

МЕХАНИКА**MECHANICS**

Научная статья

УДК 539.3+514.851

doi: 10.17223/19988621/77/3

**Анализ некоторых методов соединения ячеек
в механическом тетрахиральном метаматериале****Линар Ришатович Ахметшин¹,
Игорь Юрьевич Смолин²**^{1,2} *Томский государственный университет, Томск, Россия*^{1,2} *Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия*¹ *akhmetshin.lr@gmail.com*² *smolin@ispms.ru*

Аннотация. С использованием методов математического моделирования исследован вопрос о соединении элементарных ячеек в образце из механического ячеистого метаматериала. Структура метаматериала представляет собой ячейки из тетрахиральных элементов, обеспечивающих его необычное поведение – закручивание при одноосном нагружении. Рассмотрены два метода соединения ячеек в метаматериале. Описаны преимущества и недостатки каждого из методов. Обнаружено, что в первом случае явно наблюдается центр вращения, благоприятно влияющий на стабильную работу системы двух ячеек, но уменьшающий значение угла закручивания. Второй метод соединения усиливает эффект закручивания.

Ключевые слова: механический метаматериал, хиральность, скручивание, соединение ячеек, численное моделирование

Благодарности: Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, тема номер FWRW-2022-0003.

Для цитирования: Ахметшин Л.Р., Смолин И.Ю. Анализ некоторых методов соединения ячеек в механическом тетрахиральном метаматериале // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2022. № 77. С. 27–37. doi: 10.17223/19988621/77/3

Analysis of some methods of integration of cells in a mechanical metamaterial

Linar R. Akhmetshin, Igor Yu. Smolin

^{1,2} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

^{1,2} Institute of Strength Physics and Materials Science of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Tomsk, Russian Federation

¹ akhmetshin.lr@gmail.com

² smolin@ispms.ru

Abstract. In this paper, the influence of integration of unit cells on the mechanical behavior of the sample made of mechanical tetrachiral metamaterial is studied by using mathematical modeling. A chiral structure of the cells provides unusual mechanical behavior of the metamaterial, namely, twisting under uniaxial loading. Two methods of integration of unit cells in the metamaterial are discussed: joining and overlapping. The advantages and disadvantages of each method are described. It has been found that in one of the cases, the rotation of the system of two cells is carried out around the center of mass, which favorably affects the stability of the system, but decreases the rotation angle. In another case, the absence of one of the faces leads to the rotation which is not relative to the center of mass and results in the asymmetric strain figure and instability of the system. Such instability is caused by disproportionate arrangement of the cells in the plane, which has been shown using the examples of the systems with two and nine cells. For the system of nine unit cells, both methods of integration lead to a symmetric rotation about two perpendicular axes. Further research of this topic is supposed to allow one to create metamaterials and structures with programmable mechanical behavior.

Keywords: mechanical metamaterial, chirality, twist, integration of cells, numerical modeling

Acknowledgments: The work was carried out according to the state assignment for ISPMS SB RAS, project FWRW-2022-0003.

For citation: Akhmetshin, L.R., Smolin, I.Yu. (2022) Analysis of some methods of integration of cells in a mechanical metamaterial. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 77. pp. 27–37. doi: 10.17223/19988621/77/3

Метаматериалы – это искусственно созданные материалы, уникальные свойства которых обусловлены их микроструктурой, а не химическим составом базового материала. Другими словами, механическое поведение метаматериалов ближе к поведению конструкций, а не материалов. В материалах элементарная ячейка представляет собой набор атомов, в то время как метаматериал строится из крупных ячеек, на порядки больше атомного значения.

Одним из методов создания метаматериалов является механическое изготовление иерархической ячеистой структуры на мезо- или макромасштабе. Данный подход в основном применяется для создания механических метаматериалов. Механические метаматериалы характеризуются необычными механическими свойствами и классифицируются по константам упругости: (1) модуль Юнга, (2) сдвиговой модуль, (3) объемный модуль, (4) коэффициент Пуассона [1].

