

Научная статья

УДК 004.942

doi: 10.17223/19988605/60/6

Математическое и программное обеспечение для численного моделирования геомеханического состояния углепородного массива

Андрей Борисович Цветков

Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк, Россия, atsvet@mail.ru

Аннотация. Предлагается подход для построения нелинейной математической модели напряженно-деформированного состояния углепородного массива, в которой учитывается интегральное воздействие на горные породы природных и техногенных сил. Для исследования предложенной нелинейной модели разработан комплекс проблемно-ориентированных программ и приведены результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: нелинейная математическая модель; напряженно-деформированное состояние; массив горных пород

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Кемеровской области в рамках научного проекта № 20-41-420004.

Для цитирования: Цветков А.Б. Математическое и программное обеспечение для численного моделирования геомеханического состояния углепородного массива // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 60. С. 52–58. doi: 10.17223/19988605/60/6

Original article

doi: 10.17223/19988605/60/6

Mathematical and software for numerical modeling of geomechanical state of carbon mass

Andrey B. Tsvetkov

Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation, atsvet@mail.ru

Abstract. Underground mining is associated with mine workings and subsequent arrangement of free space in accordance with the purpose of the designed object. Man-made impact on the massif leads to violation of the natural field of stresses and formation in the field of mining of zones of high mountain pressure and rock unloading, which can lead to mountain impacts, sudden emissions of coal, rock and gas, collapses.

Analysis of results of mathematical simulation of stress-strain state of the developed section of the massif is necessary for detection and prevention of pre-accident situations. The results of experiments confirm that the stress field of undisturbed rocks, formed under the influence of natural forces, is determined by the relations of the theory of elasticity. Based on studies, it was found that under the influence of anthropogenic forces, a zone is formed around the developed space, in which the connection between stresses and deformations is non-linear. Therefore, taking into account the properties of rocks in the mathematical model, the deformation conditions of which are determined by nonlinear equations, will allow to obtain qualitatively new information on the stressed-deformed state of rocks in the field of influence of mine workings.

The article proposes an approach for constructing a nonlinear mathematical model of the stress-strain state of the carbon mass, which takes into account the integral effect on rocks of natural and man-made forces. To study the proposed nonlinear model, the author developed a set of problem-oriented programs and presented the results of computational experiments.

Keywords: nonlinear mathematical model; stress-strain state; rock mass

Acknowledgments: The study was carried out with the financial support of the Russian Federation and the Kemerovo region as part of the scientific project No. 20-41-420004.

For citation: Tsvetkov, A.B. (2022) Mathematical and software for numerical modeling of the geomechanical state of the carbon mass. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 60. pp. 52–58. doi: 10.17223/19988605/60/6

Геологическая среда – сложный природный объект. Методология описания сложных систем рассмотрена Г. Хакеном, философия которого предусматривает три уровня описания: микро-, мезо- и макроскопический [1]. Поэтому автором предлагается рассматривать геосреду как иерархическую нелинейную систему, декомпозицию которой, в зависимости от задач исследования, необходимо проводить согласно данным трем уровням.

Из геосреды на макроуровне выделяется исследуемый участок геомассива. На микроуровне возникает необходимость введения параметров, которые позволили бы описывать наиболее значимые особенности поведения на мезоуровне – это свойства горных пород и действующие на них силы. На мезо- и макроуровне связь между параметрами обеспечивается посредством уравнений, в которых учитываются не сами процессы на микроуровне, а их проявление и влияние на геосреду при воздействии природных и техногенных сил. Такой подход позволяет рассматривать общие сценарии поведения геомассива, включающего систему горных выработок, а также является основой для исследования посредством математического моделирования его геомеханического состояния [1, 2].

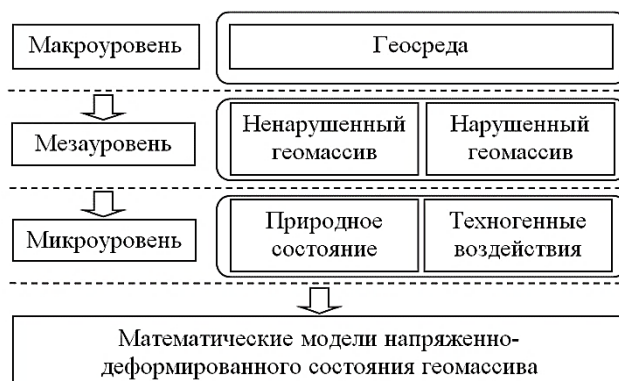


Рис. 1. Схема построения математических моделей напряженно-деформированного состояния

