

ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

УПРАВЛЕНИЕ,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И ИНФОРМАТИКА

TOMSK STATE UNIVERSITY
JOURNAL OF CONTROL AND COMPUTER SCIENCE

Научный журнал

2023

№ 63

Зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере
массовых коммуникаций, связи и охраны культурного наследия
(свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77-29497 от 27 сентября 2007 г.)

Подписной индекс в объединённом каталоге «Пресса России» 44031

Журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий,
в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций
на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук»,
Высшей аттестационной комиссии

Учредитель – Национальный исследовательский Томский государственный университет (НИ ТГУ)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Горцев Александр Михайлович – гл. редактор, проф., д-р техн. наук, НИ ТГУ
Смагин Валерий Иванович – зам. гл. редактора, проф., д-р техн. наук, НИ ТГУ. Тел. +73822529485
Нежелская Людмила Алексеевна – ответственный секретарь, д-р физ.-мат. наук, НИ ТГУ. Тел. +73822529485
E-mail: vestnik_uvti@mail.tsu.ru

Воробейчиков Сергей Эрикович – д-р физ.-мат. наук, НИ ТГУ
Вишневский Владимир Миронович – проф., д-р техн. наук, Институт проблем управления РАН (г. Москва)
Замятин Александр Владимирович – проф., д-р техн. наук, НИ ТГУ
Кошкин Геннадий Михайлович – проф., д-р физ.-мат. наук, НИ ТГУ
Костюк Юрий Леонидович – проф., д-р техн. наук, НИ ТГУ
Матросова Анжела Юрьевна – проф., д-р техн. наук, НИ ТГУ
Назаров Анатолий Андреевич – проф., д-р техн. наук, НИ ТГУ
Пашинская Татьяна Юрьевна – д-р физ.-мат. наук, НИ ТГУ
Самуйлов Константин Евгеньевич – проф., д-р техн. наук, РУДН (г. Москва)
Семенкин Евгений Станиславович – проф., д-р техн. наук, СибГУ им. акад. М.Ф. Решетнева (г. Красноярск)
Сущенко Сергей Петрович – проф., д-р техн. наук, НИ ТГУ
Фархадов Маис Паша оглы – д-р техн. наук, Институт проблем управления РАН (г. Москва)
Харин Юрий Семенович – академик НАНБ, проф., д-р физ.-мат. наук, БГУ, Республика Беларусь (г. Минск)
Цициашвили Гурами Шалвович – проф., д-р физ.-мат. наук, ИПМ ДВО РАН (г. Владивосток)

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Ана Роза Ковали (Ana Rosa Cavalli) – проф., д-р. философии (PhD), University VII Paris, Франция
Александр Николаевич Дудин – проф., д-р физ.-мат. наук, БГУ, Минск, Республика Беларусь
Енцо Орзингер (Enzo Orzinger) – проф., д-р. философии (PhD), University of Rome, Италия
Паоло Принетто (Paolo Prinetto) – проф. Politechnic Institute, Torino, Италия
Раймонд Убар (Raimund Ubar) – проф., д-р. (PhD), University of Technology Tallinn, Эстония
Нина Владимировна Евтушенко – проф., д-р. техн. наук, ИСП РАН им. Иваницова В.П., Москва, Россия
Ервант Зориан (Yervant Zorian) – д-р. философии (PhD), Synopsys, Mountain View, США

JOURNAL INFO

Tomsk State University Journal of Control and Computer Science is an independent peer-reviewed research journal that welcomes submissions from across the world.
Tomsk State University Journal of Control and Computer Science is issued four times per year, and can be subscribed to in the Russian Press Joint Catalogue (Subscription Index 44031)
The publication in the journal is free of charge and may be in Russian or in English.
The topics of the journal are the following:
• *control of dynamical systems,*
• *mathematical modeling,*
• *data processing,*
• *informatics and programming,*
• *discrete function and automation,*
• *designing and diagnostics of computer systems.*
Rules of registration articles are given in a site:
<http://journals.tsu.ru/informatics/>
ISSN 2311-2085 (Online), ISSN 1998-8605 (Print).

О ЖУРНАЛЕ

Журнал «Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика» выходит ежеквартально и распространяется по подписке
Статьи публикуются на русском и английском языках.
Тематика публикаций журнала:
• *управление динамическими системами,*
• *математическое моделирование,*
• *обработка информации,*
• *информатика и программирование,*
• *дискретные функции и автоматы,*
• *проектирование и диагностика вычислительных систем.*
Журнал входит в систему Российского Индекса Научного Цитирования (РИНЦ).
Правила оформления статей приведены на сайте:
<http://journals.tsu.ru/informatics/>
ISSN 2311-2085 (Online), ISSN 1998-8605 (Print).

СОДЕРЖАНИЕ

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Вавилов О.А., Юркевич В.Д., Коробков В.Д. Методика синтеза резонансного регулятора на основе метода разделения движений для инвертора напряжения	4
Масталиев Р.О., Алескерова Х.Х. Условия оптимальности в одной стохастической задаче оптимального управления интегро-дифференциальными системами	16
Перепелкин Е.А. Управление спектром матричной системы второго порядка с обратной связью по вектору ускорения	23

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Гамзаев Х.М. Определение коэффициента пьезопроводности на основе модели упругого режима разработки пласта	29
Гутова С.Г., Новосельцева М.А. Цифровое моделирование массопотоков смесителя непрерывного действия	37
Ловецкий К.П., Кулябов Д.С., Севастьянов Л.А., Сергеев С.В. Многоэтапный численный метод коллокаций решения ОДУ второго порядка	45

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Воробейчиков С.Э., Пупков А.В. О гарантированном оценивании параметров процесса авторегрессии с неизвестной дисперсией шума	53
Друки А.А., Спицын В.Г. Применение нейросетевых алгоритмов для семантической сегментации спутниковых снимков поверхности Земли	62
Лаптев Н.В., Гергет О.М., Лаптев В.В., Кравченко А.А. Система обнаружения очага возгорания в лесном массиве на основе ансамбля нейронных сетей	72
Rouban A.I. The sensitivity coefficients for dynamic systems described by nonlinear difference interconnected ordinary equations and generalized equations with the distributed memory	84

ИНФОРМАТИКА И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Вострухин А.В., Мастепаненко М.А., Вахтина Е.А. Энергосберегающий асинхронный интерфейс для беспроводных датчиков	92
Дуплинский А.В., Хмелев А.В., Мерзлинкин В.Е., Письменюк Л.В., Бахшалиев Р.М., Тихонова К.В., Нестеров И.С., Курочкин В.Л., Курочкин Ю.В. Масштабируемая спутниковая сеть для квантового распределения ключей на основе кубсата	103
Filimonova D.A., Vorob'eva I.G., Filimonov A.Yu. Application of <i>k</i> -means clustering and histogram analysis to automate preprocessing of images of discomycetes obtained in the habitat	111

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Ефанов Д.В., Погодина Т.С. Самодвойственные цифровые устройства с контролем вычислений по кодам Сяо	118
--	-----

ХРОНИКИ: МЕМУАРЫ, ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ, ПЕРСОНАЛИИ

Памяти Александра Михайловича Горцева	137
---	-----

CONTENTS

CONTROL OF DYNAMICAL SYSTEMS

Vavilov O.A., Yurkevich V.D., Korobkov D.V. Resonant controller design by time-scale separation method for a voltage inverter	4
Mastaliyev R.O., Alesgerova Kh.H. Optimality conditions in a stochastic optimal control problem of integro-differential systems	16
Perepelkin E.A. Pole assignment problem for a second-order matrix system with acceleration feedback	23

MATHEMATICAL MODELING

Gamzaev Kh.M. Identification of the piezoconductivity coefficient based on the elastic mode model of reservoir development	29
Gutova S.G., Novoseltseva M.A. Digital modeling of continuous mixer mass flows	37
Lovetskiy K.P., Kulyabov D.S., Sevastianov L.A., Sergeev S.V. Multi-stage numerical method of collocations for solving second-order ODEs	45

DATA PROCESSING

Vorobeychikov S.E., Pupkov A.V. On guaranteed estimation of parameters in autoregressive process with unknown noise variance	53
Druki A.A., Spitsyn V.G. Application of neural network algorithms for semantic segmentation of satellite images of the Earth's surface	62
Laptev N.V., Gerget O.M., Laptev V.V., Kravchenko A.A. Forest fire detection system based on neural network ensemble	72
Rouban A.I. The sensitivity coefficients for dynamic systems described by nonlinear difference interconnected ordinary equations and generalized equations with the distributed memory	84

INFORMATICS AND PROGRAMMING

Vostrukhin A.V., Mastepanenko M.A., Vakhtina E.A. Power-saving asynchronous interface for wireless sensors	92
Duplinsky A.V., Khmelev A.V., Merzlinkin V.E., Pismeniuk L.V., Bakhshaliev R.M., Tikhonova K.V., Nesterov I.S., Kurochkin V.L., Kurochkin Y.V. Cubesat based scalable quantum key distribution satellite network	103
Filimonova D.A., Vorob'eva I.G., Filimonov A.Yu. Application of <i>k</i> -means clustering and histogram analysis to automate preprocessing of images of discomycetes obtained in the habitat	111

DESIGNING AND DIAGNOSTICS OF COMPUTER SYSTEMS

Efanov D.V., Pogodina T.S. Self-dual digital devices with calculations testing by Hsiao codes	118
--	-----

CHRONICLE: MEMOIRS, MEMORABLE DATE, PERSONALITIES

Memory Alexander M. Gortsev	137
-----------------------------------	-----

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

CONTROL OF DYNAMICAL SYSTEMS

Научная статья

УДК 681.5 (681.5.013)

doi: 10.17223/19988605/63/1

**Методика синтеза резонансного регулятора на основе метода
разделения движений для инвертора напряжения****Олег Андреевич Вавилов¹, Валерий Дмитриевич Юркевич²,
Дмитрий Владиславович Коробков³**^{1, 2, 3} Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия¹ vavilov.oleg.rp462@gmail.com² yurkev@mail.ru³ kpe@ngs.ru

Аннотация. Рассматривается задача синтеза двухконтурной системы управления для инвертора напряжения авиационного назначения. Предложен метод расчета параметров ПИ-регуляторов с резонансными составляющими, основанный на использовании метода разделения движений. Данный подход позволяет независимым образом осуществить расчет пропорционально-интегральной и резонансных составляющих регулятора.

Ключевые слова: система автоматического управления; метод разделения движений; инвертор напряжения; ПИ-регулятор; резонансный регулятор.

Благодарности: Исследование выполнено в рамках программы «Приоритет-2030» НГТУ по стратегическому направлению «Силовая электроника и интеллектуальная энергетика», продуктовая линейка «Гибридные микросборки энергопреобразующей аппаратуры летательных аппаратов».

Для цитирования: Вавилов О.А., Юркевич В.Д., Коробков В.Д. Методика синтеза резонансного регулятора на основе метода разделения движений для инвертора напряжения // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 4–15. doi: 10.17223/19988605/63/1

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/1

**Resonant controller design by time-scale separation method
for a voltage inverter****Oleg A. Vavilov¹, Valery D. Yurkevich², Dmitry V. Korobkov³**^{1, 2, 3} Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation¹ vavilov.oleg.rp462@gmail.com² yurkev@mail.ru³ kpe@ngs.ru

Abstract. The problem of a two-loop control system design for two-level three-phase voltage inverter with a grounded neutral is considered. Currently, proportional-resonant and proportional-integral-resonant controllers are widely used in the field of control systems for power electronics devices, for example, voltage source inverters, high-

voltage precision electric drives, active power filters, etc. The main advantage of resonant controllers is the ability to provide high-precision generation of the main carrier harmonic frequency and selective suppression of the higher harmonic frequencies. There is a large number of studies devoted to the development of new approaches to their design. Novelty of this paper is the application of the time-scale separation method for calculating the parameters of PI controllers with resonant components. This work expands the approach based on the use of the time-scale separation method and allows to independently synthesize the proportional-integral and resonant components of the controller using a simple calculation procedure. The simulation results of the designed control system are presented for an aircraft voltage inverter.

Keywords: automatic control system; time-scale separation method; voltage inverter; PI controller; resonant controller.

Acknowledgments: The research was carried out as a part of the NSTU “Priority-2030” program for the strategic project “Power Electronics and Smart Energy», product line «Hybrid microassemblies of aircraft energy-converting equipment”.

For citation: Vavilov, O.A., Yurkevich, V.D., Korobkov, D.V. (2023) Resonant controller design by time-scale separation method for a voltage inverter. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 4–15. doi: 10.17223/19988605/63/1

Введение

В настоящее время пропорционально-резонансные (ПР) и пропорционально-интегрально-резонансные (ПИР) регуляторы находят все более широкое применение в области систем управления устройствами силовой электроники, например автономными инверторами напряжения с четвертой стойкой [1], высоковольтными прецизионными электроприводами [2], фильтрами активной мощности [3] и др. В [4, 5] предлагается использование резонансных регуляторов для подавления установившихся пульсаций напряжения звена постоянного тока, вызванных нелинейными нагрузками импульсного типа. Резонансные (Р) регуляторы также часто используются в системах управления синхронными электродвигателями с постоянными магнитами для эффективного подавления пульсаций крутящего момента [6].

Основным достоинством ПР- и ПИР-регуляторов является возможность настройки резонансных составляющих для высокоточного отслеживания частоты основной несущей гармоники и селективной компенсации частот заданных высших гармоник. Благодаря данным особенностям они могут успешно использоваться в системах, работающих при постоянной частоте выходного напряжения, например в устройствах, преобразующих электроэнергию, генерируемую возобновляемыми источниками энергии, и передающих ее в общую электрическую сеть [7].

Соответственно, учитывая столь широкую область применения Р-регуляторов, большое количество исследований посвящено разработке новых подходов к их проектированию [4–11]. В данных работах предлагаются методы, основанные на использовании процедуры Циглера–Николса [9], диаграмм Боде для анализа устойчивости через запасы по фазе и амплитуде [6] или частотных характеристик [10]. Чаще всего в работах, посвященных данному вопросу, рассматривается включение одной или нескольких резонансных составляющих параллельно со стандартным ПИ- или П-регулятором, что соответствует выражениям

$$W_{\text{ПИР}}(s) = k_{\text{П}} + \frac{k_{\text{И}}}{s} + \sum_{n=1}^m \frac{k_{\text{РЕЗ}(n)} s}{s^2 + \omega_{(n)}^2}, \quad (1)$$

$$W_{\text{ПР}}(s) = k_{\text{П}} + \sum_{n=1}^m \frac{k_{\text{РЕЗ}(n)} s}{s^2 + \omega_{(n)}^2}. \quad (2)$$

В сравнении с отмеченными выше работами применяемый нами метод позволяет значительно упростить процесс расчета параметров регулятора. В данной работе рассматривается подход, предложенный в [11] для решения задачи синтеза системы управления трехфазным инвертором напряжения (ИН). Показано, что при использовании метода разделения движений расчет параметров пропор-

ционально-интегральной составляющей возможно выполнять независимо от расчета параметров резонансных компонент синтезируемого регулятора. В рамках представленной работы также приведены результаты имитационного моделирования в среде Matlab / Simulink, демонстрирующие эффективность синтезированной системы управления.

В первом разделе данной статьи дано описание системы, на примере которой демонстрируется эффективность предлагаемых регуляторов. Приведены структурные схемы и передаточные функции преобразователя и двухконтурной системы автоматического регулирования (САР). Во втором разделе рассмотрена процедура независимого расчета пропорционально-интегральной и резонансной составляющих с использованием метода разделения движений. В третьем разделе приведены результаты имитационного моделирования, проведено сравнение эффективности работы преобразователя с различным построением двухконтурной САР, а также рассмотрена модификация структуры ПИ-регулятора, вводимая с целью уменьшения высокочастотных пульсаций в сигнале, генерируемом на выходе САР.

1. Постановка задачи

В данной работе рассматривается синтез системы управления для силового преобразователя, представляющего собой трехфазный двухуровневый инвертор напряжения (ИН) с выходным Г-образным LC-фильтром и синусоидальной широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Данный инвертор предназначен для работы в составе авиационной системы генерирования электрической энергии для питания бортового оборудования переменного тока с постоянной частотой 400 Гц в соответствии с требованиями ГОСТ Р 54073–2017 [12]. Преобразователь включает в себя шесть полупроводниковых ключей, образующих три фазных стойки, с соединением средней точки конденсаторов входного звена постоянного тока и нейтрали нагрузки. Такое включение обеспечивает независимую работу фаз, что является преимуществом при подключении несимметричной нагрузки. Формирование импульсов управления для ключей осуществляется с помощью трехфазной скалярной ШИМ. Для каждой фазной стойки инвертора формируется двухполярный однофазный синусоидальный сигнал, называемый модулирующим сигналом, частота которого задается равной требуемой частоте первой гармоники выходного напряжения. Данный сигнал сравнивается с пилообразным опорным напряжением, генерируемым с частотой коммутации силовых ключей, и в результате сравнения модулирующего и опорного сигналов формируются прямоугольные импульсы управления для пары ключей в одной фазной стойке. Управление стойками осуществляется независимо друг от друга со сдвигом на 120° .

Выходной Г-образный LC-фильтр предназначен для повышения качества генерируемого напряжения путем подавления высших гармонических составляющих. В данной работе для упрощения расчетов в составе фильтра учитываются только реактивные компоненты – катушки индуктивности и конденсаторы, величины паразитных сопротивлений принимаются пренебрежимо малыми.

В качестве нагрузки в рассматриваемом ИН принимается параллельное соединение нагрузки, имеющей индуктивный характер, и трехфазной двухполупериодной трансформаторно-выпрямительной нагрузки, согласно [12], что является особенностью авиационных систем электропитания. При расчете подобного типа бортовой нагрузки рекомендуется использовать стандартную Т-образную схему замещения трансформатора [13], в которой паразитные параметры обмоток пренебрежимо малы. При соблюдении этого условия упрощенная схема замещения данной нагрузки представляет собой параллельное соединение активно-индуктивных элементов, как представлено на рис. 1. Схема замещения, изображенная на данном рисунке, рассматривается в работе при анализе электрических процессов в преобразователе и построении его математической модели. Здесь L_1 и C – индуктивность и емкость фильтра; R и L_2 – параметры нагрузки; U_C – напряжение нагрузки инвертора, равное напряжению на фильтровом конденсаторе; $E_{\text{ИН}}$ – напряжение между средней точкой входного звена постоянного тока и одной из его выходных фазных клемм. Согласно анализу, проведенному в работе [14], это напряжение можно связать с напряжением питания инвертора при его управлении с помощью скалярной синусоидальной ШИМ следующим образом:

$$E_{\text{ИН}} = \frac{U_{\text{DC}}}{2} u_{\text{М}},$$

где U_{DC} – напряжение конденсаторов входного звена постоянного тока, питающее инвертор, $u_{\text{М}}$ – входной двухполярный синусоидальный сигнал ШИМ, называемый также модулирующим сигналом.

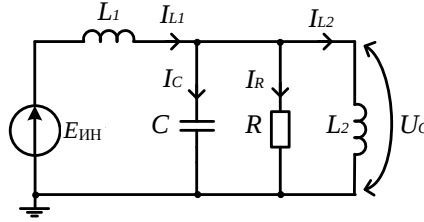


Рис. 1. Схема замещения одной фазы выходной цепи трехфазного ИН

Fig 1. Equivalent circuit of one phase of the inverter output circuit

На основе схемы замещения (см. рис. 1) получена математическая модель ИН в виде системы дифференциальных уравнений для средних на периоде ШИМ значений токов и напряжений:

$$\begin{cases} \dot{I}_{L1} = -\frac{1}{L_1} U_C + \frac{U_{\text{DC}}}{2L_1} u_{\text{М}}, \\ \dot{I}_{L2} = \frac{1}{L_2} U_C, \\ \dot{U}_C = \frac{1}{C} I_{L1} - \frac{1}{C} I_{L2} - \frac{1}{RC} U_C. \end{cases} \quad (3)$$

Введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} k_1 &= 1 / L_1, \\ k_2 &= U_{\text{DC}} / 2L_1, \\ k_3 &= 1 / C, \\ k_4 &= 1 / RC, \\ k_5 &= 1 / L_2. \end{aligned}$$

Тогда система (3) может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{I}_{L1} = -k_1 U_C + k_2 u_{\text{М}}, \\ \dot{I}_{L2} = k_5 U_C, \\ \dot{U}_C = k_3 I_{L1} - k_3 I_{L2} - k_4 U_C. \end{cases} \quad (4)$$

Рассматриваемая САР включает в себя два контура регулирования с единичными обратными связями: внутренний контур по току фильтровой индуктивности L_1 и внешний контур по выходному напряжению нагрузки U_C . На первом этапе будет проведен анализ данной системы со стандартными ПИ-регуляторами в обоих контурах, тогда структурная схема двухконтурной САР для одной фазы инвертора напряжения представлена на рис. 2, где блок ИН включает в себя ШИМ, инвертор напряжения, LC-фильтр и нагрузку.

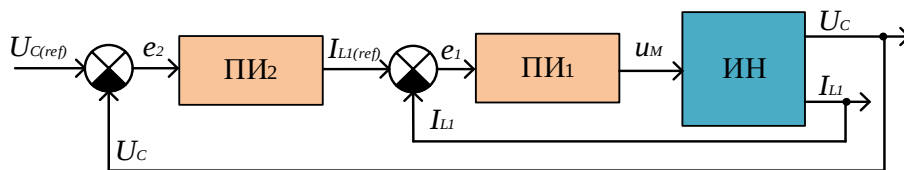


Рис. 2. Структурная схема преобразователя с двухконтурной САР

Fig. 2. Schematic block diagram of a converter with a two-loop automatic control system

Передаточные функции регуляторов $W_{\text{ПИ1}}(s)$ и $W_{\text{ПИ2}}(s)$ имеют следующий вид:

$$W_{\text{ПИ1}}(s) = k_{\text{П}} + \frac{k_{\text{И}}}{s} = k_{\text{П1}} \frac{s + T_1^{-1}}{\mu_1 s}, \quad (5)$$

$$W_{\text{ПИ2}}(s) = k_{\text{П2}} \frac{s + T_2^{-1}}{\mu_2 s}. \quad (6)$$

Информация с датчиков тока и напряжения, расположенных в силовой схеме, поступает в три независимых пофазных двухконтурных системы регулирования, которые формируют модулирующий сигнал $u_{\text{М}}$, поступающий на вход ШИМ. Соответственно, на рис. 2 сигналы e_I и e_U – ошибки регулирования по току и напряжению для одной фазы:

$$e_I(t) = I_{L1(\text{ref})}(t) - I_{L1}(t), \quad (7)$$

$$e_U(t) = U_{C(\text{ref})}(t) - U_C(t), \quad (8)$$

где $I_{L1(\text{ref})}$ – задание на ток, формируемое контуром напряжения, I_{L1} – сигнал с датчика тока, $U_{C(\text{ref})}$ – эталонное напряжение нагрузки, U_C – сигнал с датчика напряжения.

