

МЕХАНИКА

MECHANICS

Научная статья

УДК 512.54

doi: 10.17223/19988621/79/5

Исследование динамики области орбитальных резонансов высоких порядков

Евгения Владимировна Блинкова¹,
Татьяна Валентиновна Бордовицына²

^{1, 2} Томский государственный университет, Томск, Россия

¹ zbizk322@mail.ru

² tvbord@sibmail.com

Аннотация. Рассматриваются области орбитальных резонансов 1:5, 1:7, 1:9, 1:10 и 1:11 со скоростью вращения Земли. Моделирование движения объектов осуществляется с помощью усовершенствованного программного комплекса «Численная модель движения систем ИСЗ» на кластере «СКИФ Cyberia» Национального исследовательского Томского государственного университета. В процессе моделирования учитываются влияние гармоник геопотенциала до 10-х степени и порядка, притяжение Луны и Солнца. В результате получены карты распределения мультиплетов орбитальных резонансов и карты MEGNO для каждой области. Сравнение полученных карт говорит о том, что хаотизация движения объектов происходит в областях наложения резонансов различных типов.

Ключевые слова: орбитальные резонансы, MEGNO-карта, динамика, хаотизация движения

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект № 20-32-90095).

Для цитирования: Блинкова Е.В., Бордовицына Т.В. Исследование динамики области орбитальных резонансов высоких порядков // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2022. № 79. С. 58–68. doi: 10.17223/19988621/79/5

Investigation of dynamics of a region with high-order orbital resonances

Evgeniya V. Blinkova¹, Tat'yana V. Bordovitsyna²

^{1,2} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

¹ zbizk322@mail.ru

² tvbord@sibmail.com

Abstract. In this paper, the regions of orbital resonances 1:5, 1:7, 1:9, 1:10, and 1:11 at the Earth's rotation speed are considered. The motion of objects is simulated using the improved software package "Numerical Model of the Motion of AES Systems" on the SKIF Cyberia cluster of the National Research Tomsk State University. The modeling is performed with account for the effect of geopotential harmonics up to a degree and order of 10, as well as the attraction of the Moon and Sun. As a result, the maps of the distribution of orbital resonance multiplets and the MEGNO maps have been obtained for each region. All the regions are examined for the presence of real objects. The obtained data show that the chaotization of motion in the regions 1:5, 1:7, and 1:9 occurs due to the superposition of other different resonances on the second component of the orbital resonance. In the regions 1:10 and 1:11, the orbital resonance does not affect the chaotization of motion. All real objects located in the regions under consideration are not exposed to the effect of orbital resonances.

Keywords: orbital resonances, MEGNO-map, dynamics, chaotization of motion

Acknowledgments: This work is financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 20-32-90095).

For citation: Blinkova, E.V., Bordovitsyna, T.V. (2022) Investigation of dynamics of a region with high-order orbital resonances. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 79. pp. 58–68. doi: 10.17223/19988621/79/5

Введение

Низкая околоземная орбита отличается наличием большого количества орбитальных резонансов высоких порядков. Как было показано в наших предыдущих работах [1, 2], а также в работах других авторов [3–6], орбитальные резонансы существенно влияют на динамику космических объектов. Целями данной работы являются определение положения орбитальных резонансов 1:5, 1:7, 1:9, 1:10, 1:11 со скоростью вращения Земли и выявление характера их влияния на космические аппараты (КА).

Для достижения поставленных целей решены следующие задачи:

- построены карты распределения орбитальных резонансов и соответствующие карты значений быстрой ляпуновской характеристики MEGNO [7];

- нанесены на карты положения реальных объектов, взятых из каталога NORAD [8];

- исследованы особенности динамической эволюции орбит, в том числе с использованием MEGNO-параметра.

Методика исследования

Численное моделирование движения всех объектов, так же как и в работах [1, 2], осуществляется на кластере «СКИФ Cyberia» Томского государственного университета с использованием программного комплекса «Численная модель движения систем ИСЗ» [9], построенного с использованием высокоточного интегратора Гаусса–Эверхарта [10]. В процессе моделирования учитываются возмущения от гармоник геопотенциала до 10-х порядка и степени, а также возмущения от Луны и Солнца.

