

## ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУППЫ ФУНКЦИЙ ИНФОРМАЦИЙ РАЗЛИЧИЯ В РАСШИРЕННОЙ ПАРАСТАТИСТИКЕ НЕЭКСТЕНСИВНЫХ СИСТЕМ

Р.Г. Зарипов

*Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение  
ФИЦ «Казанский научный центр РАН», г. Казань, Россия*

Приведены алгебраическое и матричное представления группы функций информации различия неэкстенсивных систем для трех типов конформно-обобщенных гиперкомплексных чисел. Соответствующие геометрии с метрическими функциями являются глобальными финслеровыми геометриями.

**Ключевые слова:** информация различия, расширенная парастатистика, алгебра, неэкстенсивность.

### Введение

В настоящее время методы статистической механики и термодинамики неэкстенсивных (неаддитивных) систем [1–4] находят применение при исследованиях процессов в многочисленных аномальных физических явлениях. Приводятся статистические модели с параметрической энтропией и информацией различия (или относительной информацией), зависящих от одного числа  $q$  и более, для равновесных и неравновесных классических и квантовых систем. Действительное число  $q$  характеризует степень неэкстенсивности систем в законе композиции мер с квадратичной нелинейностью, а для фрактальных систем связано с фрактальной размерностью [5]. Разнообразие свойств статистических систем требует использования того или иного выражения для энтропии и информации различия, отражающих меры разупорядоченности и упорядоченности в микросостояниях. Число таких выражений превышает 40 значений [1, 6]. В пределе  $q \rightarrow 1$  все меры приводят к энтропии Больцмана и информации различия Кульбака для аддитивных систем. Развитием квантовых статистик для таких систем является парастатистика [7], в которой число частиц в  $i$ -состоянии меняется от 0 до  $r$  и основанной на методе Бозе [8]. В работе [9] рассматривается расширенная парастатистика, где число частиц находится в произвольном диапазоне от  $s$  до  $r$ . Свойства группы функций энтропий и ее представлений в данной статистике были подробно изучены в [10]. Алгебраическое и матричное представления группы функций информации различия не исследовались, что и является целью настоящей работы.

### 1. Меры и полунормы в расширенной парастатистике

Следуя методу квантовых состояний Бозе [8], рассмотрим квантовую неэкстенсивную систему в расширенной парастатистике, которая описывается статистикой состояний  $G_{ij}$ , где в  $i$ -состоянии находится  $j$  частиц ( $i = 1, \dots, m$  и  $j = s, \dots, r$ ). Для совокупности частиц  $\{N_1, \dots, N_m\}$  имеют место квантовые состояния  $\{G_1, \dots, G_m\}$ , где  $m$  – число состояний.

Согласно расширенной парастатистике, имеют место исходные равенства [9]

$$G_i = \sum_{j=s}^r G_{ij}, \quad N_i^q = \sum_{j=s}^r j G_{ij}^q, \quad p_{ij} = \frac{G_{ij}}{G_i}, \quad \left( \sum_{j=s}^r p_{ij} = 1 \right), \quad (1)$$

$$T_q = \sum_i^m T_i N_i^q = \sum_i^m G_i T_i \bar{n}_i^q = \sum_i^m \sum_{j=s}^r G_i T_i j p_{ij}^q, \quad \bar{n}_i = \frac{N_i}{G_i}, \quad (2)$$

$$N_q = \sum_i^m N_i^q = \sum_i^m G_i \bar{n}_i^q = \sum_i^m \sum_{j=s}^r G_i j p_{ij}^q, \quad \bar{n}_i = \frac{N_i}{G_i} = \left( \sum_{j=s}^r G_{ij} \right)^{-1} \left( \sum_{j=s}^r j G_{ij}^q \right)^{1/q}. \quad (3)$$

Здесь для каждого  $i$ -состояния усреднение производится ненормированным распределением  $p_{ij}^q$ , а  $T_i$  – дискретные значения произвольной величины и  $\bar{n}_i$  – среднее число частиц.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала  
**«Известия высших учебных заведений. Физика»**  
осуществляется на платформе  
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU  
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>