

МАТЕМАТИКА

УДК 514.8, 62.342

С.А. Камчатный, В.М. Кузнецов, А.В. Сковородин, Н.Р. Щербаков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ КОНИЧЕСКОГО ПЕРЕДАТОЧНОГО МЕХАНИЗМА С ЭЦ-ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Формообразование поверхности детали передаточного механизма в самой общей постановке является задачей сближения двух поверхностей (обрабатываемой детали и поверхности инструмента) в пространстве до состояния касания, в котором поверхности имеют общую касательную плоскость. Решение задачи аналитического описания геометрии касания поверхностей необходимо для нахождения наиболее выгодных методов и средств обработки сложных поверхностей деталей на многокоординатных станках с ЧПУ. С этих позиций в работе построена математическая модель процесса формообразования деталей конического передаточного механизма с эксцентриково-циклоидальным зацеплением с помощью фрез двух видов. Получены системы уравнений для определения местоположения фрезы в момент касания. Найдены аналитические или численные решения этих систем. Разработан комплекс специальных компьютерных программ управления движением фрезы, обрабатываемой деталью.

Ключевые слова: *формообразование, эксцентриково-циклоидальное зацепление, касание поверхностей.*

В [1] была рассмотрена геометрия касания поверхностей детали и инструмента при формообразовании деталей цилиндрического передаточного механизма с эксцентриково-циклоидальным зацеплением (ЭЦ-зацеплением [2]), т.е. устройства, у которого оси вращения входной и выходной деталей параллельны. В данной работе аналогичные задачи решены для конической передачи с ЭЦ-зацеплением, у которой оси вращения деталей пересекаются (рассмотрен случай пересечения под прямым углом – см. рис.1).



Рис. 1. Входная и выходная детали конической передачи в ЭЦ-зацеплении

1. Параметрические уравнения поверхностей деталей

Параметрические уравнения поверхностей деталей

$$\begin{aligned}x &= f_1(u, v), \\y &= f_2(u, v), \\z &= f_3(u, v)\end{aligned}$$

будут записаны в виде вектор-функций двух аргументов, т.е. в виде

$$\vec{r}(u, v) = \begin{pmatrix} f_1(u, v) \\ f_2(u, v) \\ f_3(u, v) \end{pmatrix}.$$

1.1. Выходная деталь

Пусть дана сфера радиуса R , которую можно задать вектор-функцией двух аргументов u и v , принимающих значения от 0 до 2π :

$$\vec{S}(u, v) = \begin{pmatrix} R \cos u \cos v \\ R \cos u \sin v \\ R \sin u \end{pmatrix}.$$

Обозначим через z_1 количество зубьев входной детали (далее – шестерни), через z_2 – количество зубьев выходной детали (далее – колеса), а через n – передаточное отношение

$$n = \frac{z_2}{z_1}.$$

Циклоидальную кривую на сфере описывает точка окружности радиуса ε , лежащей на сфере, при одновременных поворотах этой окружности вокруг своего центра на угол α и вокруг оси вращения колеса (ось OZ) на угол $\frac{-\alpha}{n}$. Такую окружность можно задать поворотом радиус-вектора точки

$$\vec{M} = \begin{pmatrix} \sqrt{R^2 - \varepsilon^2} \\ 0 \\ -\varepsilon \end{pmatrix}$$

вокруг оси OX :

$$\vec{Okr}(\alpha) = Qx(\alpha) \vec{M},$$

где

$$Qx(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

– матрица поворота вокруг оси OX на угол α . Тогда циклоидальная кривая на сфере (см. рис. 2) задаётся в виде вектор-функции

$$\vec{Sn}(\alpha) = Qz(\alpha) \vec{Okr}(\alpha), \quad (1.1)$$

где

$$Qz(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{-\alpha}{n}\right) & -\sin\left(\frac{-\alpha}{n}\right) & 0 \\ \sin\left(\frac{-\alpha}{n}\right) & \cos\left(\frac{-\alpha}{n}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

– матрица поворота вокруг оси OZ на угол $\frac{-\alpha}{n}$.

