

Научная статья

УДК 532.5

doi: 10.17223/19988621/77/11

Особенности экспериментального изучения устойчивого и неустойчивого вытеснения в ячейке Хеле-Шоу, заполненной стеклянными шариками

Артур Ашотович Рахимов¹, Азат Ахматович Валиев²

^{1, 2} Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа Россия

¹ ragar83@mail.ru

² azatphysic@mail.ru

Аннотация. Изучены особенности несмешивающихся вытеснений: воды нефтью, нефти газом или водой при постоянном перепаде давления (ΔP) в ячейках Хеле-Шоу, заполненных стеклянными шариками. Показано, что при равных объемах вытеснение водой эффективнее, чем газом. Обнаружено, что при вытеснении нефтью движение идет по пройденным каналам; при вытеснении нефти увеличение ΔP приводит к росту эффективности вытеснения, на входе происходит разрастание «пальцев».

Ключевые слова: ячейка Хеле-Шоу, вытеснение, перепад давления, объемный расход, «вязкие пальцы», фрактальная размерность, капиллярные силы, вязкостная неустойчивость

Благодарности: Работа выполнена с использованием средств государственного бюджета по госзаданию на 2019–2022 гг. (№ 0246-2019-0052).

Для цитирования: Рахимов А.А., Валиев А.А. Особенности экспериментального изучения устойчивого и неустойчивого вытеснения в ячейке Хеле-Шоу, заполненной стеклянными шариками // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2022. № 77. С. 140–157. doi: 10.17223/19988621/77/11

Original article

Features of an experimental study of the stable and unstable displacement in the Hele-Shaw cell filled with glass balls

Artur A. Rakhimov¹, Azat A. Valiev²

^{1, 2} Mavlutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russian Federation

¹ ragar83@mail.ru

² azatphysic@mail.ru

Abstract. The paper presents the results of an experimental study of immiscible displacements: displacement of water by oil (stable) and displacement of oil by air or water

(unstable) at constant pressure drop in the Hele-Shaw cell filled with glass balls, which is a physical model of a porous fracture in an oil reservoir. The presented data allows one to draw a logical conclusion: the higher the inlet pressure, the higher the displacement efficiency. With the same oil displacement time in the Hele-Shaw cell, the passed volume of the gas significantly exceeds that of the water. The displacement by water is more complete, though. Displacements are highly dependent on inhomogeneity of the model skeleton, most significantly for the flow at low pressure drop. At the edges of the model, where the volume of the dispersed medium is greater, the motion is faster. When displacement in the model with balls is stable, the flow spreads out towards the outlet and takes a "funnel" shape that gradually expands; the motion is directed through the channel passed. For unstable displacement at low pressure drop, the motion occurs along the edges of the cell; with an increase in the pressure drop, the motion becomes more uniform, and the "viscous fingers" begin to "branch" and grow even at a distance from the outlet.

Keywords: Hele-Shaw cell, displacement, pressure drop, volume flow rate, "viscous fingers", fractal dimension, capillary forces, viscous instability

Acknowledgments: The work was funded by the state budget according to the state assignment for 2019-2022 (No. 0246-2019-0052).

For citation: Rakhimov, A.A., Valiev, A.A. (2022) Features of an experimental study of the stable and unstable displacement in the Hele-Shaw cell filled with glass balls. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 77. pp. 140–157. doi: 10.17223/19988621/77/11

Введение

При несмешивающемся вытеснении одних флюидов другими образуется граница раздела, форма которой устойчива, если вязкость вытесняющего флюида больше, чем вытесняемого. Граница раздела становится неустойчивой, когда менее вязкая среда вытесняет более вязкую. Вытесняющая жидкость прорывается через слой вытесняемой, образуя в ней ветвящиеся каналы, называемые «вязкими пальцами» («языками»). Образование «вязких пальцев» является одной из причин преждевременного обводнения добывающих скважин.

Еще в конце 60-х гг. XX столетия появилась работа Дж.А. Дэвиса [1], в которой методом фотолитографии была изготовлена модель для фильтрации многофазных систем, названная микромоделью. Стеклопластиковая пластинка с вытравленной системой сложных каналов в поверхностном слое спекалась с другой целой пластинкой в муфельной печи. Большими преимуществами обладают разборные микромодели [2]. Разборность микромодели реализуется за счет использования стекол с высокой плоскостностью, применяемых в оптической интерферометрии. Прозрачный плоский канал позволяет наблюдать эволюцию структуры «вязких пальцев» с изменением условий подачи вытесняющей жидкости. Ветвление «вязких пальцев» обусловлено вязкостной неустойчивостью, форма «вязких пальцев» зависит от соотношения вязкостей жидкостей, капиллярных сил, условий смачивания поверхностей и гидродинамических условий. Соответственно, развитие «вязких пальцев» будет определять интенсивность вытеснения.

В процессе неустойчивого вытеснения нефти водой важно выделить два этапа: течение до достижения выхода ячейки – прорыва, и после прорыва. Большое количество работ [3–5] посвящено изучению и моделированию развития «вязких

пальцев» до прорыва, однако изменение структуры вытесняющих «пальцев» развивается очень динамично после прорыва; наиболее ярко это проявляется при вытеснении нефти газом [6] и поддается качественной интерпретации. Теоретическая работа [7] показывает, что изменение геометрии ячейки Хеле-Шоу существенно влияет на линейную устойчивость и нелинейную динамику формирования структур в неплоских, ограниченных потоках жидкости. Для практического использования, в частности оценки эффективности вытеснения, оказываются важными процессы, влияющие на расширение зоны вытеснения, которые происходят после прорыва.

В работе представлены экспериментальные результаты по устойчивому и неустойчивому вытеснению при постоянном перепаде давления (ΔP) в ячейке Хеле-Шоу, заполненной стеклянными шариками, являющейся физической моделью пористой трещины нефтяного пласта. Постоянный расход соответствует работе насоса, однако в малых элементах нефтяного пласта реализуется постоянный перепад давления. При постоянном расходе перепад давления постепенно падает по мере замещения в процессе вытеснения высоковязкой нефти маловязкой водой, в то время как подача с постоянным перепадом давления приводит к постепенному увеличению скорости течения по мере замещения нефти водой и, соответственно, более активному вытеснению.

Экспериментальная установка и методика измерений

В качестве экспериментальной ячейки использовали модель трещины – ячейку Хеле-Шоу, образованную двумя оптическими стеклянными пластинами, между которыми зажимается фольга разной толщины с вырезанным окном. Входные и выходные отверстия высверлены в верхнем стекле, к ним подведены трубки.

Экспериментальная установка показана на рис. 1. Подача воды проводилась при постоянном перепаде давления, который обеспечивался давлением газа от компрессора с ресивером (1) и контролировался образцовым манометром (2). Давление на входе ячейки Хеле-Шоу (5) измерялось тензометрическим датчиком MPX 5100 (3) и фиксировалось с помощью программы RS-Weight на персональном компьютере (ПК) (7). Жидкость, выходящая из ячейки (5), вытесняла из выходной трубки дистиллированную воду, которая поступала в мерный стакан, находящийся на прецизионных электронных весах A&D GH-252 (6) для измерения расхода весовым методом по массе вытесняемой дистиллированной воды. На верхнюю поверхность воды в стакане налито машинное масло, слой масляной пленки предотвращает интенсивное испарение воды. Видеосъемка процессов, происходящих в ячейке Хеле-Шоу, проводилась камерой Sony DCR-TRV530E (4) с частотой 25 кадров в секунду и минимальной выдержкой, видеозахват с камеры обеспечивался программой VirtualDub. Показания датчика давления, весов и видеоизображение синхронизировались по времени и поступали на ПК (7).