2. Синтез двухконтурной системы управления на основе метода разделения движений

На первом этапе проводится расчет внутреннего контура регулирования по току. Для этого необходимо рассмотреть передаточную функцию следующего вида:

$$W_1(s) = \frac{I_{L1}(s)}{u_{\text{М}}(s)} = \frac{k_2(s^2 + k_4s + k_3k_5)}{s^3 + k_4s^2 + (k_1k_3 + k_3k_5)s}, \quad (9)$$

которая следует из системы уравнений (4). Необходимо отметить, что полином числителя передаточной функции (9) является устойчивым.

Тогда для замкнутого контура по току с ПИ-регулятором (5) передаточная функция имеет следующий вид:

$$W_I(s) = \frac{W_1(s) \cdot W_{\text{ПИ1}}(s)}{1 + W_1(s) \cdot W_{\text{ПИ1}}(s)}. \quad (10)$$

После подстановки в выражение (10) передаточных функций (5) и (9) получено

$$W_I(s) = \frac{k_2k_{\text{П1}}(s^2 + k_4s + k_3k_5)(s + T_1^{-1})}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}, \quad (11)$$

где коэффициенты a_0, a_2, a_3, a_4 равны:

$$\begin{aligned} a_4 &= \mu_1, \\ a_3 &= k_4\mu_1 + k_2k_{\text{П1}}, \\ a_2 &= k_1k_3\mu_1 + k_3k_5\mu_1 + k_2k_{\text{П1}}T_1^{-1} + k_2k_4k_{\text{П1}}, \\ a_1 &= k_2k_{\text{П1}}k_3k_5 + k_2k_4k_{\text{П1}}T_1^{-1}, \\ a_0 &= k_2k_{\text{П1}}k_3k_5T_1^{-1}. \end{aligned}$$

Предполагая, что характеристический полином передаточной функции (11) устойчив, рассмотрена функция чувствительности для ошибки регулирования тока (7) по отношению к сигналу задания по току

$$S_I(s) = \frac{e_I(s)}{I_{L1\text{ref}}(s)} = \frac{I_{L1\text{ref}}(s) - I_{L1}(s)}{I_{L1\text{ref}}(s)} = 1 - W_I(s). \quad (12)$$

При подстановке в данное выражение передаточной функции (11) функция чувствительности преобразуется следующим образом:

$$S_I(s) = \frac{\mu_1s^2(s^2 + k_4s + k_1k_3 + k_3k_5)}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что относительная ошибка воспроизведения гармонического сигнала $I_{L1(ref)} = A \sin(\omega t)$ в установившемся режиме равна $|S_I(j\omega)|$ и при конечных значениях параметров регуляторов и ненулевом значении частоты справедливо условие $|S_I(j\omega)| \neq 0$. Необходимо отметить, что данная ошибка может быть снижена за счет уменьшения параметра μ_1 , но это ведет к увеличению коэффициентов регулятора, что усложняет его практическую реализацию, а при наличии неучтенной инерционности в объекте управления может привести к потере устойчивости системы управления.

Для анализа условий устойчивости и получения расчетных соотношений параметров ПИ-регулятора в контуре тока необходимо рассмотреть характеристический полином одноконтурной системы (11)

$$A_I(s) = \mu_1 s^4 + (k_4 \mu_1 + k_2 k_{p1}) s^3 + (k_1 k_3 \mu_1 + k_3 k_5 \mu_1 + k_2 k_{p1} T_1^{-1} + k_2 k_4 k_{p1}) s^2 + (k_2 k_{p1} k_3 k_5 + k_2 k_4 k_{p1} T_1^{-1}) s + k_2 k_{p1} k_3 k_5 T_1^{-1}. \quad (14)$$

Особенность данного характеристического полинома состоит в наличии малого параметра μ_1 , что приводит к формированию быстрых и медленных процессов в замкнутой системе. Для анализа корней данного полинома можно использовать метод разделения движений, описанный в [15]. Характеристический полином подсистемы медленных движений (ПМД) принимает следующий вид:

$$A_{I(ПМД)}(s) = \lim_{\mu_1 \rightarrow 0} A_I(s) = k_2 k_{p1} (s^2 + k_4 s + k_3 k_5) (s + T_1^{-1}). \quad (15)$$

Принимая во внимание устойчивость полинома в числителе передаточной функции (9), устойчивость процессов в подсистеме медленных движений обеспечивается выбором $T_1 > 0$. Данную постоянную времени можно рассчитать, исходя из желаемого вида процессов по току I_{L1} , используя следующее соотношение:

$$t_{\Pi} = (3...4) \cdot T_1.$$

Для получения полинома подсистемы быстрых движений (ПБД) необходимо выполнить в полиноме (14) замену $s = p/\mu_1$ и умножить полученное выражение на μ_1^3 . Затем, устремив $\mu_1 \rightarrow 0$, получим следующее выражение:

$$\lim_{\mu_1 \rightarrow 0} \left(A_I \left(\frac{p}{\mu_1} \right) \cdot \mu_1^3 \right) = p^3 (p + k_2 k_{p1}). \quad (16)$$

После умножения (16) на p^{-3} и выполнения замены $p = \mu_1 s$ результирующее выражение будет соответствовать полиному подсистемы быстрых движений:

$$A_{I(ПБД)}(s) = \mu_1 s + k_2 k_{p1}. \quad (17)$$

Исходя из выражения (17), при постоянной времени $\mu_1 > 0$ устойчивость быстрых процессов будет обеспечиваться условием $k_2 k_{p1} > 0$. На практике удобно выбирать коэффициент усиления регулятора k_{p1} равным $1/k_2$. Постоянная времени быстрых движений μ_1 выбирается с учетом требований на степень разделения темпов быстрых и медленных процессов, которую рекомендуется выбирать из условия $\eta \geq 10$ [16]. Из выражения (15) следует, что темп медленных процессов определяется постоянными времени T_1 и τ , где $\tau = 1 / \sqrt{k_3 k_5}$.

Тогда, задав величину η , параметр μ_1 можно рассчитать, используя следующее соотношение:

$$\mu_1 = \frac{\min\{\tau, T_1\}}{\eta}.$$

Необходимо отметить, что из устойчивости быстрых и медленных процессов следует устойчивость замкнутого контура по току, тогда в установившемся режиме из выражения (11) следует $I_{L1(ref)} = I_{L1}$.

На втором этапе рассматривается синтез ПИ-регулятора во внешнем контуре регулирования при установившемся режиме во внутреннем контуре по току. При условии $I_{L1(ref)} = I_{L1}$ на основе системы уравнений (4) получена передаточная функция вида:

$$W_2(s) = \frac{U_C(s)}{I_{L1}(s)} = \frac{k_3 s}{s^2 + k_4 s + k_3 k_5}. \quad (18)$$

Структурная схема для расчета внешнего контура регулирования по напряжению представлена на рис. 3.

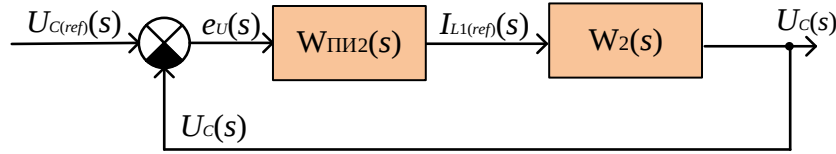


Рис. 3. Структурная схема для синтеза внешнего контура САР

Fig. 3. Schematic block diagram for the automatic control system outer loop design

Тогда, с учетом выражения (18), передаточная функция замкнутой системы для внешнего контура принимает следующий вид:

$$W_U(s) = \frac{W_2(s) \cdot W_{ПИИ2}(s)}{1 + W_2(s) \cdot W_{ПИИ2}(s)} = \frac{k_{P2}k_3(s + T_2^{-1})}{\mu_2 s^2 + (k_{P2}k_3 + k_4\mu_2)s + k_3k_5\mu_2 + k_{P2}k_3T_2^{-1}}. \quad (19)$$

По аналогии с внутренним контуром для анализа условий устойчивости характеристического полинома системы (19) необходимо получить полиномы ПМБ и ПБД, где μ_2 рассматривается как малый параметр. Характеристический полином передаточной функции (19) имеет следующий вид:

$$A_U(s) = \mu_2 s^2 + (k_{P2}k_3 + k_4\mu_2)s + k_3k_5\mu_2 + k_{P2}k_3T_2^{-1}.$$

Тогда полином ПМД внешнего контура

$$A_{U(ПМД)}(s) = \lim_{\mu_2 \rightarrow 0} A_U(s) = k_{P2}k_3(s + T_2^{-1}).$$

Соответственно, полином ПБД внешнего контура

$$\lim_{\mu_2 \rightarrow 0} \left(A_U \left(\frac{p}{\mu_2} \right) \cdot \mu_2 \right) = p^2 + k_{P2}k_3p, \quad (20)$$

который после умножения (20) на p^{-3} и выполнения замены $p = s\mu_2$ принимает вид:

$$A_{U(ПБД)}(s) = \mu_2 s + k_{P2}k_3. \quad (21)$$

Для устойчивости полинома (21), аналогично полиному ПБД для внутреннего контура (17), рекомендуется выбирать коэффициент усиления регулятора $k_{P2} = 1/k_3$. В данном случае постоянные времени μ_2 и T_2 можно рассчитать, используя следующие соотношения:

$$\mu_2 = T_1,$$

$$T_2 = \mu_2 \eta.$$

При этом от величины постоянной времени ПМД T_2 будет зависеть длительность переходных процессов по выходному напряжению U_C . Функция чувствительности для внешнего контура по напряжению рассчитывается по аналогии с выражением (12) следующим образом:

$$S_U(s) = 1 - W_U(s) = \frac{T_2^{-1}\mu_2(s^2 + k_4s + k_3k_5)}{\mu_2 s^2 + (k_{P2}k_3 + k_4\mu_2)s + k_3k_5\mu_2 + k_{P2}k_3T_2^{-1}}. \quad (22)$$

Из данного выражения следует, что ошибка слежения по напряжению определяется величиной $|S_U(j\omega)|$, которая принимает конечное значение при заданных параметрах регулятора.

3. Введение резонансной составляющей

Требование асимптотического стремления к нулю ошибки регулирования $e_U(t)$ для гармонического воздействия с известной частотой может быть достигнуто с помощью резонансных регуляторов. В отличие от регуляторов (1) и (2) в данной работе резонансный регулятор предлагается реализовать на основе ПИ-регулятора (6) с помощью введения дополнительной резонансной составляющей в следующем виде:

$$W_{\text{ПИР2}}(s) = k_{P2} \frac{s + T_2^{-1}}{\mu_2 s} \left(1 + \frac{k_{\text{рез}} s}{s^2 + \omega_1^2} \right), \quad (23)$$

где ω_1 – частота заданного гармонического воздействия. При добавлении резонансной составляющей в ПИ-регулятор по напряжению передаточная функция замкнутой двухконтурной системы (19) изменится следующим образом:

$$W_{U_{\text{рез}}}(s) = \frac{k_{P2} k_3 (s + T_2^{-1}) (s^2 + k_{\text{рез}} s + \omega_1^2)}{b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \quad (24)$$

где коэффициенты b_0, b_1, b_2, b_3, b_4 равны:

$$\begin{aligned} b_4 &= \mu_2, \\ b_3 &= k_4 \mu_2 + k_2 k_{P2}, \\ b_2 &= k_{P2} k_3 k_{\text{рез}} + k_{P2} k_3 T_2^{-1} + k_3 k_5 \mu_2 + \mu_2 \omega_1^2, \\ b_1 &= \omega_1^2 \mu_2 k_4 + k_3 k_{P2} \omega_1^2 + k_3 k_{P2} k_{\text{рез}} T_2^{-1}, \\ b_0 &= k_3 k_{P2} \omega_1^2 T_2^{-1} + \mu_2 k_3 k_5 \omega_1^2. \end{aligned}$$

Соответствующая функция чувствительности, получаемая по аналогии с выражением (22), принимает следующий вид:

$$S_{U_{\text{рез}}}(s) = \frac{\mu_2 (s^2 + \omega_1^2) (s^2 + k_4 s + k_3 k_5)}{b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}. \quad (25)$$

Из выражения (25) следует, что при гармоническом воздействии с частотой, равной частоте ω_1 , выполняется условие $|S_U(j\omega_1)| = 0$, тогда выполняется условие асимптотического стремление ошибки слежения по напряжению к нулю

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_U(t) = 0.$$

Для анализа устойчивости внешнего контура с резонансной составляющей рассмотрены характеристические полиномы ПМД и ПБД. Характеристический полином передаточной функции замкнутой двухконтурной системы $W_{U_{\text{рез}}}(s)$ с Р-составляющей, согласно формуле (24), принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} A_{U_{\text{рез}}}(s) &= \mu_2 s^4 + (k_{r2} k_3 + k_4 \mu_2) s^3 + (k_{r2} k_3 k_{\text{рез}} + k_{r2} k_3 T_2^{-1} + k_3 k_5 \mu_2 + \mu_2 \omega_1^2) s^2 + \\ &+ (\omega_1^2 \mu_2 k_4 + k_3 k_{r2} \omega_1^2 + k_3 k_{r2} k_{\text{рез}} T_2^{-1}) s + k_3 k_{r2} \omega_1^2 T_2^{-1} + \mu_2 k_3 k_5 \omega_1^2. \end{aligned} \quad (26)$$

Полином подсистемы медленных движений можно выделить из характеристического полинома (26) аналогично процедурам, проведенным в предыдущем разделе:

$$A_{U(\text{ПМД})}(s) = \lim_{\mu_2 \rightarrow 0} A_{U_{\text{рез}}}(s) = k_3 k_{P2} (s + T_2^{-1}) (s^2 + k_{\text{рез}} s + \omega_1^2). \quad (27)$$

Устойчивость процессов в ПМД внешнего контура обеспечивается условием $T_2 > 0$ и выбором коэффициента резонансной составляющей

$$k_{\text{рез}} = 2d\omega_1,$$

где коэффициент демпфирования $d > 0$, например $d = 1$.

Для выделения полинома ПБД внешнего контура получено

$$\lim_{\mu_2 \rightarrow 0} \left(A_{U_{\text{рез}}} \left(\frac{p}{\mu_2} \right) \cdot \mu_2^3 \right) = p^3 (p + k_3 k_{P2}). \quad (28)$$

Из (28) после умножения на p^{-3} и выполнения замены $p = s\mu_2$ следует

$$A_{U(\text{ПБД})}(s) = \mu_2 s + k_3 k_{P2}. \quad (29)$$

Для устойчивости полинома (29) рекомендуется выбирать коэффициент усиления регулятора $k_{P2} = 1/k_3$. Из данного выражения следует, что резонансная составляющая не оказывает влияния на

поведение быстрых процессов, а в подсистеме медленных движений данная составляющая представлена отдельным множителем согласно (27). Поэтому рассматриваемый подход позволяет выполнить расчет ПИ- и Р-составляющих независимо друг от друга.

4. Имитационное моделирование

С целью демонстрации предложенного подхода было проведено имитационное моделирование для статического режима работы преобразователя при работе на симметричную активно-индуктивную нагрузку, как представлено на рис. 1, и в динамическом режиме при изменениях мощности нагрузки в диапазоне 10–100% от номинала. Имитационное моделирование преобразователя с САР (см. рис. 2) осуществлено при полной мощности нагрузки 1 кВА, $\cos(\varphi) = 0,8$. Требуемое действующее значение первой гармоники выходного напряжения составляет $U_H = U_C = 115$ В на частоте $f_H = 400$ Гц при частоте коммутации транзисторов 100 кГц и одностороннем пилообразном опорном напряжении ШИМ. Сопротивление и индуктивность нагрузки составляют $R = 49,6$ Ом и $L_2 = 26,3$ мГн соответственно.

Имитационное моделирование проводится для преобразователя при индуктивности и емкости выходного LC-фильтра, равных $L_1 = 400$ мкГн, $C = 15$ мкФ, и напряжении входного звена постоянного тока $U_{DC} = 411$ В [14]. Работа инвертора с данными параметрами позволяет обеспечить необходимые выходные напряжение U_H и частоту f_H и удовлетворяет требованиям стандарта [12] на уровень высокочастотных комбинационных составляющих спектра напряжения нагрузки. В соответствии с полученными выше соотношениями при моделировании были заданы следующие величины параметров регуляторов: $k_{P1} = 2 \cdot 10^{-6}$; $\mu_1 = 2 \cdot 10^{-5}$; $T_1 = 2 \cdot 10^{-4}$; $\eta = 10$; $k_{P2} = 1,5 \cdot 10^{-5}$; $\mu_2 = 2 \cdot 10^{-4}$; $T_2 = 2 \cdot 10^{-3}$; $k_{рез} = 10\,053$.

Результаты имитационного моделирования с указанными параметрами силовой схемы и рассчитанными в разд. 2 и 3 параметрами регуляторов приведены на рис. 4, 5. На рис. 4 представлены сигналы, формируемые на выходе двухконтурной САР и поступающие на ШИМ в качестве модулирующих: верхняя диаграмма – для САР с ПИ-регулятором (6), и нижняя диаграмма – для САР с ПИР-регулятором (23).

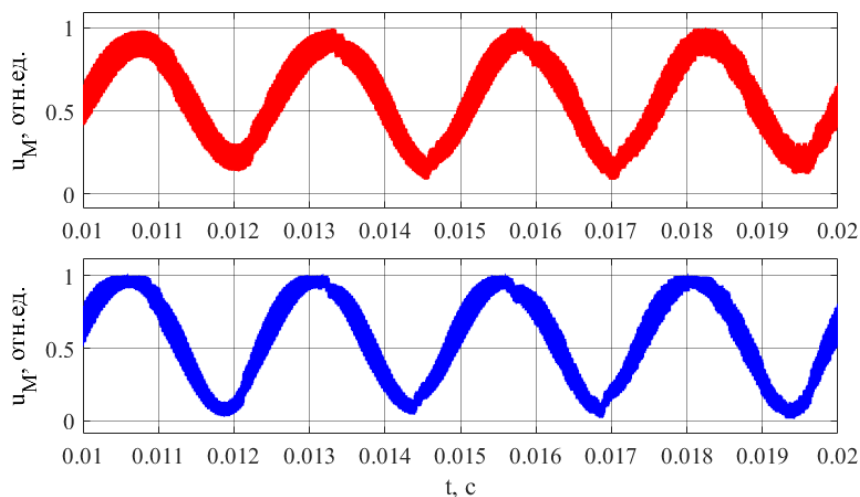
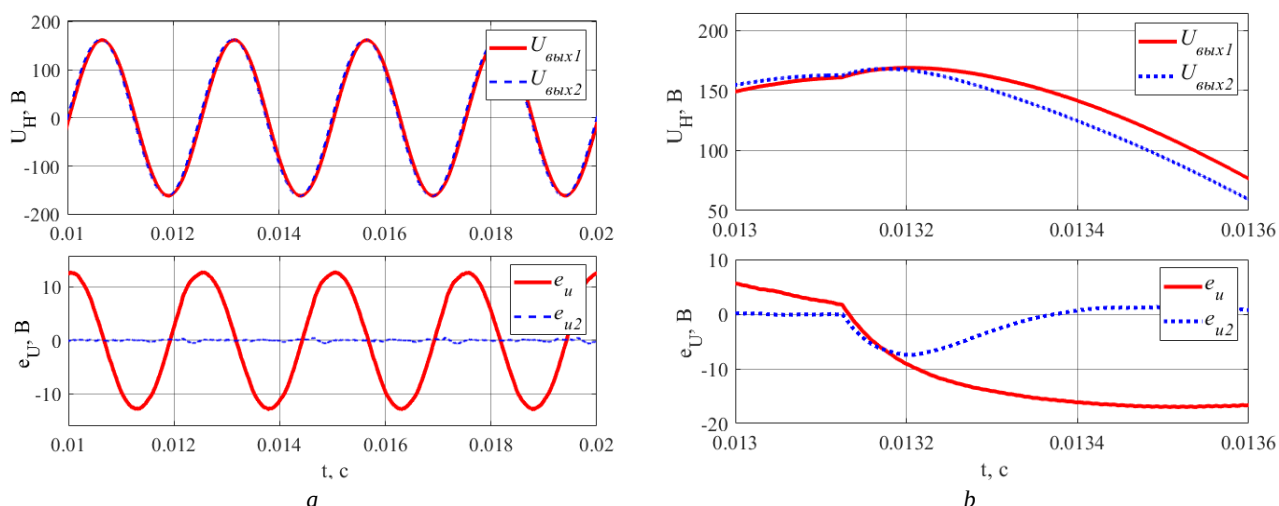


Рис. 4. Выходной сигнал двухконтурной САР
Fig. 4. Output of two-loop automatic control system

На рис. 5 представлены осциллограммы напряжения нагрузки и ошибки слежения, рассчитанной по формуле (8) для САР без Р-регулятора (19) и для САР с добавлением резонансной составляющей (24). На рис. 5, а представлены результаты работы инвертора в статическом режиме, а на рис. 5, б – при переходном процессе при сбросе мощности нагрузки от 100 до 10% от номинала. Сигналы $(U_{вых1}; e_{u1})$ описывают поведение системы (19), а сигналы $(U_{вых2}; e_{u2})$ – поведение системы (24).

Рис. 5. Выходное напряжение и ошибка слежения $e_U(t)$ Fig. 5. Output voltage and tracking error $e_U(t)$

По результатам моделирования можно сделать вывод, что добавление резонансной составляющей в систему регулирования позволило достичь среднего значения ошибки слежения по напряжению, равной нулю, а динамическая ошибка обусловлена пульсациями, возникающими при работе ШИМ (см. рис. 5, а). Из осциллограмм на рис. 5, б также следует, что введение резонансной составляющей позволяет повысить динамическую точность при скачкообразном изменении мощности нагрузки инвертора.

Заключение

В данной работе представлена процедура синтеза двухконтурной САР с ПИР-регуляторами для трехфазного инвертора напряжения с LC -фильтром и приведены результаты численного моделирования. Показано, что пропорционально-интегральные и резонансные составляющие можно рассчитывать независимо друг от друга, что упрощает методику синтеза регулятора. При этом уменьшение ошибки слежения может быть достигнуто без пересчета параметров ПИ-составляющей регулятора, только за счет добавления Р-регулятора. Представленная методика может быть использована при проектировании систем управления для широкого класса объектов управления – различных силовых преобразователей, систем электропривода и др.