Fig. 1. Scheme for constructing mathematical models of the stress-strain state

Если ставится задача исследования напряженно-деформированного состояния геомассива при воздействии природных и техногенных сил, то можно ограничиться мезоуровнем, считая его представительным. Геомассив по отношению к техногенным воздействиям находится в двух состояниях – природном и нарушенном. В результате горных работ происходит существенное изменение природного состояния горного массива: локализация деформаций и формирование в области нарушения целостности горных пород разгруженных зон и концентраторов напряжений [3]. При таких условиях наблюдаются необратимые деформации, и математическая модель напряженно-деформированного состояния геомассива на мезоуровне должна строиться на основе законов, соответствующих нелинейному характеру деформирования горных пород [4, 5] (рис. 1).

1. Определяющие соотношения математической модели

Установлено, что выемка угольного пласта приводит к смещениям части углепородной толщи. На рис. 2 приведены зоны деформирования пород, которые характерны для геомассива, включающего очистные выработки [6]. По результатам натурных исследований выявлено, что в природном состоянии, формирующемся в геологическом масштабе времени, горные породы сохраняют сплошность, и для определения напряженно-деформированного состояния ненарушенной части геомассива D_1 можно применять соотношения теории упругости [3, 7].

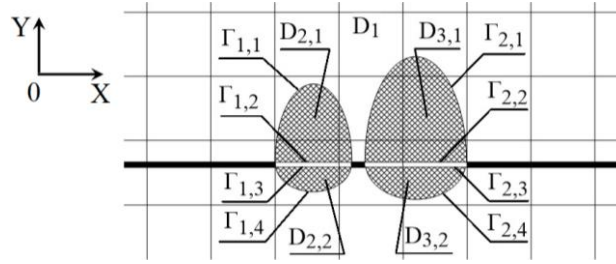


Рис. 2. Зоны деформирования
Fig. 2. Deformation zones

Исследователями отмечено, что при техногенных воздействиях породы частично ослаблены трещинами и обладают пластическими свойствами [8]. Следовательно, для зон влияния горных выработок $D_{2,1}$, $D_{2,2}$, $D_{3,1}$ и $D_{3,2}$, выделенных на рис. 2 штриховкой, характерна нелинейная зависимость деформаций от напряжений.

В соответствии с теорией сдвижения горных пород зоны деформирования $D_{2,1}$, $D_{2,2}$, $D_{3,1}$, $D_{3,2}$ определяются контурами $\Gamma_{1,1}$, $\Gamma_{1,4}$, $\Gamma_{2,1}$, $\Gamma_{2,4}$. Контурами $\Gamma_{1,2}$, $\Gamma_{1,3}$, $\Gamma_{2,2}$, $\Gamma_{2,3}$ задана область очистного выработанного пространства. Расчетная область D представлена в виде объединения областей D_1 , $D_{2,1}$, $D_{2,2}$, $D_{3,1}$, $D_{3,2}$: $D = D_1 \cup D_{2,1} \cup D_{2,2} \cup D_{3,1} \cup D_{3,2}$.

Для определения напряженно-деформированного состояния геомассива решена следующая краевая задача: в области D найти горизонтальные $u = u(x, y)$ и вертикальные перемещения $v = v(x, y)$, удовлетворяющие системе дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \mu^* (u''_{xx} + u''_{yy}) + (\mu^* + \lambda^*) (u''_{xx} + v''_{xy}) = 0, \\ \mu^* (v''_{xx} + v''_{yy}) + (\mu^* + \lambda^*) (u''_{xy} + v''_{yy}) + \rho g = 0 \end{cases} \quad (1)$$

и граничным условиям: $u(0, y) = 0$, $u(h_x, y) = 0$, $u(x, 0) = 0$, $u(x, h_y) = 0$, $v'_x(0, y) = 0$, $v'_x(h_x, y) = 0$, $\sigma_y(x, 0) = 0$, $v(x, h_y) = 0$; где h_x , h_y – размер расчетной области массива по оси абсцисс и ординат; ρ – плотность пород; g – ускорение свободного падения; $\lambda^* = E^* v^* / ((1 + v^*)(1 - 2v^*))$, $\mu^* = E^* / (2(1 + v^*))$, $E^* = 3E_1 / (2E_1 \Psi + 1 - 2v)$, $v^* = (1/2 - (1 - 2v) / (2E_1 \Psi)) / (1 + (1 - 2v) / (2E_1 \Psi))$ – переменные параметры; E_1 – начальное значение переменного параметра; v – коэффициент Пуассона; Ψ – функция, описывающая условия деформирования пород, которая равна $1/(2\mu)$ в зоне упругого деформирования, $3\varepsilon/(2\sigma(\varepsilon))$ – в остальных зонах; $\sigma(\varepsilon)$ – функция, аппроксимирующая экспериментальные диаграммы деформирования, полученные по результатам испытаний различных видов угля и пород.