Среди прочих видов метаматериалов ячеистые структуры достигают наивысшей эффективности благодаря меньшему удельному весу [2]. В последние годы интерес к исследованиям в области ячеистых структур метаматериалов расширился от чисто прикладных до фундаментальных исследований свойств.

Очень популярным типом структур метаматериалов является структура с хиральными элементами. Хиральность – это свойство объекта не накладываться на свое зеркальное отображение. Хиральность может быть как левосторонней, так и правосторонней [3]. Простой хиральный элемент имеет центральное кольцо и ребра, выходящие из него [4]. Количество ребер будет определять название хиральной структуры.

Впервые трехмерный образец из метаматериала с хиральной структурой, состоящей из кольца и четырех связок, был продемонстрирован в работе [5]. Авторы этой работы показали, что при одноосном нагружении стержня из механического метаматериала он проявляет необычный эффект, заключающийся в скручивании стержня. Полученный результат является аналогом оптической активности и именуется «механическая активность».

Метаматериалы активно развиваются в настоящее время и уже продемонстрировали исключительный потенциал для широкого спектра применений, в частности для теплоизоляции, электродов аккумуляторов, носителей катализаторов и гашения акустической, вибрационной или ударной энергии [6]. Вызывает интерес их применение для преобразования или демпфирования механических волн. В метаматериалах энергия может быть сконцентрирована в элементах структуры и эффективно поглощена [7]. В биомедицинской инженерии существует множество перспектив применения метаматериалов: в качестве протезов, имплантатов, стентов, скаффолдов, расширителей, швов, фиксаторов связок / мускулов, бинтов [8]. Особую актуальность разработке изделий из механических метаматериалов придают успехи в развитии современных технологий 3D-печати. Технологии производства трехмерных изделий являются перспективными и конкурентоспособными по сравнению с традиционными благодаря высокой производительности и возможности создавать детали со сложной геометрией для достижения ранее недоступных свойств [9].

Настоящая работа является следствием предыдущих работ [10, 11], по результатам которых было обнаружено, что отсутствуют исследования, связанные с изучением соединения элементарных ячеек в метаматериалах. Цель данной работы – анализ различных методов соединения элементарных ячеек в механическом тетрахиральном метаматериале.

Структура метаматериала

Для исследования способов соединения элементарных ячеек в механическом ячеистом метаматериале можно провести анализ поведения системы двух элементарных ячеек. Чтобы создать геометрическую модель соединения двух ячеек были выделены этапы построения геометрической модели одной элементарной ячейки механического тетрахирального метаматериала (рис. 1). Затем элементарные ячейки соединяются между собой. Тетрахиральность означает, что в структуре присутствуют кольцо и четыре связки (ребра), соединенные с кольцом по касательной и взаимодействующие с другими ячейками.

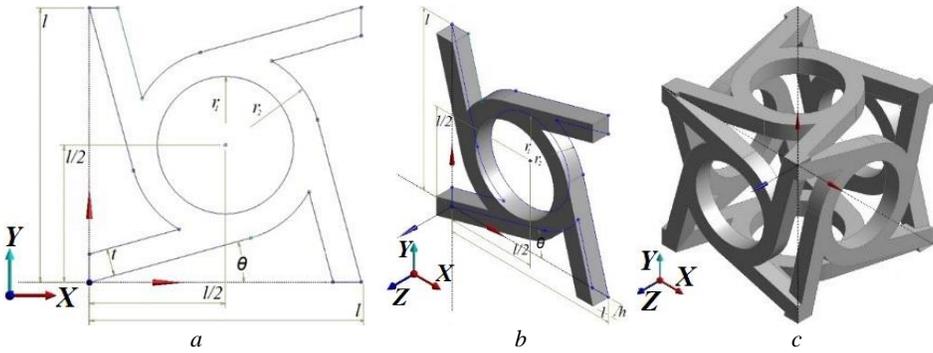


Рис. 1. Структура метаматериала: эскиз (a), хиральная структура (b), элементарная ячейка (c)
Fig. 1. Structures of a metamaterial: (a) scheme, (b) chiral structure, and (c) unit cell

После создания элементарной ячейки ее необходимо размножить для создания макротела. Как было выяснено и будет показано в данной работе, расположение элементарных ячеек играет важную роль в деформационном поведении образца из метаматериала.