Список источников

1. Garganeev A.G., Aboelsaud R., Ibrahim A. Voltage control of autonomous three-phase four-leg VSI based on scalar PR controllers // 20th IEEE Int. Conf. of Young Specialists on Micro / Nanotechnol. and Electron Devices, Erlagol, Russia. 2019. P. 558–564.
2. Nos O.V., Shtein D.A., Leus G.S., Nos N.I., Abramushkina E.E., Ignatev E.A. The simplified control technique for PMSM torque ripple reduction // 21th IEEE Int. Conf. of Young Specialists on Micro / Nanotechnol. and Electron Devices, Novosibirsk, Russia. 2020. P. 475–481.
3. Mattavelli P. A closed-loop selective harmonic compensation for active filters // IEEE Trans. on Ind. Appl. 2001. V. 37. P. 81–89.
4. Gorbunov R.L., Sevostyanov N.A., Shtein D.A. Frequency-Selective Impedance Control for DC Microgrids // 2020 International Ural Conference on Electrical Power Engineering (UralCon), Chelyabinsk, Russia. 2020. P. 330–338.
5. Sevostyanov N.A., Gorbunov R.L. Resonant Controllers Design for Frequency-Selective Impedance Controlled DC Microgrids // 2021 IEEE 22nd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM), Souzga, the Altai Republic, Russian Federation. 2021. P. 348–353.
6. Nos O.V., Makyš P., Kharitonov S.A. Modified Resonant Controllers with Time Delay Compensation // 2021 XVIII International Scientific Technical Conference Alternating Current Electric Drives (ACED), Ekaterinburg, Russia. 2021. P. 1–6.
7. Cha H., Vu T.-K., Kim J.-E. Design and Control of Proportional-Resonant Controller Based Photovoltaic Power Conditioning System // Proc. of the 2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, San Jose, CA, USA, 20–24 September. 2009. P. 2198–2205.
8. Kuperman A. Proportional-Resonant Current Controllers Design Based on Desired Transient Performance // IEEE Transactions on Power Electronics. 2015. V. 30 (10). P. 5341–5345.

9. Pereira L.F.A., Bazanella A.S. Tuning Rules for Proportional Resonant Controllers // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2015. V. 23 (5). P. 2010–2017.
10. Hans F., Schumacher W., Chou S.F., Wang X. Design of multifrequency proportional-resonant current controllers for voltage-source converters // *IEEE Trans. on Power Electronics*. 2020. V. 35 (12). P. 13573–13589.
11. Юркевич В.Д. Расчет ПИР-регулятора на основе метода разделения движений и принципа внутренней модели для подавления гармонических возмущений // *Автоматика*. 2021. Т. 57, № 4. С. 37–44.
12. ГОСТ Р 54073–2017. Системы электроснабжения самолетов и вертолетов. Общие требования и нормы качества электроэнергии. Введ. 2018-06-01. М. : Стандартинформ, 2018. 39 с.
13. Кулдин Н.А. Трансформаторы : учеб. пособие. Петрозаводск : ПетрГУ, 2011. 38 с.
14. Vavilov O.A., Korobkov D.V., Yurkevich V.D. Two-Level Voltage Inverter: Parametric Synthesis of Filter and Controllers // *2022 IEEE 23rd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM)*, Altai, Russian Federation. 2022. P. 372–377.
15. Мееров М.В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. 2-е изд., доп. и перераб. М. : Наука, 1967. 423 с.
16. Юркевич В.Д. Многоканальные системы управления. Синтез линейных систем с разнотемповыми процессами : учеб. пособие. Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. 183 с.

References

1. Garganev, A.G., Aboelsaud, R. & Ibrahim, A. (2019) Voltage control of autonomous three-phase four-leg VSI based on scalar PR controllers. *20th IEEE International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices*. Erlagol. Russia. pp. 558–564.
2. Nos, O.V., Shtein, D.A., Leus, G.S., Nos, N.I., Abramushkina, E.E. & Ignatev, E.A. (2020) The simplified control technique for PMSM torque ripple reduction. *21th IEEE International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices*. Novosibirsk. Russia. pp. 475–481.
3. Mattavelli, P. (2001) A closed-loop selective harmonic compensation for active filters. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 37. pp. 81–89.
4. Gorbunov, R.L., Sevostyanov, N.A. & Shtein, D.A. (2020) Frequency-Selective Impedance Control for DC Microgrids. *2020 International Ural Conference on Electrical Power Engineering (UralCon)*. Chelyabinsk, Russia. pp. 330–338.
5. Sevostyanov, N.A. & Gorbunov, R.L. (2021) Resonant Controllers Design for Frequency-Selective Impedance Controlled DC Microgrids. *2021 IEEE 22nd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM)*. Souzga. The Altai Republic, Russian Federation. pp. 348–353.
6. Nos, O.V., Makyš, P. & Kharitonov, S.A. (2021) Modified Resonant Controllers with Time Delay Compensation. *2021 XVIII International Scientific Technical Conference Alternating Current Electric Drives (ACED)*. Ekaterinburg, Russia. pp. 1–6. DOI: 10.1109/ACED50605.2021.9462290
7. Cha, H., Vu, T.-K.. & Kim, J.-E. (2009) Design and Control of Proportional-Resonant Controller Based Photovoltaic Power Conditioning System. *Proceedings of the 2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*. San Jose, CA, USA. pp. 2198–2205.
8. Kuperman, A. (2015) Proportional-Resonant Current Controllers Design Based on Desired Transient Performance. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 30(10). pp. 5341–5345.
9. Pereira, L.F.A. & Bazanella, A. S. (2015) Tuning Rules for Proportional Resonant Controllers. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 23(5). pp. 2010–2017.
10. Hans, F., Schumacher, W., Chou, S.F. & Wang, X. (2020) Design of multifrequency proportional-resonant current controllers for voltage-source converters. *IEEE Trans. on Power Electronics*. 35(12). pp. 13573–13589.
11. Yurkevich, V.D. (2021) Raschet PIR-regulyatora na osnove metoda razdeleniya dvizheniy i printsipa vnutrenney modeli dlya podavleniya garmonicheskikh vozmushcheniy [PIR controller design based on the time-scale separation method and internal model principle for harmonic disturbance suppression]. *Avtometriya – Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 57(4). pp. 37–44.
12. GOST R 54073–2017. (2018) *Sistemy elektrosnabzheniya samoletov i vertoletov. Obshchie trebovaniya i normy kachestva elektroenergii. Vved. 2018-06-01* [Aircraft and helicopter power supply systems. General requirements and norms for the quality of electricity. Introduction 2018-06-01]. Moscow: Standartinform.
13. Kuldin, N.A. (2011) *Transformatory* [Transformers]. Petrozavodsk: Petrozavodsk.
14. Vavilov, O.A., Korobkov, D.V. & Yurkevich, V.D. (2022) Two-Level Voltage Inverter: Parametric Synthesis of Filter and Controllers. *2022 IEEE 23rd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM)*. Altai, Russian Federation. pp. 372–377.
15. Meerov, M.V. (1967) *Sintez struktur sistem avtomaticheskogo regulirovaniya vysokoy tochnosti* [Structural Synthesis of High-Accuracy Automatic Control Systems]. 2nd ed. Moscow: Nauka.
16. Yurkevich, V.D. (2016) *Mnogokanal'nye sistemy upravleniya. Sintez lineynykh sistem s raznotempovymi protsessami* [Multi-input-multi-output control systems. Design of linear control systems with multi-time scale motions]. Novosibirsk: NSTU.

Информация об авторах:

Вавилов Олег Андреевич – аспирант кафедры автоматизации факультета автоматизации и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета (Новосибирск, Россия). E-mail: vavilov.oleg.rp462@gmail.com

Юркевич Валерий Дмитриевич – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры автоматизации факультета автоматизации и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета (Новосибирск, Россия). E-mail: yurkev@mail.ru

Коробков Дмитрий Владиславович – ведущий инженер Института силовой электроники, старший преподаватель кафедры электроники и электротехники Новосибирского государственного технического университета (Новосибирск, Россия). E-mail: kpe@ngs.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Vavilov Oleg A. (Post-graduate Student, Department of Automation, Faculty of Automation and Computer Engineering, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: vavilov.oleg.rp462@gmail.com

Yurkevich Valeriy D. (Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automation, Faculty of Automation and Computer Engineering, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: yurkev@mail.ru

Korobkov Dmitry V. (Leading engineer of the Institute of Power Electronics, Assistant Professor of the Department of Electronics and Electrical Engineering, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: kpe@ngs.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 20.12.2022; принята к публикации 09.06.2023

Received 20.12.2022; accepted for publication 09.06.2023

Научная статья

УДК 519.21:517.92

doi: 10.17223/19988605/63/2

Условия оптимальности в одной стохастической задаче оптимального управления интегро-дифференциальными системами

Рашад Огтай оглы Масталиев¹, Хаяла Хатам кызы Алескерова²

¹ *Институт систем управления при Министерстве науки и образования Азербайджанской Республики, Университет Азербайджан, Баку, Азербайджан, rashad.mastaliyev@au.edu.az*

² *Азербайджанский государственный экономический университет, Баку, Азербайджан, xayala.alesgerova@mail.ru*

Аннотация. Рассматривается задача оптимального управления стохастическими системами, описываемыми обыкновенными линейными интегро-дифференциальными уравнениями. В случае линейного объекта управления и линейного функционала качества получено необходимое и достаточное условие оптимальности типа принципа максимума Л.С. Понтрягина. В случае нелинейного непрерывно дифференцируемого и выпуклого функционала качества установлено достаточное условие оптимальности.

Ключевые слова: стохастическое интегро-дифференциальное уравнение; линейная стохастическая система; условие оптимальности; выпуклый критерий качества.

Для цитирования: Масталиев Р.О., Алескерова Х.Х. Условия оптимальности в одной стохастической задаче оптимального управления интегро-дифференциальными системами // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 16–22. doi: 10.17223/19988605/63/2

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/2

Optimality conditions in a stochastic optimal control problem of integro-differential systems

Rashad O. Mastaliyev¹, Khayala H. Alesgerova²

¹ *Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan Institute of Control Systems, Azerbaijan University, Baku, Azerbaijan, rashad.mastaliyev@au.edu.az*

² *Azerbaijan State University of Economics, Baku, Azerbaijan, xayala.alesgerova@mail.ru*

Abstract. The optimal control problem of stochastic systems described by ordinary linear integro-differential equations is considered. In the case of a linear control object and a linear quality functional, a necessary and sufficient optimality condition of the L.S. Pontryagin maximum principle type is obtained. Further, in the case of a nonlinear, continuously differentiable and convex quality functional, a sufficient optimality condition is established.

Keywords: stochastic integro-differential equation; linear stochastic system; optimality condition; convex quality criterion.

For citation: Mastaliyev, R.O., Alesgerova, Kh.H. (2023) Optimality conditions in a stochastic optimal control problem of integro-differential systems. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 16–22. doi: 10.17223/19988605/63/2

Введение

Известно, что модели, поведение которых описывается стохастическими интегро-дифференциальными уравнениями, используются в теории колебаний с учетом наследственности материала, вязкой упругости конструкции и жидкости и др. [1–3]. В связи с этим исследования задач оптимального управления, описываемых стохастическими интегро-дифференциальными уравнениями, являются актуальными. Следует отметить, что в детерминированном случае такие задачи оптимального управления изучены в работах [4–7] и др.

Различные аспекты задач оптимального управления для обыкновенных стохастических динамических систем и с запаздыванием рассматривались в работах [8–12], где приведена дополнительная библиография.

В предлагаемой работе рассматривается одна задача оптимального управления, описываемая системой линейных стохастических интегро-дифференциальных уравнений. Доказано необходимое и достаточное условие оптимальности. В случае нелинейного и выпуклого функционала качества доказано достаточное условие оптимальности типа принципа максимума Л.С. Понтрягина.

1. Постановка задачи

Рассмотрим управляемую систему, описываемую системой стохастических интегро-дифференциальных уравнений Ито:

$$dx(t) = \left(A(t)x(t) + f(t, u(t)) + \int_{t_0}^t B(t, \tau)x(\tau)d\tau \right) dt + C(t)x(t)dw(t), \quad t \in T = [t_0, t_1], \quad (1)$$

с начальным условием

$$x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

где $x(t) \in R^n$ – вектор фазовых координат; $w(t) \in R^n$ – стандартный винеровский процесс; $A(t), B(t)$, и $C(t)$ – известные $(n \times n)$ непрерывные матриц-функции своих аргументов; $f(t, u)$ – заданная n -мерная вектор-функция, непрерывная по совокупности переменных; начальное состояние x_0 считаем случайным вектором с известными числовыми характеристиками; $u(t) \in R^r$ – кусочно-непрерывный вектор управляющих воздействий со значениями из заданного непустого и ограниченного множества U , т.е.

$$u(t) \in U \subset R^r, t \in T. \quad (3)$$

Такие управления назовем допустимыми управлениями, а соответствующий процесс $(u(t), x(t))$ – допустимым процессом.

Предполагается, что каждому допустимому управлению $u(t)$ соответствует единственное решение стохастической системы (1), (2). Уравнения вида (1), (2) изучались в [13–15].

Рассмотрим задачу о минимуме функционала

$$S(u) = Ec'x(t_1), \quad (4)$$

определенного на решениях системы (1), (2), порожденных всевозможными допустимыми управлениями при ограничениях (1)–(3).

Здесь $c \in R^n = const$, E и $(\cdot)'$ – символы математического ожидания и транспонирования соответственно.

Зададим далее цель управления в виде минимизации функционала качества

$$S(u) = E\varphi(x(t_1)), \quad (5)$$

где $\varphi(x)$ – заданная непрерывно-дифференцируемая выпуклая скалярная функция.

Целью настоящей работы является вывод условий оптимальности в рассматриваемых задачах (1)–(4) и (1)–(3), (5).

2. Формула приращения критерия качества и необходимое и достаточное условие оптимальности

Пусть $(u(t), x(t))$ – фиксированные допустимые процессы, а $(\bar{u}(t) = u(t) + \Delta u(t), \bar{x}(t) = x(t) + \Delta x(t))$ – произвольные допустимые процессы.

Тогда ясно, что приращение $\Delta x(t)$ траектории $x(t)$ будет решением системы

$$d\Delta x(t) = \left(A(t)\Delta x(t) + (f(t, \bar{u}(t)) - f(t, u(t))) + \int_{t_0}^t B(t, \tau)\Delta x(\tau)d\tau \right) dt + C(t)\Delta x(t)dw(t), \quad (6)$$

$$\Delta x(t) = 0. \quad (7)$$

В дальнейшем нам понадобится представление решения задачи Коши (5), (6).

Пусть $R(t, s)$ пока неизвестная $(n \times n)$ матричная функция, а $\Delta x(t)$ является решением стохастической задачи (6), (7). Тогда справедливо следующее тождество:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t R(t, s)d\Delta x(s) &= \int_{t_0}^t R(t, s)A(s)\Delta x(s)ds + \int_{t_0}^t R(t, s)(f(s, \bar{u}(s)) - f(s, u(s)))ds + \\ &+ \int_{t_0}^t \left(\int_s^t R(t, \tau)B(\tau, s)d\tau \right) \Delta x(s)ds + \int_{t_0}^t R(t, s)C(s)\Delta x(s)dw(s)ds. \end{aligned}$$

Заметим, что при этом к слагаемому

$$\left(\int_{t_0}^t R(t, s) \int_{t_0}^s B(s, \tau)\Delta x(\tau)d\tau \right) ds$$

применили формулу Дирихле [16].

Отсюда имеем

$$\begin{aligned} R(t, t)\Delta x(t) - R(t, t_0)\Delta x(t_0) - \int_{t_0}^t dR(t, s)\Delta x(s) &= \int_{t_0}^t R(t, s)A(s)\Delta x(s)ds + \\ &+ \int_{t_0}^t R(t, s)(f(s, \bar{u}(s)) - f(s, u(s)))ds + \int_{t_0}^t \left(\int_s^t R(t, \tau)B(\tau, s)d\tau \right) \Delta x(s)ds + \\ &+ \int_{t_0}^t R(t, s)C(s)\Delta x(s)dw(s)ds. \end{aligned} \quad (8)$$

Теперь предположим, что матричная функция $R(t, s)$ является решением уравнения

$$\begin{aligned} dR(t, s) &= - \left(R(t, s)A(s) + \int_s^t R(t, \tau)B(\tau, s)d\tau \right) ds - R(t, s)C(s)dw(s), \\ R(t, t) &= I, \end{aligned} \quad (9)$$

где I – $(n \times n)$ единичная матрица.

Тогда из тождества (8) с учетом (7) следует, что решение $\Delta x(t)$ системы линейных стохастических интегро-дифференциальных уравнений (6), (7) допускает представление в виде:

$$\Delta x(t) = \int_{t_0}^t R(t, s)(f(s, \bar{u}(s)) - f(s, u(s)))ds. \quad (10)$$

Таким образом, с учетом формулы (10), из (4) для рассмотренных выше двух допустимых процессов формула приращения функционала имеет вид:

$$\Delta S(u) = S(\bar{u}) - S(u) = E \int_{t_0}^{t_1} c' R(t_1, t) (f(t, \bar{u}(t)) - f(t, u(t)))dt. \quad (11)$$

Вводя функции

$$\begin{aligned}\psi(t) &= -c' R(t_1, t), \\ H(t, u(t), \psi(t)) &= \psi'(t) f(t, u(t)),\end{aligned}\tag{12}$$

формулу приращения (11) можно переписать в виде:

$$\Delta S(u) = -E \int_{t_0}^{t_1} (H(t, \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, u(t), \psi(t))) dt.\tag{13}$$

Заметим, что $H(t, u(t), \psi(t))$ представляет собой аналог функции Гамильтона–Понтрягина.

С учетом (9) можно получить, что стохастическая вектор-функция $\psi(t)$, определенная формулой (12), является решением задачи

$$\begin{aligned}d\psi(t) &= \left(A(t)\psi(t) + \int_t^{t_1} B(\tau, t)\psi(\tau) d\tau \right) dt + C(t)\psi(t)dw(t), \\ \psi(t_1) &= -c.\end{aligned}$$

Теорема 1. Для оптимальности допустимого управления $u(t)$ в рассматриваемой стохастической задаче оптимального управления (1)–(4) необходимо и достаточно, чтобы неравенство

$$E(H(\theta, v, \psi(\theta)) - H(\theta, u(\theta), \psi(\theta))) \leq 0\tag{14}$$

выполнялось для всех $v \in U$, и $\theta \in [t_0, t_1]$, где $\theta \in [t_0, t_1]$, – произвольная точка Лебега [17] управления $u(t)$.

Доказательство. Необходимость. Пусть управление $u(t) \in U$, $t \in T$, оптимально. Тогда из равенства (13) вытекает, что

$$\Delta S(u) = -E \int_{t_0}^{t_1} (H(t, \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, u(t), \psi(t))) dt \geq 0.\tag{15}$$

Зададим игольчатую вариацию управления $u(t)$ в виде:

$$u_\varepsilon(t) = \begin{cases} v - u(t), & t \in [\theta, \theta + \varepsilon), \\ 0, & t \in [\theta, \theta + \varepsilon), \end{cases}$$

где $\theta \in [t_0, t_1]$ – произвольная точка Лебега управления $u(t)$, такое что $[\theta, \theta + \varepsilon)$ целиком лежит в T . Тогда ясно, что произвольное управление $\bar{u}(t) = u(t) + \Delta u_\varepsilon(t)$ принимает вид:

$$\bar{u}(t) = \begin{cases} v, & t \in [\theta, \theta + \varepsilon), \\ u(t), & t \in [\theta, \theta + \varepsilon). \end{cases}$$

Учитывая это и теорему о среднем значении, в неравенстве (15) имеем

$$-\varepsilon E(H(\theta, v, \psi(\theta)) - H(\theta, u(\theta), \psi(\theta))) + o(\varepsilon) \geq 0.$$

Отсюда, в силу достаточной малости $\varepsilon > 0$, следует неравенство (14). Этим доказана первая часть теоремы.

Достаточность. Предположим, что для допустимого управления $u(t)$ выполняется условие (14), и докажем, что в этом случае $u(t)$ является оптимальным для рассматриваемой стохастической задачи (1)–(4). Действительно, при этом из (13) имеем, что для всех $v(t) \in U$

$$\Delta S(u) = S(v(t)) - S(u(t)) = -E \int_{t_0}^{t_1} (H(t, v(t), \psi(t)) - H(t, u(t), \psi(t))) dt \geq 0,$$

т.е.

$$S(v(t)) \geq S(u(t)).$$

Другими словами, управление $u(t)$ является оптимальным управлением. Теорема 1 доказана.

3. Достаточное условие оптимальности

В этом разделе продолжим исследование задачи в случае, когда критерий качества $S(u)$ является в общем нелинейным, но выпуклым функционалом.

Найдем достаточное условие оптимальности для этого случая для стохастической задачи (1)–(3), (5).

Разлагая приращение $\Delta S(u) = S(\bar{u}) - S(u) = E \{ \varphi(\bar{x}(t_1)) - \varphi(x(t_1)) \}$ по формуле Тейлора первого порядка, получаем

$$\begin{aligned} \Delta S(u) &= S(\bar{u}) - S(u) = E \{ \varphi'(x(t_1)) \Delta x(t_1) + o(\|\Delta x(t_1)\|) \} = \\ &= E \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \varphi'(x(t_1)) R(t_1, t) (f(t, \bar{u}(t)) - f(t, u(t))) dt + o(\|\Delta x(t_1)\|) \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Заметим, что здесь мы учли формулу (10).

Полагая

$$\begin{aligned} \psi(t) &= -\varphi'(x(t_1)) R(t_1, t), \\ H(t, u(t), \psi(t)) &= \psi'(t) f(t, u(t)), \end{aligned}$$

формулу приращения (16) можно переписать в виде:

$$\Delta S(u) = -E \left\{ \int_{t_0}^{t_1} (H(t, \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, u(t), \psi(t))) dt + o(\|\Delta x(t_1)\|) \right\}. \quad (17)$$

Отметим, что нетрудно показать, что вектор-функция $\psi(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} d\psi(t) &= \left(A(t)\psi(t) + \int_t^{t_1} B(\tau, t)\psi(\tau) d\tau \right) dt + C(t)\psi(t)dw(t), \\ \psi(t_1) &= -\varphi'(x(t_1)). \end{aligned}$$

Поскольку $o(\|\Delta x(t_1)\|) \geq 0$ (это условие следует из выпуклости функции $\varphi(x)$), можно сформулировать следующее достаточное условие оптимальности первого порядка типа принципа максимума Л.С. Понтрягина [17, 18].

Теорема 2. Для оптимальности допустимого управления $u(t), t \in T$ в рассматриваемой стохастической задаче (1)–(3), (5) достаточно, чтобы для всех $v \in U$, $\theta \in [t_0, t_1]$ выполнялось соотношение

$$E(H(\theta, v, \psi(\theta)) - H(\theta, u(\theta), \psi(\theta))) \leq 0.$$

Заключение

В стохастической задаче оптимального управления системами линейными интегро-дифференциальными уравнениями приводятся условия оптимальности первого порядка типа принципа максимума Л.С. Понтрягина. Изучен случай выпуклости функционала критерия качества. В ходе исследования указанной задачи получено достаточное условие оптимальности.