Начальное значение переменного параметра E_1 предлагается определять согласно зависимости

$$E_1 = k \cdot E, \quad (2)$$

где E – модуль упругости; k – безразмерный эмпирический коэффициент, $(0 < k \leq 1)$. Для вычисления эмпирического коэффициента k разработана формула вида:

$$k = \begin{cases} \frac{y - y_{\Gamma_{1,2}}}{y_{\Gamma_{1,1}} - y_{\Gamma_{1,2}}}, & \text{если } (x, y) \in D_{2,1}; \\ \frac{y - y_{\Gamma_{1,3}}}{y_{\Gamma_{1,4}} - y_{\Gamma_{1,3}}}, & \text{если } (x, y) \in D_{2,2}; \\ \frac{y - y_{\Gamma_{2,2}}}{y_{\Gamma_{2,1}} - y_{\Gamma_{2,2}}}, & \text{если } (x, y) \in D_{3,1}; \\ \frac{y - y_{\Gamma_{2,3}}}{y_{\Gamma_{2,4}} - y_{\Gamma_{2,3}}}, & \text{если } (x, y) \in D_{3,2}; \\ 1, & \text{если } (x, y) \in D_1, \end{cases} \quad (3)$$

где y – вертикальные координаты точек, принадлежащих зонам $D_{2,1}$, $D_{2,2}$, $D_{3,1}$ и $D_{3,2}$ (см. рис. 2); $y_{Г1,1}$, $y_{Г1,2}$, $y_{Г1,3}$, $y_{Г1,4}$, $y_{Г2,1}$, $y_{Г2,2}$, $y_{Г2,3}$, $y_{Г2,4}$ – вертикальные координаты точек, принадлежащих контурам $Г_{1,1}$, $Г_{1,2}$, $Г_{1,3}$, $Г_{1,4}$, $Г_{2,1}$, $Г_{2,2}$, $Г_{2,3}$ и $Г_{2,4}$. Предложенная математическая модель исследуется методом конечных элементов.

При определении напряжений, деформаций и перемещений применяется модифицированный алгоритм метода конечных элементов, адаптированный к системам компьютерной алгебры. В разработанном алгоритме предусмотрены аналитические операции преобразования функциональных зависимостей, что обеспечивает определение коэффициентов разрешающей системы уравнений в вычислительной среде с учетом реальных условий деформирования пород в зонах влияния горной выработки [9]. Для проведения вычислительных экспериментов разработан комплекс проблемно-ориентированных программ в системе Mathematica на языке Wolfram Language [10, 11].

2. Вычислительный эксперимент

Пример исследования геомеханического состояния участка геомассива в зоне влияния системы очистных выработок приведен на рис. 3, 4.

Расчетная область исследуемого участка геомассива представлена: алевролитом крупнозернистым Ω_1 , Ω_9 , Ω_{15} ; алевролитом мелкозернистым Ω_2 , Ω_{10} , Ω_{20} ; песчаником Ω_3 , Ω_5 , Ω_8 , Ω_{11} , Ω_{13} , Ω_{18} , Ω_{21} , Ω_{23} , Ω_{26} ; переслаиванием алевролитов разной зернистости Ω_4 , Ω_{12} , Ω_{17} ; алевролитом среднезернистым Ω_6 , Ω_{14} , Ω_{24} ; аргиллитом Ω_7 , Ω_{25} ; пластом угля Ω_{16} , Ω_{19} , Ω_{22} [12]. Границы очистных выработок в угольном пласте Ω_{19} обозначены точками А, В, С, D (см. рис. 3). Краевая задача (1) решалась при условии, что массовые силы направлены вдоль вертикальной оси и создавались собственным весом пород.