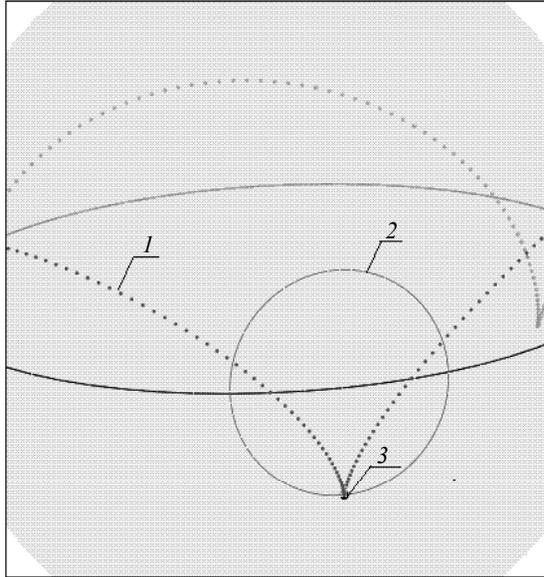


Рис. 2. Обозначено: 1 – циклоидальная кривая; 2 – окружность радиуса ϵ , 3 – точка, описывающая циклоиду

Поверхность колеса образована движением в пространстве кривой, называемой профилем детали. В коническом ЭЦ-зацеплении профилем колеса является эквидистанта циклоидальной кривой на сфере (1.1), т.е. огибающая семейства окружностей радиуса $\rho < \epsilon$, лежащих на сфере, центры которых проектируются из центра сферы в точки кривой (1.1). Для построения эквидистанты достаточно повернуть радиус-вектор каждой точки циклоидальной кривой в нормальных плоскостях этой кривой на угол

$$\gamma = \arccos \frac{\sqrt{R^2 - \rho^2}}{R}.$$

Принимая в качестве базисных векторов нормальной плоскости в точке кривой (1.1) ортогональные векторы $\overline{Sn}(\alpha)$ и векторное произведение $\overline{Sn}(\alpha) \times \overline{Sn}'(\alpha)$, запишем эквидистанту циклоидальной кривой на сфере в виде

$$\overline{Ev}(\alpha) = \cos \gamma \overline{Sn}(\alpha) + R \sin \gamma \frac{\overline{Sn}(\alpha) \times \overline{Sn}'(\alpha)}{|\overline{Sn}(\alpha) \times \overline{Sn}'(\alpha)|}. \quad (1.2)$$

На рис. 3 изображен фрагмент эквидистантной кривой – профиля колеса в касании с окружностью радиуса ρ – профилем зуба шестерни для случая $z_1 = 3$.

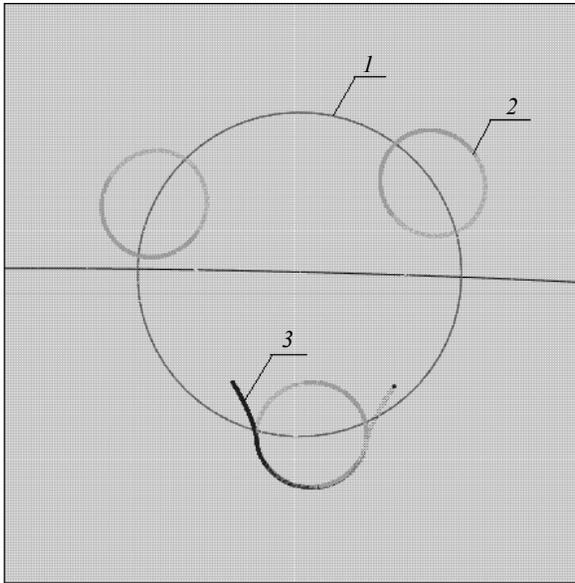


Рис. 3. Обозначено: 1 – окружность радиуса ϵ ; 2 – окружности радиуса ρ ; 3 – эквидистантная кривая

Для построения поверхности колеса нужно эквидистанту циклоидальной кривой поворачивать на угол $\frac{\nu}{n}$ вокруг OZ с одновременным уменьшением радиуса сферы, на которой она расположена от R до $(R - lr)$ (lr – ширина входной детали). Это приводит к записи уравнения поверхности колеса в виде вектор-функции двух аргументов:

$$\overline{Fk}(\nu, \alpha) = C(\nu) \cdot Qz(\nu) \overline{Ev}(\alpha), \quad (1.3)$$

где

$$C(\nu) = 1 - c_1 \nu, \quad c_1 = \frac{lr \cdot z_1}{R \cdot 2\pi},$$

а параметр ν изменяется от 0 до $\frac{2\pi}{z_1}$.

