в редакцию 17.11.2021;
одобрена после рецензирования 05.02.2022; принята к публикации 03.03.2022

The article was submitted 17.11.2021;
approved after reviewing 05.02.2022; accepted for publication 03.03.2022