

УДК 532.517.3

А.В. Шваб, М.Ю. Попп

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНОГО ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ
В ВИХРЕВОЙ КАМЕРЕ¹**

Рассматривается численное моделирование закрученного ламинарного течения вязкого газа в вихревой камере, которая используется для разделения тонкодисперсных порошков на мелкую и крупную фракции по заданному размеру частиц. Для повышения эффективности процесса фракционного разделения частиц предлагается дополнительно закручивать стенки вихревой камеры, что способствует выравниванию поля окружной скорости и тем самым стабилизирует баланс центробежных и аэродинамических сил, действующих на сепарируемые частицы. При такой постановке задачи существенное влияние оказывает выбор геометрических параметров вихревой камеры. Достоверность результатов и выводов, представленных в работе, основывается на тестовых расчетах, а также на сопоставлении численных решений, полученных в переменных вихрь – функция тока – окружная составляющая скорости и в переменных скорость – давление.

Ключевые слова: *закрученные течения, скорость, градиент давления, ротор скорости, функция тока, ламинарный поток, вихревая камера.*

Закрученные течения в вихревых камерах представляют практический интерес при рассмотрении процессов сепарации и классификации для получения порошков заданного гранулометрического состава. Вихревые камеры предназначены для разделения на фракции в воздушном потоке частиц различных порошковых материалов и могут быть использованы в производстве стройматериалов, керамики, абразивных материалов, порошковой металлургии, химической, атомной и других отраслях промышленности.

Физическая и математическая постановка

В настоящей работе для численного исследования аэродинамики классификатора в качестве прототипа выбрана вихревая камера [1], которая представляет собой цилиндрическую область с невращающимися стенками (рис. 1). В камере такого типа закрученный поток газа вместе с частицами через сечение А – А поступает в вихревую камеру и под действием перепада давления вместе с мелкой фракцией частиц выходит через сечение Е – Е. Крупная же фракция частиц, за счет действия на нее центробежной силы, которая преобладает над аэродинамической силой сопротивления частиц, отбрасывается на периферийную стенку классификатора и, оседая на ней, попадает в крупный продукт фракционного разделения. Известно, что вихревые камеры такого типа обладают достаточно большой производительностью по расходу несущей среды и твердой фазы. Однако эффективность фракционного разделения частиц по размерам существенно ниже, чем в воздушно-центробежных классификаторах [2, 3]. С нашей точки зрения, одной из причин относительно низкой эффективности процесса фракционного разделения

¹ Работа поддержана грантом РФФИ 13-08-00367 А.

мелкодисперсных порошков является существенная неоднородность поля окружной скорости. Для ее выравнивания будем использовать дополнительное вращение стенок вихревой камеры с угловой скоростью вращения Ω_d .

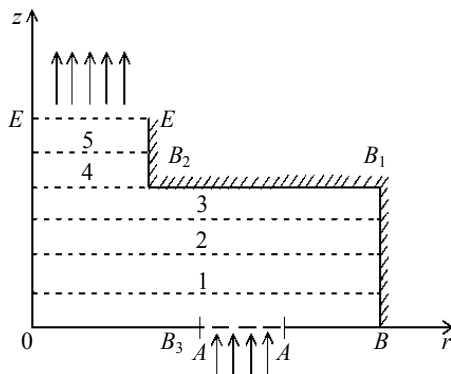


Рис. 1. Расчетная область

Таким образом, аэродинамику закрученного течения в зоне сепарации (рис. 1, область $BB_1B_2B_3$), показанной на рис. 1, будем проводить с учетом возможного вращения всех стенок вихревой камеры. Движение закрученного потока несущей среды описывается уравнениями Навье – Стокса, которые с учетом осевой симметрии в цилиндрической системе координат в безразмерном виде можно представить как

$$\frac{\partial u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial (u_r^2)}{\partial r} + \frac{\partial (u_z u_r)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right] + \frac{u_\phi^2}{r} - \frac{u_r^2}{r}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial \tau} + \frac{\partial (u_r u_z)}{\partial r} + \frac{\partial (u_z^2)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right] - \frac{u_z u_r}{r}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial \tau} + \frac{\partial (u_r u_\phi)}{\partial r} + \frac{\partial (u_z u_\phi)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 u_\phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r^2} \right] - \frac{2u_r u_\phi}{r}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0. \quad (4)$$

Здесь безразмерная форма уравнений получена путём введения масштабов длины R (радиус вихревой камеры) и скорости U_0 (среднерасходное значение скорости на входе в вихревую камеру), $\tau = tU_0/R$ – безразмерное время, $\text{Re} = U_0 R/\nu$ – число Рейнольдса, $h = H/R$, где H – высота вихревой камеры. В силу небольших скоростей, плотность газа считается постоянной и безразмерная форма давления определяется с помощью постоянной плотности и квадрата скорости U_0 .