Создание геометрической модели производили в модуле Design Modeler программного комплекса Ansys WB 2020R2.

Для создания математической модели были приняты следующие значения параметров: $l = 50$ мм – длина элементарной ячейки, $t = 5$ мм – ширина ребра, $h = 5$ мм – толщина ребра, $r_2 = 17.5$ мм – внешний радиус кольцевого элемента, $r_1 = 12.5$ мм – внутренний радиус кольцевого элемента, θ – угол наклона ребра. Угол θ строится между ребром метаматериала и горизонтальной плоскостью, является зависимым от параметров кольца и вычисляется следующим образом [12]:

$$\theta = \arccos \left(\frac{2 \left(\frac{r_2 - r_1}{2} \right)}{\sqrt{2}L} \right) - 45^\circ .$$

Методы соединения элементарных ячеек

Основу метаматериала составляют элементарные ячейки. При создании метаматериала следует различать способы их соединения (рис. 2). Наиболее очевидным является метод «присоединения», когда одна ячейка присоединяется к другой, как показано на рис. 2, a. Другой метод соединения элементарных ячеек представлен на рис. 2, b. В этом случае происходит наложение краев ребер. Будем называть такой способ методом «внахлест». Видно, что при этом грань одной ячейки является также гранью другой ячейки.

Различия в методах соединения элементарных ячеек заметны даже на примере двух ячеек. Видно, что при использовании метода «присоединения» в области соединения двух ячеек возникает удвоение толщины. В методе «внахлест» не возникает утолщений, и вероятно, что такой способ будет более экономичным за счет отсутствия некоторых граней ячеек.

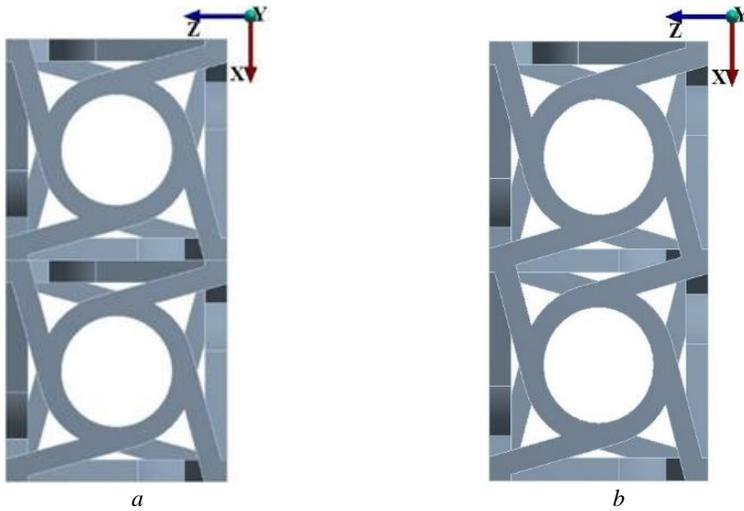


Рис. 2. Методы соединения ячеек в метаматериале: присоединение (а), внахлест (b)
Fig. 2. Methods of integration of cells in a metamaterial: (a) joining and (b) overlapping

Математическая постановка и особенности численного моделирования

Постановка краевой задачи выражается системой уравнений теории упругости для интересующих нас полей перемещений u_i и напряжений σ_{ij} в трехмерной постановке. Система включает уравнения равновесия (1), соотношения Коши (2) для определения деформаций через перемещения и определяющие соотношения (закон Гука) (3):

$$\nabla_j \cdot \sigma_{ij} = 0; \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \cdot \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon_{ij}, \quad (3)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, ε_{ij} – компоненты тензора деформаций, x_i – пространственные координаты, u_i – компоненты вектора перемещений, λ, μ – коэффициенты Ламе, δ_{ij} – символ Кронекера, $i, j = 1, 2, 3$.