Совместно с уравнениями движения интегрируются уравнения для вычисления текущего и усредненного параметров MEGNO. Эволюция во времени усредненного параметра MEGNO показывает степень хаотизации движения объекта. Так, известно, что для квазипериодических (регулярных) орбит параметр MEGNO осциллирует около 2, для таких орбит усредненное значение MEGNO всегда стремится к 2, а для устойчивых орбит типа гармонического осциллятора он равен нулю. При значении усредненного параметра MEGNO больше 2 и наличии линейного роста имеет место хаотизация движения, что не позволяет точно прогнозировать эволюцию элементов орбиты.

Методика выявления орбитальных резонансов была описана R. Allan [11, 12] и уточнена Э.Д. Кузнецовым [3]. В результате определено, что орбитальные резонансы имеют пятикомпонентную структуру.

Критические аргументы для орбитальных резонансов записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= u(M + \Omega + \omega) - v\theta, \quad \Phi_2 = u(M + \omega) + v(\Omega - \theta), \quad \Phi_3 = uM + v(\Omega + \omega - \theta), \\ \Phi_4 &= \Phi_1 - v\Omega, \quad \Phi_5 = \Phi_3 + v\Omega - 2v\omega, \end{aligned} \quad (1)$$

а соответствующие им резонансные соотношения в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_1 &= u(\dot{M} + \dot{\Omega} + \dot{\omega}) - v\dot{\theta}, \quad \dot{\Phi}_2 = u(\dot{M} + \dot{\omega}) + v(\dot{\Omega} - \dot{\theta}), \quad \dot{\Phi}_3 = u\dot{M} + v(\dot{\Omega} + \dot{\omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_4 &= \dot{\Phi}_1 - v\dot{\Omega}, \quad \dot{\Phi}_5 = \dot{\Phi}_3 + v\dot{\Omega} - 2v\dot{\omega}, \end{aligned} \quad (2)$$

где u и v – целые числа, которые соответствуют порядку резонанса, M , Ω , ω – стандартные обозначения кеплеровых элементов: средняя аномалия, долгота восходящего узла и аргумент перигея соответственно. θ – звездное время.

В процессе моделирования оценивается близость к нулю резонансных соотношений. Это условие является необходимым для возникновения резонанса, но не достаточным. О наличии резонанса свидетельствует поведение критического аргумента: если он либрирует возле определенного значения, то резонанс является устойчивым, если циркулирует – резонанса нет. О неустойчивом резонансе говорит смена циркуляции и либрации.

После определения структуры резонансов были получены положения реальных объектов, населяющих области исследования, из каталога NORAD. В каталоге координаты всех наблюдаемых объектов представлены в виде двухстрочных TLE-элементов (Two-Line Element set). Строки представляют собой стандартный формат двухстрочного набора орбитальных элементов, идентичный тому, который используется NORAD и NASA. Для перевода их в прямоугольные координаты и скорости была использована модель SGP4 [13]. Данная модель разработана К. Крэнфордом в 1970 г. для околоземных объектов, период которых составляет менее 225 мин.

Численные результаты

Проведен численный эксперимент по исследованию областей орбитальных резонансов 1:5, 1:7, 1:9, 1:10 и 1:11. В таблице представлен диапазон больших полуосей, в которых располагаются интересующие нас резонансы.

Диапазоны резонансных областей по большой полуоси

Тип орбитального резонанса	Диапазон по большой полуоси, км	Тип орбитального резонанса	Диапазон по большой полуоси, км
1:5	14 400–14 480	1:10	9 040–9 150
1:7	11 500–11 570	1:11	8 475–8 600
1:9	9 700–9 800		

Диапазон наклонений для каждой области был выбран от 0 до 180°. Модельные объекты распределены равномерно по исследуемому пространству с шагом 200 м по большой полуоси и 5° по наклонению. Временной интервал прогнозирования составляет 3 года. Этого времени достаточно, чтобы выявить действия резонансов. Орбиты модельных объектов близки к круговым, эксцентриситет равен 0.001.