Для получения единственного решения ставятся следующие граничные условия. На стенках камеры радиальные и аксиальные составляющие вектора скорости равны нулю. На оси симметрии задаются условия Неймана для осевой составляющей скорости и равенство нулю для радиальной компоненты скорости. Определение граничных условий для окружной компоненты скорости на входе в вих-

ревую камеру и на вращающихся стенках даёт два дополнительных критерия: $Rg = \Omega_g R/U_0$ и $Rd = \Omega_d R/U_0$. Здесь Ω_g – средняя угловая скорость вращения газа на входе в вихревую камеру и Ω_d – угловая скорость стенок зоны сепарации. Таким образом, закрученное течение в вихревой камере определяется тремя критериями: Re , Rg и Rd . Последние два критерия, по сути, есть обратные числа Россби.

Решение в переменных функция тока, вихрь, окружная скорость

Для решения уравнений Навье – Стокса для осесимметричного случая в переменных «вихрь – функция тока» воспользуемся для определения завихренности ω и функции тока ψ следующими зависимостями:

$$u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}; \quad u_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}; \quad (5)$$

$$\omega = \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}. \quad (6)$$

После подстановки составляющих вектора скорости (5) в зависимость определения вихря (6) получим уравнение Пуассона для определения функции тока Ψ :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \omega r + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}. \quad (7)$$

Эллиптическое уравнение (7) можно перевести в параболическое относительно времени, так как рассматривается стационарное решение задачи. В результате получим

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau_1} - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) = -\omega r - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}. \quad (8)$$

Здесь τ_1 – безразмерное время, которое фактически является итерационным параметром при численном решении уравнения (8).

Перекрестным дифференцированием уравнений (1) и (2) с последующим вычитанием второго из первого получим уравнение переноса вихря ω :

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_r \omega)}{\partial r} + \frac{\partial(u_z \omega)}{\partial z} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\omega}{r^2} \right) + \frac{2u_\varphi}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial z}. \quad (9)$$

Таким образом, решение задачи сводится к решению дифференциальных уравнений (3), (8), (9). Для получения единственного решения задаются следующие граничные условия. На входе в вихревую камеру: функция тока определяется интегрированием осевой скорости по зависимости (5); вихрь равняется нулю в силу постоянства осевой составляющей скорости; окружная скорость определяется формулой $u_\varphi = r Rg$. На оси симметрии: $\psi = 0$, $\omega = 0$, $u_\varphi = 0$. На стенках вихревой камеры имеем: $\psi = \text{const}$, вихрь определяется формулой Тома [4], $u_\varphi = r \cdot Rd$. На выходе из вихревой камеры для всех искомым функций используется условие Неймана $\partial/\partial z = 0$.

Решение в физических переменных скорость – давление

Для проверки достоверности полученных результатов поставленная задача решается также в переменных «скорость – давление». Решение безразмерной системы уравнений (1) – (4) проводится методом физического расщепления полей

скорости и давления с использованием разнесенной разностной сетки [5]. Представим кратко методику расчета на основе этого метода. Уравнение переноса импульса символически в векторном и безразмерном виде можно записать как

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} = -\nabla p. \quad (10)$$

При применении метода физического расщепления полей скорости и давления задача разбивается на два этапа:

$$\frac{\mathbf{u}_* - \mathbf{u}_*^n}{\delta \tau} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}_* = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u}_* - \nabla p^n; \quad (11)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}_*}{\delta \tau} = -\nabla(\delta p). \quad (12)$$

Здесь сумма уравнений (11) и (12) аппроксимирует уравнение (10), символом δ обозначается приращение функции, а звездочкой обозначается промежуточный вектор скорости. Умножая на градиент уравнение (12) и учитывая выполнение уравнения неразрывности для вектора скорости на $n+1$ временном слое, получим уравнение Пуассона для определения поправки к давлению δp :

$$\nabla^2(\delta p) = \frac{(\nabla \cdot \mathbf{u}_*)}{\delta \tau}. \quad (13)$$

После расчета уравнения (11) определяется значение промежуточного вектора скорости, затем из уравнения Пуассона (13) определяется поправка к давлению. Зная величину вектора скорости на промежуточном временном слое и поправку к давлению, можно перейти к расчету скоростей и давления на $n+1$ временном слое с помощью зависимости (12):

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}_* - \nabla(\delta p) \delta \tau;$$

$$p^{n+1} = p^n + \delta p.$$

На всех границах для поправки к давлению δp используются условия Неймана в соответствии с работой [5], а граничные условия для скоростей представлены выше.