При $\nu = 0$ координатная линия поверхности $\overline{Fk}(\nu, \alpha)$ лежит на сфере радиуса R , а при $\nu = \frac{2\pi}{z_1}$ – на сфере радиуса $\frac{R - lr}{R}$.

В [3] было показано, что точки контакта профилей деталей в реальном зубчатом ЭЦ-зацеплении лежат в достаточно узкой области в зоне перегиба циклоидальной кривой. Поэтому достаточно выгачивать только часть поверхности колеса, содержащую эту зону контакта. Эта часть поверхности определяется как лежащая по одну сторону от конуса с вершиной в центре сферы и основанием – ок-

ружностью радиуса rk на сфере. Величина rk задается из тех соображений, чтобы «обрезаемая» часть поверхности колеса не содержала точек зоны контакта. Запишем уравнения конуса, обрезающего зубья:

$$\overline{Kon}(u, v) = u \begin{pmatrix} \sqrt{R^2 - rk^2} \cos v \\ \sqrt{R^2 - rk^2} \sin v \\ -rk \end{pmatrix}.$$

На рис. 4 изображен фрагмент поверхности колеса и конус, «обрезающий» зуб детали.

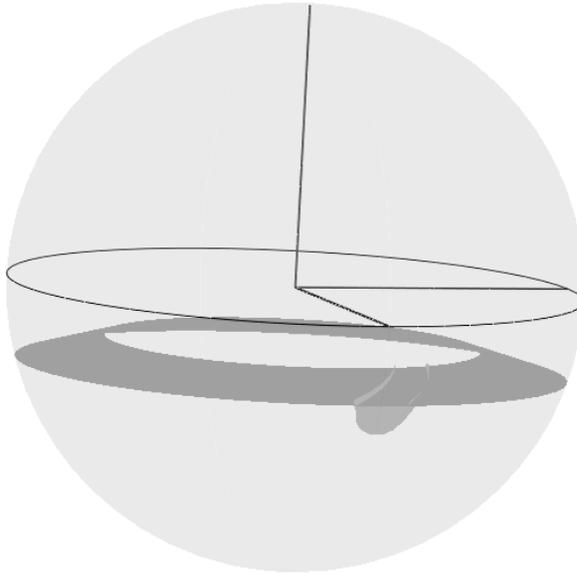


Рис. 4. Фрагмент зуба поверхности колеса и «обрезающий» конус

1.2. Входная деталь

Поверхность зуба входной детали получается следующим образом. Дана сфера радиуса R и круговой конус с вершиной в центре этой сферы, пересекающий её по окружности радиуса ε . Поверхность зуба образована окружностями, лежащими на концентрических сферах уменьшающихся радиусов, с центрами на конической винтовой линии, причем по мере приближения к центру сферы уменьшаются и радиусы окружностей (рис. 4). Наибольшая образующая окружность зуба лежит на сфере радиуса R и имеет радиус ρ . Эту окружность можно задать в виде вектор-функции:

$$\overline{okr}(\alpha) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{R^2 - \varepsilon^2} \sqrt{R^2 - \rho^2} + \varepsilon \rho \sin \alpha}{R} \\ \rho \cdot \cos \alpha \\ \frac{-\varepsilon \sqrt{R^2 - \rho^2} + \sqrt{R^2 - \varepsilon^2} \rho \sin \alpha}{R} \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнение поверхности зуба шестерни можно записать в виде

$$\overline{Fs}(v, \alpha) = C(v) Qx(v) \overline{okr}(\alpha). \quad (1.4)$$

Уравнение конуса, на котором лежат центры окружностей, образующих зуб шестерни, имеет вид

$$\overline{kon}(u, v) = \begin{pmatrix} u\sqrt{R^2 - \varepsilon^2} \\ u \cdot \varepsilon \cdot \cos v \\ u \cdot \varepsilon \cdot \sin v \end{pmatrix}.$$

На рис. 5 изображён этот конус и один зуб шестерни.