Предварительно поверхности оптических пластин промывались последовательно бензином марки «Калоша» и этиловым спиртом. Стеклянные пластины с окном, образованным фольгой между пластинами, помещались в обойму и зажимались винтами. Получившаяся ячейка Хеле-Шоу заполнялась через отверстие в верхнем стекле нефтью (устойчивое вытеснение) и выдерживалась в нефти не менее часа. В экспериментах использовались дистиллированная вода и природ-

ная нефть. Измеренная при комнатной температуре (25°C) динамическая вязкость используемой нефти составила 17.4 мПа·с, а поверхностное натяжение на границе вода–нефть – 32 мН/м. Погрешности измеряемого объема определялись по массе дистиллированной воды, поступавшей на весы, которая считывалась 1 раз в секунду, и составляли 5% до прорыва, 1% до протекания 1 объема ячейки и 0.1% при больших объемах; перепад давления контролировался датчиком давления с погрешностью в 1%. Отклонение данных по обработке изображений в бинарный вид – 0.3%. Отклонение расходных характеристик после разборки и сборки ячейки – не более 10% при малых расходах.

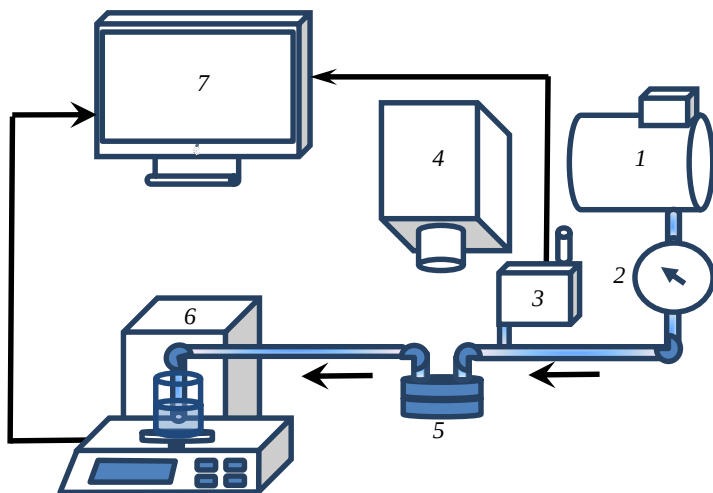


Рис. 1. Схема установки для проведения микрогидродинамических исследований и визуализации структуры течения

Fig. 1. Experimental setup for microhydrodynamic studies and flow structure visualization

Гидравлическая система в эксперименте состоит из прямоугольной ячейки Хеле-Шоу и подводящих цилиндрических трубок (на вход и выход) с одним и тем же объемным расходом Q в сечениях. Падение давления при течении через ячейку Хеле-Шоу описывается формулой [8]

$$\Delta P_1 = \frac{3\mu l_1}{2bh^3} Q, \quad (1)$$

где μ – вязкость, l_1 – длина ячейки, b – ширина ячейки, h – половина зазора (глубины).

Перепад давления на каждой трубке по формуле Пуазейля

$$\Delta P_i = \frac{8\mu l_i}{\pi R_i^4} Q, \quad (2)$$

где l_i – длина трубки, R_i – радиус трубки, $i = 2, 3, 4$.

Используя формулы (1) и (2), получаем отношение перепадов давления в трубке и ячейке:

$$\frac{\Delta P_i}{\Delta P_1} = \frac{16}{3\pi} \frac{bh^3 l_i}{R_i^4 l_1} \approx 1.7 \frac{bh^3 l_i}{R_i^4 l_1}. \quad (3)$$

Размеры прямоугольного канала в ячейке Хеле-Шоу: ширина $b = 2$ см, зазор $2h = 20$ мкм, длина $l_1 = 3.5$ см. В системе на входе (от датчика давления, манометра, до входного отверстия) вставлены короткая трубка (10 см) диаметром 1 мм (по формуле (3) $\Delta P_2/\Delta P_1 \approx 0.00155$, что соответствует 0.155%) и подводящая трубка (20 см) диаметром 2 мм ($\Delta P_3/\Delta P_1 \approx 1.9 \cdot 10^{-4}$, что соответствует 0.019%), а на выходе – длинная (1 м) толстая трубка диаметром 3 мм, подходящая к стакану с водой на весах ($\Delta P_4/\Delta P_1 \approx 1.9 \cdot 10^{-4}$, что соответствует 0.019%). Суммарная потеря перепада давления на всех трубках по сравнению с перепадом давления в ячейке – около 0.2%, ею пренебрегаем в экспериментах.

Обработка изображений и фрактальная размерность

По видеокадрам, полученным при неустойчивом вытеснении, проводился анализ вытеснения нефти при различных режимах нагнетания. Оцифрованные кадры видеоизображений обрабатывались в программе ImageJ (программа в открытом доступе) для перевода в бинарный (черно-белый) вид. Поскольку «вязкие пальцы» обладают самоподобием, был проведен фрактальный анализ. Обработка фрактальной размерности структуры вытеснения проводилась в программе HarFa 5.5L light version (программа в открытом доступе) с использованием метода box-counting [9]. Методом box-counting определялись размерность самих «вязких пальцев» и граница раздела вытесняющей жидкости с вытесняемой. Для получения изображения в бинарном виде программа накладывает равномерную сетку с шагом ϵ и считает количество ячеек N_ϵ , содержащих цвета: черный, белый, черный с белым. С каждой новой итерацией шаг сетки уменьшается, соответственно количество ячеек N растёт. Фрактальная размерность D вычисляется в соответствии с пределом отношения логарифмов:

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N_\epsilon}{\ln \left(\frac{1}{\epsilon} \right)}, \quad (4)$$

где наименьшее значение размера ячейки сетки ϵ равно 1 пикселю.

Таким образом, получается сетка с уменьшающимися с каждой итерацией размерами ячеек, содержащих только черный B(Black) и только белый W(White) цвета, а также области (граница) с присутствием черного и белого цветов – BW. Измерения для BW заканчиваются на двух пикселях, так как в одном пикселе бинарного изображения не может содержаться два цвета. Нами было решено черным цветом (B) выделять область, занимаемую нефтью, а белым (W) – водой. В случае вытеснения нефти водой фрактальной частью является область W + BW (белые и черно-белые области), а область, занимаемая нефтью – B + BW (черные и черно-белые области). В случае устойчивого вытеснения с прямой границей раздела между жидкостями для вытесняемой и вытесняющей жидкостей вычисляемая размерность равна 2, для границы раздела – 1. «Вязкие пальцы» по мере развития формируют ветвистую структуру, направленную в сторону выходной зоны. Усложняется и сама граница раздела, часть целиков нефти остается внутри фракталоподобной структуры.