Численный метод решения

Решение системы уравнений в переменных вихрь – функция тока и в переменных скорость – давление можно привести к решению системы нестационарных скалярных уравнений переноса, которые решаются эволюционным методом до установления по времени. Для каждого скалярного уравнения переноса в системе уравнений вихрь – функция тока и скорость – давление используется обобщенный неявный метод переменных направлений в дельта-форме, который имеет второй порядок точности по времени [6]. Представим нестационарное уравнение переноса субстанции Φ в операторной форме:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \Lambda_r(\Phi) + \Lambda_z(\Phi) + W;$$

$$\Lambda_r(\Phi) = \frac{\partial}{\partial r} \left(A \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} (u_r \Phi); \quad \Lambda_z(\Phi) = \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} (u_z \Phi).$$

В результате расщепления задача сводится к решению системы уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\delta\Phi^*}{\delta\tau} - \frac{1}{2}\Lambda_r(\delta\Phi^*) &= f^n; \\ \frac{\delta\Phi^{**}}{\delta\tau} - \frac{1}{2}\Lambda_z(\delta\Phi^{**}) &= \frac{\delta\Phi^*}{\delta\tau}; \\ \Phi^{n+1} &= \Phi^n + \delta\Phi^{**}, \\ f^n &= \Lambda_r(\Phi^n) + \Lambda_z(\Phi^n) + W. \end{aligned}$$

где

Результаты численных расчетов

Достоверность получаемых решений определялась тестовыми исследованиями на сеточную сходимость, а также сравнением численных решений, полученных с использованием двух подходов: вихрь – функция тока и скорость – давление. На рис. 2 показано сравнение радиальной, окружной и осевой составляющих вектора скорости в среднем сечении 2 (рис. 2, а) и в выходном сечении Е – Е вихревой камеры (рис. 2, б). На рис.2 сплошные кривые соответствуют методу решения в переменных вихрь – функция тока, а точками показано решение в переменных скорость – давление.

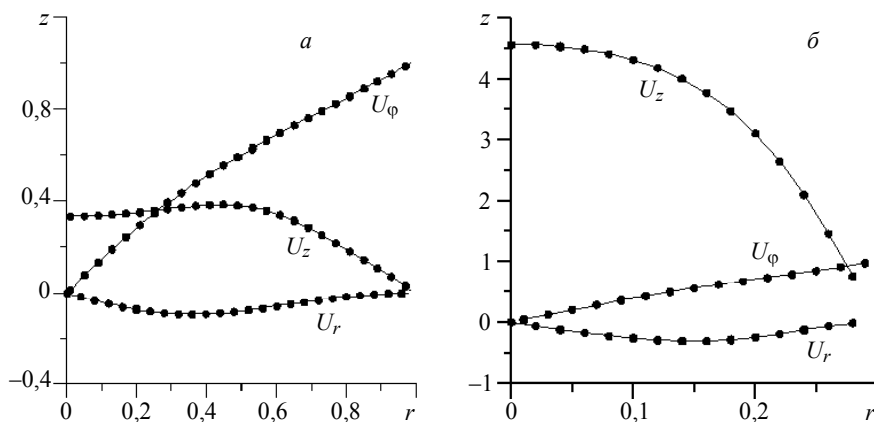
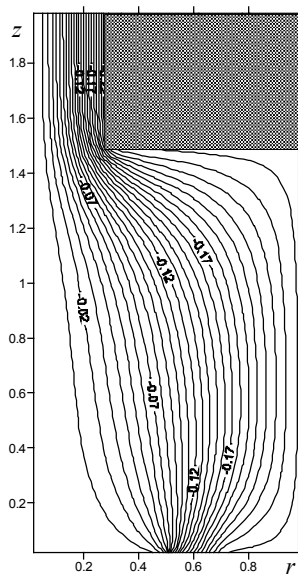
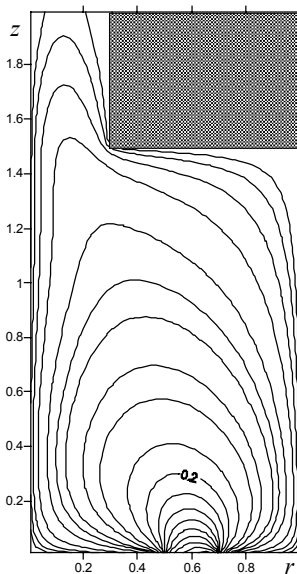
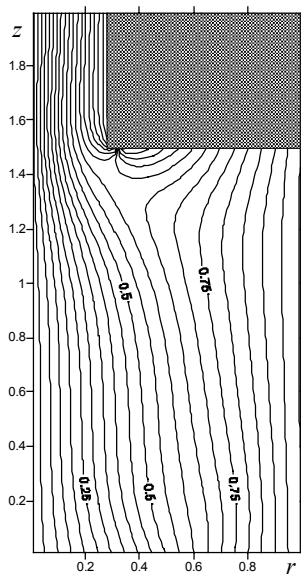
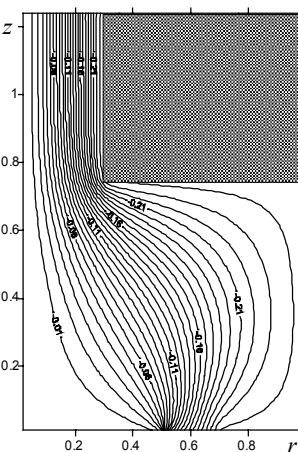
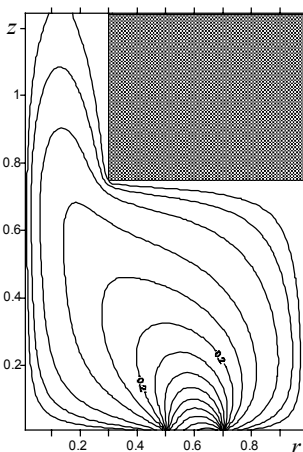
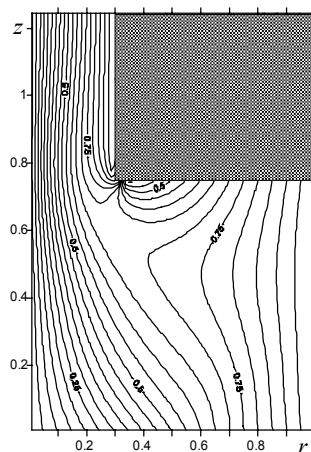