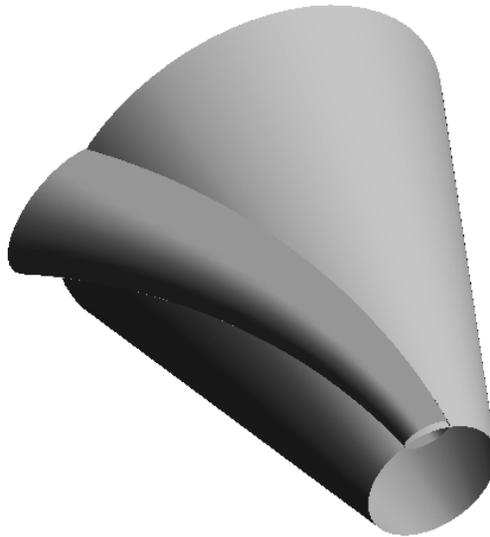


Рис. 5. Поверхность одного зуба входной детали на коническом барабане

2. Определение местоположения сферической фрезы при обработке поверхностей деталей

Предлагаемый здесь алгоритм управления движением сферической фрезы подходит для обработки как входной, так и выходной детали. Поэтому в дальнейших рассуждениях будем пользоваться обозначением $\overline{F}(v, \alpha)$, считая $\overline{F}(v, \alpha) = \overline{Fk}(v, \alpha)$ (см. (1.3)), если речь идет об обработке поверхности колеса, и $\overline{F}(v, \alpha) = \overline{Fs}(v, \alpha)$ (см. (1.4)) – для шестерни. Фреза вытачивает деталь последовательным прохождением координатных линий поверхности детали, т.е. поверхность фрезы должна в каждый момент движения касаться наперед заданной координатной линии обрабатываемой поверхности. Обозначим через Rc_1 и Rc_0 ($Rc_1 > Rc_0$) расстояния от центра сферы (фрезы) до оси вращения колеса в начале и в конце обработки, причем эти величины задаются так, чтобы разность $Rc_1 - Rc_0$ была несколько больше, чем ширина деталей lr . Таким образом, в про-

цессе движения фрезы её центр находится на поверхности цилиндра переменного радиуса с осью – осью вращения колеса. Запишем уравнения этого цилиндра в виде вектор-функции:

$$\overline{Cl}_k(u, v) = \begin{pmatrix} Rx_k \cos u \\ Rx_k \sin u \\ v \end{pmatrix}.$$

Здесь через Rx_k обозначен переменный радиус цилиндра:

$$Rx_k = Rc_1 - \left(\frac{Rc_1 - Rc_0}{K} \right) k,$$

где K – число шагов изменения радиуса цилиндра, а k – это целое число, находящееся в диапазоне от 0 до K .

Для каждого значения этого радиуса от Rc_1 до Rc_0 нужно найти координаты центра сферы (фрезы), касающейся заданной линии на обрабатываемой поверхности. Линия задается фиксированным значением параметра $\alpha = \alpha 0$ в уравнениях поверхности (1.3) или (1.4). Это касание обеспечивается, во-первых, наличием общей точки у сферы диаметром df и у поверхности детали, что можно в векторной форме записать в виде

$$\left| \overline{Cl}_k(u, v) - \overline{F}(v, \alpha 0) \right| = \frac{df}{2}, \tag{2.1}$$

и, во-вторых, параллельностью нормалей к этим поверхностям в точке касания (общая касательная плоскость). Поскольку нормаль к сфере определяется вектором $\overline{Cl}_k(u, v) - \overline{F}(v, \alpha 0)$, а нормаль к поверхности детали перпендикулярна касательным к двум координатным линиям на этой поверхности, то второе условие приводит к ещё двум уравнениям:

$$\left[\overline{Cl}_k(u, v) - \overline{F}(v, \alpha 0) \right] \cdot \frac{\partial \overline{F}(v, \alpha 0)}{\partial v} = 0; \tag{2.2}$$

$$\left[\overline{Cl}_k(u, v) - \overline{F}(v, \alpha 0) \right] \cdot \frac{\partial \overline{F}(v, \alpha 0)}{\partial \alpha} = 0. \tag{2.3}$$

Таким образом, получена система (2.1) – (2.3) из трёх уравнений на три неизвестных: u, v, v . Её аналитическое решение приводит к трансцендентному уравнению на v , корни которого находятся численно с помощью встроенных программ пакета MathCad. Благодаря специальному созданному алгоритму нахождения начальных приближений, корни находятся с высокой точностью (порядка 10^{-12} мм). На рис. 6 изображено положение сферической фрезы с центром на заданном цилиндре при касании фрезы с поверхностью зуба колеса в точке заданной линии на этой поверхности.