Картина вытеснения до прорыва

Изображения вытесняющей и вытесняемой жидкости (вода–нефть) различаются по прозрачности и дают достаточно контрастную картину. В процессе вытеснения регистрируются кадры видеоизображения в цифровом виде, показания весов, соответствующие объему нагнетаемой жидкости, и перепад давления. Эти три группы данных синхронно записываются на ПК. Процесс вытеснения по его развитию следует разделить на два этапа: первичное вытеснение до прорыва и «доотмыв» после прорыва. Неустойчивое вытеснение под действием постоянного перепада приводит к образованию ветвящихся структур («пальцев»). Образующиеся в процессе течения при неустойчивом вытеснении в ячейке Хеле-Шоу «вязкие пальцы» (рис. 2) количественно описываются с использованием теории фракталов [10–11].

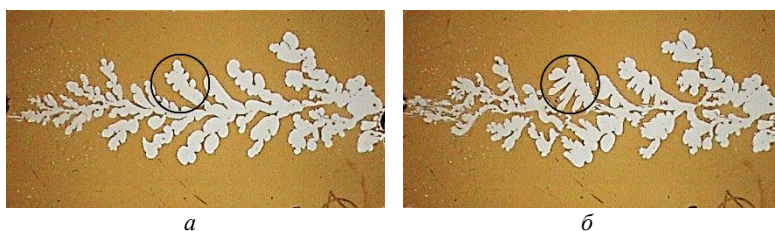


Рис. 2. Изменение ориентации «вязких пальцев» до (а) и после (б) прорыва газа (газ дошел до выходной зоны ячейки) в ячейке Хеле-Шоу. Окружностью обведен один из «пальцев»

Fig. 2. Variation in the orientation of “viscous fingers” (a) before and (b) after the gas breakthrough (the gas has reached an outlet region of the cell) in a Hele-Shaw cell. One of the “fingers” is encircled

На первый взгляд представляется, что маловязкая жидкость, прорвавшаяся до выходной зоны ячейки Хеле-Шоу, будет продолжать течь по тем каналам, из которых она вытеснила высоковязкую нефть [3]. Но сразу после прорыва происходит перераспределение локальных полей давления. Об этом свидетельствует изменение направления развития отдельных «вязких пальцев» (см. рис. 2). До прорыва давление во всем газовом кластере практически равно давлению на входе в ячейку, так как вязкость газа на три порядка меньше вязкости жидкости. Как только газ достигает выходной зоны, давление мгновенно перераспределяется, что приводит к изменению формы кластера, мобилизации окружающей нефти и, как следствие, дальнейшему вытеснению нефтяной фазы после прорыва вытесняющего агента.

Ячейка модели Хеле-Шоу насыщалась нефтью и отстаивалась больше часа для адгезии тяжелых фракций нефти на стеклах. При вытеснении нефти агентами структура неустойчивого вытеснения была фрактальной. В экспериментах, когда вытеснение проводилось сразу после заполнения ячейки нефтью, нефть вымывалась практически сразу.

Приведем оценку размеров капель, удерживаемых капиллярными силами при создавшемся градиенте давления в модели. Капиллярное давление на цилиндрической поверхности будет равно $P_k = \sigma/h$, где σ – поверхностное натяжение. Перепад давления на капле можно оценить из градиента давления в ячейке:

$\nabla P = \Delta P / l_1$. Длину капли обозначим l_k , на ней будет перепад давления: $l_k \cdot \nabla P$. Таким образом, размер капли при заданном градиенте давления будет определяться отношением: $l_k = P_k / |\nabla P| = \sigma l_1 / (h |\Delta P|)$. При перепаде давления $\Delta P = 20$ кПа, $h = 10$ мкм, $\sigma = 32$ мН/м, $l_1 = 3.5$ см размер защемленной капли будет $l_k = 5.6$ мм. При перепаде давления 50 кПа длина защемленных капель будет порядка 2 мм.

Трехмерная пористая структура

Экспериментальная установка с обеспечением перепада давления с помощью компрессора для всех экспериментов была одной и той же (см. рис. 1), менялись только вытесняющие жидкости, перепады давления и сами ячейки Хеле-Шоу. Ячейка Хеле-Шоу изготовлена следующим образом: между двух стеклянных оптических стекол зажат лист латунной фольги толщиной $2h = 190$ мкм, в котором сделано прямоугольное окошко со сглаженными углами, длина $l = 40$ мм, ширина $b = 20$ мм. Расход течения в данной модели находится по формуле (1). Для перепада давления $\Delta P = 10$ кПа при течении дистиллированной воды и заданных размерах расход равен 2.86 мл/с.

Ячейку планировалось заполнить стеклянными шариками и далее изучить вытеснение нефти водой в полученной пористой модели. Использовали стеклянные шарики, просеянные предварительно через сито 70 мкм. С помощью программы ImageJ (программа в свободном доступе) рассчитано распределение по размерам для 122 шариков (табл. 1).

Таблица 1

Распределение стеклянных шариков по размерам
(D – диаметр, n – количество в %, N – количество)

D	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
$n, \%$	0.0	0.0	0.0	0.8	1.6	3.3	3.3	8.2	11.5	12.3	11.5	17.2	12.3	10.7	6.6	0.8
N	0	0	0	1	2	4	4	10	14	15	14	21	15	13	8	1

Подавляющее большинство шариков оказалось в диапазоне 35–70 мкм. Для того чтобы ограничить выход шариков из ячейки, перед выходным отверстием ячейки поставили кусок покровного стекла толщиной 150 мкм, уменьшающий сечение выходного отверстия, при этом зазор на выходе составил 40 мкм (толщина латунной фольги минус толщина покровного стекла). Предполагалось, что шарики займут плотную упаковку в несколько рядов по всей поверхности ячейки, и на выходе перед стеклом окажутся шарики с диаметром более 40 мкм, поскольку шарики с диаметром менее 40 мкм либо выйдут из ячейки, либо окажутся в плотной упаковке не в непосредственной близости от края со стеклом. Расчет участка с покровным стеклом по формуле (1) в данной модели показывает, что отношение локального перепада давления к перепаду давления в ячейке на данном участке на два порядка больше, чем в остальной зоне ячейки. Экспериментальный расход по течению дистиллированной воды до заполнения шариками оказался равен 0.59 мл/с, что в 4.8 раз ниже подсчитанного расхода (2.86 мл/с) при отсутствии шариков и покровного стекла, т.е. наличие покровного стекла привело к уменьшению расхода почти в 5 раз.

Суспензию из шариков (5% по массе) в дистиллированной воде под давлением 20 кПа подавали во входное отверстие ячейки Хеле-Шоу. Шарики, по всей

видимости, забивали входное отверстие, уменьшили сечение, что привело к уменьшению потока жидкости, и поэтому движение замедлилось и остановилось. Затем, не убирая подаваемое давление 20 кПа, ячейку поместили в наполненную водой ультразвуковую ванну CD-4820 ($V_{\max} = 2\,500$ мл, мощность 170 Вт, частота 42 кГц). В ультразвуке входное отверстие очистилось, движение суспензии с шариками сразу возобновилось, фронт течения выровнялся, и шарики в течение 13 с заняли ячейку. Таким образом, ультразвуковое воздействие помогло распределить шарики и очистить входное отверстие. Поддержали несколько минут в ультразвуке для равномерного распределения шариков по всей ячейке, наблюдая визуально за шариками: некоторые области были светлыми, поскольку шарики еще совершали движение в ультразвуке, а потом темнели, когда, уплотнившись, шарики переставали двигаться, что подтверждалось наблюдением при большем увеличении микроскопа. Добившись уплотненной структуры шариков, провели проверочный эксперимент по течению дистиллированной воды через полученное устройство. Расход по воде составил 0.65 мл/с при постоянно заданном перепаде давления 20 кПа. Для сравнения: экспериментальный расход в модели без шариков при 10 кПа составил 0.59 мл/с (соответственно, для 20 кПа он составит около 1.18 мл/с), т.е. получается, что он уменьшился в 1 800 раз.