Рис. 2. Сравнение результатов численного решения двумя подходами: вихрь – функция тока и скорость – давление при параметрах закрученного течения $Re = 10$, $Rg = 1$, $Rd = 1$, $h = 1,5$

Численные исследования поля окружной скорости показали, что вблизи стенок вихревой камеры образуются существенные градиенты окружной скорости при отсутствии вращения стенок, что может стать причиной попадания крупных частиц в мелкий продукт процесса фракционного разделения. В случае же вращения стенок камеры поле окружной скорости существенно выравнивается не только вблизи стенок аппарата, но также во всей области (примерно при $r > 0,4$), где собственно и происходит сепарация крупных частиц. Для иллюстрации сказанного на рис. 3 показано распределение изолиний окружной скорости при вращающихся стенках камеры, а на рис. 4 – без вращения стенок при тех же параметрах потока. На рис. 5 показано распределение линий тока в вихревой камере.



При уменьшении в два раза высоты вихревой камеры показаны аналогичные распределения изолиний окружной скорости при вращении стенок камеры (рис. 6) и без вращения стенок (рис. 7), а также распределение линий тока (рис. 8) при тех же параметрах закрученного течения.



На рис. 9 показано изменение осевой составляющей вектора скорости в сечениях 1, 2, 3 (рис. 9, а) вихревой камеры и в сечениях Е – Е, 4, 5 (рис. 9, б), местоположение сечений показано на рис. 1. Из рис. 9, а хорошо видно, что в области сепарации, т.е. примерно при $r > 0,4$ распределение осевой скорости существенно не меняется, а значение радиальной скорости существенно меньше осевой. Таким образом, добиваясь стабильности окружной составляющей скорости за счет вращения стенок камеры, получаем в области сепарации постоянное поле скорости, что несомненно, должно привести к повышению эффективности процесса фракционного разделения частиц.

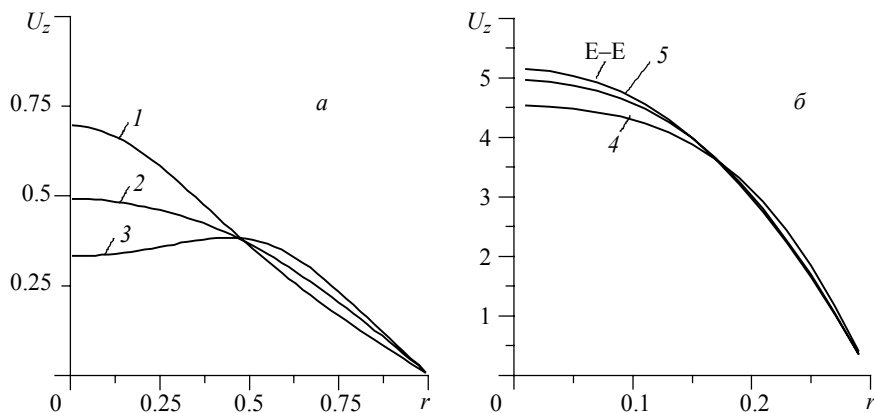


Рис. 9. Изменение вертикальной составляющей вектора скорости: а – в средних сечениях расчетной области и б – в выходной части вихревой камеры. $Re = 10$, $Rw = 1$, $Rd = 1$, $h = 1,5$