Начальные условия в момент времени $t_0 = 0$ соответствовали отсутствию начальных напряжений и деформаций и выглядят следующим образом:

$$\sigma_{ij}(t_0) = \varepsilon_{ij}(t_0) = 0. \quad (4)$$

В работе рассмотрена задача одноосного нагружения образца из механического метаматериала. Для этого на нижней грани образца из метаматериала были наложены условия жесткой заделки, а на верхней грани задавалось перемещение, соответствующее продольному сжатию на 3%. Перемещение может быть задано со знаком плюс или минус, что соответствует растяжению или сжатию. На остальных гранях образца заданы свободные граничные условия. В этом случае граничные условия можно записать следующим образом:

$$u_i = 0 \text{ для } x_i \in S_1, u_2 = -0.03l \text{ для } x_i \in S_2, \sigma_{ijn_j} = 0 \text{ для } x_i \in S_3, \quad (5)$$

где S_1 – нижняя грань, S_2 – верхняя грань, S_3 – оставшиеся грани образца, l – начальная длина образца вдоль оси $z(y)$, n_j – компоненты вектора нормали к поверхности S_3 .

В данной работе для упругих постоянных были приняты следующие значения: $E = 2.6$ ГПа – модуль Юнга, $\nu = 0.4$ – коэффициент Пуассона. Связь модуля Юнга и коэффициента Пуассона с постоянными Ламе задается формулами:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (6)$$

Принятые значения констант соответствуют ABS-пластику. Свойства метаматериалов в большей степени зависят не от значений упругих модулей, а от геометрии макроструктуры метаматериала.

Численное моделирование проводилось методом конечных элементов в программном комплексе Ansys WB 2020R2. Элементарная ячейка рассматривалась как система стержней (балок), которые при расчете методом конечных элементов моделировались как совокупность трехмерных твердотельных элементов. Деформирование образца происходит без контактных взаимодействий составляющих его элементов.

Результаты и обсуждение

Сеточная сходимость

Для получения достоверных результатов математического моделирования, а также для уменьшения вычислительных затрат необходимо было провести исследование на сеточную сходимость. Это позволяет определить оптимальный размер элементов конечно-элементной сетки. Поскольку наибольший интерес в исследовании представляет описание закручивания образца из метаматериала, было решено оценивать сеточную сходимость по величине угла поворота крайней грани образца из метаматериала.

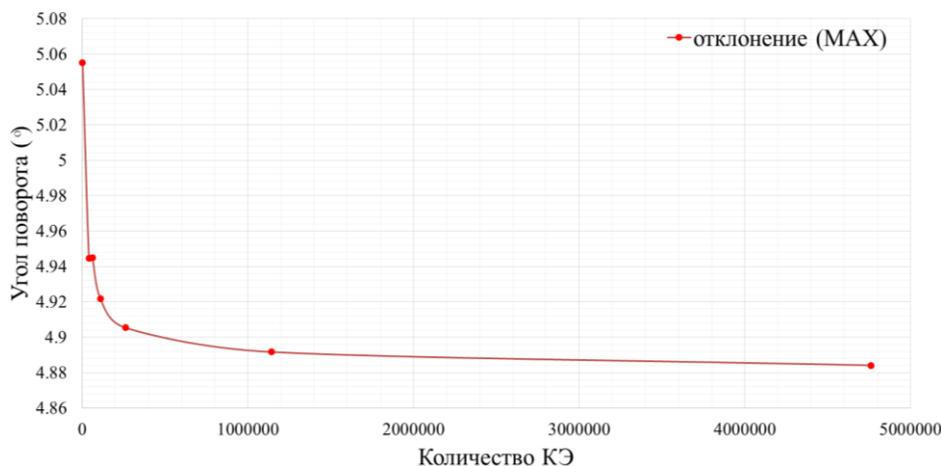


Рис. 3. Сеточная сходимость по усредненной характеристике – повороту грани
Fig. 3. Grid convergence with respect to an averaged face rotation