Далее ячейку, в которой находились шарики в дистиллированной воде, заполняли нефтью (рис. 3, 4). Динамическая вязкость используемой нефти 17.94 мПа·с. Каждая точка на графике соответствует весовому значению, которое снимается автоматически, записывается и пересчитывается на компьютере. Погрешность измерений не превышает размеров маркеров на графике, обусловлена в основном погрешностью измерения давления тензиометрическим датчиком и не превышает 1%.

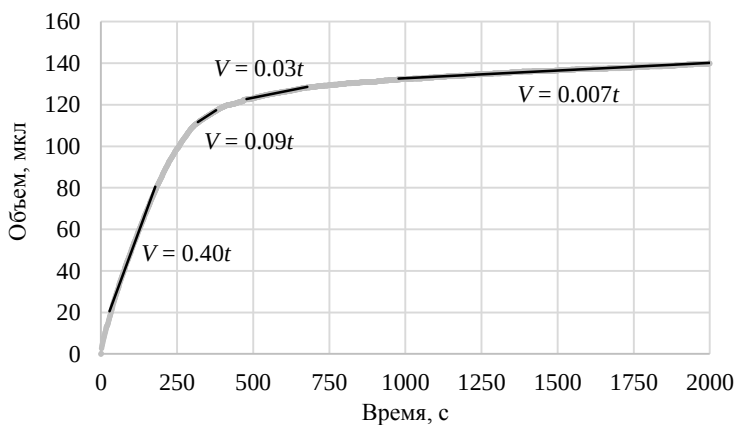


Рис. 3. Зависимость прошедшего объема от времени при вытеснении воды нефтью в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками, при перепаде давления 20 кПа. Указанные на графике зависимости объема (V) от времени (t) соответствуют отмеченным прямым линиям. Измерения проводились каждую секунду, поэтому график имеет вид сплошной линии

Fig. 3. Dependence of the passed volume on time in the case of water displacement by oil in the Hele-Shaw cell filled with balls at a pressure drop of 20 kPa. The volume (V) versus time (t) expressions, which are indicated on the graph, correspond to highlighted straight lines.

Solid lines are the result of the measurements taken every second

На рис. 3 видно, что расход в начальном участке (до прорыва) равен 0.4 мкл/с, что связано с наполненностью ячейки водой, он близок к расходу воды. Нефть, попав в ячейку, в течение первой секунды движется по отдельному микроканалу (рис. 4, *a*), однако быстро движущийся фронт начинает выравниваться, за первые 10 с произошло быстрое заполнение трети ячейки (рис. 4, *b*). Далее фронт продолжает выравниваться, движение начинает замедляться, в течение 1 мин произошло заполнение около половины ячейки (рис. 4, *c*), и лишь на 6-й минуте нефть дошла до края модели (рис. 4, *d*), расход упал до 0.09 мкл/с (см. рис. 3). Далее некоторое время шла смесь нефти и воды, пока расход не стал равен расходу нефти. На графике (см. рис. 3) видим, что последний участок аппроксимирован одной длинной линией.

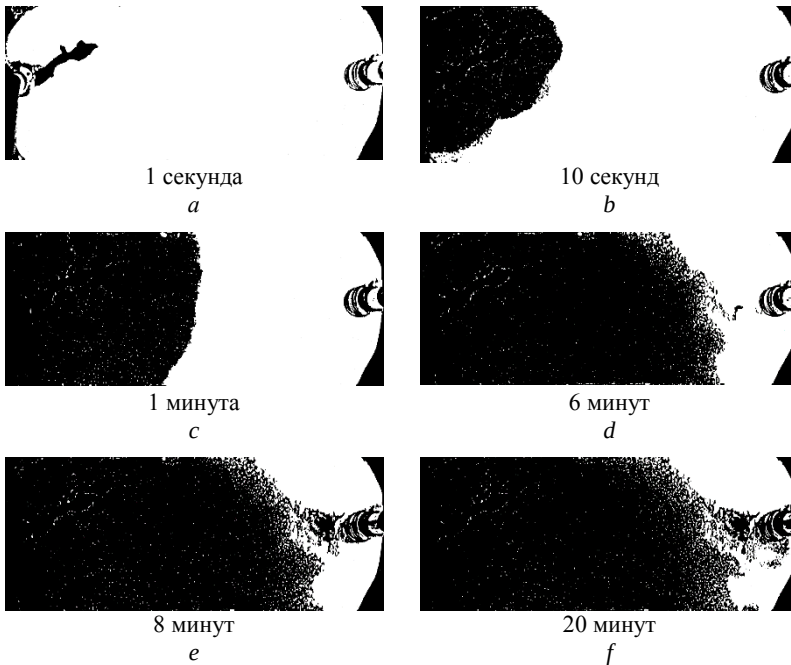


Рис. 4. Фотоизображения, приведенные в бинарном (черно-белом) виде, устойчивого вытеснения воды нефтью в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками (движение слева направо) при перепаде давления 20 кПа. Время от начала эксперимента приведено под кадрами

Fig. 4. Binary (black and white) images of the stable water displacement by oil in the Hele-Shaw cell filled with balls (left-to-right motion) at a pressure drop of 20 kPa. The duration of a test run is indicated below the images

Как видно из рис. 4, при вытеснении воды нефтью в модели с шариками края движущегося фронта неровные, что связано с разными размерами шариков в ячейке и, соответственно, разным поровым пространством между ними. На выходе образуется сужение потока к выходу – «воронка», которая постепенно разрастается (рис. 4, *d–f*). Нефть не заняла весь объем: добравшись до выхода, ей «проще» идти по имеющемуся каналу, поскольку на выходе ячейки присутствует пласти-

на, обеспечивающая зазор 40 мкм, что больше пространства между шариками в остальной части ячейки.

Таким образом, вытеснение нефти водой в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками, отличается от вытеснения в модели без шариков (устойчивое вытеснение), где фронт вытеснения вплоть до самого выхода ровный, перпендикулярный направлению течения.

После заполнения нефтью (остаток мы выдавили шприцем, чтобы ячейка была полностью заполнена нефтью) начали вытеснение дистиллированной водой. На рис. 5 представлен график течения, а на рис. 6 – соответствующие графику фотоизображения. Вначале, первые десятки секунд, пока вода не достигла выходного отверстия (рис. 6, *a–c*) расход низкий – 0.015 мкл/с, немного выше, чем расход по нефти. Далее, на 60-й секунде, вода достигла выходного отверстия (рис. 6, *d*), и расход резко вырос до 0.12 мкл/с (см. рис. 5). По мере заполнения водой ячейки расход увеличивается, примерно к 8-й минуте становится близким к 0.39 мкл/с, что немного меньше расхода в 0.45 мкл/с, образовавшегося примерно на 13-й минуте и остающегося примерно таким же до конца измерения на 18-й минуте. График (см. рис. 5) аппроксимирован степенной функцией $V = 0.0019t^{1.74}$, близкой к уравнению параболы.