3. Обработка деталей торической фрезой

При формообразовании поверхности детали малого размера, целесообразно использование не сферической фрезы, а фрезы, режущая часть поверхности которой – тор, поскольку при этом достигается меньший радиус кривизны вытачиваемой поверхности фрезы.

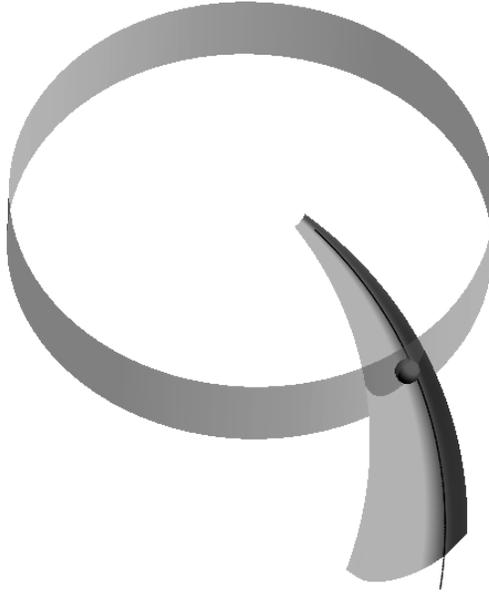


Рис. 6. Касание сферической фрезы с поверхностью выходной детали в точке заданной линии. Показан цилиндр, на котором лежит центр фрезы

Зададим поверхность тора, полагая, что ось фрезы – это ось OZ , в виде вектор-функции двух аргументов:

$$\overline{tor}(u, v) = \begin{pmatrix} \left(\frac{df}{2} - rf \right) \cos v + rf \cos u \cos v \\ \left(\frac{df}{2} - rf \right) \sin v + rf \cos u \sin v \\ rf \sin u \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

где df – диаметр фрезы, rf – радиус кривизны боковой поверхности тора.

3.1. Формообразование поверхности зуба колеса

При обработке поверхности зуба колеса фреза перемещается в пространстве, сохраняя положение своей оси параллельным оси вращения колеса (ось OZ). При касании с поверхностью колеса в точке координатной линии, задаваемой фиксированным значением параметра $\alpha = \alpha_0$ в уравнениях этой поверхности (1.3), положение фрезы определяется значениями трех смещений поверхности тора (3.1) относительно координатных осей. Обозначая величины этих смещений через R_x , R_y , R_z , запишем уравнения поверхности торической фрезы в касании с зубом колеса в виде

$$\overline{TR}(u, v) = \begin{pmatrix} \left(\frac{df}{2} - rf \right) \cos v + rf \cos u \cos v + R_x \\ \left(\frac{df}{2} - rf \right) \sin v + rf \cos u \sin v + R_y \\ rf \sin u + R_z \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Определим дискретный набор точек на линии $\alpha = \alpha_0$ значениями параметра v в уравнении поверхности колеса (1.3) по формуле

$$v_k = \frac{2\pi k}{z_1 K},$$

где K – число шагов изменения параметра v , а k – целое число, изменяющееся от 0 до K . Задача определения местоположения фрезы при обработке зуба колеса сводится к тому, чтобы для каждого значения k , т.е. для каждой из K точек на линии $\alpha = \alpha_0$, найти величины смещений R_x, R_y, R_z , исходя из условий касания поверхностей фрезы (3.2) и детали (1.3). Эти условия: 1) наличие общей точки у поверхностей (3.2) и (1.3) и 2) параллельность нормалей к поверхностям в точке касания. Из первого условия, приравнявая правые части (3.2) и (1.3), получаем выражение смещений R_x, R_y, R_z через параметры u и v :

$$\begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix} = \overline{Fk}(v_k, \alpha_0) - \overline{tor}(u, v). \quad (3.3)$$

Для записи соотношений, к которым приводит второе условие, обычным образом найдем вектор нормали к поверхности тора (3.1):

$$\overline{Nt}(u, v) = \frac{\partial \overline{tor}(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial \overline{tor}(u, v)}{\partial v} \parallel \begin{pmatrix} \cos u \cos v \\ \cos u \sin v \\ \sin u \end{pmatrix}.$$