Проведенные расчеты (рис. 3) показали, что оптимальными конечными элементами будут являться тетраэдральные элементы с характерным размером 0.6 мм. Диапазон проверяемых значений размеров элементов составил 5, 1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.1 мм. При выборе любого из размеров конечных элементов погрешность результатов составляла не более 3.6%.

Система двух элементарных ячеек

Тетрахиральность позволяет двумерным структурам скручиваться вдоль некоторых направлений. Это говорит о том, что при приложении одноосной нагрузки (сжатие / растяжение) появляется дополнительная степень свободы, а именно вращение кольца [13].

Соединение ячеек в метаматериале методом «присоединения» может привести к разнонаправленному вращению граней в области контакта ячеек, что является отрицательным эффектом для закручивания всего образца из такого метаматериала (рис. 4, a).

Соединение ячеек методом «внахлест» не дает подобной реакции, поэтому закономерным будет предположить, что создание образца из метаматериала представленным методом позволит достичь лучших значений механического эффекта закручивания (рис. 4, c).

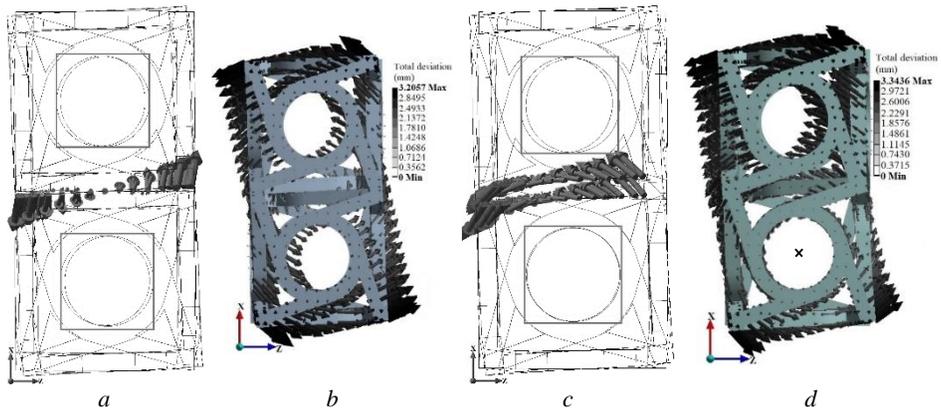


Рис. 4. Векторы смещений в образцах из двух элементарных ячеек
 Fig. 4. Displacement vectors in the samples build up from two cells

Наиболее интересный эффект проявляется, если рассматривать систему из двух ячеек целиком. Как видно из рис. 4, a, b, в методе «присоединения» центр вращения возникает в месте соединения граней. Это связано с тем, что в этой точке находится центр масс системы. Вращение направлено против часовой стрелки.

При рассмотрении системы ячеек, соединенных методом «внахлест», обнаружено, что такая система вращается относительно центра одного из колец тетрахиральной структуры (отмечен крестиком на рис. 4, d). То есть наблюдается асимметричная картина механического поведения, которая не замечена в системе двух ячеек, соединенных методом «присоединения».

Система девяти элементарных ячеек

При рассмотрении результатов для системы двух ячеек получены интересные результаты, связанные с асимметричным деформированием. Предполагается, что подобный эффект вызван несимметричным расположением ячеек по осям в плоскости XZ . Необходимо рассмотреть образец, в котором количество ячеек, расположенных как по оси X , так и по оси Z одинаково, например, 3×3 ячеек. Результаты для рассматриваемой системы представлены на рис. 5.