На фотоизображениях (см. рис. 6) видим сильно ветвящуюся фрактальную структуру с тонкими линиями, заполняющую по мере вытеснения весь фронт модели (рис. 6, *b, c*) и вытягивающуюся лишь ближе к выходу (рис. 6, *d*), что отличается от вытеснения в ячейке без шариков (см. рис. 2), в которой ветвящиеся структуры значительно толще и располагаются по центру ячейки.

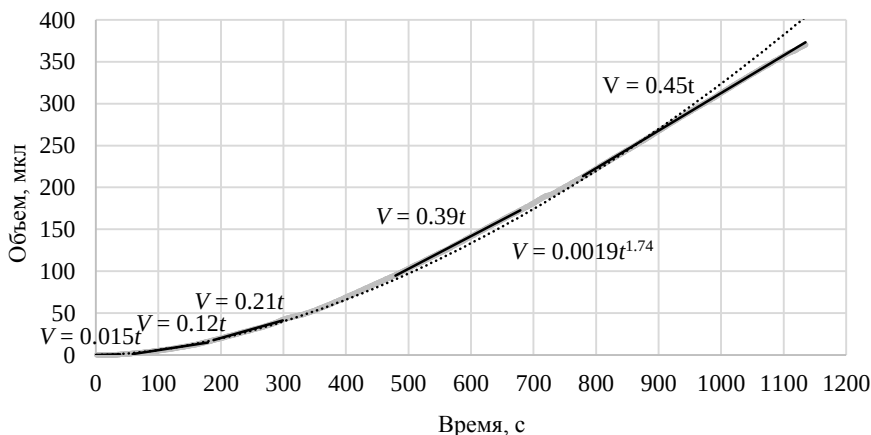


Рис. 5. Зависимость прошедшего объема от времени при вытеснении нефти водой в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками, при перепаде давления 20 кПа. Приведенные зависимости объема (V) от времени (t) соответствуют отмеченным прямым линиям. Измерения проводились каждую секунду, поэтому график имеет вид сплошной линии. Точками показана аппроксимация всего графика степенной функцией

Fig. 5. Dependence of the passed volume on time in the case of oil displacement by water in the Hele-Shaw cell filled with balls at a pressure drop of 20 kPa. The volume (V) versus time (t) expressions correspond to highlighted straight lines. Solid lines are the result of the measurements taken every second. Dotted lines show the approximation of the entire graph by a power function

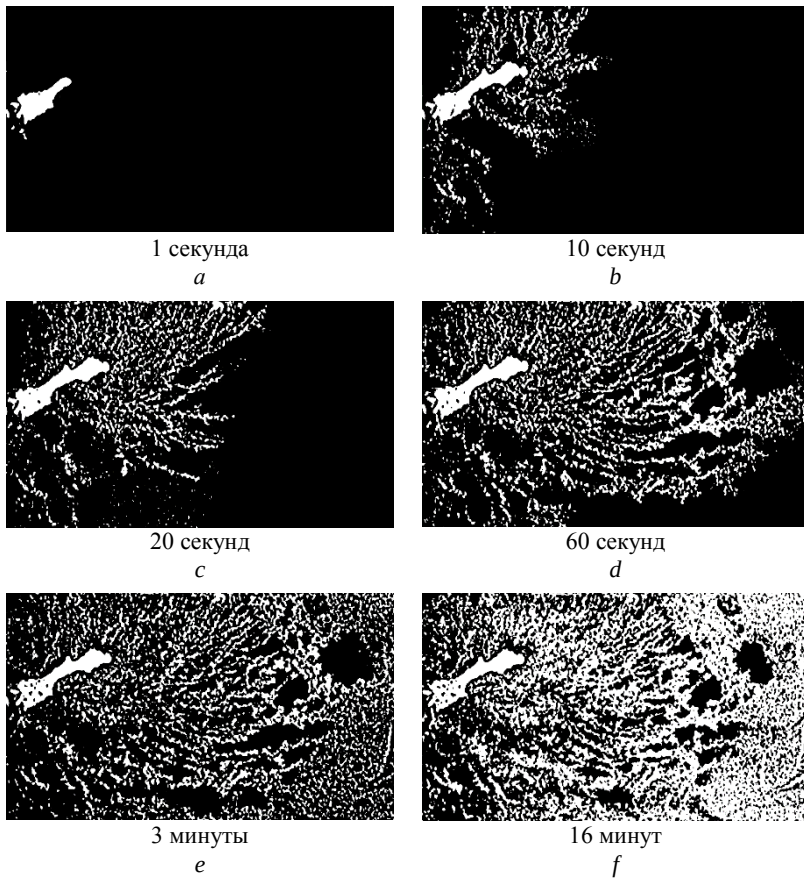


Рис. 6. Фотоизображения, приведенные в бинарном (черно-белом) виде, неустойчивого вытеснения нефти водой в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками (движение слева направо) при перепаде давления 20 кПа. Время от начала эксперимента приведено под кадрами

Fig. 6. Binary (black and white) images of the unstable oil displacement by water in the Hele-Shaw cell filled with balls (left-to-right motion) at a pressure drop of 20 kPa. The duration of a test run is indicated below the images

Соответствующие фрактальные размерности, найденные из неустойчивого вытеснения нефти водой в ячейке Хеле-Шоу (см. рис. 6), приведены в табл. 2.

Таблица 2

Фрактальные размерности бинарных изображений (см. рис. 6)

Время, с	BW	W + BW
1	1.0967	1.4199
10	1.4709	1.5964
20	1.5630	1.6570
60	1.6384	1.7387
180	1.6865	1.7642
960	1.7244	1.8893

Из табл. 2 видим, что вычисленная в программе HarFa фрактальная размерность образовавшихся «вязких пальцев» при неустойчивом вытеснении в момент прорыва (60-я секунда) равна 1.74 ($W + BW$), полученное значение совпадает с вычислением фрактальной размерности в такой же момент прорыва для ячейки без шариков (см. рис. 2); аналогичные фрактальные расчеты в ячейке Хеле-Шоу без шариков отображены в работе [12]. Поскольку увеличение области вытеснения приводит к увеличению фрактальной размерности, ее можно использовать в качестве оценки остаточной нефтенасыщенности.