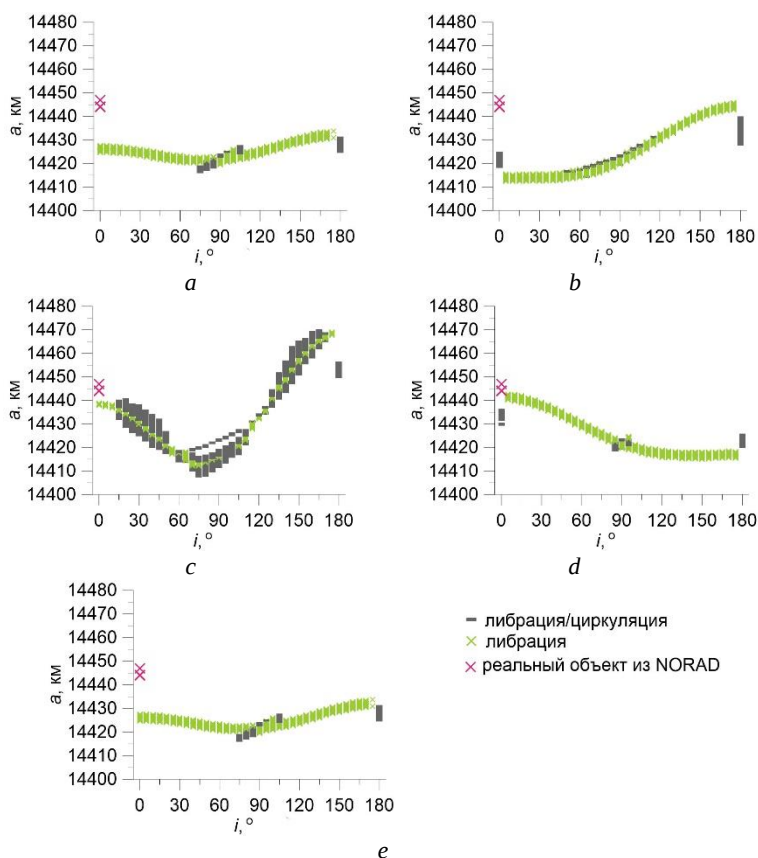


Рис. 1. Карта компонент орбитального резонанса 1:5 (a–e): Φ_1 – Φ_5

Fig. 1. Map of orbital resonance components 1:5 (a–e): Φ_1 – Φ_5

Первоначально были получены карты пяти компонент орбитального резонанса 1:5 со скоростью вращения Земли (рис. 1). Полосы первой, второй и четвертой компонент расположены в области 14 410–14 445 км по большой полуоси. Третья и пятая компоненты имеют большую площадь покрытия, но в основном это неустойчивые резонансы.

Кроме того, на карту компонент орбитального резонанса были нанесены реальные объекты, взятые из каталога NORAD. В данной области располагается 20 спутников связи группировки ОЗв. Они имеют наклонение, приближенное к 0° , один спутник имеет большую полуось 14 447 км, а остальные 14 444 км. Все КА располагаются выше линий действия орбитального резонанса и не подвержены его влиянию.

На рис. 2 представлено сопоставление орбитальной эволюции объектов, на один из которых не действуют резонансы, а другой, наоборот, подвержен действию резонанса 1:5.