Список источников

1. Нгуен Тиен Кхием. Нелинейные колебания вязкоупругих пластин под действием стационарных случайных сжимающих сил // Прикладная механика. 1986. Т. 22, № 22. С. 115–118.
2. Потанов В.Д. Устойчивость движения стохастической вязкоупругой системы // Прикладная математика и механика. 1993. Т. 57. С. 137–145.
3. Volkov V.S., Pokrovsky V.N. Generalized Fokker-Planck equation for non-Markovian processes // Journal of Math. and Phys. 1983. V. 2. P. 267–270.
4. Кочетков Ю.А., Томшин В.К. Оптимальное управление детерминированными системами, описываемыми интегро-дифференциальными уравнениями // Автоматика и телемеханика. 1978. Вып. 1. С. 5–11.

5. Марданов М.Дж., Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности квазисобых управлений в задачах оптимального управления, описываемых интегро-дифференциальным уравнением // Доклады Академии Наук Азербайджана. 2013. № 1. С. 21–27.
6. Мансимов К.Б., Рзаева В.Г. Квазисобые управления в задачах управления, описываемые гиперболическими интегро-дифференциальными уравнениями // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2020. Т. 1 (48). С. 13–20.
7. Абдуллаев А.А., Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности в процессах, описываемых системой интегральных уравнений типа Вольтерра. Баку : ЭЛМ, 2013. 224 с.
8. Peng S.G. A general stochastic maximum principle for optimal control problems // SIAM J. Contr. Optim. 1990. V. 28. P. 966–979.
9. Frankowsha H., Zhang H., Zhang X. First and second order necessary conditions for stochastic optimal controls // J. Differential Equations. 2017. V. 262. P. 1–43.
10. Мансимов К.Б., Масталиев Р.О. Об оптимальности квазисобых управлений в одной стохастической задаче управления в одной стохастической задаче управления // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2016. № 3 (36). С. 4–10.
11. Morali N., Agayeva Ch.A. Necessary conditions for some singular stochastic control systems with variable delay // Theory Stoch. Process. 2008. V. 14 (30). С. 108–115.
12. Масталиев Р.О. Необходимые условия оптимальности второго порядка в одной стохастической задаче оптимального управления с переменной запаздывающим аргументом // Вестник Самарского государственного технического университета. 2016. Вып. 20 (4). С. 620–631.
13. Shaikhet L., Roberts J. Stochastic Volterra integro-differential equations: stability and numerical methods : University of Manchester. MCCM. Numerical Analysis Report. No. 450. 2004. 38 p.
14. Mao X.R. Stability of stochastic integro-differential equations // Stochastic Analysis and Applications. 2000. V. 18 (6). P. 1005–1017.
15. Полосков И.Е. Об одном методе приближенного анализа линейных стохастических интегро-дифференциальных систем // Дифференциальные уравнения. 2005. Т. 41, №9. С. 1276–1279.
16. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М. : Наука, 1979. 429 с.
17. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. : Наука, 1969. 384 с.
18. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Принцип максимума в теории оптимального управления. М. : URSS, 2011. 272 с.

References

1. Nguyen, T.K. (1986) Nelineynye kolebaniya vyazkouprugikh plastin pod deystviem statsionarnykh sluchaynykh szhimayushchikh sil [Nonlinear vibrations of viscoelastic plates under the action of stationary random compressive forces]. *Prikladnaya mekhanika*. 22(22). pp. 115–118.
2. Potanov, V.D. (1993) Ustoychivost' dvizheniya stokhasticheskoy vyazkouprugoy sistemy [Stability of motion of a stochastic viscoelastic system]. *Prikladnaya matematika i mekhanika*. 57. pp. 137–145.
3. Volkov, V.S. & Pokrovsky, V.N. (1983) Generalized Fokker-Planck equation for non-Markovian processes. *Journal of Mathematical Physics*. 2. pp. 267–270.
4. Kochetkov, Yu.A. & Tomshin, V.K. (1978) Optimal control of deterministic systems described by integro-differential equations. *Automation and Remote Control*. 39(1). pp. 1–6.
5. Mardanov, M.J. & Mansimov, K.B. (2013) Neobkhodimye usloviya optimal'nosti kvaziosobykh upravleniy v zadachakh optimal'nogo upravleniya opisyvaemykh integro-differentsial'nyim uravneniyam [Necessary optimality conditions for quasi-singular controls in optimal control problems described by integro-differential equation]. *Doklady Akademii Nauk Azerbaydzhana*. 1. pp. 21–27.
6. Mansimov, K.B. & Rzaeva, V.G. (2020) Kvaziosoby upravleniya v zadachakh upravleniya, opisyvaemye giperbolicheskimi integro-differentsial'nyimi uravneniyami [Quasi-singular controls in control problems described by hyperbolic integro-differential equations]. *Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika*. 1(48). pp. 13–20.
7. Abdullaev, A.A. & Mansimov, K.B. (2013) Neobkhodimye usloviya optimal'nosti v protsessakh, opisyvaemykh sistemoy integral'nykh uravneniy tipa Vol'terra [Necessary optimality conditions in processes described by a system of Volterra type integral equations]. Baku: ELM.
8. Peng, S.G. (1990) A general stochastic maximum principle for optimal control problems. *SIAM Journal on Control and Optimization*. 28. pp. 966–979.
9. Frankowsha, H., Zhang, H. & Zhang, X. (2017) First and second order necessary conditions for stochastic optimal controls. *Journal of Differential Equations*. 262(2017). pp. 1–43. DOI: 10.1016/j.jde.2016.11.041
10. Mansimov, K.B. & Mastaliyev, R.O. (2016) On optimal quasi-singular controls in stochastic control problem. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 3(36). pp. 4–10.
11. Morali, N. & Agayeva, Ch.A. (2008) Necessary conditions for some singular stochastic control systems with variable delay. *Theory of Stochastic Processes*. 14(30). pp. 108–115.

12. Mastaliyev, R.O. (2016) Neobkhodimye usloviya optimal'nosti vtorogo poryadka v odnoy stokhasticheskoy zadache optimal'nogo upravleniya s peremennoy zapazdyvayushchim argumentom [Second-order necessary optimality conditions in a stochastic optimal control problem with a variable retarded argument]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 20(4). pp. 620–631.
13. Shaikhet, L. & Roberts, J. (2004) Stochastic Volterra integro-differential equations: stability and numerical methods. *University of Manchester. MCCM. Numerical Analysis Report*. 450.
14. Mao, X.R. (2000) Stability of stochastic integro-differential equations. *Stochastic Analysis and Applications*. 18(6). pp. 1005–1017.
15. Poloskov, I.E. (2005) On one method of approximate analysis of linear stochastic integro-differential systems. *Differential Equations*. 41(9). pp. 1349–1352.
16. Alekseyev, V.M., Tikhomirov, V.M. & Fomin, S.V. (1979) *Optimal'noe upravlenie* [Optimal Control]. Moscow: Nauka.
17. Pontryagin, L.S., Boltyanskiy, V.G., Gamkrelidze, R.V. & Mishchenko, E.F. (1969) *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [Mathematical Theory of Optimal Processes]. Moscow: Nauka.
18. Gabasov R. & Kirillova, F.M. (2011) *Printsip maksimuma v teorii optimal'nogo upravleniya* [The Maximum Principle in the Theory of Optimal Control]. Moscow: URSS.

Информация об авторах:

Масталиев Рашад Огтай оглы – доцент, доктор философии по математике, ведущий научный сотрудник Института систем управления при Министерстве науки и образования Азербайджанской Республики; заведующий кафедрой математики и информатики Университета Азербайджан (Баку, Азербайджан). E-mail: rashad.mastaliyev@au.edu.az; mastaliyevrashad@gmail.com

Алескерова Хаяла Хатам кызы – преподаватель кафедры «Экономика и управление» Азербайджанского государственного экономического университета (Баку, Азербайджан). E-mail: xayala.alesgerova@mail.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Mastaliyev Rashad O. (Associate Professor, Doctor of Philosophy in Mathematics, Leading Researcher at the Institute of Control Systems under the Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan, Head of the Department of Mathematics and Informatics, Universities of Azerbaijan (Baku, Azerbaijan). E-mail: rashad.mastaliyev@au.edu.az; mastaliyevrashad@gmail.com

Alesgerova Khayala H. (Lecturer at the Department of Economics and Control, Azerbaijan State University of Economics (Baku, Azerbaijan). E-mail: xayala.alesgerova@mail.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 03.03.2023; принята к публикации 09.06.2023

Received 03.03.2023; accepted for publication 09.06.2023

Научная статья

УДК 517.935.2+517.977.1

doi: 10.17223/19988605/63/3

Управление спектром матричной системы второго порядка с обратной связью по вектору ускорения

Евгений Александрович Перепелкин

*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, Россия, perepelkin@guap.ru*

Аннотация. Решается задача управления спектром линейной матричной системы второго порядка с неполной информацией о состоянии. Предполагается, что измерению доступны вторые производные переменных выхода. Управление строится в виде динамического компенсатора первого порядка. Рассматриваются необходимые и достаточные условия существования решения задачи, описывается алгоритм расчета параметров компенсатора. Результаты работы могут найти применение при проектировании механических систем с несколькими степенями свободы.

Ключевые слова: управление спектром; система второго порядка; динамический компенсатор.

Для цитирования: Перепелкин Е.А. Управление спектром матричной системы второго порядка с обратной связью по вектору ускорения // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 23–28. doi: 10.17223/19988605/63/3

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/3

Pole assignment problem for a second-order matrix system with acceleration feedback

Evgenii A. Perepelkin

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint-Petersburg, Russian Federation, perepelkin@guap.ru

Abstract. The paper solves pole assignment problem for a second-order linear matrix system with incomplete state information. It is assumed that the second derivatives of the output variables are available for measurement. The control is constructed in the form of a first-order dynamic compensator. Necessary and sufficient conditions of problem solution existence are considered, and the algorithm for calculating compensator parameters is described. The results of the work can be used in the design of mechanical systems with several degrees of freedom.

Keywords: pole assignment; second-order system; dynamic compensator.

For citation: Perepelkin, E.A. (2023) Pole assignment problem for a second-order matrix system with acceleration feedback. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 23–28. doi: 10.17223/19988605/63/3

Введение

Задача управления спектром линейной динамической системы является классической задачей математической теории управления. В случае статической обратной связи по выходу данная задача относится к классу трудно решаемых задач [1–3], поскольку сводится к решению системы полиномиальных уравнений.

Динамическая обратная связь по выходу [4. С. 315] в виде наблюдателей состояния и динамических компенсаторов позволяет свести задачу синтеза обратной связи к решению систем линейных алгебраических уравнений, линейных матричных уравнений или неравенств.

В данной работе решается задача управления спектром матричной системы второго порядка. Такого рода системы встречаются в механике, электротехнике, робототехнике. В основном известны решения для систем с полной обратной связью по вектору положения и вектору скорости [5, 6]. При неполной обратной связи решение задачи усложняется. В самом простом случае, для системы с двумя входами и двумя выходами, решение задачи управления спектром при статической обратной связи по выходу сводится к последовательному решению квадратного уравнения и системы линейных алгебраических уравнений [7], [8]. В более сложных случаях необходимо решать системы полиномиальных уравнений.

В данной работе задача управления спектром решается для матричной системы второго порядка с одним входом и обратной связью по вектору вторых производных – вектору ускорения. Управление строится в виде динамического компенсатора первого порядка. Получены необходимые и достаточные условия существования решения задачи, описан алгоритм расчета параметров обратной связи. Особенность предлагаемого подхода заключается в том, что компенсатор содержит только одно уравнение первого порядка, в отличие от классических наблюдателей и динамических компенсаторов полного и пониженного порядков.

Работа является продолжением работы [9], в которой получено решение задачи управления спектром матричной системы второго порядка с обратной связью по вектору положения.

1. Постановка задачи

Рассмотрим линейную динамическую систему, поведение которой описывается уравнением

$$\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_1 \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_2 \mathbf{y} = \mathbf{b}u, \quad (1)$$

где u – скалярный вход системы, $\mathbf{y}$ – n -мерный вектор положения системы, $\dot{\mathbf{y}}$ – n -мерный вектор скорости системы, $\ddot{\mathbf{y}}$ – n -мерный вектор ускорения системы, $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ – $n \times n$ -матрицы, $\mathbf{b}$ – n -вектор-столбец.

Будем считать, что измерению доступен вектор ускорения. Уравнение (1) дополним уравнениями динамической обратной связи по вектору ускорения

$$u = -\mathbf{f}\ddot{\mathbf{y}} - z, \quad \dot{z} + pz = \mathbf{q}\ddot{\mathbf{y}}, \quad (2)$$

где $\mathbf{f}$, $\mathbf{q}$, p – параметры обратной связи, $\mathbf{f}$ и $\mathbf{q}$ – n -вектор-строки, p – скаляр. Все матрицы, векторы и скаляр в уравнениях (1), (2) вещественные.

Матрицу

$$\mathbf{D}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(s) + \mathbf{b}\mathbf{f}s^2 & \mathbf{b} \\ -\mathbf{q}s^2 & s + p \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\mathbf{A}(s) = \mathbf{E}_n s^2 + \mathbf{A}_1 s + \mathbf{A}_2$, будем называть матрицей замкнутой системы. Здесь и далее $\mathbf{E}_n$ – единичная матрица размера n , s – комплексная переменная.

Под спектром системы (1), (2) будем понимать корни характеристического полинома замкнутой системы $d(s) = \det \mathbf{D}(s)$. Спектр содержит $2n + 1$ значение, поскольку $\deg d(s) = 2n + 1$.

Задача управления спектром системы (1), (2) заключается в выборе параметров обратной связи (т.е. $\mathbf{f}$, $\mathbf{q}$, p), при которых корни полинома $d(s)$ совпадают с заданным набором значений $S = \{s_1; s_2; \dots; s_{2n+1}\}$. Набор S может содержать как вещественные, так и комплексные числа. При этом, поскольку коэффициенты полинома $d(s)$ вещественны, комплексные числа должны входить в S комплексно сопряженными парами. Числа в наборе S не обязательно различны. Для асимптотической устойчивости системы (1), (2) также требуется, чтобы спектр системы находился в левой части комплексной плоскости.

Эквивалентная постановка задачи заключается в выборе параметров обратной связи, при которых полином $d(s)$ совпадает с заданным полиномом $\bar{d}(s)$, корни которого есть числа из набора S .

2. Алгоритм синтеза обратной связи

Рассмотрим полином $a(s) = \det \mathbf{A}(s)$. Заметим, что $\deg a(s) = 2n$. Запишем $a(s)$ в виде:

$$a(s) = s^{2n} + a_1 s^{2n-1} + \dots + a_{2n}.$$

Обозначим через $\mathbf{A}^*(s)$ присоединенную к $\mathbf{A}(s)$ матрицу, которую запишем в виде матричного полинома

$$\mathbf{A}^*(s) = \mathbf{E}_n s^{2n-2} + \mathbf{B}_1 s^{2n-3} + \dots + \mathbf{B}_{2n-2},$$

где $\mathbf{B}_i$, $i = \overline{1, 2n-2}$ – $n \times n$ -матрицы.

Из равенства $\mathbf{A}(s)\mathbf{A}^*(s) = a(s)\mathbf{E}_n$ следует, что коэффициенты полинома $a(s)$ и матрицы $\mathbf{B}_i$ связаны соотношениями

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 + \mathbf{A}_1 &= a_1 \mathbf{E}_n, \\ \mathbf{B}_2 + \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{A}_2 &= a_2 \mathbf{E}_n, \\ \mathbf{B}_3 + \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_1 &= a_3 \mathbf{E}_n, \\ &\dots \\ \mathbf{B}_{2n-2} + \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_{2n-3} + \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_{2n-4} &= a_{2n-2} \mathbf{E}_n. \end{aligned} \quad (4)$$

Если известны коэффициенты полинома $a(s)$, то матрицы $\mathbf{B}_i$ могут быть найдены последовательно из соотношений (4).

Заметим, что коэффициенты полинома $a(s)$ можно найти как коэффициенты характеристического полинома матрицы

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{E}_n \\ -\mathbf{A}_2 & -\mathbf{A}_1 \end{bmatrix},$$

поскольку

$$\det(s\mathbf{E}_{2n} - \bar{\mathbf{A}}) = \det \begin{bmatrix} s\mathbf{E}_n & -\mathbf{E}_n \\ \mathbf{A}_2 & s\mathbf{E}_n + \mathbf{A}_1 \end{bmatrix} = \det \mathbf{A}(s).$$

Утверждение 1. Характеристический полином замкнутой системы равен

$$d(s) = (s + p)a(s) + s^2(\mathbf{f}(s + p) + \mathbf{q})\mathbf{A}^*(s)\mathbf{b}.$$

Доказательство. Справедливы следующие преобразования определителя матрицы замкнутой системы (3):

$$\begin{aligned} \det \mathbf{D}(s) &= \det \begin{bmatrix} \mathbf{A}(s) + \mathbf{bfs}^2 & \mathbf{b} \\ -\mathbf{qs}^2 & s + p \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \mathbf{A}(s) + \mathbf{bs}^2(\mathbf{f} + (s + p)^{-1}\mathbf{q}) & \mathbf{b} \\ 0 & s + p \end{bmatrix} = \\ &= (s + p) \det(\mathbf{A}(s) + \mathbf{bs}^2(\mathbf{f} + (s + p)^{-1}\mathbf{q})) = (s + p)a(s) + s^2(\mathbf{f}(s + p) + \mathbf{q})\mathbf{A}^*(s)\mathbf{b}. \end{aligned}$$

Здесь мы применили равенство $\det(\mathbf{A} + \mathbf{bc}) = \det \mathbf{A} + \mathbf{cA}^*\mathbf{b}$, где $\mathbf{b}$ – вектор-столбец, $\mathbf{c}$ – вектор-строка [10. С. 133]. Утверждение доказано.

Построим полином

$$\bar{d}(s) = d_0 \prod_{i=1}^{2n+1} (s - s_i) = d_0 (s^{2n+1} + d_1 s^{2n} + \dots + d_{2n+1}), \quad (5)$$

корнями которого являются числа из набора $S = \{s_1; s_2; \dots; s_{2n+1}\}$. Далее будем рассматривать полиномы (5) такие, что

$$a_{2n}d_{2n} \neq a_{2n-1}d_{2n+1}. \quad (6)$$

Составим $2n \times 2n$ -матрицу

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} & \mathbf{B}_1\mathbf{b} & \mathbf{B}_2\mathbf{b} & \dots & \mathbf{B}_{2n-2}\mathbf{b} & 0 \\ 0 & \mathbf{b} & \mathbf{B}_1\mathbf{b} & \dots & \mathbf{B}_{2n-3}\mathbf{b} & \mathbf{B}_{2n-2}\mathbf{b} \end{bmatrix}.$$

Следующее утверждение формулирует необходимое и достаточное условие существования решения задачи управления спектром системы (1), (2) и одновременно описывает алгоритм решения этой задачи.

Утверждение 2. Спектр системы (1), (2) можно произвольно задать с учетом ограничения (6) тогда и только тогда, когда матрица $\mathbf{C}$ невырождена.

Доказательство. Полиномы $d(s)$ и $\bar{d}(s)$ совпадают тогда и только тогда, когда совпадают их коэффициенты. Следовательно, $d(s) = \bar{d}(s)$ тогда и только тогда, когда

$$\begin{aligned} \mathbf{f}\mathbf{b} &= d_0 - 1, \\ \mathbf{f}\mathbf{B}_1\mathbf{b} + (\mathbf{f}p + \mathbf{q})\mathbf{b} &= d_0d_1 - a_1 - p, \\ \mathbf{f}\mathbf{B}_2\mathbf{b} + (\mathbf{f}p + \mathbf{q})\mathbf{B}_1\mathbf{b} &= d_0d_2 - a_2 - a_1p, \\ &\dots \\ \mathbf{f}\mathbf{B}_{2n-2}\mathbf{b} + (\mathbf{f}p + \mathbf{q})\mathbf{B}_{2n-3}\mathbf{b} &= d_0d_{2n-2} - a_{2n-2} - a_{2n-3}p, \\ (\mathbf{f}p + \mathbf{q})\mathbf{B}_{2n-2}\mathbf{b} &= d_0d_{2n-1} - a_{2n-1} - a_{2n-2}p \end{aligned} \quad (7)$$

и

$$\begin{aligned} a_{2n} + a_{2n-1}p &= d_0d_{2n}, \\ a_{2n}p &= d_0d_{2n+1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Значения параметров p и d_0 однозначно определяются из равенств (8), если выполняется условие (6). Значения этих параметров равны

$$p = \frac{a_{2n}d_{2n+1}}{a_{2n}d_{2n} - a_{2n-1}d_{2n+1}}, \quad d_0 = \frac{(a_{2n})^2 d_{2n+1}}{d_{2n+1}(a_{2n}d_{2n} - a_{2n-1}d_{2n+1})}. \quad (9)$$

Обозначим $\mathbf{r} = \mathbf{f}p + \mathbf{q}$. Равенства (7) запишем в виде системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f} & \mathbf{r} \end{bmatrix} \mathbf{C} = \mathbf{v}, \quad (10)$$

где

$$\mathbf{v} = [d_0 - 1, \quad d_0d_1 - a_1 - p, \quad d_0d_2 - a_2 - a_1p, \quad \dots, \quad d_0d_{2n-1} - a_{2n-1} - a_{2n-2}p].$$

Система уравнений (10) имеет решение относительно векторов $\mathbf{f}$ и $\mathbf{r}$ при любых значениях коэффициентов полинома $\bar{d}(s)$ тогда и только тогда, когда $\det \mathbf{C} \neq 0$. Это решение является единственным и может быть записано в виде $\begin{bmatrix} \mathbf{f} & \mathbf{r} \end{bmatrix} = \mathbf{v}\mathbf{C}^{-1}$. Если векторы $\mathbf{f}$ и $\mathbf{r}$ найдены, то $\mathbf{q} = \mathbf{r} - \mathbf{f}p$.

Таким образом, мы доказали, что спектр системы (1), (2) можно произвольно задать с учетом ограничения (6) тогда и только тогда, когда матрица $\mathbf{C}$ невырождена. Утверждение доказано.

Алгоритм расчета параметров обратной связи заключается в следующем. Задаем желаемый спектр системы с обратной связью. Находим коэффициенты полинома $\bar{d}(s)$. Вычисляем параметры p и d_0 по формулам (9). Решаем систему уравнений (10). Находим $\mathbf{q} = \mathbf{r} - \mathbf{f}p$.