Как оказалось, в модели Хеле-Шоу с латунной фольгой вода частично просачивалась через латунный лист при перепаде давления свыше 200 кПа, поскольку из-за недостаточной деформации латунного листа создавались неоднородности по зазору. Мы вновь сделали аналогичное устройство ячейки Хеле-Шоу, поставившись исправить минусы предыдущей модели. Зазор обеспечили с помощью 20 слоев тонкой алюминиевой фольги толщиной 10 мкм, суммарный зазор составил 200 мкм. Неоднородности затяжки крепления болтов выравниваются фольгой, и вода не просачивается. В фольге вырезано окошко для фильтрации длиной 40 мм и шириной 10 мм. Расчетный расход по течению дистиллированной воды по формуле (1) при перепаде 10 кПа в данной ячейке составляет 1 667 мкл/с. Для изучения фильтрации в трехмерной модели с шариками на выходе ячейки поместили кусок покровного стекла, обеспечивая зазор на выходе в 40 мкм, и измерили расход по течению дистиллированной воды при перепаде давления 10 кПа, он составил 330 мкл/с. Уменьшение выходного отверстия за счет наличия стекла привело к уменьшению расхода в 5 раз, отношение расходов согласуется с ранее приведенными результатами для ячейки Хеле-Шоу схожей конструкции.

Аналогично предыдущему эксперименту заполнили ячейку шариками с помощью ультразвуковой ванны. Измерили расход по течению дистиллированной воды, он составил 0.55 мкл/с при перепаде давления 20 кПа, что в 1 200 раз меньше расхода в ячейке со стеклом без шариков (660 мкл/с при перепаде давления 20 кПа). Экспериментальный расход по течению дистиллированной воды при 50 кПа составил 2.3 мкл/с. Заполнили нефтью полученную ячейку с шариками и стали вытеснять ее водой при постоянном перепаде давления 50 кПа (рис. 7, 8).

На 25-й секунде вода достигла края ячейки (рис. 8, с), и расход увеличился до 0.96 мкл/с (см. рис. 7). В отличие от эксперимента при 10 кПа, здесь изначально подано давление 50 кПа, вытеснение идет не по самому краю, а ближе к центру модели.

Ближе к 10 минутам расход, ставший равным 2.21 мкл/с (см. рис. 7), близкий к измеренному расходу по воде (2.3 мкл/с), свидетельствует о практически полном вымывании нефти.

Заполнили нефтью полученную ячейку с шариками и стали вытеснять ее газом (воздухом) при постоянном перепаде давления 10 кПа (рис. 9).

На 344-й секунде газ достиг края ячейки, и расход увеличился до 0.22 мкл/с. Расход оставался низким, как и в прошлой модели при вытеснении водой, газ вначале заполнялся по краям ячейки, там, где поровое пространство выше, что связано с малым подаваемым давлением (10 кПа). Не дождавшись полного вытеснения нефти, промыли ячейку, заполнили нефтью и вновь стали вытеснять нефть газом (воздухом) при перепаде давления 50 кПа (рис. 10, 11).

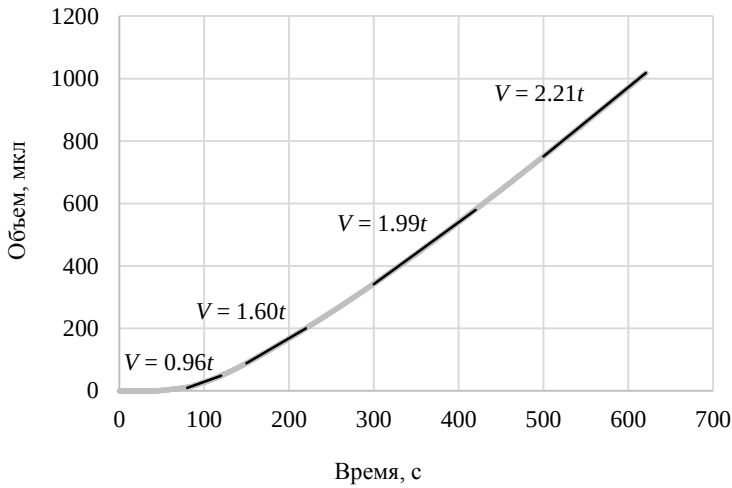


Рис. 7. Зависимость прошедшего объема от времени при вытеснении нефти водой в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками, при перепаде давления 50 кПа. Приведенные на графике зависимости объема (V) от времени (t) соответствуют отмеченным прямым линиям. Измерения проводились каждую секунду, поэтому график имеет вид сплошной линии

Fig. 7. Dependence of the passed volume on time in the case of oil displacement by water in the Hele-Shaw cell filled with balls at a pressure drop of 50 kPa. The volume (V) versus time (t) expressions correspond to highlighted straight lines. Solid lines are the result of the measurements taken every second

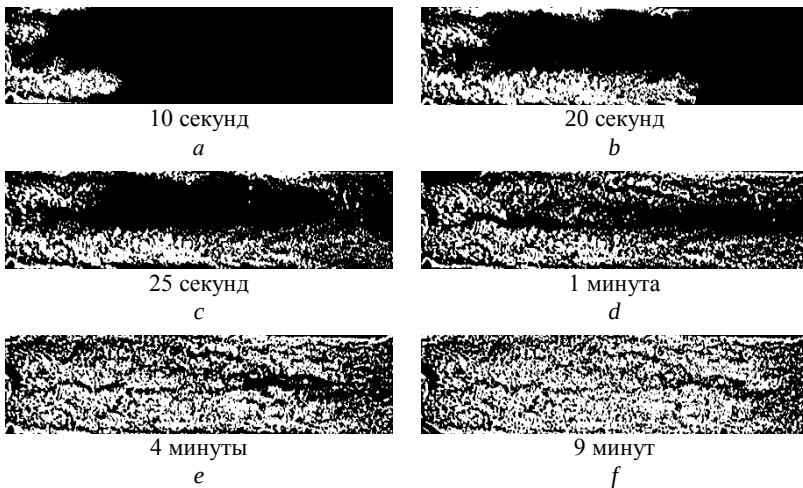


Рис. 8. Фотоизображения, приведенные в бинарном (черно-белом) виде, неустойчивого вытеснения нефти водой в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками (движение слева направо) при перепаде давления 50 кПа. Время от начала эксперимента приведено под кадрами

Fig. 8. Binary (black and white) images of the unstable oil displacement by water in the Hele-Shaw cell filled with balls (left-to-right motion) at a pressure drop of 50 kPa. The duration of a test run is indicated below the images

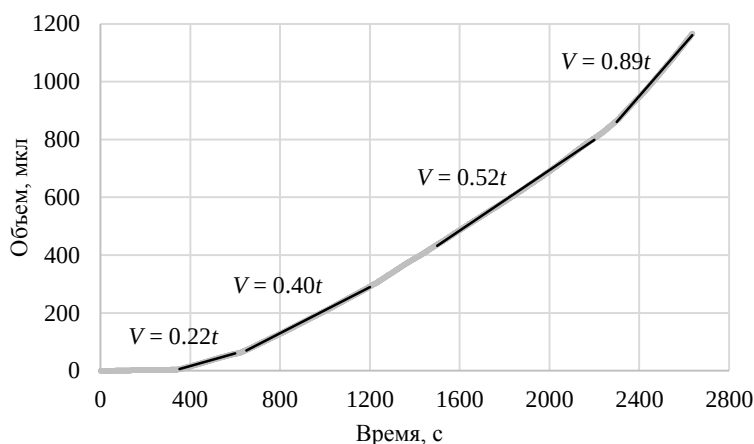


Рис. 9. Зависимость прошедшего объема от времени при вытеснении нефти газом (воздухом) в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками, при перепаде давления 10 кПа. Приведенные на графике зависимости объема (V) от времени (t) соответствуют отмеченным прямым линиям. Измерения проводились каждую секунду, поэтому график имеет вид сплошной линии