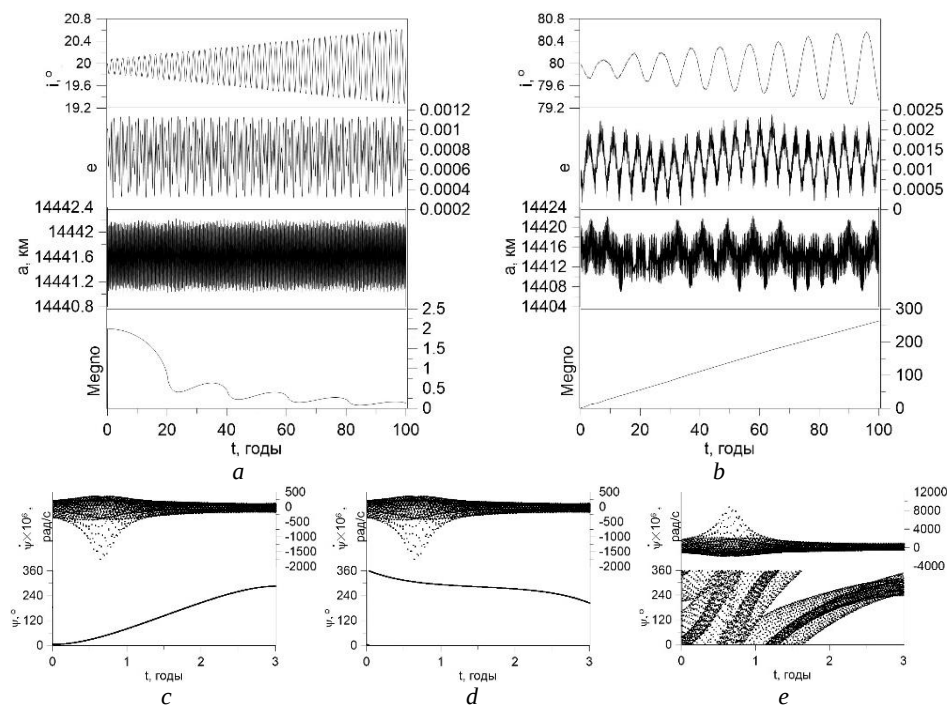


Рис. 2. Эволюция элементов орбиты объекта, на который не действует резонанс (a) и объекта с действующим резонансом (b); характеристики компонент: Φ_1 (c), Φ_2 (d), Φ_5 (e)

Fig. 2. Evolution of orbital elements for the object that (a) is not exposed to a resonance and (b) is exposed to an active resonance; the characteristics of components: (c) Φ_1 , (d) Φ_2 , and (e) Φ_5

Движение объекта *a* устойчиво, об этом свидетельствуют и поведение элементов орбиты, и параметр MEGNO, который стремится к нулю. На объект *b* действуют три компоненты орбитального резонанса 1:5, в том числе одна неустойчивая. Эволюция элементов показывает неустойчивое движение. Это отражается в поведении большой полуоси, и параметр MEGNO быстро растет.

Рассмотрим следующий орбитальный резонанс 1:7 со скоростью вращения Земли. Расположение его компонент представлено на рис. 3.

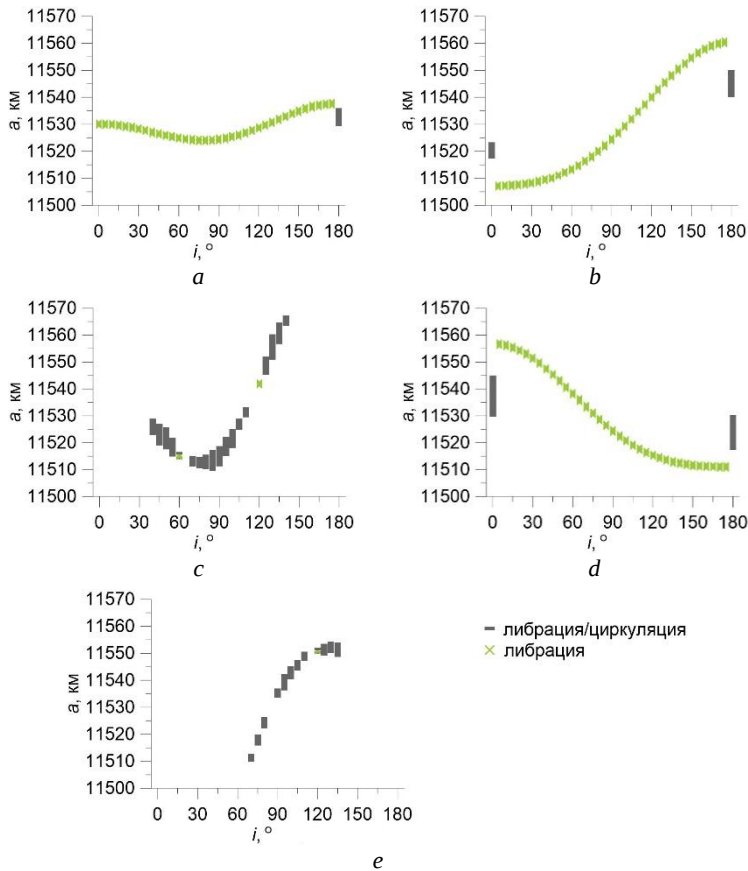


Рис. 3. Карта компонент орбитального резонанса 1:7 (*a-e*): Φ_1 – Φ_5
Fig. 3. Map of orbital resonance components 1:7 (*a-e*): Φ_1 – Φ_5

Четкие устойчивые линии действия резонанса имеют только компоненты Φ_1 , Φ_2 и Φ_4 . Они расположены в области от 11 505 км по большой полуоси вверх на 60 км. Размах линий почти в 2 раза больше, чем у предыдущего рассмотренного резонанса. Третья (рис. 3, с) и пятая (рис. 3, е) компоненты в основном неустойчивы и имеют небольшую площадь покрытия по сравнению с соответствующими компонентами орбитального резонанса 1:5 (см. рис. 1, с, е). В данной области не расположено никаких реальных объектов.