3. Численный пример

Пусть

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 5,7 & -3,9 & 2,5 \\ 9,1 & 8,3 & -4,3 \\ -2,4 & 9,5 & 8,1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -3,9 & 2,7 & -8,2 \\ 4,1 & -3,5 & 6,2 \\ -3,8 & 2,7 & 9,1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -6,7 \\ 3,4 \\ -8,2 \end{bmatrix}.$$

Полином

$$a(s) = s^6 + 22,1s^5 + 244,75s^4 + 1078,292s^3 - 914,752s^2 - 1064,64s + 43,438.$$

Матрицы

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 16,4 & 3,9 & -2,5 \\ -9,1 & 13,8 & 4,3 \\ 2,4 & -9,5 & 14 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 113,68 & 52,64 & 4,22 \\ -67,49 & 57,37 & 41,06 \\ 110,17 & -47,49 & 75,4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} -0,11 & -57,53 & 41,02 \\ -114,56 & 10,1 & -116,48 \\ 86,66 & 30,0 & -60,9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} -48,59 & -46,71 & -11,96 \\ -60,87 & -66,65 & -9,44 \\ -2,23 & 0,27 & 2,58 \end{bmatrix}.$$

Зададим желаемый спектр системы с обратной связью равным

$$S = \{-0,9 + 5i; -0,9 - 5i; -2,7 + i; -2,7 - i; -0,3; -0,5; -0,8\}.$$

Тогда

$$\bar{d}(s) = s^7 + 8,8s^6 + 56,13s^5 + 230,216s^4 + 496,3203s^3 + 496,49608s^2 + 187,54779s + 25,675788.$$

Параметр обратной связи $p = 0,0314328$, $d_0 = 0,0531777$.

Система уравнений (7) имеет единственное решение

$$\mathbf{f} = [0,1901 \quad 0,2069 \quad 0,04592], \quad \mathbf{r} = [2,9149 \quad 1,3390 \quad -0,0304].$$

Вектор

$$\mathbf{q} = [2,9089 \quad 1,3325 \quad -0,03187].$$

Проверка показывает, что спектр системы с обратной связью совпадает с заданным. Все вычисления выполнялись с помощью системы компьютерной математики Scilab.

Заключение

В работе решена задача управления спектром для матричной системы второго порядка с обратной связью по вектору ускорения в виде динамического компенсатора первого порядка. Получены необходимые и достаточные условия существования решения задачи. Описан алгоритм расчета параметров компенсатора, который сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Рассмотрен численный пример.

Результаты работы могут найти применение при решении задач управления колебаниями механических систем на основе сигналов датчиков ускорений.

Список источников

1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению // Автоматика и телемеханика. 2005. № 5. С. 7–46.
2. Eremenko A., Gabrielov A. Pole placement by static output feedback for generic linear systems // SIAM J. Control Optim. 2002. V. 41 (1). P. 303–312.
3. Chu M., Golub G. Inverse Eigenvalue Problems: Theory, Algorithms, and Application. Oxford : Oxford University Press, 2005. 387 p.
4. Sontag E. Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems. New York : Springer-Verlag, 1998. 531 p.
5. Chu E.K. Pole assignment for second-order systems // Mechanical Systems and Signal Processing. 2002. V. 16 (1). P. 39–59.
6. Henrion D., Šebek M., Kučera V. Robust pole placement for second-order systems: An LMI approach // Kybernetika. 2005. V. 41 (1). P. 1–14.
7. Перепелкин Е.А. О задаче управления спектром системы второго порядка // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53, № 11. С. 1555–1558.
8. Перепелкин Е.А. Управление спектром системы второго порядка с обратной связью по ускорению // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2018. № 44. С. 25–30.
9. Перепелкин Е.А. Управление спектром матричной системы второго порядка с динамической обратной связью по выходу // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2022. № 4. С. 105–114.
10. Bernstein D.S. Matrix Mathematics: Theory, Facts, and Formulas. Princeton : Princeton University Press, 2009. 1059 p.

References

1. Polyak, B.T. & Shcherbakov, P.S. (2005) Hard Problems in Linear Control Theory: Possible Approaches to Solution. *Automation and Remote Control*. 66(5). pp. 681–718.
2. Eremenko, A. & Gabrielov, A. (2002) Pole placement by static output feedback for generic linear systems. *SIAM Journal of Control Optim.* 41(1). pp. 303–312.
3. Chu, M. & Golub, G. (2005) *Inverse Eigenvalue Problems: Theory, Algorithms, and Application*. Oxford: Oxford University Press.
4. Sontag, E. (1998) *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems*. Springer-Verlag.
5. Chu, E.K. (2002) Pole assignment for second-order systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 16(1). pp. 39–59.
6. Henrion, D., Šebek, M. & Kučera, V. (2005) Robust pole placement for second-order systems: An LMI approach. *Kybernetika*. 41(1). pp. 1–14.
7. Perepelkin, E.A. (2017) On the pole assignment problem of the second order system. *Differential Equations*. 53(11). pp. 1524–1527.
8. Perepelkin, E.A. (2018) Pole assignment for second-order system by acceleration feedback. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 44. pp. 25–30. DOI: 10.17223/19988605/44/3
9. Perepelkin, E.A. (2022) Control of spectrum of second-order matrix system with dynamic output feedback. *Differentsial'nye uravneniya i protsessy upravleniya – Differential Equations and Control Processes*. 4. pp. 105–114.
10. Bernstein, D.S. (2009) *Matrix Mathematics: Theory, Facts, and Formulas*. Princeton University Press.

Информация об авторе:

Перепелкин Евгений Александрович – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения (Санкт-Петербург, Россия). E-mail: perepelkin@guap.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Information about the author:

Perepelkin Evgenii A. (Doctor of Technical Sciences, Professor, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint-Petersburg, Russian Federation). E-mail: perepelkin@guap.ru

The author declares no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 08.01.2023; принята к публикации 09.06.2023

Received 08.01.2023; accepted for publication 09.06.2023

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL MODELING

Научная статья

УДК 532.546: 519.63

doi: 10.17223/19988605/63/4

**Определение коэффициента пьезопроводности на основе модели
упругого режима разработки пласта****Ханлар Мехвали оглу Гамзаев***Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Баку, Азербайджан, xan.h@rambler.ru*

Аннотация. Рассматривается процесс нестационарного однофазного плоскорадиального течения в однородном цилиндрическом пласте, разрабатываемого в упругом режиме. В качестве математической модели этого процесса предлагается одномерное параболическое уравнение пьезопроводности в цилиндрических координатах. В рамках данной модели поставлена коэффициентная обратная задача, заключающаяся в определении коэффициента пьезопроводности пласта по дополнительно заданному условию относительно давления в скважине. Предложены специальные представления для уравнения пьезопроводности и граничного условия относительно расхода жидкости на скважине. Построен дискретный аналог поставленной задачи на основе метода конечных разностей с использованием явно-неявной аппроксимации по времени. Для численного решения полученной разностной задачи предлагается декомпозиция, позволяющая при каждом дискретном значении временной переменной расщепить задачу на две взаимно независимые линейные разностные задачи второго порядка, для решения которых используется устойчивый метод Томаса. В результате получена явная формула, по которой определяется значение коэффициента пьезопроводности пласта. На основе предложенного вычислительного алгоритма были проведены численные расчеты для модельных задач, результаты которых подтверждают эффективность предложенного численного метода.

Ключевые слова: упругий режим разработки; плоскорадиальное течение в пласте; коэффициент пьезопроводности; коэффициентная обратная задача; явно-неявная аппроксимация по времени; разностная задача.

Для цитирования: Гамзаев Х.М. Определение коэффициента пьезопроводности на основе модели упругого режима разработки пласта // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 29–36. doi: 10.17223/19988605/63/4

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/4

**Identification of the piezoconductivity coefficient based
on the elastic mode model of reservoir development****Khanlar M. Gamzaev***Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, Azerbaijan, xan.h@rambler.ru*

Abstract. The process of nonstationary single-phase plane-radial flow in a homogeneous cylindrical reservoir developed in an elastic mode is considered. A one-dimensional parabolic piezoelectric equation in cylindrical coordinates is proposed as a mathematical model of this process. Within the framework of this model, a coefficient inverse problem is posed, which consists in determining the piezoelectric conductivity coefficient of the formation according

to an additional condition relative to the pressure in the well. Special representations are proposed for the piezo conductivity equation and the boundary condition with respect to fluid flow at the well. A discrete analogue of the problem is constructed on the basis of the finite difference method using explicit-implicit approximation in time. For the numerical solution of the resulting difference problem, a decomposition is proposed that allows for each discrete value of a time variable to split the problems into two mutually independent second-order difference problems, for which the stable Thomas method is used. As a result, an explicit formula is obtained by which the value of the piezo conductivity coefficient of the formation is determined. Based on the proposed computational algorithm, numerical calculations were carried out for model problems, the results of which confirm the effectiveness of the proposed numerical method.

Keywords: elastic mode of development; plane-radial flow in the formation; piezoelectric conductivity coefficient; coefficient inverse problem; explicit-implicit approximation in time; difference problem.

For citation: Gamzaev, Kh.M. (2023) Identification of the piezoconductivity coefficient based on the elastic mode model of reservoir development. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 29–36. doi: 10.17223/19988605/63/4

Введение

Известно, что в начальном периоде разработки нефтяных месторождений с начальным пластовым давлением выше давления насыщения нефти газом развивается упругий режим. В упругом режиме разработки в пласте образуется однофазный фильтрационный поток, и его движение к скважинам происходит за счет использования потенциальной энергии упругой деформации пласта и нефти. Для моделирования процессов, происходящих при разработке нефтяных пластов в упругом режиме, используются система уравнений [1–3], включающая в себя дифференциальное уравнение неразрывности однофазного фильтрационного потока

$$\frac{\partial \phi \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{V} \rho = 0, \quad (1)$$

закон фильтрации в виде закона Дарси

$$\vec{V} = -\frac{k}{\mu} (\nabla p - \rho \vec{g}) \quad (2)$$

и уравнения состояния нефти и пористой среды

$$\rho = \rho_0 e^{c_f(p-p_0)}, \quad \phi = \phi_0 e^{c_r(p-p_0)} \quad (3)$$

где p – давление, ϕ – коэффициент пористости, ρ – плотность жидкости, $\vec{V}$ – вектор скорости движения нефти в пористой среде, μ – вязкость нефти, k – абсолютная проницаемость пористой среды, c_f – коэффициент сжимаемости нефти, $\vec{g}$ – вектор ускорения свободного падения, c_r – коэффициент упругости пласта, ρ_0 , ϕ_0 – плотность нефти и коэффициент пористости при фиксированном значении пластового давления $p = p_0$.

Для однородных пластов и слабосжимаемых жидкостей, каковыми являются нефть и нефтепродукты, система уравнений однофазного течения (1)–(3) преобразуется к одному линейному уравнению параболического типа относительно пластового давления (без учета гравитации) [2, 3]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right), \quad (4)$$

где $\chi = \frac{k}{\phi_0(c_f + c_r)\mu}$ – коэффициент пьезопроводности пласта.

Очевидно, что для решения практических задач, связанных с проектированием и разработкой однородных пластов в упругом режиме, с помощью модели (4) необходимо знать коэффициент пьезопроводности пласта, а также иметь начальное и граничные условия, описывающие начальное состо-

яние пласта и взаимодействие пласта с его окружением. Обычно граничные условия задаются относительно давления или расхода жидкости на скважинах, где давление и расход жидкости доступны непосредственным измерениям, и на внешней границе пласта.

Известно, что коэффициент пьезопроводности пласта был введен В.Н. Щелкачевым и является одним из наиболее важных гидродинамических параметров упругого режима. Этот параметр характеризует скорость перераспределения давления в пласте при упругом режиме разработки. В практике разработки нефтяных месторождений коэффициент пьезопроводности определяют либо методами кривой восстановления давления, либо по наблюдению за реагированием скважин на возмущение соседних скважин [2–4]. Однако для применения этих гидродинамических методов исследований в практике разработки месторождений необходимо останавливать эксплуатационные скважины на определенное время, что впоследствии сопровождается со значительными потерями в добыче нефти. В связи с этим важное значение имеет определение коэффициента пьезопроводности на основании информации, полученной из скважины в процессе ее эксплуатации. В настоящей работе задача определения коэффициента пьезопроводности пласта представляется как коэффициентная обратная задача для одномерного уравнения пьезопроводности и предлагается численный метод ее решения.

1. Постановка задачи и метод решения

Пусть рассматривается цилиндрический однородный нефтеносный пласт с начальным давлением выше давления насыщения нефти газом, толщиной h и радиусом R , ограниченный сверху и снизу непроницаемыми плоскостями. По оси цилиндра расположена добывающая гидродинамически совершенная скважина радиуса r_w . Боковая внешняя граница пласта также считается непроницаемой для жидкости. В начальный момент времени $t = 0$ скважина впускается в эксплуатацию, и в пласте возникает упругий режим разработки. За счет потенциальной энергии упругой деформации нефти и пласта начинается плоскорадиальное движение нефти сначала в ближайших окрестностях забоя скважины, затем во все более удаленных областях пласта. Математическая модель однофазного течения в пласте (4) для данного нестационарного плоскорадиального течения примет вид [2, 3]:

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \frac{\chi}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right). \quad (5)$$

Предположим, что в начальный момент времени $t = 0$ распределение давления в пласте известно, т.е. для уравнения (5) имеем следующее начальное условие:

$$p(r,0) = \varphi(r), \quad r_w \leq r \leq R. \quad (6)$$

Предполагая, что изменение во времени расхода жидкости на скважине описывается функцией $q(t)$, граничное условие для уравнения (5) при $r = r_w$ можно записать в виде:

$$2\pi r_w h \frac{k}{\mu} \frac{\partial p(r_w,t)}{\partial r} = q(t), \quad 0 < t \leq T,$$

или

$$\chi \frac{\partial p(r_w,t)}{\partial r} = Q(t), \quad 0 < t \leq T, \quad (7)$$

где $Q(t) = \frac{q(t)}{2\pi r_w h \phi_0 (c_f + c_r)}$.

Так как боковая внешняя граница пласта непроницаема для жидкости, то на этой границе будем иметь условие

$$\frac{\partial p(R,t)}{\partial r} = 0. \quad (8)$$

Известно, что прямая задача для одномерной модели однофазного течения в пласте (5)–(8) состоит в нахождении функции $p(r,t)$, удовлетворяющей уравнению (5) с заданным коэффициентом χ

и заданным условиям (6)–(8). Теперь предположим, что, помимо функции $p(r, t)$, неизвестным является также коэффициент пьезопроводности пласта χ . А взамен этого задается дополнительное условие в скважине относительно давления

$$p(r_w, t) = p_w(t). \quad (9)$$

Теперь задача заключается в определении функции $p(r, t)$ и коэффициента χ из уравнения (5) и дополнительных условий (6)–(9). Поставленная задача относится к классу коэффициентных обратных задач [5–7]. Корректность постановки коэффициентных обратных задач, вопросы существования и единственности их решения в различных функциональных классах исследованы в работах [8–12]. Численные методы решения задач идентификации младшего и ведущего коэффициентов для параболических уравнений рассматриваются во многих работах (см., напр.: [13–18]).

Для численного решения поставленной коэффициентной обратной задачи (6)–(9) сначала построим ее дискретный аналог с помощью метода конечных разностей. С этой целью введем равномерную пространственно-временную разностную сетку в прямоугольной области $\Omega = \{r_w \leq r \leq R, 0 < t \leq T\}$

с шагами $\Delta r = \frac{R - r_w}{n}$ по переменной r и $\Delta t = \frac{T}{m}$ по времени t

$$\bar{\omega} = \{(r_i, t_j) : r_i = r_w + i\Delta r, t_j = j\Delta t, i = 0, 1, 2, \dots, n, j = 0, 1, 2, \dots, m\}.$$

Представляя уравнение (5) и граничное условие (7) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p(r, t)}{\partial r} \right) + \frac{\chi - 1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p(r, t)}{\partial r} \right), \quad r_w < r < R, \quad 0 < t \leq T, \\ \frac{\partial p(r_w, t)}{\partial r} + (\chi - 1) \frac{\partial p(r_w, t)}{\partial r} &= Q(t), \quad 0 < t \leq T \end{aligned}$$

запишем дискретный аналог поставленной обратной задачи на сетке $\bar{\omega}$, используя явно-неявную аппроксимацию по времени:

$$\frac{p_i^j - p_i^{j-1}}{\Delta t} = \frac{1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{p_{i+1}^j - p_i^j}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{p_i^j - p_{i-1}^j}{\Delta r} \right] + \frac{\chi - 1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{p_{i+1}^{j-1} - p_i^{j-1}}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{p_i^{j-1} - p_{i-1}^{j-1}}{\Delta r} \right], \quad (10)$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1,$$

$$\frac{p_1^j - p_0^j}{\Delta r} + (\chi - 1) \frac{p_1^{j-1} - p_0^{j-1}}{\Delta r} = Q^j, \quad (11)$$

$$\frac{p_n^j - p_{n-1}^j}{\Delta r} = 0, \quad (12)$$

$$p_0^j = p_w^j, \quad (13)$$

$$j = 1, 2, \dots, m,$$

$$p_i^0 = \varphi_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (14)$$

где $p_i^j \approx p(r_i, t_j)$, $r_{i\pm 1/2} = r_i \pm \Delta r / 2$, $Q^j = Q(t_j)$, $p_w^j = p_w(t_j)$, $\varphi_i = \varphi(r_i)$.

Полученная разностная задача (10)–(14) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, в которой в качестве неизвестных выступают коэффициент пьезопроводности пласта χ и p_i^j , $i = 0, 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, 3, \dots, m$, т.е. приближенные значения искомой функции $p(r, t)$ в узлах разностной сетки $\bar{\omega}$.

Для расщепления системы разностных уравнений (10)–(14) на взаимно независимые подсистемы, каждая из которых может решаться самостоятельно, решение этой системы при каждом фиксированном значении $j = 1, 2, \dots, m$ представим в виде [15, 16]:

$$p_i^j = u_i^j + (\chi - 1) \lambda_i^j, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (15)$$

где u_i^j , λ_i^j и χ – неизвестные переменные.

Подставив выражение p_i^j в уравнение (10), будем иметь

$$\frac{u_i^j + (\chi - 1)\lambda_i^j - p_i^{j-1}}{\Delta t} = \frac{1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{u_{i+1}^j + (\chi - 1)\lambda_{i+1}^j - u_i^j - (\chi - 1)\lambda_i^j}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{u_i^j + (\chi - 1)\lambda_i^j - u_{i-1}^j - (\chi - 1)\lambda_{i-1}^j}{\Delta r} \right] +$$

$$+ \frac{\chi - 1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{p_{i+1}^{j-1} - p_i^{j-1}}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{p_i^{j-1} - p_{i-1}^{j-1}}{\Delta r} \right]$$

или

$$\frac{u_i^j - p_i^{j-1}}{\Delta t} - \frac{1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{u_{i+1}^j - u_i^j}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{u_i^j - u_{i-1}^j}{\Delta r} \right] +$$

$$+ (\chi - 1) \left\{ \frac{\lambda_i^j}{\Delta t} - \frac{1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{\lambda_{i+1}^j - \lambda_i^j}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{\lambda_i^j - \lambda_{i-1}^j}{\Delta r} \right] - \frac{1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{p_{i+1}^{j-1} - p_i^{j-1}}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{p_i^{j-1} - p_{i-1}^{j-1}}{\Delta r} \right] \right\} = 0.$$

А подстановка выражения p_i^j в (11), (12) дает

$$\frac{u_1^j - u_0^j}{\Delta r} + (\chi - 1) \left(\frac{\lambda_1^j - \lambda_0^j}{\Delta r} + \frac{p_1^{j-1} - p_0^{j-1}}{\Delta r} \right) = Q^j,$$

$$\frac{u_n^j - u_{n-1}^j}{\Delta r} + (\chi - 1) \frac{\lambda_n^j - \lambda_{n-1}^j}{\Delta r} = 0.$$

Из представленных соотношений получим следующие разностные задачи для определения вспомогательных переменных u_i^j , λ_i^j , $i = 0, 1, 2, \dots, n$, при каждом фиксированном значении j , $j = 1, 2, \dots, m$:

$$\frac{u_i^j - p_i^{j-1}}{\Delta t} - \frac{1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{u_{i+1}^j - u_i^j}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{u_i^j - u_{i-1}^j}{\Delta r} \right] = 0, \quad (16)$$

$$\frac{u_1^j - u_0^j}{\Delta r} = Q^j, \quad (17)$$

$$\frac{u_n^j - u_{n-1}^j}{\Delta r} = 0. \quad (18)$$

$$\frac{\lambda_i^j}{\Delta t} - \frac{1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{\lambda_{i+1}^j - \lambda_i^j}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{\lambda_i^j - \lambda_{i-1}^j}{\Delta r} \right] - \frac{1}{r_i \Delta r} \left[r_{i+1/2} \frac{p_{i+1}^{j-1} - p_i^{j-1}}{\Delta r} - r_{i-1/2} \frac{p_i^{j-1} - p_{i-1}^{j-1}}{\Delta r} \right] = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\lambda_1^j - \lambda_0^j}{\Delta r} + \frac{p_1^{j-1} - p_0^{j-1}}{\Delta r} = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\lambda_n^j - \lambda_{n-1}^j}{\Delta r} = 0. \quad (21)$$

Разностные задачи (16)–(18) и (19)–(21) при каждом фиксированном значении j , $j = 1, 2, \dots, m$, представляют собой систему линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей, и решения этих систем можно найти методом Томаса [6]. Подставляя представление (15) в (13), будем иметь

$$u_0^j + (\chi - 1)\lambda_0^j = p_w^j.$$

Отсюда получим формулу для определения приближенного значения искомого коэффициента пьезопроводности пласта χ

$$\chi = 1 + \frac{p_w^j - u_0^j}{\lambda_0^j}. \quad (22)$$

Таким образом, вычислительный алгоритм решения разностной задачи (10)–(14) по определению p_i^j , χ , $i = 0, 1, 2, \dots, n$, на каждом временном слое j , $j = 1, 2, \dots, m$, состоит из следующих этапов:

- 1) определяются решения двух независимых разностных задач (16)–(18) и (19)–(21) относительно вспомогательных переменных u_i^j , λ_i^j , $i = 0, 1, 2, \dots, n$;
- 2) по формуле (22) определяется значение искомого коэффициента пьезопроводности χ ;
- 3) вычисляются значения переменных p_i^j , $i = 0, 1, 2, \dots, n$, по формуле (15).

2. Результаты численных расчетов

Для проверки эффективности практического применения предложенного вычислительного алгоритма были проведены численные эксперименты для модельных задач. Численные расчеты проводились по следующей схеме:

- для заданного значения коэффициента χ находится решение прямой задачи (5)–(8), т.е. функция $p(r, t)$, $r_w \leq r \leq R$, $0 \leq t \leq T$;
- найденная зависимость $p_w(t) = p(r_w, t)$ принимается в качестве точных данных для решения обратной задачи по восстановлению χ .

В практике наиболее часто встречающиеся значения коэффициента пьезопроводности заключены в пределах $0,1\text{--}5 \text{ м}^2/\text{с}$. В связи с этим численные эксперименты проводились при следующих значениях коэффициента пьезопроводности $\chi = 0,1; 1; 2; 3; 4; 5 \text{ м}^2/\text{с}$. Для остальных параметров пласта были использованы данные: $R = 500 \text{ м}$, $r_w = 0,1 \text{ м}$, $q(t) = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$, $h = 10 \text{ м}$. Численные расчеты проводились на пространственно-временной разностной сетке с шагами $\Delta r = 9,998 \text{ м}$, $\Delta t = 0,1 \text{ с}$.