Fig. 9. Dependence of the passed volume on time in the case of oil displacement by gas (air) in the Hele-Shaw cell filled with balls at a pressure drop of 10 kPa. The volume (V) versus time (t) expressions correspond to highlighted straight lines. Solid lines are the result of the measurements taken every second

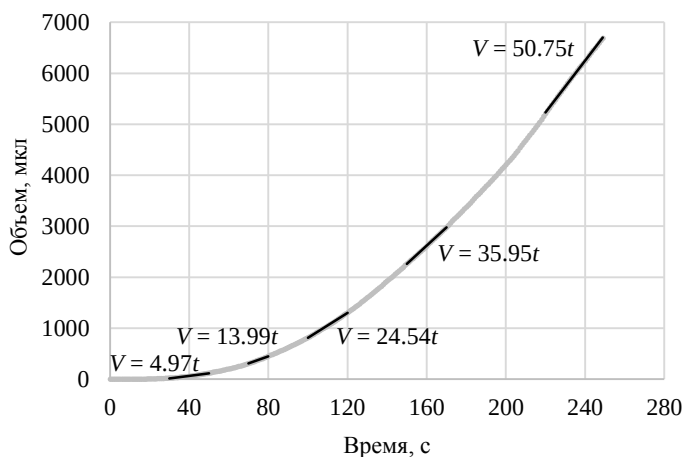


Рис. 10. Зависимость прошедшего объема от времени при вытеснении нефти газом (воздухом) в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками, при перепаде давления 50 кПа. Приведенные на графике зависимости объема (V) от времени (t) соответствуют отмеченным прямым линиям. Измерения проводились каждую секунду, поэтому график имеет вид сплошной линии

Fig. 10. Dependence of the passed volume on time in the case of oil displacement by gas (air) in the Hele-Shaw cell filled with balls at a pressure drop of 50 kPa. The volume (V) versus time (t) expressions correspond to highlighted straight lines. Solid lines are the result of the measurements taken every second

Как и в предыдущих экспериментах, при достижении выхода расход увеличился с 0.17 мкл/с до 1 мкл/с. Соответствующие графику (см. рис. 10) изображения приведены на рис. 11. В отличие от 10 кПа, при 50 кПа газ идет по центру модели, а не по краю.

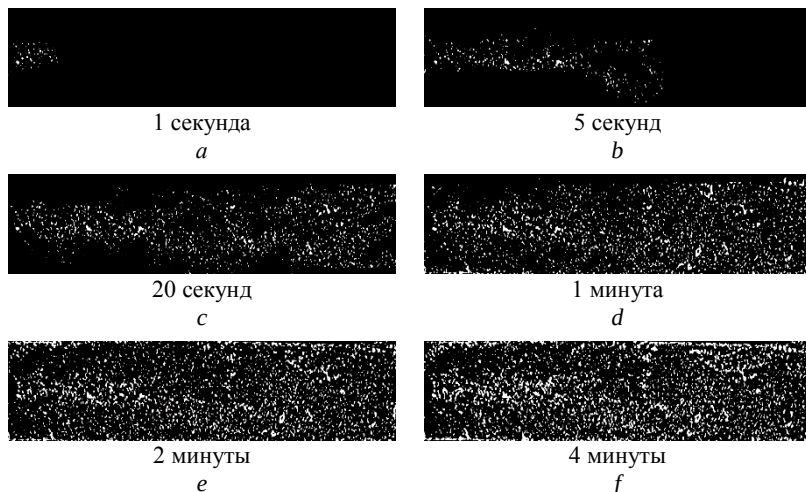


Рис. 11. Фотоизображения, приведенные в бинарном (черно-белом) виде, неустойчивого вытеснения нефти газом (воздухом) в ячейке Хеле-Шоу, заполненной шариками (движение слева направо) при перепаде давления 50 кПа. Время от начала эксперимента приведено под кадрами

Fig. 11. Binary (black and white) images of the unstable oil displacement by gas (air) in the Hele-Shaw cell filled with balls (left-to-right motion) at a pressure drop of 50 kPa. The duration of a test run is indicated below the images

В отличие от движения воды (см. рис. 7), газ за то же время проходит в намного большем объеме с большим расходом (см. рис. 10), однако, судя по фотоизображениям (см. рис. 8, 11), при одинаковом перепаде давления и времени вытеснения вытеснение нефти водой лучше, чем газом, т.е. остаточная нефтенасыщенность при вытеснении водой меньше, чем при вытеснении газом. Результат подтверждается сравнением фрактальных размерностей для одинакового пройденного времени 4 минуты при перепаде давления 50 кПа: при вытеснении водой (см. рис. 8, e) фрактальная размерность $W + BW = 1.8783$, а при вытеснении газом (см. рис. 11, f) $W + BW = 1.7229$.

В плоской модели без шариков заполнение нефтью устойчивое, однородное, а вытеснение нефти водой идет по центру даже для малых перепадов давления [12]. В модели с шариками, как оказалось, заполнение нефтью и вытеснение водой сильно зависят от неоднородности скелета модели. По краям модели, где объемное пространство дисперсионной среды больше, жидкости двигаться легче, между крупными шариками пространство больше, движение тоже пойдет быстрее, чем между мелкими шариками. При достижении выхода модели движение стремится идти по пройденному каналу. При увеличении перепада давления движение становится более однородным, «вязкие пальцы» начинают сразу «ветвиться», разрастаться.

Заключение

Представлены результаты экспериментального исследования неустойчивого несмешивающегося вытеснения нефти газом или водой при постоянном перепаде давления в ячейке Хеле-Шоу, заполненной стеклянными шариками, физической модели пористой трещины в нефтяном пласте.

Разработана установка с использованием методов визуализации для микрогидродинамических исследований, в том числе процессов вытеснения. Все элементы установки управляются с компьютера и в синхронизованном виде сохраняются в нем (видеоизображения, показания датчика давления, весов и заданного расхода).

Представленные данные наглядно иллюстрируют закономерный вывод: чем больше давление на входе (и, соответственно, перепад давления и скорость фильтрации), тем выше эффективность вытеснения. При равном времени вытеснения нефти в ячейке Хеле-Шоу газ проходит в значительно большем объеме по сравнению с водой, однако вытеснение водой при этом более полное. Зависимость объема протекшей жидкости от времени имеет нелинейный вид. Структура вытеснения при постоянном перепаде давления изменяется до прорыва и после. После прорыва как газа, так и воды наблюдается локальное перераспределение давления, что приводит к дополнительному доизвлечению нефти.

Сравнительное изучение устойчивого вытеснения воды нефтью, неустойчивого вытеснения нефти водой и газом в ячейке Хеле-Шоу со стеклянными шариками и ранее полученных результатов в плоской ячейке Хеле-Шоу без шариков [12] показало, что заполнение нефтью в модели с шариками и вытеснение водой сильно зависят от неоднородности скелета модели, особенно при течении с малым перепадом давления. По краям модели и между крупными шариками, где больше объемное пространство дисперсионной среды, движение идет быстрее. При устойчивом вытеснении воды нефтью в модели с шариками на выходе образуется «воронка», которая постепенно разрастается, движение стремится идти по пройденному каналу, а при вытеснении в модели без шариков фронт вытеснения ровный, перпендикулярный направлению течения. При неустойчивом вытеснении с малым перепадом давления движение ориентировано по краям ячейки, с увеличением перепада давления движение становится более однородным, «вязкие пальцы» начинают «ветвиться», разрастаться еще до достижения края модели. При неустойчивом вытеснении в плоской модели без шариков «вязкие пальцы» ориентированы по центру даже для малых перепадов давления [12].