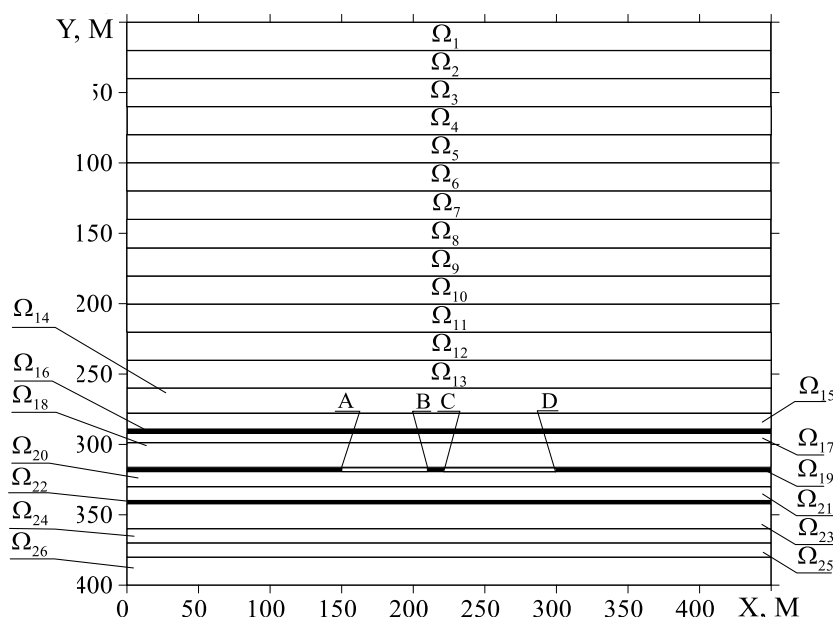


Рис. 3. Схема исследуемого участка
Fig. 3. Scheme of the study area

Результаты численного моделирования распределения вертикальных напряжений приведены на рис. 4, а, b (на рисунках знак «минус» соответствует сжимающим напряжениям).

Распределения сжимающих вертикальных напряжений характеризуются максимумами в краевых участках горных выработок обрабатываемого угольного пласта Ω_{19} и постепенным затуханием дополнительных вертикальных напряжений, вызванных техногенным воздействием, при удалении от него в направлении вмещающей толщи. На вертикальных границах расчетной области величины сжимающих вертикальных напряжений соответствуют природному полю напряжений нетронутого массива (см. рис. 4, а).

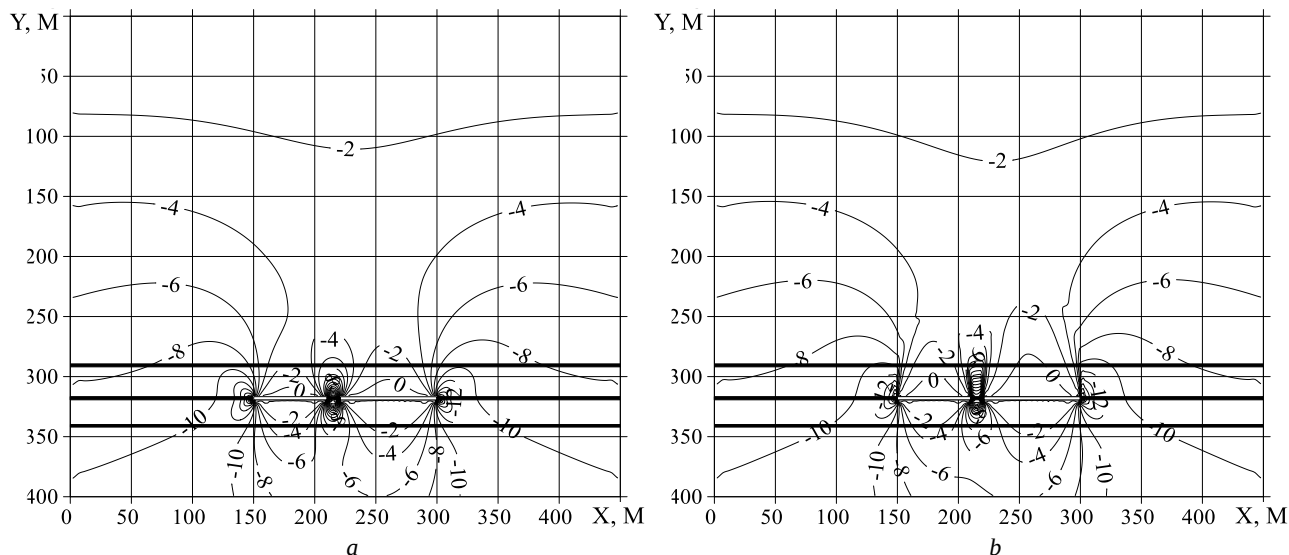


Рис. 4. Изолинии распределения вертикальных напряжений:
 а – решение краевой задачи теории упругости; б – нелинейное решение