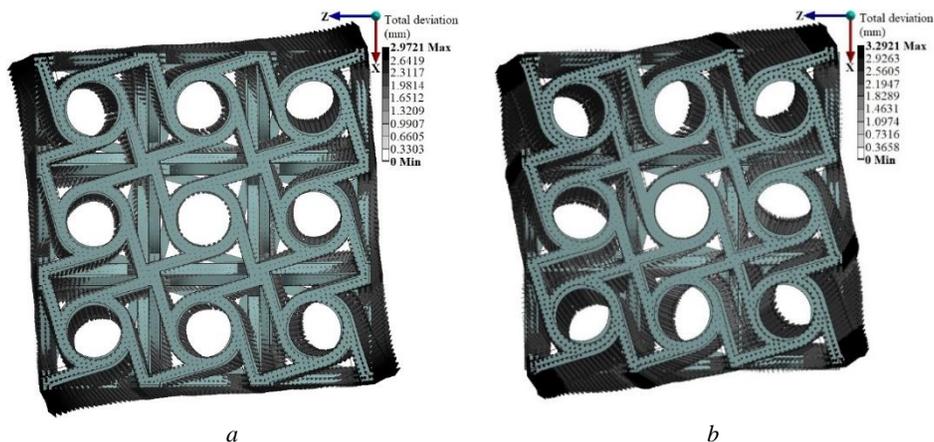


Рис. 5. Механическое поведение в системе из девяти ячеек, соединенных методами присоединения (а), внахлест (б)

Fig. 5. Mechanical behavior in a system of nine cells integrated by the methods of (a) joining and (b) overlapping of cells

По соответствующим векторам движения узлов конечно-элементной сетки можно сделать вывод, что механическое поведение при обоих способах соединения ячеек симметричное, а по распределению векторов можно заключить, что эффект скручивания в методе «внахлест» выражен более сильно, чем в методе «присоединения». Отклонение от оси X при скручивании структуры составляет 2.38 мм и 2.26 мм для методов «внахлест» и «присоединение» соответственно.

Заключение

Рассмотрена квазистатическая задача нагружения системы элементарных ячеек механического тетрахирального метаматериала в рамках линейной теории упругости для случая трехмерных однородных хиральных ячеистых структур. Эта работа является продолжением исследований авторов по изучению необычного эффекта «нагружение–скручивание» [10].

Математическое моделирование методом конечных элементов является удобным средством для прогнозирования деформационного поведения образца из механического метаматериала. В общем смысле проектирование материалов и метаматериалов путем математического моделирования позволяет избежать проб и ошибок при проведении натуральных экспериментов.

В работе рассмотрены некоторые методы соединения элементарных ячеек в механическом тетрахиральном метаматериале. Описаны преимущества и недостатки каждого из методов соединения в системе двух ячеек. Обнаружено, что в одном из случаев вращение происходит вокруг центра масс системы, что благоприятно влияет на стабильную работу системы двух ячеек, но уменьшает значение угла поворота. При этом возникает симметричное деформационное поведение в обеих ячейках. В другом случае показано, как отсутствие одной из граней влияет на деформацию системы двух ячеек и приводит к асимметричной картине механического поведения. Нарушение симметрии вращения может вызвать эффекты изгиба, приводящие к неустойчивости.

При рассмотрении системы из ячеек, симметрично расположенных по осям плоскости, состоящей из 3×3 ячеек, отсутствует асимметрия механического поведения. Можно утверждать, что поворот осуществляется симметрично относительно осей X и Z . Данное утверждение дает нам понимание того, что центр вращения находится в центре образцов для обоих методов.

Хотя оптимизация химического состава играет важную роль в разработке новых материалов, механические и функциональные свойства большинства материалов в значительной степени определяются их структурой на уровне выше атомного. Целенаправленное проектирование «архитектурных» микроструктур позволяет получать материалы с оптимальными механическими и новыми функциональными свойствами [14]. Мы предполагаем, что продолжение исследований в выбранном нами направлении позволит создать метаматериалы и конструкции с программируемым механическим поведением.