Аналогично, дифференцируя по параметрам v и α вектор-функцию (1.3), найдем вектор нормали к поверхности зуба колеса:

$$\overline{Nk}(v, \alpha) = \begin{pmatrix} f_1(v, \alpha) \cos\left(\frac{v}{n}\right) + f_2(v, \alpha) \sin\left(\frac{v}{n}\right) \\ f_1(v, \alpha) \sin\left(\frac{v}{n}\right) - f_2(v, \alpha) \cos\left(\frac{v}{n}\right) \\ f_0(v, \alpha) \end{pmatrix},$$

где обозначено:

$$f_0(v, \alpha) = \left(Ev(\alpha)_0 Ev'(\alpha)_0 + Ev(\alpha)_1 Ev'(\alpha)_1 \right) \frac{C(v)}{n} + \left(Ev(\alpha)_0 Ev'(\alpha)_1 - Ev(\alpha)_1 Ev'(\alpha)_0 \right) c_1,$$

$$f_1(v, \alpha) = -Ev(\alpha)_0 Ev'(\alpha)_2 \frac{C(v)}{n} + \left(Ev(\alpha)_1 Ev'(\alpha)_2 - Ev(\alpha)_2 Ev'(\alpha)_1 \right) c_1, \quad (3.4)$$

$$f_2(v, \alpha) = -Ev(\alpha)_1 Ev'(\alpha)_2 \frac{C(v)}{n} + \left(Ev(\alpha)_0 Ev'(\alpha)_2 - Ev(\alpha)_2 Ev'(\alpha)_0 \right) c_1.$$

В соотношениях (3.4) скалярные функции $Ev(\alpha)_i$ и $Ev'(\alpha)_i$ ($i = 0, 1, 2$) – это координаты вектор-функции $\overline{Ev}(\alpha)$ из (1.2) и ее производной по параметру α , а $C(v)$ и c_1 введены в (1.3).

Из условия 2) параллельности нормалей $\overline{Nt}(u, v)$ и $\overline{Nk}(v_k, \alpha_0)$ получаются два соотношения на параметры u и v , из которых удастся выразить эти параметры че-

рез v_k и α_0 . Таким образом, для каждой точки (v_k) на линии α_0 получаем значения параметров u и v , при подстановке которых в (3.2) получаем координаты точки касания фрезы и детали, а при подстановке этих значений в (3.3) находим величины смещений R_x, R_y, R_z , определяющих положение фрезы в пространстве в момент касания с деталью. На рис. 7 показан фрагмент поверхности зуба колеса в касании с торической фрезой в точке линии $\alpha = \alpha_0$.

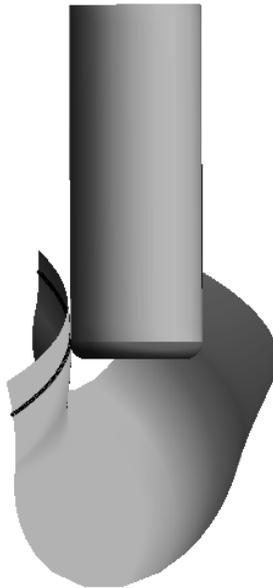


Рис. 7. Фрагмент поверхности зуба колеса в касании с торической фрезой

3.2. Формообразование поверхности зуба шестерни

Запишем уравнения обрабатываемой поверхности зуба шестерни (1.4) в развернутом виде:

$$\overline{Fs}(v, \alpha) = C(v) \begin{pmatrix} okr(\alpha)_0 \\ okr(\alpha)_1 \cos v - okr(\alpha)_2 \sin v \\ okr(\alpha)_1 \sin v + okr(\alpha)_2 \cos v \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

где $okr(\alpha)_i$ ($i = 0, 1, 2$) – координаты вектор-функции $\overline{okr}(\alpha)$, задающей наибольшую образующую окружность зуба шестерни (см. п. 1.2). Параметр α на поверхности зуба шестерни считается заданным ($\alpha = \alpha_0$) – тем самым на этой поверхности выделяется винтовая линия, которой касается фреза при обработке детали. Вектор нормали в произвольной точке поверхности (3.5) имеет вид

$$\overline{Ns}(v, \alpha) = \begin{pmatrix} g_0(v, \alpha) \\ g_1(v, \alpha) \cos v + g_2(v, \alpha) \sin v \\ g_1(v, \alpha) \sin v - g_2(v, \alpha) \cos v \end{pmatrix},$$