Fig. 4. Vertical stress distribution isolines:
 а – solution of the boundary value problem of elasticity theory; б – non-linear solution

Из анализа полученных результатов следует, что в области техногенных воздействий формируются зоны разгрузки, в которых сжимающие вертикальные напряжения меньше соответствующих напряжений в нетронutom массиве. Непосредственно в подработанных породах кровли выработанного пространства наблюдаются зоны растягивающих вертикальных напряжений.

По результатам вычислительного эксперимента выявлено, что зоны растягивающих вертикальных напряжений, сформировавшиеся над кровлей очистных выработок, для нелинейного решения в несколько раз больше, чем при условии линейной зависимости между напряжениями и деформациями (см. рис. 4, а, б).

При решении краевой задачи теории упругости подрабатываемые участки угольного пласта Ω_{16} , расположенные в зонах техногенных воздействий от пласта Ω_{19} , не попали в зоны растягивающих напряжений (рис. 4, а). При нелинейном решении подработанный пласт Ω_{16} в окрестности $x = 270$ м располагается в зоне растягивающих вертикальных напряжений (см. рис. 4, б).

Многочисленными исследованиями установлено, что прочность горных пород при растяжении на порядок меньше, чем при сжатии [5]. Поэтому в зонах растяжения наблюдаются дезинтеграция и повышенное образование пор и трещин, что приводит к способности пород вмещать больший объем газа по сравнению с их природным состоянием. В участках геомассива с повышенным по сравнению с природным удельным содержанием газа формируется газовый коллектор. Увеличение количества метана в порах газового коллектора способно приводить к выдавливанию метановоздушной смеси в направлении горных выработок, что может создавать опасные ситуации при проведении очистных работ.

Заключение

Таким образом, учет в математической модели условий деформирования горных пород, определяемых нелинейными уравнениями, позволил получить качественно новую информацию о геомеханическом состоянии в области влияния горных выработок. Техногенные воздействия на геомассив приводят к нарушению природного поля напряжений и формированию в области ведения горных работ зон повышенного горного давления и разгрузки, что может спровоцировать предаварийные ситуации. Предложенная нелинейная математическая модель позволяет исследовать напряженно-деформированное состояние геомассива и выявлять при проведении горных работ опасные участки, которые необходимо учитывать при создании проектной документации.

Список источников

1. Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. М. : Мир, 1991. 240 с.
2. Ершов Л.В., Максимов В.А. Математические основы физики горных пород. М. : МГИ, 1968. 293 с.
3. Борисов А.А. Механика горных пород и массивов. М. : Недра, 1980. 360 с.
4. Цветков А.Б., Павлова Л.Д., Фрянов В.Н. Сравнительная оценка математических моделей геомеханического состояния массива горных пород // Краевые задачи и математическое моделирование : темат. сб. науч. ст. Новокузнецк, 2014. С. 314–317.
5. Карташов Ю.М., Матвеев Б.В., Михеев Г.В. Прочность и деформируемость горных пород. М. : Недра, 1979. 269 с.
6. Турчанинов И.А., Иофис М.А., Каспарьян Э.В. Основы механики горных пород. Л. : Недра, 1989. 488 с.
7. Грицко Г.И., Власенко Б.В., Посохов Г.Е. Прогнозирование и расчет проявлений горного давления. Новосибирск : Наука, 1980. 159 с.
8. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Пластичность горных пород. М. : Недра, 1979. 301 с.
9. Цветков А.Б., Павлова Л.Д. Адаптация алгоритма метода конечных элементов к системе символьной математики // Наукоемкие технологии разработки и использования минеральных ресурсов : Междунар. науч.-практ. конф. : сб. науч. ст. Новокузнецк, 2015. С. 121–125.
10. Tsvetkov A.B., Pavlova L.D., Fryanov V.N. Numerical simulation of geomechanical state of coal massif in the vicinity of underground workings in the superimposed seams // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2017. V. 84. Art. 012005. URL: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/84/1/012005/pdf> (дата обращения: 22.03.2022).
11. Цветков А.Б., Павлова Л.Д., Фрянов В.Н. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020618419. Программа численного исследования математической модели деформирования геомассива с учетом разномодульности горных пород // Реестр программ для ЭВМ. Дата регистрации 27.07.2020.
12. Штумпф Г.Г. Физико-технические свойства горных пород и углей Кузнецкого бассейна. М. : Недра, 1994. 447 с.