Первая серия расчетов выполнялась с использованием невозмущенных входных данных. Результаты численных расчетов показали, что при использовании невозмущенных входных данных значения искомого коэффициента χ восстанавливаются с очень высокой точностью в течение $10\text{--}50 \text{ с}$. При этом относительные погрешности восстановления значений χ не превышают $0,025\%$.

Вторая серия расчетов проводилась при наложении на $p_w(t)$ некоторой функции, моделирующей погрешность входных данных:

$$\tilde{p}_w(t) = p_w(t) + \delta \sigma(t) p_w(t),$$

где δ – уровень погрешности, $\sigma(t)$ – случайная величина, моделируемая с помощью датчика случайных чисел. Результаты второй серии расчетов представлены в таблице; в ней t – время, χ_e – точное значение коэффициента пьезопроводности, $\tilde{\chi}$ – вычисленное значение коэффициента пьезопроводности при возмущенных входных данных. Для возмущения входных данных в качестве уровня погрешности использовались $\delta = 0,02$.

Результаты численных расчетов

$t, \text{ с}$	Значения коэффициента пьезопроводности $\chi, \text{ м}^2/\text{с}$											
	χ_e	$\tilde{\chi}$	χ_e	$\tilde{\chi}$	χ_e	$\tilde{\chi}$	χ_e	$\tilde{\chi}$	χ_e	$\tilde{\chi}$	χ_e	$\tilde{\chi}$
10	0,100	0,100	1,000	1,003	2,000	2,014	3,000	3,032	4,000	4,058	5,000	5,091
20	0,100	0,100	1,000	1,002	2,000	2,015	3,000	3,039	4,000	4,014	5,000	5,119
30	0,100	0,100	1,000	1,000	2,000	2,011	3,000	3,003	4,000	4,005	5,000	5,007
40	0,100	0,100	1,000	1,003	2,000	2,015	3,000	3,037	4,000	4,068	5,000	5,108
50	0,100	0,099	1,000	1,003	2,000	2,006	3,000	3,010	4,000	4,012	5,000	5,013
60	0,100	0,099	1,000	1,003	2,000	2,009	3,000	3,017	4,000	4,026	5,000	5,037
70	0,100	0,100	1,000	1,000	2,000	2,003	3,000	3,007	4,000	4,012	5,000	5,018
80	0,100	0,100	1,000	1,003	2,000	2,013	3,000	3,029	4,000	4,051	5,000	5,078
90	0,100	0,099	1,000	1,003	2,000	2,014	3,000	3,031	4,000	4,053	5,000	5,081
100	0,100	0,100	1,000	1,002	2,000	2,007	3,000	3,017	4,000	4,030	5,000	5,046

Из таблицы видно, что при использовании возмущенных входных данных, в которых погрешность имеет флуктуационный характер, значения коэффициента пьезопроводности восстанавливаются с определенной погрешностью. Однако при этом относительные погрешности восстановления значений искомого коэффициента χ не превышают $2,4\%$.

Заключение

Рассмотрена обратная задача по определению коэффициента пьезопроводности замкнутого цилиндрического пласта на основе математической модели упругого режима разработки данного пласта.

Предложенный численный метод, основанный на дискретизации задачи и использовании специальной декомпозиции для полученной системы разностных уравнений, позволяет определить по явной формуле коэффициент пьезопроводности цилиндрического пласта. На основе предложенного метода также можно определять другие гидродинамические параметры пласта.

Список источников

1. Aziz K., Settari A. Petroleum reservoir simulation. New York : Applied Science Publishers, 1979.
2. Щелкачев В.Н., Лапук Б.Б. Подземная гидравлика. Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2001.
3. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика. Ижевск : Ин-т компьютерных исслед., 2005.
4. Amanat Ch. Oil Well Testing Handbook. Elsevier, 2004.
5. Alifanov O.M. Inverse heat transfer problems. Berlin : Springer, 2011.
6. Samarskii A.A., Vabishchevich P.N. Numerical methods for solving inverse problems of mathematical physics. Berlin : Walter de Gruyter, 2008.
7. Isakov V. Inverse problems for partial differential equations. Springer, 2017.
8. Prilepko A.I., Orlovsky D.G., Vasin I.A. Methods for solving inverse problems in mathematical physics. New York : Marcel Dekker, 2000.
9. Ivanchov M. Inverse problems for equations of parabolic type. Lviv : VNTL, 2003.
10. Prilepko A.I., Kostin A.B., Solov'ev V.V. Inverse Source and Coefficient Problems for Elliptic and Parabolic Equations in Hölder and Sobolev Spaces // Journal of Mathematical Sciences. 2019. V. 237. P. 576–594.
11. Cannon J.R., Lin Y. An inverse problem of finding a parameter in a semi-linear heat equation // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 1990. V. 145. P. 470–484.
12. Kamynin V.L., Kostin A.B. Two inverse problems of finding a coefficient in a parabolic equation // Differential Equations. 2010. V. 46 (3). P. 375–386.
13. Ye C., Sun Z. On the stability and convergence of a difference scheme for an one-dimensional parabolic inverse problem // Applied Mathematics and Computation. 2007. V. 188. P. 214–225.
14. Vogel C.R. Computational methods for inverse problems. Philadelphia, PA : Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002. 183 p.
15. Vabishchevich P.N., Klibanov M.V. Numerical identification of the leading coefficient of a parabolic equation // Differential Equations. 2016. V. 52 (7). P. 855–862.
16. Гамзаев Х.М. Численный метод решения коэффициентной обратной задачи для уравнения диффузии–конвекции–реакции // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 50. P. 67–78.
17. Khairullin M.Kh., Badertdinova E.R., Khairullin R.M. Numerical solution of the inverse coefficient problem of filtration in a multilayer reservoir // Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1392. Art. 012053.
18. Shergin S.N., Safonov E.I., Pyatkov S.G. On some inverse coefficient problems with the point wise over determination for Mathematical models of filtration // Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS). 2019. V. 12 (1). P. 82–95.

References

1. Aziz, K. & Settari, A. (1979) *Petroleum Reservoir Simulation*. New York: Applied Science Publishers.
2. Shchelkachev, V.N. & Lapuk, B.B. (2001) *Podzemnaya gidravlika* [Underground Hydraulics]. Izhevsk: Regul'yarnaya i khaoticheskaya dinamika.
3. Basniev, K.S., Dmitriev, N.M. & Rozenberg, G.D. (2005) *Neftegazovaya gidromekhanika* [Oil and Gas Hydromechanics]. Izhevsk: Institute of Computer Research.
4. Amanat, Ch. (2004) *Oil Well Testing Handbook*. Elsevier.
5. Alifanov, O.M. (2011) *Inverse Heat Transfer Problems*. Berlin: Springer.
6. Samarskii, A.A. & Vabishchevich, P.N. (2008) *Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics*. Berlin: Walter de Gruyter.
7. Isakov, V. (2017) *Inverse Problems for Partial Differential Equations*. Springer.
8. Prilepko, A.I., Orlovsky, D.G. & Vasin, I.A. (2000) *Methods for solving inverse problems in mathematical physics*. New York: Marcel Dekker.
9. Ivanchov, M. (2003) *Inverse Problems for Equations of Parabolic Type*. Lviv: VNTL.

10. Prilepko, A.I., Kostin, A.B. & Soloviev, V.V. (2019) Inverse Source and Coefficient Problems for Elliptic and Parabolic Equations in Hölder and Sobolev Spaces. *Journal of Mathematical Sciences*. 237. pp. 576–594.
11. Cannon, J.R. & Lin, Y. (1990) An inverse problem of finding a parameter in a semi-linear heat equation. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 145. pp. 470–484.
12. Kamynin, V.L. & Kostin, A.B. (2010) Two inverse problems of finding a coefficient in a parabolic equation. *Differential Equations*. 46(3). pp. 375–386.
13. Ye, C. & Sun, Z. (2007) On the stability and convergence of a difference scheme for a one-dimensional parabolic inverse problem. *Applied Mathematics and Computation*. 188. pp. 214–225.
14. Vogel, C.R. (2002) *Computational Methods for Inverse Problems*. Philadelphia (PA): Society for Industrial and Applied Mathematics.
15. Vabishchevich, P.N. & Klivanov, M.V. (2016) Numerical identification of the leading coefficient of a parabolic equation. *Differential Equations*. 52(7). pp. 855–862.
16. Gamzaev, Kh.M. (2017) A numerical method for solving the coefficient inverse problem for diffusion-convection-reaction equation. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 50. pp. 67–78. DOI: 10.17223/19988621/50/6
17. Khairullin, M.Kh., Badertdinova, E.R. & Khairullin, R.M. (2019) Numerical solution of the inverse coefficient problem of filtration in a multilayer reservoir. *Journal of Physics: Conference Series*. 1392. 012053.
18. Shergin, S.N., Safonov, E.I. & Pyatkov, S.G. (2019) On some inverse coefficient problems with the pointwise overdetermination for Mathematical models of filtration. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS)*. 12(1). pp. 82–95.

Информация об авторе:

Гамзаев Ханлар Мехвали оглу – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры общей и прикладной математики Азербайджанского государственного университета нефти и промышленности (Баку, Азербайджан). E-mail: xan.h@rambler.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Information about the author:

Gamzaev Khanlar M. (Doctor of Technical Sciences, Professor, Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, Azerbaijan). E-mail: xan.h@rambler.ru

The author declares no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 09.01.2023; принята к публикации 09.06.2023

Received 09.01.2023; accepted for publication 09.06.2023

Научная статья

УДК 681.5.015

doi: 10.17223/19988605/63/5

Цифровое моделирование массопотоков смесителя непрерывного действия**Светлана Геннадьевна Гутова¹, Марина Александровна Новосельцева²**^{1,2} Кемеровский государственный университет, Кемерово, Россия¹ gsg1967@mail.ru² man300674@gmail.com

Аннотация. Рассматривается задача цифрового моделирования выходного массопотока смесителя непрерывного действия сыпучих материалов, используемого в пищевой промышленности. Для построения модели используются прямое и обратное преобразования Эйлера, билинейное преобразование, а также непрерывные дроби. Сравнительный анализ показал, что использование авторского подхода на основе непрерывных дробей приводит к наиболее адекватным цифровым моделям массопотоков смесителя непрерывного действия.

Ключевые слова: цифровая модель; непрерывная дробь; смеситель непрерывного действия.

Благодарности: Работа выполнена с использованием Центра коллективного пользования научным оборудованием КемГУ в рамках соглашения № 075-15-2021-694 от 05.08.2021, заключенного между Министерством науки и высшего образования РФ и КемГУ (уникальный идентификатор контракта: RF-2296.61321X0032).

Для цитирования: Гутова С.Г., Новосельцева М.А. Цифровое моделирование массопотоков смесителя непрерывного действия // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 37–44. doi: 10.17223/19988605/63/5

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/5

Digital modeling of continuous mixer mass flows**Svetlana G. Gutova¹, Marina A. Novoseltseva²**^{1,2} Kemerovo State University, Kemerovo, Russian Federation¹ gsg1967@mail.ru² man300674@gmail.com

Abstract. The problem of digital modeling of the output mass flow of a continuous mixer of bulk materials used in the food industry is considered. Forward and inverse Euler transformations, bilinear transformation, and continuous fractions are used to build the model. Comparative analysis has shown that the use of the author's approach based on continuous fractions leads to the most adequate digital models of mass flows of a continuous mixer.

Keywords: digital model; continued fraction; continuous mixer.

Acknowledgments: The work was carried out using the Center for the Collective Use of Scientific Equipment of the Kemerovo State University under agreement No. 075-15-2021-694 dated 05.08.2021, concluded between the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation and Kemerovo State University (unique Contract ID: RF-2296.61321X0032).

For citation: Gutova, S.G., Novoseltseva, M.A. (2023) Digital modeling of continuous mixer mass flows. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 37–44. doi: 10.17223/19988605/63/5

Введение

Развитие вычислительных технологий способствовало значительной оптимизации производства путем автоматизации решения многих задач, и следующим шагом является цифровизация – применение цифровых решений не только для контроля отдельных технологических процессов, но и для создания виртуальных копий объектов различного масштаба и степени сложности. Цифровые модели объектов или целых предприятий в совокупности с информационно-аналитическими системами дают возможность создавать детальные прогнозы работы оборудования, осуществлять его мониторинг в реальном времени и снижать риски аварийных ситуаций, а также проверять различные теории и гипотезы с достаточно высокой точностью. Достижение адекватного соответствия цифровых и непрерывных моделей объектов является актуальной задачей.

Создание *смесителя непрерывного действия* (СНД) для сыпучих материалов позволяет перевести на непрерывный метод работы технологические процессы пищевой и других отраслей промышленности. В СНД поступление компонентов и выход готовой смеси происходят непрерывно, в отличие от смесителей периодического действия. Такие аппараты характеризуются высокой производительностью, имеют небольшие энерго- и металлоемкость, позволяют полностью автоматизировать процесс смешения, а также выполнять несколько процессов одновременно: например, смешение и гранулирование; смешение, гранулирование и сушку; смешение, гранулирование и классификацию; смешение и измельчение и т.д.

Разработке теории и инженерных методов расчета непрерывно-действующих смесительных агрегатов, включающих в свой состав СНД и дозирующие устройства различного типа, посвящено небольшое количество работ [1–5]. Отсутствуют цифровые модели смесителей, которые позволили бы разработать автоматизированные системы диагностики, управления и контроля, включающие в себя СНД.

Для цифрового моделирования в настоящее время разработан богатый математический инструментарий [6–14], который, однако, может приводить к нарушению взаимно-однозначного соответствия между непрерывными и цифровыми моделями, к искажению динамических характеристик объекта, к вычислительной сложности и трудоемкости алгоритмов в совокупности с эвристическим подбором характеристик.

Далее в работе будет использован метод цифрового моделирования на основе непрерывных дробей [15, 16] и применения согласованного Z-преобразования [10], позволяющий получить цифровую модель СНД, адекватную ее непрерывным аналогам и полностью отражающую динамические свойства объекта. Метод лишен процедур подбора модели, имеет высокую точность моделирования в сравнении с известными аналогами и пригоден для использования в интеллектуальных системах реального времени управления технологическими процессами смешения сыпучих материалов.

1. Постановка задачи цифрового моделирования СНД

Непрерывная передаточная функция (НПФ) СНД имеет вид [1]:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}. \quad (1)$$

Здесь K – коэффициент передачи, T_1 и T_2 – постоянные времени, τ – время транспортного запаздывания. На вход СНД подается сигнал $x(t)$, который является суммой выходных сигналов двух спиральных дозаторов. Модель такого мультисинусоидального сигнала имеет вид [1]:

$$x(t) = \mu + A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t, \quad (2)$$

где параметрами сигнала являются: амплитуды A_1 и A_2 , круговые частоты ω_1 и ω_2 , постоянное смещение μ . Непрерывная модель выходного сигнала СНД получается с использованием обратного преобразования Лапласа.

Далее требуется получить цифровую модель выходного сигнала СНД в форме конечно-разностного уравнения (КРУ), соответствующую его имеющейся непрерывной модели:

$$y(k\Delta t) = \sum_{i=0}^m a_i x((k-i)\Delta t) - \sum_{i=1}^n b_i y((k-i)\Delta t), \quad (3)$$

где a_i, b_i – коэффициенты цифровой модели, m, n – целые положительные числа, Δt – шаг дискретизации.

2. Методы цифрового моделирования динамических систем

Вопрос получения цифровых моделей вида (3) поднимался многими исследователями, что привело к созданию различных методов [6–14].

Одними из таковых являются подстановочные методы [10], осуществляющие замену переменной s – преобразования Лапласа в НПФ (1) СНД, на переменную Z -преобразования тем или иным способом. К ним относятся прямое (4) и обратное (5) преобразования Эйлера, билинейное преобразование Тастина (6), которые позволяют получить следующие приближения дискретной передаточной функции (ДПФ):

$$s = \frac{z-1}{\Delta t} \Rightarrow G(z) = \frac{K\Delta t^2}{(T_1 z - T_1 + \Delta t)(T_2 z - T_2 + \Delta t)}, \quad (4)$$

$$s = \frac{z-1}{z\Delta t} \Rightarrow G(z) = \frac{K\Delta t^2 z^2}{(T_1 z - T_1 + z\Delta t)(T_2 z - T_2 + z\Delta t)}, \quad (5)$$

$$s = \frac{2}{\Delta t} \cdot \frac{z-1}{z+1} \Rightarrow G(z) = \frac{K\Delta t^2 (z+1)^2}{(2T_1 z - 2T_1 + z\Delta t + \Delta t)(2T_2 z - 2T_2 + z\Delta t + \Delta t)}. \quad (6)$$

Далее, используя операторные свойства Z -преобразования, переводят к КРУ вида (3).

Полюсы НПФ, полученные на основе (4)–(6), являются ее характеристическими точками, и от точности их нахождения зависит достоверность цифровой модели объекта. Для нахождения преобразованных значений соответствующих полюсов НПФ используется формула обратного Z -преобразования:

$$s = \frac{\ln|z|}{\Delta t}. \quad (7)$$

В данной работе будет показано, что применение подстановочных методов для получения цифровой модели СНД приводит к нарушению структурных свойств модели, а также к существенному искажению ее параметров. Аналогичные выводы были сделаны для цифровых моделей горнотехнических объектов в работе [17].

Получить цифровую модель можно также на основе дифференциального уравнения СНД, используя при этом численное интегрирование, которое является неотъемлемой частью решения этого уравнения [18]. Предлагается заменить непрерывные интеграторы s^{-1} на соответствующую выбранному методу численного интегрирования цифровую модель. И если метод прямоугольников ведет к простой подобной замене, то метод трапеций и метод z -форм предлагают выражения, существенно увеличивающие сложность ДПФ смесителя.

Известный в теории автоматического управления аппарат пространства состояний [11] также может быть применен к построению цифровой модели СНД. Для этого непрерывное время в уравнениях состояния заменяют цифровыми отсчетами. При определенных условиях возможен также переход к уравнениям состояния от ДПФ. Однако решение матричных уравнений большой размерности для нахождения переходной матрицы системы делает эти методы трудоемкими.

В работах [12, 13] предлагается метод структурно-параметрического моделирования, основанный на использовании формулы свертки для построения цифровой модели объекта путем «взвешивания» прошлых значений вход-выходных сигналов. Авторы используют метод M -характеристик или его модификацию, которые обеспечивают процесс рекуррентного цифрового моделирования. Достоинством метода является его быстродействие по сравнению с традиционными методами моделирования технических систем. Однако сложность параметрического задания M -характеристик и процедура

подбора звеньев для получения переходного процесса требуют эвристических решений, что существенно уменьшает достоинства метода.

3. Метод цифрового моделирования на основе непрерывных дробей

На основе значений вход-выходных сигналов $x(k\Delta t)$ и $y(k\Delta t)$, взятых с шагом дискретизации Δt , построим матрицу-идентификатор. Цифровые замеры $x(k\Delta t)$ и $y(k\Delta t)$ помещаются в (-1) -ю и 0 -ю строки матрицы:

	0-й столбец	1-й столбец	2-й столбец	3-й столбец	4-й столбец	...
(-1) -я строка	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	...
0-я строка	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	...
1-я строка	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	...
2-я строка	α_{20}	α_{21}	α_{22}	α_{23}	α_{24}	...
...	...	...	...	...	...	...
m -я строка	α_{m0}	α_{m1}	α_{m2}	α_{m3}	α_{m4}	...
	0	0	0	0	0	...

Остальные элементы матрицы-идентификатора (8) рассчитываются по формуле

$$\alpha_{kn} = \frac{\alpha_{k-2,n+1}}{\alpha_{k-2,0}} - \frac{\alpha_{k-1,n+1}}{\alpha_{k-1,0}}. \quad (9)$$

Расчет элементов матрицы продолжается до появления строки с нулевыми элементами, номер этой строки определяет порядок ДПФ объекта [15]. После этого, используя элементы 0-го столбца (8), строится непрерывная дробь [15]

$$G(z) = \frac{y_0/x_0}{1 + \frac{\alpha_{10}z^{-1}}{1 + \frac{\dots}{1 + \alpha_{m0}z^{-1}}}}. \quad (10)$$

После сворачивания $G(z)$ в дробно-рациональное выражение получается ДПФ, из которой, используя свойство обратного сдвига Z -преобразования, строится КРУ вида (3).

4. Сравнительный анализ результатов цифрового моделирования СНД

Для сравнительного анализа были выбраны метод прямых и обратных разностей Эйлера, билинейное преобразование и метод цифрового моделирования на основе непрерывных дробей.

Параметры НПФ (1) имеют вид $K = 1$, $T_1 = 6,6$, $T_2 = 3,26$, $\tau = 11,1$. Тогда значения полюсов НПФ (1) равны $s_1 = -0,0151515$, $s_2 = -0,306748$. На вход СНД подается сигнал $x(t)$, который является суммой выходных сигналов двух спиральных дозаторов. Первый дозатор подает муку, которая является основным компонентом смеси. Второй дозатор подает калий, являющийся ключевым компонентом смеси. Параметры такого мультисинусоидального сигнала вида (2) равны: $A_1 = 0,7$, $A_2 = 0,15$, $\omega_1 = 2$, $\omega_2 = 2,2$, $\mu = 18$. График входного сигнала СНД приведен на рис. 1. График выходного сигнала СНД без учета запаздывания приведен на рис. 2.

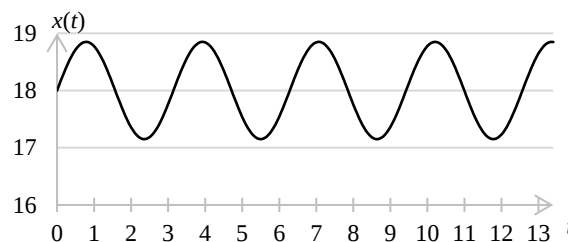


Рис. 1. График входного сигнала, поступающего с двух спиральных дозаторов
Fig. 1. Graph of the input signal coming from two spiral dispensers

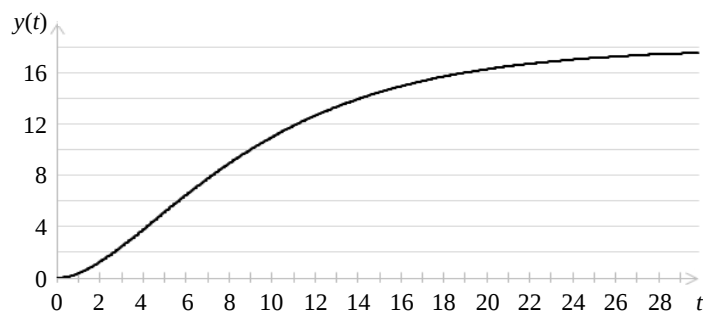


Рис. 2. График выходного сигнала СНД

Fig. 2. Graph of the output signal of a continuous mixer

Воспользуемся подстановочными методами (4)–(6) для получения цифровой модели СНД. В таблице приведены значения z -полюсов ДПФ смесителя и их преобразов s -полюсов НПФ, полученных на основе (7), при различных шагах дискретизации. Очевидно, что преобразы s -полюсов существенно отличаются в зависимости от шага дискретизации, а в некоторых случаях просто отсутствуют.