Следующий рассмотренный резонанс 1:9 со скоростью вращения Земли (рис. 4). Как и для предыдущих двух областей, первая, вторая и четвертая компоненты устойчивы. Третья и пятая компоненты в этой области практически исчезают. Ширина размаха линий резонанса достигает 80 км, что на 20 км больше, чем у резонанса 1:7. Реальных объектов в данной области нет.

Для того чтобы определить, как орбитальные резонансы могут влиять на гипотетические объекты, которые в будущем могут оказаться внутри зоны действия

этих резонансов, были построены соответствующие MEGNO-карты (рис. 5). Они показывают расположение области хаотизации движения объектов, в которой невозможно прогнозирование неуправляемых КА.

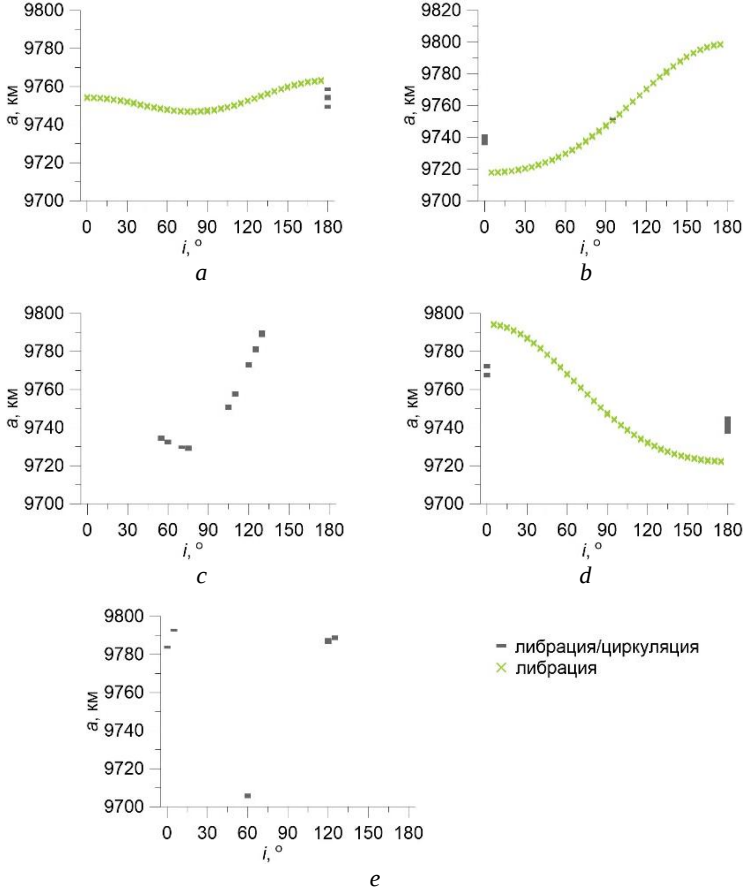


Рис. 4. Карта компонент орбитального резонанса 1:9 (a–e): Φ_1 – Φ_5
Fig. 4. Map of orbital resonance components 1:9 (a–e): Φ_1 – Φ_5

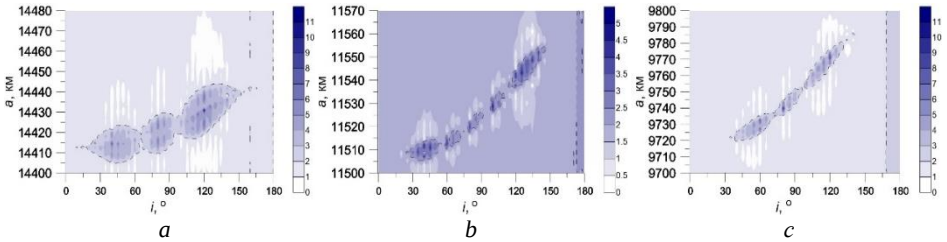


Рис. 5. MEGNO-карта областей орбитального резонанса 1:5 (a), 1:7 (b), 1:9 (c)
Fig. 5. MEGNO map of orbital resonance regions (a) 1:5, (b) 1:7, and (c) 1:9

Сравнивая рис. 1, 3 и 4 с соответствующими им MEGNO-картами (см. рис. 5) можно сказать, что хаотизация движения происходит по линии действия второй компоненты орбитального резонанса путем наложения на нее других резонансов различных типов.