References

1. Hacken, G. (1991) *Informatsiya i samoorganizatsiya. Makroskopicheskiy podkhod k slozhnym sistemam* [Information and self-organization. Macroscopic approach to complex systems]. Translated from English. Moscow: Mir.
2. Ershov, L.V. & Maksimov, V.A. (1968) *Matematicheskie osnovy fiziki gornykh porod* [Mathematical Foundations of Rock Physics]. Translated from English. Moscow: MGI.
3. Borisov, A.A. (1980) *Mekhanika gornykh porod i massivov* [Mechanics of Rocks and Massifs]. Moscow: Nedra.
4. Tsvetkov, A.B., Pavlova, L.D. & Fryanov, V.N. (2014) *Sravnitel'naya otsenka matematicheskikh modeley geomekhanicheskogo sostoyaniya massiva gornykh porod* [Comparative assessment of mathematical models of the geomechanical state of the rock mass]. In: *Kraevye zadachi i matematicheskoe modelirovanie* [Boundary problems and mathematical modeling]. Novokuznetsk: [s.n.], pp. 314–317.
5. Kartashov, Yu.M., Matveev, B.V., & Mikheev, G.V. (1979) *Prochnost' i deformiruemost' gornykh porod* [Strength and Deformability of Rocks]. Moscow: Nedra.
6. Turchaninov, I.A., Iofis, M.A. & Kasparyan, E.V. (1989) *Osnovy mekhaniki gornykh porod* [Fundamentals of Rock Mechanics]. Leningrad: Nedra.
7. Gritsko, G.I., Vlasenko, B.V. & Posokhov, G.E. (1980) *Prognozirovanie i raschet proyavleniy gornogo davleniya* [Forecasting and Calculation of Manifestations of Mountain Pressure]. Novosibirsk: Nauka.
8. Stavrogin, A.N. & Protosenya, A.G. (1979) *Plastichnost' gornykh porod* [Plasticity of Rocks]. Moscow: Nedra.
9. Tsvetkov, A.B. & Pavlova, L.D. (2015) *Adaptatsiya algoritma metoda konechnykh elementov k sisteme simvol'noy matematiki* [Adaptation of the algorithm of the finite element method to the system of symbolic mathematics]. In: Fryanov, V.I. (ed.) *Naukoemkie tekhnologii razrabotki i ispol'zovaniya mineral'nykh resursov* [Science-intensive technologies for the development and use of mineral resources]. Novokuznetsk: [s.n.], pp. 121–125.
10. Tsvetkov, A.B., Pavlova, A.B. & Fryanov, V.N. (2017) Numerical simulation of geomechanical state of coal massif in the vicinity of underground workings in the superimposed seams. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 84(012005). [Online] Available from: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/84/1/012005/pdf> (Accessed: 22nd March 2022). DOI: 10.1088/1755-1315/84/1/012005
11. Tsvetkov, A.B., Pavlova, L.D. & Fryanov, V.N. (2020) *Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2020618419. Programma chislennoy issledovaniya matematicheskoy modeli deformirovaniya geomassiva s uchedom raznomodul'nosti gornykh porod* [Certificate of state registration of the program for computers No. 2020618419. Program for numerical study of mathematical model of geomassival deformation taking into account rock modularity]. Computer Program Register. Registration Date 27.07.2020
12. Stumpf, G.G. (1994) *Fiziko-tekhnicheskie svoystva gornykh porod i ugley Kuznetskogo basseyna* [Physical and Technical Properties of Rocks and Coals of the Kuznetsk Basin]. Moscow: Nedra.

Информация об авторе:

Цветков Андрей Борисович – доцент, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики и информатики Института информационных технологий и автоматизированных систем Сибирского государственного индустриального университета (Новокузнецк, Россия). E-mail: atsvet@mail.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Tsvetkov Andrey B. (Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Applied Mathematics and Informatics, Institute of Information Technologies and Automated Systems, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation). E-mail: atsvet@mail.ru

The author declares no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 16.04.2022; принята к публикации 30.08.2022

Received 16.04.2022; accepted for publication 30.08.2022