Список источников

1. Yu X., Zhou J., Liang H., Jiang Zh., Wu L. Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: a brief review // *Progress in Materials Science*. 2018. V. 94. P. 114–173. doi: 10.1016/j.pmatsci.2017.12.003
2. Cumber S.A., Christensen J., Alù A. Controlling sound with acoustic metamaterials // *Nature Reviews Materials*. 2016. V. 1. Art. 16001. doi: 10.1038/natrevmats.2016.1
3. Grima J.N., Gatt R., Farrugia P.-S. On the properties of auxetic meta-tetrachiral structures // *Physica Status Solidi (B)*. 2008. V. 245. P. 511–520. doi: 10.1002/pssb.200777704
4. Prall D., Lakes R.S. Properties of a chiral honeycomb with a Poisson's ratio of -1 // *International Journal of Mechanical Sciences*. 1997. V. 39, No. 3. P. 305–314.
5. Frenzel T., Kadic M., Wegener M. Three-dimensional mechanical metamaterials with a twist // *Science*. 2017. V. 358. Art. 6366. P. 1072–1074. doi: 10.1126/science.aao4640
6. Schaedler T., Jacobsen A., Torrents A., Sorensen A., Lian J., Greer J., Valdevit L., Carter W.B. Ultralight metallic microlattices // *Science*. 2011. V. 334. Art. 6058. P. 962–965. doi: 10.1126/science.1211649
7. Tan T., Yan Zh., Zou H., Ma K., Liu F., Zhao L., Peng Zh., Zhang W. Renewable energy harvesting and absorbing via multi-scale metamaterial systems for Internet of things // *Applied Energy*. 2019. V. 254. Art. 113717. doi: 10.1016/j.apenergy.2019.113717
8. Bhullar S.K., Lala N.L., Ramkrishna S. Smart biomaterials – a review // *Review on Advanced, Materials Science*. 2015. V. 40, No. 3. P. 303–314.
9. Kweun J.M., Lee H.J., Oh J.H., Seung H.M., Kim Y.Y. Transmodal Fabry-Pérot Resonance: Theory and Realization with Elastic Metamaterials // *Physical Review Letters*. 2017. V. 118. P. 205901-1–205901-6. doi: 10.1103/PhysRevLett.118.205901

10. Akhmetshin L.R., Smolin I.Yu. Influence of unit cell parameters of tetrachiral mechanical metamaterial on its effective properties // *Nanoscience and Technology: An International Journal*. 2020. V. 11, No. 3. P. 265–273. doi: 10.1615/NanoSciTechnoIntJ.2020033737
11. Akhmetshin L.R., Smolin I.Yu. The localization of deformations in mechanical metamaterial with a twist. Numerical investigation // *AIP Conference Proceedings*. 2020. V. 2310. Art. 020008. doi: 10.1063/5.0034083
12. Akhmetshin L.R., Iokhim K.V. Analytical and Numerical Analysis of the Deformation Behavior of Tetrachiral Metamaterial // *AIP Conference Proceedings*. 2020. V. 2310. Art. 20006. doi: 10.1063/5.0034072
13. Fu M.-H., Zheng B.B., Li W.-H. A novel chiral three-dimensional material with negative Poisson's ratio and the equivalent elastic parameters // *Composite Structures*. 2017. V. 176. P. 442–448. doi: 10.1016/j.compstruct.2017.05.027
14. Bonfanti S., Guerra R., Zaiser M., Zapperi S. Digital strategies for structured and architected materials design // *APL Materials*. 2021. V. 9. Art. 020904. doi: 10.1063/5.0026817