где обозначено

$$\begin{aligned} g_0(v, \alpha) &= okr'(\alpha)_1 (okr(\alpha)_1 C(v) - okr(\alpha)_2 c_1) + okr'(\alpha)_2 (okr(\alpha)_2 C(v) + okr(\alpha)_1 c_1), \\ g_1(v, \alpha) &= -okr'(\alpha)_2 okr(\alpha)_0 c_1 - okr'(\alpha)_0 (okr(\alpha)_1 C(v) - okr(\alpha)_2 c_1), \\ g_2(v, \alpha) &= -okr'(\alpha)_1 okr(\alpha)_0 c_1 + okr'(\alpha)_0 (okr(\alpha)_2 C(v) + okr(\alpha)_1 c_1), \end{aligned}$$

а $okr'(\alpha)_i, i = 0, 1, 2$, – координаты производной вектор-функции $\overline{okr}(\alpha)$.

При обработке поверхности зуба шестерни ось фрезы находится в плоскости Π , перпендикулярной оси вращения шестерни (ось OX), смещаясь вместе с этой плоскостью вдоль оси OX на величину Rx . Кроме того, ось фрезы поворачивается в плоскости Π на угол ϕ , а поверхность тора смещается вдоль этой оси на величину Ht . Эти три величины определяют положение фрезы в каждый момент времени обработки детали (т.е. для каждой точки $\overline{Fs}(v_k, \alpha_0)$ заданной линии $\alpha = \alpha_0$ на обрабатываемой поверхности) и должны быть найдены из условия касания взаимодействующих поверхностей. Запишем уравнения поверхности фрезы с учетом этих смещений в виде

$$\overline{Tr}(u, v, \phi, Rx, Ht) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \cdot \left(\overline{tor}(u, v) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Ht \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} Rx \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда единичный вектор нормали поверхности тора в точке с криволинейным координатами (u, v) имеет вид

$$\overline{Nt}(u, v, \phi) = \begin{pmatrix} \cos u \cos v \\ \sin \phi \sin u + \cos \phi \cos u \sin v \\ \cos \phi \sin u - \sin \phi \cos u \sin v \end{pmatrix}.$$

Чтобы найти точки касания поверхности детали и тора (фрезы), используем два условия: параллельность нормалей этих поверхностей в точке касания и принадлежность этой точки обеим поверхностям.

Из условия параллельности нормалей

$$\overline{Ns}(v_k, \alpha_0) \times \overline{Nt}(u, v, \phi) = 0$$

при $\alpha = \alpha_0$ получаем 2 уравнения на 3 неизвестных, u, v, ϕ , из которых можно выразить u и v через ϕ :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(u) &= \frac{\sin(v_k + \phi)g_1(v_k, \alpha_0) - \cos(v_k + \phi)g_2(v_k, \alpha_0)}{\sqrt{g_0(v_k, \alpha_0)^2 + g_1(v_k, \alpha_0)^2}}, \\ \operatorname{tg}(v) &= \frac{\cos(v_k + \phi)g_1(v_k, \alpha_0) + \sin(v_k + \phi)g_2(v_k, \alpha_0)}{g_0(v_k, \alpha_0)}. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Условие наличия общей точки у поверхностей:

$$\overline{Tr}(u, v, \phi, Rx, Ht) = \overline{Fs}(v_k, \alpha_0)$$

приводит к ещё трём уравнениям на 3 неизвестных ϕ, Rx и Ht (после подстановки в эти уравнения соотношений (3.6)). Аналитическое решение этой системы приводит к трансцендентному уравнению на ϕ , корни которого находятся численно с помощью встроенных программ пакета MathCad. Благодаря специальному созданному алгоритму нахождения начальных приближений, корни находятся с высокой точностью (порядка 10^{-12} мм). На рис. 8 изображено положение торической

фрезы при её касании с поверхностью зуба шестерни в точке заданной линии на этой поверхности.