Следующие две области – 1:10 и 1:11 – имеют похожую картину (рис. 6). Третья и пятая компоненты у резонансов исчезают. Размах компонент у резонанса 1:10 составляет около 110 км, у резонанса 1:11 – около 120 км.

Присутствующие в данных областях реальные объекты не попадают на действующий резонанс. Единственный объект в области резонанса 1:10 является космическим мусором. На рис. 6, с видно, что объект расположен в области четвертой компоненты резонанса. Однако анализ показал, что четвертая компонента для этого объекта циркулирует. Это означает отсутствие резонанса.

В области резонанса 1:11 расположено пять спутников Globalstar. Их положение близко к действующему резонансу, но все же они не попадают в область его действия.

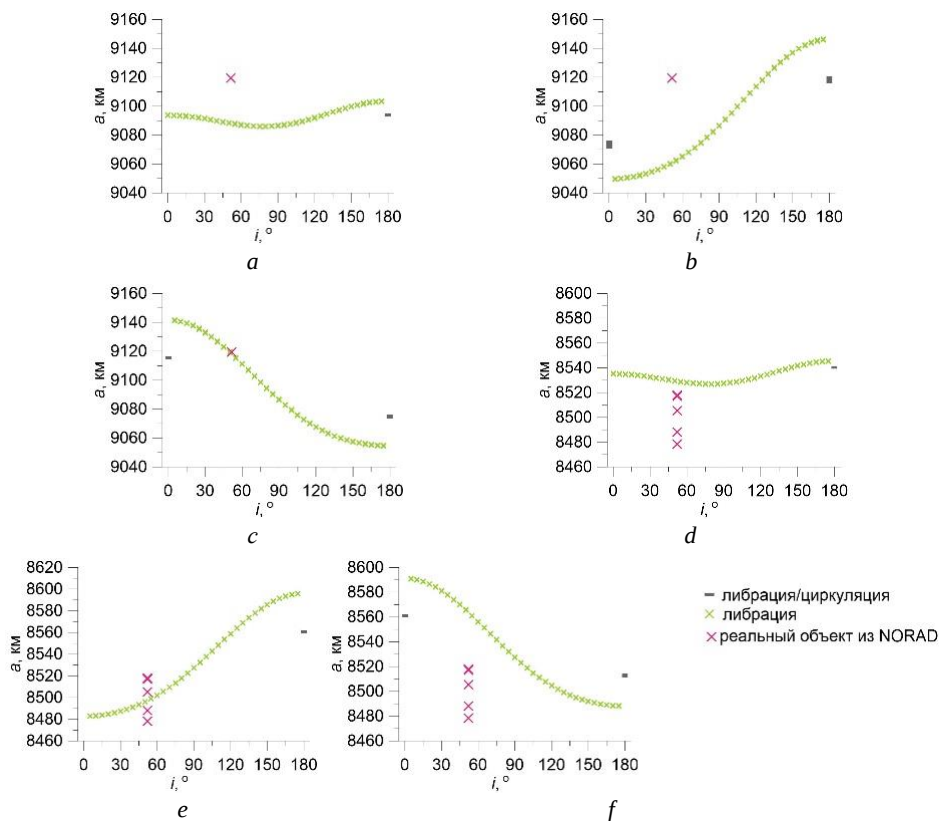


Рис. 6. Карта компонент для орбитального резонанса 1:10: Φ_1 (a), Φ_2 (b), Φ_4 (c), для орбитального резонанса 1:11: Φ_1 (d), Φ_2 (e), Φ_4 (f)

Fig. 6. Map of components for an orbital resonance 1:10: (a) Φ_1 , (b) Φ_2 , and (c) Φ_4 ; and for an orbital resonance 1:11: (d) Φ_1 , (e) Φ_2 , and (f) Φ_4