Полюсы передаточных функций при различных шагах дискретизации

Δt	Прямое преобразование $z_i = 1 - \frac{\Delta t}{T_i}$	Обратное преобразование $z_i = \frac{T_i}{T_i + \Delta t}$	Билинейное преобразование $z_i = \frac{2T_i - \Delta t}{2T_i + \Delta t}$
0,01	$z_{1,2} = 0,998485; 0,996933$ $s_{1,2} = -0,151630; -0,307220$	$z_{1,2} = 0,998487; 0,996942$ $s_{1,2} = -0,151400; -0,306279$	$z_{1,2} = 0,998486; 0,996937$ $s_{1,2} = -0,151515; -0,306749$
0,05	$z_{1,2} = 0,992424; 0,984663$ $s_{1,2} = -0,152092; -0,309125$	$z_{1,2} = 0,992481; 0,984894$ $s_{1,2} = -0,150944; -0,304420$	$z_{1,2} = 0,992453; 0,984779$ $s_{1,2} = -0,151516; -0,306773$
1	$z_{1,2} = 0,848485; 0,693252$ $s_{1,2} = -0,164303; -0,336362$	$z_{1,2} = 0,868421; 0,765258$ $s_{1,2} = -0,141079; -0,267542$	$z_{1,2} = 0,859155; 0,734043$ $s_{1,2} = -0,151806; -0,309188$
5	$z_{1,2} = 0,151515; -0,533742$ $s_{1,2} = -0,232890; \text{не существует}$	$z_{1,2} = 0,568966; 0,394673$ $s_{1,2} = -0,112787; -0,185939$	$z_{1,2} = 0,450549; 0,131944$ $s_{1,2} = -0,159457; -0,405075$

Получим ДПФ смесителя с помощью прямых разностей Эйлера (4) при $\Delta t = 0,05$:

$$G(z) = \frac{0,002500}{21,516000z^2 - 42,539000z + 21,025500}.$$

Тогда КРУ примет вид:

$$y(k) = 0,000116x(k-2) + 1,977087y(k-1) - 0,977203y(k-2). \quad (11)$$

В результате моделирования можно отметить, что в (11) наблюдается равенство нулю значения сигнала в ненулевой момент времени, а при увеличении шага дискретизации очевидны структурные нарушения в виде колебательности, чего не может быть у апериодического звена с действительными полюсами.

Аналогичным образом произведем расчеты, используя обратные разности Эйлера (5), в результате чего получим следующую ДПФ:

$$G(z) = \frac{0,002500z^2}{22,011500z^2 - 43,525000z + 21,516000}.$$

Цифровая модель в виде КРУ примет вид:

$$y(k) = 0,000116x(k) + 1,977087y(k-1) - 0,977203y(k-2). \quad (12)$$

В модели (12) наблюдается неравенство нулю значения сигнала в нулевой момент времени, а при увеличении шага дискретизации также возникает колебательность.

Далее применим к построению ДПФ билинейное преобразование (6):

$$G(z) = \frac{0,002500z^2 + 0,005000z + 0,002500}{87,050500z^2 - 172,123000z + 85,080500}.$$

Полученное по данной ДПФ КРУ имеет вид:

$$y(k) = 0,000029x(k) + 0,000058x(k-1) + 0,000029x(k-2) + 1,977232y(k-1) - 0,977347y(k-2). \quad (13)$$

Согласно модели (13), также наблюдается неравенство нулю начального значения выходного сигнала СНД, что противоречит его структуре, причем отличие растет при увеличении шага дискретизации.

Таким образом, для всех использованных подстановочных методов (4)–(6) увеличение шага дискретизации неизбежно приводит к существенному снижению точности вычислений. Более того, определенные значения шага дискретизации вовсе не позволяют найти прообразы полюсов ДПФ в S -плоскости.

Далее построим дискретную модель СНД при $\Delta t = 0,05$ с помощью метода цифрового моделирования на основе непрерывных дробей. Поместим значения $x(\Delta t)$ и $y(\Delta t)$ в матрицу-идентификатор и рассчитаем ее элементы вплоть до появления строки с элементами, близкими к 0:

	0-й столбец	1-й столбец	2-й столбец	3-й столбец	4-й столбец	...
(-1)-я строка	18,086350	18,171803	18,255471	18,336484	18,414001	...
0-я строка	0,001039	0,004133	0,009243	0,016333	0,025368	...
1-я строка	-2,971243	-7,882910	-14,699740	-23,386829	-33,909357	...
2-я строка	1,322900	3,944924	7,842512	12,992431	19,371465	...
3-я строка	-0,328959	-0,980934	-1,950112	-3,230663	-4,816850	...
4-я строка	0	0	0	0	0	...

По элементам нулевого столбца сворачиваем непрерывную дробь, которая является основой искомой цифровой модели. В итоге получим ДПФ смесителя:

$$G(z) = \frac{1 + 0,993942z^{-1}}{17006,97986z^{-2} - 34404,90009z^{-1} + 17399,92317}. \quad (14)$$

Согласно развитой теории моделирования, основанной на аппарате непрерывных дробей, существует возможность проверки адекватности цифровой модели ее непрерывному аналогу [15, 19]. Для этого необходимо найти нули и полюсы ДПФ (14). ДПФ (14) имеет отрицательный нуль, поэтому, согласно разработанной теории взаимно-однозначного соответствия S - и Z -плоскостей [15, 19], он будет отсутствовать в S -плоскости переменной преобразования Лапласа. Полюсы ДПФ (14) равны

$$z_1 = 0,992351, \quad z_2 = 0,984951. \quad (15)$$

Используя обратное Z -преобразование (7), осуществим перевод полюсов ДПФ (15) в полюсы НПФ:

$$s_1 = -0,153571, \quad s_2 = -0,303268.$$

Сравнив модельные значения полюсов с их истинными значениями в (1), получим, что погрешность цифрового моделирования составила не более 10^{-3} .

По ДПФ (14) построим искомую цифровую модель выходного сигнала СНД:

$$y(k) = 0,000057x(k) + 0,000057x(k-1) + 0,993942x(k-1) + 1,977302y(k-1) - 0,977417y(k-2). \quad (16)$$

Для учета в модели запаздывания первые $\tau\Delta t = 1,1 \cdot 0,05 = 22$ значения необходимо положить равными $y(k) = 0$, а дальнейшее моделирование $y(k)$ осуществлять на основе (16).

Для уточнения возможности использования других значений шагов дискретизации при построении цифровой модели СНД на основе непрерывных дробей следует воспользоваться условием SP-идентифицируемости [15, 19], которое определяет рабочий диапазон значений Δt для цифрового моделирования.

Заключение

В работе были построены цифровые модели выходного массопотока СНД при входном воздействии с двух спиральных дозаторов, подающих муку и калий. Для моделирования использованы различные подходы, включающие подстановочные методы (прямые и обратные разности Эйлера и би-

линейное преобразование), а также метод цифрового моделирования на основе непрерывных дробей. Проведен сравнительный анализ полученных цифровых моделей, в результате которого установлено, что моделирование непрерывными дробями приводит к наилучшим результатам как по совпадению выходных характеристик массопотоков, так и по обеспечению взаимно-однозначного соответствия между цифровой и непрерывной моделями СНД. Полученная цифровая модель (16) может быть использована при построении интеллектуальной автоматизированной системы, реализующей технологический процесс пищевого производства.

Список источников

1. Бородулин Д.М. Разработка и математическое моделирование непрерывно-действующих смесительных агрегатов центробежного типа для переработки сыпучих материалов. Обобщенная теория и анализ (кибернетический подход). Кемерово : Кемер. технолог. ин-т пищевой промышленности (университет), 2013. 201 с.
2. Бородулин Д.М., Резниченко И.Ю., Пикулина Н.С., Комаров С.С. Получение безглютеновой мучной смеси на барабанном смесителе непрерывного действия // Современные тенденции развития науки : сб. тез. нац. конф., Кемерово, 25 декабря 2018 года. Кемерово : Кемер. гос. ун-т, 2018. С. 107–109.
3. Вэй П.А. Имитационное моделирование параметров процесса смешивания сухих строительных смесей в горизонтальном барабанном смесителе непрерывного действия // Автоматизация и управление в технических системах. 2014. № 1-1 (8). С. 122–128.
4. Мизонов В.Е., Баранцева Е.А., Хохлова Ю.В. и др. Математическая модель кинетики лопастного перемешивания в смесителе непрерывного действия // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2008. № 3. С. 51–52.
5. Шуина Е.А. Решение задачи об оптимальном управлении потоком сегрегирующего компонента в смесителе периодического действия // Состояние и перспективы развития электро- и теплотехнологии (XIX Бенардосовские чтения) : материалы Междунар. науч.-техн. конф., посвящ. 175-летию со дня рождения Н.Н. Бенардоса. Иваново : Иванов. гос. энергетический ун-т, 2017. С. 288–291.
6. Layer E., Tomczyk K. Measurements, modelling and simulation of dynamic systems. Berlin ; Heidelberg : Springer, 2010. 156 p.
7. Ljung L., Glad T. Modeling of dynamic systems. New Jersey : Prentice Hall, 2002. 376 p.
8. De Silva C.W. Modeling of dynamic systems with engineering applications. Boca Raton : CRC Press, 2017. 691 p.
9. Wen J., Gabrys B., Musial K. Toward digital twin-oriented modeling of complex networked systems and their dynamics: a comprehensive survey // Electrical Engineering and Systems Science. Systems and Control. 2022. V. 10. P. 1–36.
10. Smith J.M. Mathematical modeling and digital simulation for engineers and scientist. New York : Wiley, 1987. 271 p.
11. Михалевич С.С. и др. Алгоритм моделирования систем автоматического управления методом пространства состояний // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2012. Т. 321, № 5. С. 233–237.
12. Малахов Н.А., Жигулёвцев Ю.Н. Структурно-параметрическое моделирование динамических объектов и систем управления в реальном времени // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 12-1. С. 108–114.
13. Бондарев А.Е., Галактионов В.А., Михайлова Т.Н., Нестеренко Е.А., Рыжова И.Г. Построение и анализ многомерных параметрических решений для нестационарных задач // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. 2015. № 18. С. 183–193.
14. Ненашев А.В., Охотников В.А. Разработка метода анализа и моделирования нелинейных радиотехнических устройств // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2009. № 5. С. 73–79.
15. Карташов В.Я., Гутова С.Г. Непрерывные дроби и их приложения к задачам технической кибернетики. Кемерово : Кузбассвузиздат, 2013. 138 с.
16. Пат. № 2703933 С1 Российская Федерация, МПК G01R 23/16. Способ идентификации мультисинусоидальных цифровых сигналов / М.А. Новосельцева (RU), С.Г. Гутова (RU), И.А. Казакевич (RU). № 2018139591; заявл. 08.11.2018; опубл. 22.10.2019.
17. Щекочихина С.Г. Разработка метода дискретного моделирования в задачах диагностики сложных объектов горной техники : дис. ... канд. техн. наук. Кемерово, 1999. 279 с.
18. Лапшин Э.В., Трусов В.А. Использование методов численного интегрирования в моделях летательных аппаратов // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». 2016. Т. 2. С. 336–338.
19. Карташов В.Я., Новосельцева М.А. Динамическая оценка риска в сложных системах. Кемерово : КемГУ, 2011. 212 с.

References

1. Borodulin, D.M. (2013) *Razrabotka i matematicheskoe modelirovanie nepreryvno-deystvuyushchikh smesitel'nykh agregatov tsentrobezhnogo tipa dlya pererabotki sypuchikh materialov. Obobshchennaya teoriya i analiz (kiberneticheskiy podkhod)* [Development and mathematical modeling of continuous-acting centrifugal-type mixing units for processing bulk materials. Generalized theory and analysis (a cybernetic approach)]. Kemerovo: Kemerovo Technological Institute of Food Industry (University).
2. Borodulin, D.M., Reznichenko, I.Yu., Pikulina, N.S. & Komarov, S.S. (2018) *Poluchenie bezglyutenovoy muchnoy smesi na barabannom smesitele nepreryvnogo deystviya* [Obtaining a gluten-free flour mixture on a continuous drum mixer]. *Sovremennyye tendentsii razvitiya nauki* [Modern Trends in the Development of Science]. Proc. of the conference. Kemerovo, December 25, 2018. Kemerovo: Kemerovo State University. pp. 107–109.

3. Wei, P.A. (2014) Imitatsionnoe modelirovanie parametrov protsessa smeshivaniya sukhikh stroitel'nykh smesey v gorizonta'nom barabannom smesitele nepreryvnogo deystviya [Simulation modeling of the parameters of the process of mixing dry building mixtures in a continuous horizontal drum mixer]. *Avtomatizatsiya i upravlenie v tekhnicheskikh sistemakh*. 1-1(8). pp. 122–128.
4. Mizonov, V.E., Barantseva, E.A., Khokhlova, Yu.V. et al. (2008) Mathematical model of the kinetics of paddle mixing in a continuous mixer. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta*. 3. pp. 51–52.
5. Shuina, E.A. (2017) Reshenie zadachi ob optimal'nom upravlenii potokom segregiruyushchego komponenta v smesitele periodicheskogo deystviya [Solution of the problem of optimal control of the flow of a segregating component in a batch mixer]. *Sostoyaniye i perspektivy razvitiya elektro- i teplotekhnologii (XIX Benardosovskie chteniya)* [Status and prospects for the development of electrical and thermal technology (19th Benardos Readings)]. Proc. of the International Conference. Ivanovo: Ivanovo State Power Engineering University. pp. 288–291.
6. Layer, E. & Tomczyk, K. (2010) *Measurements, Modelling and Simulation of Dynamic Systems*. Berlin: Springer, Heidelberg.
7. Ljung, L. & Glad, T. (2002) *Modeling of Dynamic Systems*. New Jersey: P T R Prentice Hall.
8. De Silva, C.W. (2017) *Modeling of Dynamic Systems with Engineering Applications*. Boca Raton: CRC Press.
9. Wen, J., Gabrys, B. & Musial, K. (2022) Toward digital twin-oriented modeling of complex networked systems and their dynamics: A comprehensive survey. *Electrical Engineering and Systems Science. Systems and Control*. 10. pp. 1–36.
10. Smith, J.M. (1987) *Mathematical Modeling and Digital Simulation for Engineers and Scientist*. New York: Wiley.
11. Mikhalevich, S.S. et al. (2012) Algorithm for modeling automatic control systems using the state space method. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta. Inzhiniring georesursov – Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*. 321(5). pp. 233–237.
12. Malakhov, N.A. & Zhigulevsev, Yu.N. (2018) Structural and parametric modeling of dynamic objects and control systems in real time. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii – Modern High Technologies*. 12(1). pp. 108–114.
13. Bondarev, A.E., Galaktionov, V.A., Mikhailova, T.N., Nesterenko, E.A. & Ryzhova, I.G. (2015) Construction and analysis of multidimensional parametric solutions for non-stationary problems. *Novye informatsionnye tekhnologii v avtomatizirovannykh sistemakh*. 18. pp. 183–193.
14. Nenashev, A.V. & Okhotnikov, V.A. (2009) Razrabotka metoda analiza i modelirovaniya nelineynykh radiotekhnicheskikh ustroystv [Development of a method for analyzing and modeling nonlinear radio engineering devices]. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU*. 5. pp. 73–79.
15. Kartashov, V.Ya. & Gutova, S.G. (2013) *Nepreryvnye drobi i ikh prilozheniya k zadacham tekhnicheskoy kibernetiki* [Continued fractions and their applications to problems of technical cybernetics]. Kemerovo: Kuzbassvuzizdat.
16. Novoseltseva, M.A., Gutova, S.G. & Kazakevich, I.A. (2019) *Rossiyskaya Federatsiya, MPK G01R 23/16. Sposob identifikatsii mul'tisinusoidal'nykh tsifrovyykh signalov* [Method for identifying multisinusoidal digital signals]. Patent No. 2703933 C1 Russian Federation, IPC G01R 23/16.: No. 2018139591.
17. Shchekochikhina, S.G. (1999) *Razrabotka metoda diskretnogo modelirovaniya v zadachakh diagnostiki slozhnykh ob"ektov gornoy tekhniki* [Development of a discrete modeling method in the problems of diagnosing complex objects of mining equipment]. Engineering Cand. Diss. Kemerovo.
18. Lapshin, E.V. & Trusov, V.A. (2016) Ispol'zovanie metodov chislennogo integrirovaniya v modelyakh letatel'nykh apparatov [the use of numerical integration methods in aircraft models]. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma "Nadezhnost' i kachestvo"*. 2. pp. 336–338.
19. Kartashov, V.Ya. & Novoseltseva, M.A. (2011) *Dinamicheskaya otsenka riska v slozhnykh sistemakh* [Dynamic risk assessment in complex systems]. Kemerovo: KemSU.

Информация об авторах:

Гутова Светлана Геннадьевна – доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики Кемеровского государственного университета (Кемерово, Россия). E-mail: gsg1967@mail.ru

Новосельцева Марина Александровна – доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики Кемеровского государственного университета (Кемерово, Россия). E-mail: man300674@gmail.com

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Gutova Svetlana G. (Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Applied Mathematics, Kemerovo State University, Kemerovo, Russian Federation). E-mail: gsg1967@mail.ru

Novoseltseva Marina A. (Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Applied Mathematics, Kemerovo State University, Kemerovo, Russian Federation). E-mail: man300674@gmail.com

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 16.08.2022; принята к публикации 09.06.2023

Received 16.08.2022; accepted for publication 09.06.2023

Научная статья

УДК 519.62

doi: 10.17223/19988605/63/6

Многостадийный численный метод коллокаций решения ОДУ второго порядка**Константин Петрович Ловецкий¹, Дмитрий Сергеевич Кулябов²,
Леонид Антонович Севастьянов³, Степан Викторович Сергеев⁴**^{1, 2, 3, 4} *Российский университет дружбы народов, Москва, Россия*¹ *lovetskiy-kp@rudn.ru*² *kulyabov-ds@rudn.ru*³ *sevastianov-la@rudn.ru*⁴ *1142220124@rudn.ru*

Аннотация. Реализуется алгоритм численного решения граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, основанный на методе коллокации и представлении решения в виде разложения по полиномам Чебышева. Предлагается вместо традиционного подхода – слияния всех условий (дифференциальных и граничных) в одну систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) – перейти к методике решения задачи в несколько отдельных этапов. Вначале выделяются спектральные коэффициенты, определяющие «общее» решение исходной задачи. Трудоемкость приведения матрицы СЛАУ к диагональной форме (в случае систем ОДУ с постоянными коэффициентами) на этом этапе эквивалентна сложности умножения чебышевской матрицы коэффициентов на вектор правой части системы. На втором этапе учет граничных условий выделяет «частное» искомого решение, однозначно доопределяя недостающие коэффициенты искомого разложения. Предложенный метод может использоваться для моделирования задач классической механики.

Ключевые слова: обыкновенное дифференциальное уравнение, спектральные методы, двухточечные краевые задачи.

Благодарности: Публикация выполнена при поддержке Программы стратегического академического лидерства РУДН.

Для цитирования: Ловецкий К.П., Кулябов Д.С., Севастьянов Л.А., Сергеев С.В. Многостадийный численный метод коллокаций решения ОДУ второго порядка // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 45–52. doi: 10.17223/19988605/63/6

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/6

Multi-stage numerical method of collocations for solving second-order ODEs**Konstantin P. Lovetskiy¹, Dmitry S. Kulyabov²,
Leonid A. Sevastianov³, Stepan V. Sergeev⁴**^{1, 2, 3, 4} *Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation*¹ *lovetskiy-kp@rudn.ru*² *kulyabov-ds@rudn.ru*³ *sevastianov-la@rudn.ru*⁴ *1142220124@rudn.ru*

Abstract. An algorithm for the numerical solution of boundary value problems for ordinary differential equations based on the collocation method and representation of the solution as an expansion in Chebyshev polynomials is implemented. It is proposed instead of the traditional approach - merging all conditions (differential and boundary)

into one system of linear algebraic equations (SLAE) - to switch to a method for solving the problem in several separate stages. First, spectral coefficients are identified that determine the "general" solution of the original problem. The complexity of reducing the SLAE matrix to a diagonal form (in the case of ODE systems with constant coefficients) at this stage is equivalent to the complexity of multiplying the Chebyshev matrix of coefficients by the vector of the right side of the system. At the second stage, account of the boundary conditions selects a "particular" desired solution, uniquely defining the missing coefficients of the desired expansion. The proposed method can be used to model problems in classical mechanics.

Keywords: ordinary differential equation; spectral methods; two-point boundary value problems.

Acknowledgments: This paper has been supported by the RUDN University Strategic Academic Leadership Program.

For citation: Lovetskiy, K.P., Kulyabov, D.S., Sevastianov, L.A., Sergeev, S.V. (2023) Multi-stage numerical method of collocations for solving second-order ODEs. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 45–52. doi: 10.17223/19988605/63/6

Введение

Обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ) 2-го порядка и системами ОДУ 2-го порядка описывается подавляющее большинство задач классической механики. Основная часть колебательных процессов описывается ОДУ 2-го порядка или их системами. Существует много различных методов точного и приближенного решения начальных / краевых задач для разных классов обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка. Среди них методы разложения по полиномам Чебышева стабильно занимают заслуженное место.

В 1991 г. Л. Грингард сформулировал метод решения двухточечной краевой задачи для ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами, основанный на разложении решения в ряд по полиномам Чебышева I-го рода [1]. Метод получил устойчивое название «псевдоспектральный метод коллокаций». В этой же статье были введены в обиход и конструкции, которые в дальнейшем получили названия «матрица дифференцирования» и «матрица интегрирования» (или антидифференцирования). Подробное описание свойств матриц, определяющих связь коэффициентов разложения в ряд аппроксимируемых функций, их производных и первообразных по одному набору базисных функций приводится в работе [2].

Немного в ином представлении метод псевдоспектральных коллокаций с использованием аналогичного подхода предлагали и другие авторы для решения различных задач [3–6]. Грингард получил оценки для норм этих матриц и их чисел обусловленности – большие значения для матриц дифференцирования и относительно малые величины для матриц интегрирования (антидифференцирования).

Несмотря на плохую обусловленность матриц дифференцирования, многие авторы использовали именно их для решения начальных и граничных задач для ОДУ разных порядков. Объясняется это, скорее всего, более привычным и потому «удобным» представлением физических моделей с помощью языка математических формул. Неустойчивость алгоритмов удавалось преодолеть за счет применения приемов предобуславливания соответствующих систем линейных алгебраических уравнений. Наряду с попытками использования методов решения в спектральном представлении многие авторы использовали и подходы, опирающиеся на «физическое» представление [7], где алгоритмы еще менее устойчивы.