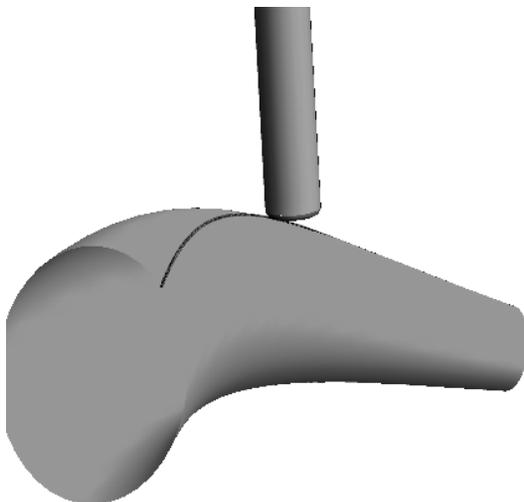


Рис. 8. Контактное взаимодействие поверхности зуба шестерни с торической фрезой

Решенные в данной работе задачи были использованы при разработке компьютерных программ для станка с ЧПУ, управляющих движением фрез при формообразовании деталей различных механизмов с ЭЦ-зацеплением. Эти программы успешно применяются при изготовлении в ЗАО «Технология маркет» (г. Томск) опытных образцов конических тяговых редукторов для железнодорожного транспорта и двухступенчатого редуктора [3], который прошел успешные испытания на фирме SEW (Германия).

ЛИТЕРАТУРА

1. Камчатный С.А., Сквородин А.В., Становской А.В., Щербаков Н.Р. Математическое моделирование процесса сближения поверхностей при формообразовании деталей передаточного механизма с ЭЦ-зацеплением // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2012. № 4(20). С. 15–24.
2. Патент РФ 2439401. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей (варианты) / В.В. Становской, С.М. Казакиявичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.В. Становской. Заявлено 29.01.2010; опубл. 10.01.2012, Бюлл. № 1.
3. Становской В.В., Казакиявичюс С.М., Ремнева Т.А. и др. Двухступенчатый редуктор на основе эксцентриково-циклоидального зацепления (зацепление ExSyGear) // Вестник машиностроения. 2011. № 12. С. 41–44.

Статья поступила 14.03.2014 г.

Kamchatnyi S.A., Kuznetsov V.M., Skovorodin A.V., Scherbakov N.R. MATHEMATICAL SIMULATION OF THE FORMBUILDING OF THE CONIC DRIVING GEAR DETAILS WITH EC-GEARING. Formbuilding of the surface of a driving gear detail, in the most general formulation, is the task of two surfaces (the processed detail and the instrument's surface) closing in up in the space to the point of contact where the surfaces have the common contact plane. Solving the problem of analytical description of the geometry of the surface contact is necessary for finding optimum methods and tools of processing details on multicoordinate NC units. In this

aspect, a mathematical model for the formbuilding of conic driving gear details with EC-gearing has been constructed in this work using milling cutters of two types. Systems of equations for the determination of the milling cutter location, at the point contact, have been derived. Analytical and numerical solutions of these systems are found. The complex of special computer programs to control the milling cutter moving while processing the detail was developed.

Keywords: formbuilding, eccentrically cycloidal (EC) gearing, contact of surfaces

KAMCHATNIY Sergei Alexandrovich

(M.Sc, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: kam-serega2030@sibmail.com

KUZNETZOV Vladimir Mihailovich

(M.Sc, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: tm@mail.tomsknet.ru

SKOVORODIN Alexandr Vladimirovich

(M.Sc, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: tm@mail.tomsknet.ru

SHCHERBAKOV Nikolay Romanovich (Doctor of Physics and Mathematics, Assoc. Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: nrs@math.tsu.ru

REFERENCES

1. Kamchatny S.A., Skovorodin A.V., Stanovskoy A.V., Shcherbakov N.R. Matematicheskoe modelirovanie protsessa sblizheniya poverkhnostey pri formoobrazovanii detaley pereda-tochnogo mekhanizma s ETs-zatsepleniem (2012) Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo uni-versiteta. Matematika i mekhanika. No. 4(20), pp. 15–24. (in Russian)
2. Stanovskoy V.V., Kazakyavichyus S.M., Remneva T.A., Kuznetsov V.M., Stanovskoy A.V. Ekstsentrivno-tsikloidal'noe zatseplenie zubchatykh profiley (varianty). Patent RF 2439401 / Zayavleno 29.01.2010; opubl. 10.01.2012, Byull. No 1. (in Russian)
3. Stanovskoy V.V., Kazakyavichyus S.M., Remneva T.A., Kuznetsov V.M., Bubenchikov A.M., Shcherbakov N.R., Shmidt Y. Dvukhstupenchatyy reduktor na osnove ekstsentrivno-tsikloidal'nogo zatsepleniya (zatseplenie ExSyGear) (2011) Vestnik mashinostroeniya. No. 12, pp. 41–44. (in Russian)