References

1. Yu X., Zhou J., Liang H. Jiang Zh., Wu L. (2018) Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: A brief review. *Progress in Materials Science*. 94. pp. 114–173. doi: 10.1016/j.pmatsci.2017.12.003
2. Cummer S.A., Christensen J., Alu A. (2016) Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nature Reviews Materials*. 1. Article 16001. doi: 10.1038/natrevmats.2016.1
3. Grima J.N., Gatt R., Farrugia P.-S. (2008) On the properties of auxetic meta-tetrachiral structures. *Physica Status Solidi (B)*. 245. pp. 511–520. doi: 10.1002/pssb.200777704
4. Prall D., Lakes R.S. (1997) Properties of a chiral honeycomb with a Poisson's ratio of -1 . *International Journal of Mechanical Sciences*. 39(3). pp. 305–314.
5. Frenzel T., Kadic M., Wegener M. (2017) Three-dimensional mechanical metamaterials with a twist. *Science*. 358. Article 6366. pp. 1072–1074. doi: 10.1126/science.aao4640
6. Schaedler T., Jacobsen A., Torrents A., Sorensen A., Lian J., Greer J., Valdevit L., Carter W.B. (2011) Ultralight metallic microlattices. *Science*. 334. Article 6058. pp. 962–965. doi: 10.1126/science.1211649
7. Tan T., Yan Zh., Zou H., Ma K., Liu F., Zhao L., Peng Zh., Zhang W. (2019) Renewable energy harvesting and absorbing via multi-scale metamaterial systems for Internet of things. *Applied Energy*. 254. Article 113717. doi: 10.1016/j.apenergy.2019.113717
8. Bhullar S.K., Lala N.L., Ramkrishna S. (2015) Smart biomaterials - a review. *Review on Advanced, Materials Science*. 40(3). pp. 303–314.
9. Kweun J.M., Lee H.J., Oh J.H., Seung H.M., Kim Y.Y. (2017) Transmodal Fabry-Perot resonance: theory and realization with elastic metamaterials. *Physical Review Letters*. 118. Article 205901. doi: 10.1103/PhysRevLett.118.205901
10. Akhmetshin L.R., Smolin I.Yu. (2020) Influence of unit cell parameters of tetrachiral mechanical metamaterial on its effective properties. *Nanoscience and Technology: An International Journal*. 11(3). pp. 265–273. doi: 10.1615/NanoSciTechnoIntJ.2020033737
11. Akhmetshin L.R., Smolin I.Yu. (2020) The localization of deformations in mechanical metamaterial with a twist. Numerical investigation. *AIP Conference Proceedings*. 2310. Article 020008. doi: 10.1063/5.0034083
12. Akhmetshin L.R., Iokhim K.V. (2020) Analytical and numerical analysis of the deformation behavior of tetrachiral metamaterial. *AIP Conference Proceedings*. 2310. Article 20006. doi: 10.1063/5.0034072
13. Fu M.-H., Zheng B.B., Li W.-H. (2017) A novel chiral three-dimensional material with negative Poisson's ratio and the equivalent elastic parameters. *Composite Structures*. 176. pp. 442–448. doi: 10.1016/j.compstruct.2017.05.027

14. Bonfanti S., Guerra R., Zaiser M., Zapperi S. (2021) Digital strategies for structured and architected materials design. *APL Materials*. 9. Article 020904. doi: 10.1063/5.0026817

Сведения об авторах:

Ахметшин Линар Ришатович – аспирант кафедры механики деформируемого твердого тела физико-технического факультета Томского государственного университета, младший научный сотрудник Института физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия. E-mail: akhmetshin.lr@gmail.com

Смолин Игорь Юрьевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры прочности и проектирования физико-технического факультета Томского государственного университета, главный научный сотрудник Института физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия. E-mail: smolin@ispms.ru

Information about the authors:

Akhmetshin Linar R. (Tomsk State University, Institute of Strength Physics and Materials Science of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Tomsk, Russian Federation). E-mail: akhmetshin.lr@gmail.com

Smolin Igor Yu. (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Tomsk State University, Institute of Strength Physics and Materials Science of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Tomsk, Russian Federation). E-mail: smolin@ispms.ru

Статья поступила в редакцию 14.07.2021; принята к публикации 19.05.2022

The article was submitted 14.07.2021; accepted for publication 19.05.2022