Ультразвуковое воздействие при постоянно действующем перепаде давления является качественным способом воздействия, оно оказалось важным для равномерного заполнения ячейки шариками и их однородного распределения.

Список источников

1. Davis J.A., Jones S.C. Displacement mechanisms of micellar solutions // *Journal of Petroleum Technology*. 1968. V. 20, No 12. P. 1415–1428. doi: 10.2118/1847-2-PA
2. Нигматулин Р.И., Ахметов А.Т., Федоров К.М. О механизме вытеснения нефти из пористой среды мицеллярными растворами // *Доклады АН СССР*. 1987. Т. 293, № 3. С. 558–563. URL: <http://www.mathnet.ru/links/6a23ef4d31c7ac01deade4cbfe0ba73b/dan47862.pdf>

3. Homsy G.M. Viscous fingering in porous media // Annual review of fluid mechanics. 1987. V. 19, No. 1. P. 271–311. doi: 10.1146/annurev.fl.19.010187.001415
4. Jackson S.J., Power H., Giddings D., Stevens D. The stability of immiscible viscous fingering in Hele-Shaw cells with spatially varying permeability // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2017. V. 320. P. 606–632. doi: 10.1016/j.cma.2017.03.030
5. Chesnokov A., Liapidevskii V. Viscosity-stratified flow in a Hele–Shaw cell // International Journal of Non-Linear Mechanics. 2017. V. 89. P. 168–176. 10.1016/j.ijnonlinmec.2016.12.016
6. Мавлетов М.В., Валиев А.А. Эффективность неустойчивого вытеснения нефти из ячейки Хеле-Шоу // Нефтепромышленное дело. 2018. № 8. С. 42–45. doi: 10.30713/0207-2351-2018-8-42-45
7. Brandao R., Miranda J.A. Capillary and geometrically driven fingering instability in nonflat Hele-Shaw cells // Physical Review E. 2017. V. 95, No. 3. Art. 033104. doi: 10.1103/PhysRevE.95.033104
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М. : Физматгиз, 1959.
9. Li J., Du Q., Sun C. An improved box-counting method for image fractal dimension estimation // Pattern Recognition. 2009. Vol. 42, No. 11. P. 2460–2469. doi: 10.1016/j.patcog.2009.03.001
10. McCloud K.V., Maher J.V. Experimental perturbations to Saffman-Taylor flow // Physics Reports. 1995. V. 260, No. 3. P. 139–185. doi: 10.1016/0370-1573(95)91133-U
11. Nittmann J., Daccord G., Stanley H.E. Fractal growth viscous fingers: quantitative characterization of a fluid instability phenomenon // Nature. 1985. V. 314, No. 6007. P. 141–144. doi: 10.1038/314141a0
12. Валиев А.А., Ахметов А.Т., Рахимов А.А. Неустойчивое вытеснение в плоскопараллельном микроканале // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2020. № 65. С. 68–82. doi: 10.17223/19988621/65/5

References

1. Davis J.A., Jones S.C. (1968) Displacement mechanisms of micellar solutions. *Journal of Petroleum Technology*. 20(12). pp. 1415–1428. DOI: 10.2118/1847-2-PA.
2. Nigmatulin R.I., Akhmetov A.T., Fedorov K.M. (1987) O mekhanizme vytesneniya nefti iz poristoy sredy mitsellyarnymi rastvorami [On the mechanism of oil displacement from a porous medium by micellar solutions]. *Proceedings of the Academy of Sciences USSR*. 293(3). pp. 558–563.
3. Homsy G.M. (1987) Viscous fingering in porous media. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 19(1). pp. 271–311. DOI: 10.1146/annurev.fl.19.010187.001415.
4. Jackson S.J., Power H., Giddings D., Stevens D. (2017) The stability of immiscible viscous fingering in Hele-Shaw cells with spatially varying permeability. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 320. pp. 606–632. DOI: 10.1016/j.cma.2017.03.030.
5. Chesnokov A., Liapidevskii V. (2017) Viscosity-stratified flow in a Hele–Shaw cell. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 89. pp. 168–176. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2016.12.016.
6. Mavletov M.V., Valiev A.A. (2018) Effektivnost' neustoychivogo vytesneniya nefti iz yacheyki Hele-Shou [Efficiency of unstable oil displacement from a Hele-Shaw cell]. *Neftepromyslovoe delo – Oilfield Engineering*. 8. pp. 42–45. DOI: 10.30713/0207-2351-2018-8-42-45.
7. Brandao R., Miranda J.A. (2017) Capillary and geometrically driven fingering instability in non-flat Hele-Shaw cells. *Physical Review E*. 95(3). Article 033104. DOI: 10.1103/PhysRevE.95.033104.
8. Loitsyanskiy L.G. (1959) *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid and gas mechanics]. Moscow: Fizmatgiz.
9. Li J., Du Q., Sun C. (2009) An improved box-counting method for image fractal dimension estimation. *Pattern Recognition*. 42(11). pp. 2460–2469. DOI: 10.1016/j.patcog.2009.03.001.

10. McCloud K.V., Maher J.V. (1995) Experimental perturbations to Saffman-Taylor flow. *Physics Reports*. 260(3). pp. 139–185. DOI: 10.1016/0370-1573(95)91133-U.
11. Nittmann J., Daccord G., Stanley H.E. (1985) Fractal growth viscous fingers: quantitative characterization of a fluid instability phenomenon. *Nature*. 314. Article 6007. pp. 141–144. DOI: 10.1038/314141a0.
12. Valiev A.A., Akhmetov A.T., Rakhimov A.A. (2020) Neustoychivoe vytesnenie v ploskoparallel'nom mikrokanale [Unstable displacement in a plane-parallel microchannel]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 65. pp. 68–82. DOI: 10.17223/19988621/65/5.

Сведения об авторах:

Рахимов Артур Ашотович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории «Экспериментальная гидродинамика» Института механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа Россия. E-mail: ragar83@mail.ru

Валиев Азат Ахматович – младший научный сотрудник лаборатории «Экспериментальная гидродинамика» Института механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа Россия. E-mail: azatphysic@mail.ru

Information about the authors:

Rakhimov Artur A. (Candidate of Physics and Mathematics, Researcher in Laboratory of Experimental Hydrodynamics IMech UFRC RAS, Mavlutov Institute of Mechanics, UFRC RAS, Ufa, Russian Federation). E-mail: ragar83@mail.ru

Valiev Azat A. (Junior Researcher Researcher in Laboratory of Experimental Hydrodynamics IMech UFRC RAS, Mavlutov Institute of Mechanics, UFRC RAS, Ufa, Russian Federation). E-mail: azatphysic@mail.ru

Статья поступила в редакцию 06.12.2021; принята к публикации 19.05.2022

The article was submitted 06.12.2021; accepted for publication 19.05.2022