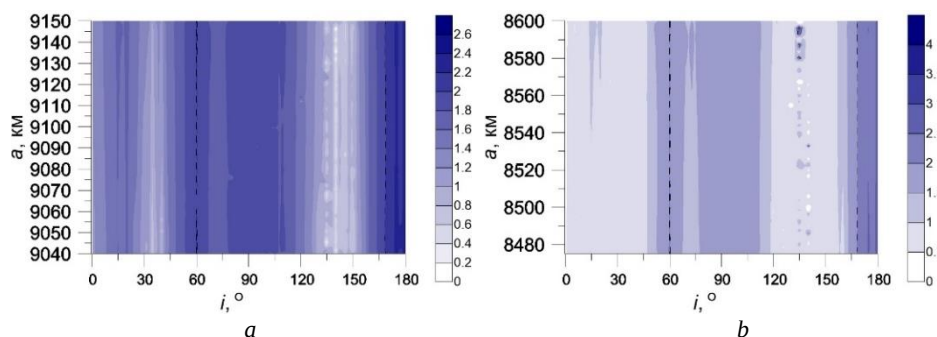


Рис. 7. MEGNO-карта областей орбитальных резонансов 1:10 (a), 1:11 (b)

Fig. 7. MEGNO map of orbital resonance regions (a) 1:10 and (b) 1:11

MEGNO-карта для резонансов 1:10 и 1:11 (рис. 7) отличается от карт резонансов, рассмотренных выше. Орбитальные резонансы здесь не влияют на хаотизацию движения; по всей видимости, в этой области преобладает действие вековых резонансов, которое, как показано в [14], распространяется и на области орбитальных резонансов.

Заключение

Представленные в данной работе результаты по исследованию областей орбитальных резонансов высоких порядков позволяют сделать ряд выводов.

Структуры всех орбитальных резонансов похожи между собой. Четкие устойчивые линии действия резонансов имеют первая, вторая и четвертые компоненты. Третья и пятая в большинстве своем неустойчивы, имеют нечеткую структуру, а для резонансов 1:10 и 1:11 вообще исчезают.

Для орбитальных резонансов 1:5, 1:7 и 1:9 хаотизация движения происходит по линии действия второй компоненты резонанса в результате наложения на нее других компонент резонансов. Для резонансов 1:10 и 1:11 зоны хаотизации не зависят от положения орбитальных резонансов. Они имеют структуру вертикальных полос, что коррелирует с положением вековых резонансов, которые пронизывают орбитальное пространство.

Существуют некоторые реальные объекты, которые находятся в областях резонансов 1:5, 1:10 и 1:11, но ни один из них не попадает под их влияние.

Список источников

1. Томилова И.В., Блинкова Е.В., Бордовицына Т.В. Особенности динамики объектов, движущихся в окрестности резонанса 1:3 с вращением Земли // *Астрономический вестник*. 2019. Т. 53, № 5. С. 323–338.
2. Томилова И.В., Блинкова Е.В., Бордовицына Т.В. Особенности динамики объектов, движущихся в зонах орбитальных резонансов 1:4, 1:6 и 1:8 с вращением Земли // *Астрономический вестник*. 2021. Т. 55, № 5. С. 427–443.
3. Кузнецов Э.Д., Захарова П.Е., Гламазда Д.В., Шагабудинов А.И., Кудрявцев С.О. О влиянии светового давления на орбитальную эволюцию объектов, движущихся в окрестности резонансов низких порядков // *Астрономический вестник*. 2012. Т. 46, № 6. С. 480–488.

4. Celletti A., Gales C. Dynamical investigation of minor resonances for space debris // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2015. V. 123. P. 203–222.
5. Celletti A., Gales C. Dynamics of resonances and equilibria of Low Earth Objects // *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*. 2018. V. 17. P. 203–235.
6. Celletti A., Gales C., Lhotka C. Resonances in the Earth's space environment// *Commun. Nonlinear Sci. Numer.Simulat.* 2020. V. 84. P. 105–185.
7. Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C. Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // *Physica. D*. 2003. V. 182. P. 151–178.
8. Каталог элементов NORAD. URL: <https://celestrak.org/NORAD/elements/>
9. Александрова А.Г., Бордовицына Т.В., Чувашов И.Н. Численное моделирование в задачах динамики околоземных объектов // *Известия вузов. Физика*. 2017. Т. 60. С. 69–76.
10. Авдюшев В.А. Интегратор Гаусса–Эверхарта // *Вычислительные технологии*. 2010. Т. 15, № 4. С. 31–47.
11. Allan R.R. Resonance effects due to the longitude dependence of the gravitational field of a rotating primary // *Planetary and Space Science*. 1967. V. 15. P. 53–76.
12. Allan R.R. Satellites resonance with the longitude dependent gravity. II. Effects involving the eccentricity // *Planetary and Space Science*. 1967. V. 15. P. 1829–1845.
13. Lane M., Hoots F. Project Space Track Report No. 2 / *Aerospace Defense Command*. 1979.
14. Александрова А.Г., Блинкова Е.В., Бордовицына Т.В., Понандопуло Н.А. Томилова И.В. Вековые резонансы в динамике объектов, движущихся в областях LEO–MEO околоземного орбитального пространства // *Астрономический вестник*. 2021. Т. 55, № 3. С. 272–287.