Заключение

В работе представлено моделирование закрученного потока вязкого газа в вихревой камере с вращающимися твердыми границами. Достоверность проведенного исследования обоснована тестовыми исследованиями, а также путем сравнения решений, полученных на основе двух подходов: вихрь – функция тока и скорость – давление. В работе показано влияние геометрического параметра h и критериев вращения Rg и Rd на распределение поля скорости несущей среды в вихревой камере. Анализ аэродинамики закрученного ламинарного течения показал, что дополнительное вращение стенок вихревой камеры позволяет существенно уменьшить градиенты окружной скорости в зоне сепарации частиц и тем самым получить более равномерное поле вектора скорости, что несомненно приведет к более благоприятному режиму фракционного разделения мелкодисперсных частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ушаков С.Г., Зверев Н.И. Инерционная сепарация пыли. М.: Энергия. 1974. 166 с.
2. Патент РФ № 2407601, ПК B07B7/083. Способ воздушно-центробежной классификации порошков и устройство для его осуществления / П.Н. Зятиков, А.Т. Росляк, И.М. Васенин, А.В. Шваб, А.А. Демиденко, Ш.Р. Садретдинов. Оpubл. Б.И. № 36, 27.12.2010.
3. Шваб А.В., Хайруллина В.Ю. Исследование закрученного турбулентного течения между вращающимися профилированными дисками // Теоретические основы химической технологии. 2011. Т. 45. № 5. С. 557–565.

4. Роуч П. Вычислительная гидромеханика. М.: Мир, 1977. 618 с.
5. Патанкар С., Петухов Б.С. Численные методы решения задач теплообмена. М.: Энергоатомиздат, 1984. 124 с.
6. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т. 2. 337 с.

Статья поступила 25.12.2013 г.

Shvab A.V., Popp M.Yu. MODELING OF THE LAMINAR SWIRLING FLOW IN A VORTEX CHAMBER. In this paper, numerical modeling of the swirling laminar viscous flow in the vortex chamber used for the separation of fine powders into small and large fractions by a given particle size is considered. To enhance the efficiency of particle separation, it is proposed to additionally tighten the walls of the vortex chamber to equalize the circumferential velocity field and thereby to stabilize the balance of centrifugal and aerodynamic forces acting on the separated particles. In this formulation of the problem, the choice of geometrical parameters of the vortex chamber is of great importance. Reliability of the results and conclusions presented in the paper is based on test calculations, as well as on a comparison of the numerical solutions obtained in the vortex – stream function – circumferential velocity variables and in the speed–pressure variables.

Keywords: swirling flows, speed, pressure gradient, vorticity, stream function, laminar flow, vortex chamber.

SHVAB Alexander Veniaminovich (Doctor of Physics and Mathematics, Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: avshvab@inbox.ru

POPP Marina Yurievna (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: popp.marina@yandex.ru

REFERENCES

1. Ushakov S.G., Zverev N.I. Inertsionnaya separatsiya pyli. Moscow, Energiya Publ., 1974. 166 p.
2. Zyatikov P.N., Roslyak A.T., Vasenin I.M., Shvab A.V., Demidenko A.A., Sadretdinov Sh.R. Sposob vozdušno-tsentrobeznoy klassifikatsii poroshkov i ustroystvo dlya ego osushchestvleniya. Patent RF № 2407601, PK V07V7/083.
3. Shvab A.V., Khayrullina V.Yu. Issledovanie zakruchennogo turbulentnogo techeniya mezhdv vrashchayushchimisya profilirovannymi diskami (2011) Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii. V.45. No. 5, pp. 557–565.
4. Roache Patrick J. Computational fluid dynamics. Albuquerque, Hermosa Publishers, 1976. 616 p.
5. Patankar S., Petukhov B.S. Chislennyye metody resheniya zadach teploobmena. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984. 124 p.
6. Tannehill John C., Anderson Dale A., Pletcher Richard H. Computational fluid mechanics and heat transfer . Taylor and Francis, 1984. 792 p.