References

1. Tomilova I.V., Blinkova E.V., Bordovitsyna T.V. (2019) Features of the dynamics of objects moving in the neighborhood of the 1:3 resonance with the Earth's rotation. *Solar System Research*. 53(5). pp. 307–321. doi: 10.1134/S0038094619050071
2. Tomilova I.V., Blinkova E.V., Bordovitsyna T.V. (2021) Features of the dynamics of objects moving in the zones of orbital resonances 1:4, 1:6, and 1:8 with the Earth's rotation. *Solar System Research*. 55(5). pp. 420–436. doi: 10.1134/S0038094621040092
3. Kuznetsov E.D., Zakharova P.E., Glamazda D.V., Shagabutdinov A.I., Kudryavtsev S.O. (2012) Light pressure effect on the orbital evolution of objects moving in the neighborhood of low-order resonances. *Solar System Research*. 46(6). pp. 442–449. doi: 10.1134/S0038094612050073
4. Celletti A., Gales C. (2015) Dynamical investigation of minor resonances for space debris. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 123. pp. 203–222. doi: 10.1007/s10569-015-9636-1
5. Celletti A., Gales C. (2018) Dynamics of resonances and equilibria of Low Earth Objects. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*. 17. pp. 203–235. doi: 10.48550/arXiv.1710.02519
6. Celletti A., Gales C., Lhotka C. (2020) Resonances in the Earth's space environment. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 84. pp. 105–185. doi: 10.1016/j.cnsns.2020.105185
7. Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C. (2003) Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits. *Physica. D*. 182. pp. 151–178. doi: 10.1016/S0167-2789(03)00103-9
8. Catalog of NORAD elements. URL: <https://celestrak.org/NORAD/elements/>
9. Aleksandrova A.G., Bordovitsyna T.V., Chuvashov I.N. (2017) Numerical modeling in problems of near-Earth object dynamics. *Russian Physics Journal*. 60. pp. 80–89. doi: 10.1007/s11182-017-1045-3

10. Avdyushev V.A. (2010) Integrator Gaussa–Everkharta [Gauss–Everhart integrator]. *Vychislitel'nye tekhnologii – Computational Technologies*. 15(4). pp. 31–47.
11. Allan R.R. (1967) Resonance effects due to the longitude dependence of the gravitational field of a rotating primary. *Planetary and Space Science*. 15(1). pp. 53–76. doi: 10.1016/0032-0633(67)90067-0
12. Allan R.R. (1967) Satellites resonance with the longitude dependent gravity. II. Effects involving the eccentricity. *Planetary and Space Science*. 15(12). pp. 1829–1845. doi: 10.1016/0032-0633(67)90020-7
13. Lane M., Hoots F. (1979) *Project Space Track Report No. 2*. Aerospace Defense Command.
14. Aleksandrova A.G., Blinkova E.V., Bordovitsyna T.V., Popandopulo N.A. Tomilova I.V. (2021) Secular resonances in the dynamics of objects moving in LEO–MEO regions of near-earth orbital space. *Solar System Research*. 55(3). pp. 266–281. doi: 10.1134/S0038094621030011

Сведения об авторах:

Блинкова Евгения Владимировна – младший научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета; аспирант кафедры астрономии и космической геодезии физического факультета Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: zbizk322@mail.ru

Бордовицына Татьяна Валентиновна – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета; профессор кафедры астрономии и космической геодезии физического факультета Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: tvbord@sibmail.com

Information about the authors:

Blinkova Evgeniya V. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: zbizk322@mail.ru

Bordovitsyna Tat'yana V. (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: tvbord@sibmail.com

Статья поступила в редакцию 01.06.2022; принята к публикации 03.10.2022

The article was submitted 01.06.2022; accepted for publication 03.10.2022