Предпочтительным является подход с предобуславливанием на основе матриц дифференцирования в спектральном пространстве [8]. Эти методы сравниваются с методами, базирующимися на поиске коэффициентов разложения производных высшего порядка для рассматриваемого уравнения в спектральном пространстве [1], а также на построении матриц интегрирования в физическом пространстве [9]. Важно отметить, что ни один из методов решения, базирующихся на матрицах чебышевского интегрирования [9, 10], не позволяет получать системы линейных уравнений с разреженными матрицами [11]. Причиной нарушения хорошей разреженной структуры является попытка неестественного внесения в систему линейных алгебраических уравнений граничных условий. Результаты исследова-

ний демонстрируют, что лучший метод чебышевской коллокации, позволяющий достичь наилучшей точности решения начально-краевых задач, – это подход с использованием матриц интегрирования Чебышева в спектральном пространстве [11]. Такой подход эффективно опирается на использование операций с разреженными матрицами, и его вычислительные затраты вполне сравнимы со спектральной дискретизацией Фурье.

Однако во всех используемых методах результирующие матрицы систем алгебраических уравнений получаются либо полностью заполненными (метод коллокации в физическом пространстве), либо слабо разреженными матрицами (метод коллокации в спектральном пространстве с предобусловливанием). Основную сложность с точки зрения получения разреженной матрицы представляет необходимость включения начальных или граничных условий в полную систему линейных алгебраических уравнений.

Предложенный в настоящей работе подход позволяет построить алгоритм решения соответствующей СЛАУ с матрицей простой структуры. Метод может использоваться для моделирования задач классической механики.

1. Постановка задачи

В работе рассматривается приближенное решение двухточечной краевой задачи для дифференциального уравнения 2-го порядка вида [12]

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = r(x), \quad x \in (-1, 1), \quad (1)$$

где $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$ – достаточно регулярные функции. Единственность решения для любых α , β обеспечивают граничные условия

$$\alpha_0 y(-1) + \alpha_1 y'(-1) = \alpha, \quad \beta_0 y(1) + \beta_1 y'(1) = \beta \quad (2)$$

при неотрицательных константах α_0 , α_1 , β_0 , β_1 . Например, условия непрерывности $p(x)$ и $q(x)$, положительности $q(x) > 0$, $x \in [-1, 1]$, и отличия от нуля величин $\alpha_0 + \alpha_1 \neq 0$, $\alpha_0 + \beta_0 \neq 0$, $\beta_0 + \beta_1 \neq 0$ гарантируют существование решения задачи (1), (2) [13].

2. Методы

Спектральные методы являются по-настоящему популярным инструментом решения многих типов дифференциальных и интегральных уравнений. Основная идея спектральных методов состоит в том, чтобы представить решение в виде разложения в конечный ряд по известным базисным функциям. Желателен такой выбор базиса, который обеспечивал бы как быстрое и точное вычисление коэффициентов разложения производных искомых функций, так и обратную операцию – вычисление коэффициентов разложения первообразной по такому же базису. Линейное преобразование (оператор дифференцирования), которое переводит вектор коэффициентов $\mathbf{a} = \{a_k\}_{k \geq 0}$ разложения функции $f(x) = \sum_{k \geq 0} a_k \varphi_k(x)$ в вектор коэффициентов $\mathbf{b} = \{b_k\}_{k \geq 0}$ разложения ее производной $f'(x) = \sum_{k \geq 0} b_k \varphi_k(x)$, известно как матрица спектрального дифференцирования. Использование базисов из функций Чебышева I-го рода или базиса из функций Лагранжа основано на их высоких интерполяционных свойствах.

2.1. Аппроксимация конечным рядом (о точности при отбрасывании членов ряда с $n > N$)

Разложение функции $f \in C^n[-1, 1]$ (n раз дифференцируемая функция) по полиномам Чебышева $T_k(x) : T_k(\cos \theta) = \cos(k\theta)$, задается соотношением

$$g(x) = \frac{1}{2} a_0 T_0(x) + a_1 T_1(x) + \dots + a_n T_n(x) + \dots, \quad x \in [-1, 1], \quad (3)$$

где

$$a_k = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 f(x) T_k(x) (1-x^2)^{-1/2} dx = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(\cos \theta) T_k(\cos \theta) (1-\cos^2 \theta)^{-1/2} d\theta, \quad (4)$$

остаток усечения ряда (1) до N членов:

$$g_N(x) = \frac{1}{2} a_0 T_0(x) + a_1 T_1(x) + \dots + a_N T_N(x), \quad x \in [-1, 1], \quad (5)$$

имеет порядок $O\left(\frac{1}{N^{n-1}}\right)$ при $N \rightarrow \infty$ и при $f \in C^\infty[-1, 1]$ стремится к нулю супералгебраически [8, 14].

Замечание. Согласно (2) коэффициенты a_k являются коэффициентами косинус-преобразования Фурье, так что все N коэффициентов a_k можно получить с помощью быстрого косинус-преобразования Фурье. А с помощью обратного косинус-преобразования Фурье можно просто вычислить $g_n(\cos \theta_j)$ на равномерной по $\theta \in [0, \pi]$ сетке.

Матрицы дифференцирования в явном или неявном виде приводятся во многих публикациях, касающихся использования псевдоспектральных методов коллокации. Решение ОДУ с использованием вырожденных матриц дифференцирования в $(N+1)$ -мерном физическом и / или спектральном пространствах вполне закономерно приводило к плохой обусловленности подлежащих решению систем линейных алгебраических уравнений. В работах [1, 2, 15] четко сформулированы особенности матриц дифференцирования и интегрирования, рассматривающихся на одинаковых либо взаимозависимых сетках. Явное использование при решении ОДУ матриц дифференцирования на сетках Чебышева–Гаусса–Лобатто позволяет предложить устойчивые и экономные методы решения ОДУ.

2.2. Алгоритм, основанный на матрицах дифференцирования

Решение уравнения (1) ищем в виде ряда

$$u(x) = \sum_{k=0}^n c_k T_k(x), \quad x \in [-1, 1], \quad (6)$$

т.е. считая искомыми коэффициенты разложения самого решения. Используя матрицы спектрального дифференцирования, приходим к матричному уравнению, решение которого даст коэффициенты «общего» решения:

$$\mathbf{TDDc} + \text{diag}(\mathbf{p})\mathbf{TDC} + \text{diag}(\mathbf{q})\mathbf{Tc} = \mathbf{r}, \quad x \in (-1, 1). \quad (7)$$

Получаем полностью заполненную систему. Решение уравнения (1) без граничных условий – вектор $\mathbf{c}$ – состоит из двух частей. Первые две найденные компоненты надо доопределить (для получения «частного» решения), задействовав граничные условия (2). Остальные компоненты остаются неизменными и позволяют удовлетворять уравнению (1) при любых первых коэффициентах.

Рассмотрим уравнения с постоянными коэффициентами на интервале $[a, b]$:

$$y''(x) + Py'(x) + Qy(x) = r(x), \quad P, Q - \text{const}, \quad x \in [a, b]. \quad (8)$$

Переходим к интервалу $[-1, 1]$. Новые переменные $t \in [-1, 1]$ и формулы перехода $x = \frac{b-a}{2}t + \frac{b+a}{2}$, $t \in [-1, 1]$. Или, вводя обозначения $k = \frac{b-a}{2}$, $l = \frac{b+a}{2}$, по формулам $x = kt + l$, $t \in [-1, 1]$. Определим новую функцию $w(t)$, полагая, что значения новой $w(t)$ и старой функции $y(t)$ в соответственных точках совпадают, т.е. выполнено равенство

$$w(t) = y(x) \quad (9)$$

для взаимосвязанных точек x, t .

Это равенство при линейной замене аргумента превращается в равенство

$$w(t) = y(kt + l), \quad w(t) = y(x), \quad t \in [-1, 1]. \quad (10)$$

Продифференцируем это тождество по t :

$$k \cdot y'(kt + l) = w'(t), \quad t \in [-1, 1]; \quad y'(x) = \frac{1}{k} w'(t). \quad (11)$$

Вторая производная имеет вид:

$$k \cdot y''(kt + l) = w''(t), \quad t \in [-1, 1]; \quad y''(x) = \frac{1}{k} w''(t). \quad (12)$$

И уравнение (10) в новой системе координат принимает вид:

$$\frac{1}{k^2} w''(t) + \frac{1}{k} P w'(t) + Q w(t) = \tilde{r}(t), \quad P, Q - \text{const}, \quad t \in [-1, 1]. \quad (13)$$

Запишем уравнение для поиска решения в матричном виде:

$$\mathbf{T} \frac{1}{k^2} \mathbf{D} \mathbf{D} \mathbf{c} + \mathbf{T} \frac{1}{k} \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{c} + \mathbf{T} \mathbf{Q} \mathbf{I} \mathbf{c} = \tilde{\mathbf{r}}, \quad x \in (-1, 1), \quad (14)$$

$$\mathbf{T} \left(\frac{1}{k^2} \mathbf{D} \mathbf{D} + \frac{1}{k} \mathbf{P} \mathbf{D} + \mathbf{Q} \mathbf{I} \right) \mathbf{c} = \tilde{\mathbf{r}}, \quad x \in (-1, 1), \quad (15)$$

или

$$\mathbf{T} (\mathbf{D} \mathbf{D} + k \mathbf{P} \mathbf{D} + k^2 \mathbf{Q} \mathbf{I}) \mathbf{c} = k^2 \tilde{\mathbf{r}}, \quad x \in (-1, 1). \quad (16)$$

В случае уравнения с непостоянными коэффициентами все приведенные выше рассуждения остаются в силе, но формулы принимают вид:

$$\mathbf{T} \frac{1}{k^2} \mathbf{D} \mathbf{D} \mathbf{c} + \text{diag}(\mathbf{p}) \mathbf{T} \frac{1}{k} \mathbf{D} \mathbf{c} + \text{diag}(\mathbf{q}) \mathbf{T} \mathbf{c} = \tilde{\mathbf{r}}, \quad x \in (-1, 1), \quad (17)$$

где $\text{diag}(\mathbf{p})$, $\text{diag}(\mathbf{q})$ – матрицы, диагональные элементы которых являются элементами соответствующего вектора.

Алгоритм, основанный на использовании матриц интегрирования, будет рассмотрен во второй части публикации.

3. Результаты

Основываясь на связи коэффициентов разложения интерполируемой непрерывной функции по базису из полиномов Чебышева I-го рода с коэффициентами разложения ее производной по тому же базису [2, 15] бесконечная матрица дифференцирования $\mathbf{D}_{Chebyshev}$ определяется следующим образом:

$$\mathbf{D}_{Chebyshev} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 5 & 0 & 7 & \dots \\ & 0 & 4 & 0 & 8 & 0 & 12 & 0 & \dots \\ & & 0 & 6 & 0 & 10 & 0 & 14 & \dots \\ & & & 0 & 8 & 0 & 12 & 0 & \dots \\ & & & & 0 & 10 & 0 & 14 & \dots \\ & & & & & 0 & 12 & 0 & \dots \\ & & & & & & 0 & 14 & \ddots \\ & & & & & & & 0 & \ddots \\ & & & & & & & & \ddots \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Чебышевская матрица дифференцирования является верхней треугольной матрицей с нулевыми элементами на диагонали и нулевыми всеми поддиагональными элементами. Фактически это прямоугольная матрица с нулевым первым столбцом. Умножение ее на любой вектор приводит к обнулению первого элемента результирующего вектора. Такая структура определяется тем, что производная полинома Чебышева k -й степени является полиномом степени $k - 1$. Матрицу дифференцирования конечного порядка, являющуюся усечением бесконечной матрицы, будем обозначать через $\mathbf{D}$.

Если в рассматриваемом ОДУ коэффициенты $p(x)$ и $q(x)$ не являются константами, то матрица системы уравнений (17) является полностью заполненной. Сложность решения определяется ее размерностью.

В случае, когда уравнение (1) является уравнением с постоянными коэффициентами, возможно использование эффективного метода решения соответствующей системы (15) или (16) с постоянными коэффициентами при использовании свойства дискретной ортогональности чебышевской матрицы T . Сложность решения в этом случае соответствует сложности умножения матрицы на вектор.

4. Решение модельных примеров

Для иллюстрации возможностей предлагаемого алгоритма рассмотрим пример решения простого ОДУ. В уравнении (1) задаем $p(x) = 0$, $q(x) = -1$, $r(x) = -x$ с граничными условия Дирихле $y(-1) = 1$, $y(1) = 3$.

$$\begin{cases} y'' + 4y = x, & x \in (-1, 1), \\ y(-1) = 1, \\ y(1) = 3. \end{cases}$$

Точное решение имеет вид: $y(x) = x^2 + x + 1$.

Сравнение точного решения модельного уравнения с численным приведено в таблице.

Сравнение точного решения модельного уравнения с численным

Число точек коллокации	Средняя величина отклонения	Максимальное отклонение вычисленного решения от точного
6	2,11452089171615e-11	3,4380942537382e-11
7	1,29645475466233e-10	2,2133717081374e-10
8	1,69888608181346e-09	2,78141176757174e-09
9	3,8575500034721e-07	6,52799436506868e-07
10	3,49408645680371e-05	5,68326034007249e-05
11	0,000584699246805603	0,00100519454709158
12	10,177661877544	16,5527569854908

Оценка погрешности осуществлялась численно. Число точек контроля точности N бралось равным 100. Как видно из результатов сравнения, точность решения существенно зависит от величины обусловленности матрицы СЛАУ (16) или (17). При этом наблюдается прямая зависимость: при увеличении числа точек коллокации обусловленность матрицы СЛАУ (слагаемыми которой являются вырожденные матрицы дифференцирования 1-го и 2-го порядков) ухудшается и численное решение все больше отклоняется от точного. Наиболее точное решение получалось при числе точек коллокации, равном 6. Такого количества аппроксимационных членов ряда разложения решения по полиномам Чебышева оказалось достаточно для достижения приемлемой точности. И соответствующая СЛАУ решалась устойчиво методом LU -разложения.

Использование матриц антидифференцирования приводит к радикальному улучшению обусловленности матриц соответствующих СЛАУ. Полученные численные результаты будут приведены во второй части публикации.

Заключение

Даже в самых благоприятных случаях при использовании матриц дифференцирования на произвольных сетках количество арифметических операций для решения задач с приемлемой точностью оказывается довольно значительным. Этот факт является следствием включения в СЛАУ, получающуюся при переходе от дифференциальных соотношений к алгебраическим, уравнений, задающих начальные и граничные условия. В настоящей работе предложено использовать модифицированный

(усовершенствованный) метод псевдоспектральной коллокации, т.е. решать задачу в два тапа. На первом этапе искать лишь «общее» решение ОДУ, определяемое старшими коэффициентами разложения решения по полиномиальному базису. Такой подход позволяет построить алгоритм, использующий для получения решения соответствующей СЛАУ лишь матрицы простой структуры. Недостающие же коэффициенты разложения можно определить на втором этапе с использованием дополнительных (начальных либо граничных) условий, решая простую систему из пары линейных уравнений.

Корректность работы предлагаемого алгоритма проверялась в численных экспериментах при решении ряда краевых задач с известными решениями. Результаты демонстрируют высокую точность и эффективность предложенного метода.

Список источников

1. Greengard L. Spectral Integration and Two-Point Boundary Value Problems // *SIAM J. Numer. Anal.* 1991. V. 28 (4). P. 1071–1080.
2. Amiraslani A., Corless R.M., Gunasingam M. Differentiation matrices for univariate polynomials // *Numer. Algorithms*. 2020. V. 83 (1). P. 1–31.
3. Boyd J.P. Chebyshev and Fourier Spectral Methods. 2nd revised ed. Dover Books on Mathematics, 2013. 611 p.
4. Zhang X., Boyd J.P. Asymptotic Coefficients and Errors for Chebyshev Polynomial Approximations with Weak Endpoint Singularities: Effects of Different Bases. 2021. URL: <http://arxiv.org/abs/2103.11841>
5. Mason C., Handscomb D.C. Chebyshev polynomials. New York : Chapman and Hall / CRC Press, 2002. 360 p.
6. Olver S., Townsend A. A fast and Well-Conditioned spectral method // *SIAM Rev.* 2013. V. 55 (3). P. 462–489.
7. Trefethen L.N. Spectral methods in MATLAB. Philadelphia : SIAM, 2000. 160 p.
8. Gottlieb D., Orszag S.A. Numerical analysis of spectral methods. Philadelphia, PA : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1977. 485 p.
9. El-gendi S.E. Chebyshev solution of differential, integral and integro-differential equations // *Comput. J.* 1969. V. 12 (3). P. 282–287.
10. Trefethen L.N. Is gauss quadrature better than clenshaw–curtis? // *SIAM Rev.* 2008. V. 50 (1). P. 67–87.
11. Muite B.K. A numerical comparison of Chebyshev methods for solving fourth order semilinear initial boundary value problems // *J. Comput. Appl. Math.* 2010. V. 234 (2). P. 317–342.
12. Egidi N., Maponi P. A spectral method for the solution of boundary value problems // *Appl. Math. Comput.* 2021. V. 409. Art. 125812.
13. Keller H.B. Numerical methods for two-point boundary value problems. Boston : Ginn-Blaisdell, 1968. 192 p.
14. Epperson J.F. An introduction to numerical methods and analysis. 2nd ed. New Jersey : John Wiley & Sons, Inc, 2013. 591 p.
15. Fornberg B.A Practical Guide to Pseudospectral Methods. Cambridge : Cambridge University Press, 1996. 231 p.

References

1. Greengard, L. (1991) Spectral integration and two-point boundary value problems. *SIAM Journal of Numerical Analysis*. 28(4). pp. 1071–1080. DOI: 10.1137/0728057
2. Amiraslani, A., Corless, R.M. & Gunasingam, M. (2020) Differentiation matrices for univariate polynomials. *Numerical Algorithms*. 83(1). pp. 1–31. DOI: 10.1007/s11075-019-00668-z
3. Boyd, J.P. (2013) *Chebyshev and Fourier Spectral Methods: Second Revised Edition*. Dover Books on Mathematics.
4. Zhang, X. & Boyd, J.P. (2021) *Asymptotic coefficients and errors for chebyshev polynomial approximations with weak endpoint singularities: Effects of Different Bases*. [Online] Available from: <http://arxiv.org/abs/2103.11841>.
5. Mason, C. & Handscomb, D.C. (2002) *Chebyshev polynomials*. New York: Chapman and Hall/CRC Press.
6. Olver, S. & Townsend, A. (2013) A Fast and Well-Conditioned Spectral Method. *SIAM Review*. 55(3). pp. 462–489. DOI: 10.1137/120865458
7. Trefethen, L.N. (2000) *Spectral methods in MATLAB*. Philadelphia: SIAM.
8. Gottlieb, D. & Orszag, S.A. (1977) *Numerical Analysis of Spectral Methods*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics.
9. Elgendi, S.E. (1969) Chebyshev solution of differential, integral and integro-differential equations. *Computer Journal*. 12(3). pp. 282–287. DOI: 10.1093/comjnl/12.3.282
10. Trefethen, L.N. (2008) Is Gauss quadrature better than Clenshaw–Curtis? *SIAM Review*. 50(1). pp. 67–87. DOI: 10.1137/060659831
11. Muite, B.K. (2010) A numerical comparison of Chebyshev methods for solving fourth order semilinear initial boundary value problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 234(2). pp. 317–342. DOI: 10.1016/j.cam.2009.12.029.
12. Egidi, N. & Maponi, P. (2021) A spectral method for the solution of boundary value problems. *Applied Mathematics and Computation*. 409. pp. 125812. DOI: 10.1016/j.amc.2020.125812
13. Keller, H.B. (1968) *Numerical methods for two-point boundary value problems*. Boston: Ginn-Blaisdell.
14. Epperson, J.F. (2013) *An introduction to numerical methods and analysis*. 2nd ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
15. Fornberg, B.A (1996) *Practical guide to pseudospectral methods*. Cambridge: Cambridge University Press.

Информация об авторах:

Ловецкий Константин Петрович – доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей Российского университета дружбы народов (Москва, Россия). E-mail: lovetskiy-kp@rudn.ru

Кулябов Дмитрий Сергеевич – профессор, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной информатики и теории вероятностей Российского университета дружбы народов (Москва, Россия). E-mail: kulyabov-ds@rudn.ru

Севастьянов Леонид Антонович – профессор, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной информатики и теории вероятностей Российского университета дружбы народов (Москва, Россия). E-mail: sevastianov-la@rudn.ru

Сергеев Степан Викторович – аспирант кафедры прикладной информатики и теории вероятностей Российского университета дружбы народов (Москва, Россия). E-mail: 1142220124@rudn.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Lovetskiy Konstantin P. (Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation). E-mail: lovetskiy-kp@rudn.ru

Kulyabov Dmitry S. (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation). E-mail: kulyabov-ds@rudn.ru

Sevastianov Leonid A. (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation). E-mail: sevastianov-la@rudn.ru

Sergeev Stepan V. (Post-graduate Student, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation). E-mail: 1142220124@rudn.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 27.10.2022; принята к публикации 09.06.2023

Received 27.10.2022; accepted for publication 09.06.2023

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

DATA PROCESSING

Научная статья

УДК 519.246.2

doi: 10.17223/19988605/63/7

**О гарантированном оценивании параметров процесса авторегрессии
с неизвестной дисперсией шума****Воробейчиков Сергей Эрикович¹, Пупков Андрей Викторович²**^{1,2} *Томский государственный университет, Томск, Россия*¹ *sev@mail.tsu.ru*² *andrewpupkov@gmail.com*

Аннотация. Рассматривается модификация последовательных оценок, позволяющая уменьшить объем выборки, необходимой для получения оценок с заданной среднеквадратической точностью. Уменьшение объема выборки достигается за счет введения дополнительного шага для оценивания дисперсии шума процесса. Представлены модификации процедур оценивания вектора параметров и покомпонентного оценивания. Приводятся результаты численного моделирования.

Ключевые слова: процесс авторегрессии; неасимптотическое оценивание; гарантированная точность; неизвестная дисперсия.

Для цитирования: Воробейчиков С.Э., Пупков А.В. О гарантированном оценивании параметров процесса авторегрессии с неизвестной дисперсией шума // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 53–61. doi: 10.17223/19988605/63/7

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/7

**On guaranteed estimation of parameters in autoregressive process
with unknown noise variance****Sergey E. Vorobeychikov¹, Andrey V. Pupkov²**^{1,2} *Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation*¹ *sev@mail.tsu.ru*² *andrewpupkov@gmail.com*

Abstract. In the paper the modification of guaranteed estimates, which allows one to reduce the necessary sample size to obtain estimates with a given accuracy is considered. Reducing the sample size is achieved by introducing an additional step for estimation the variance of the process noise. The paper presents modifications of the procedures for estimating the vector of parameters and component-by-component estimation. The results of numerical simulation are presented.

Keywords: autoregressive process; non-asymptotic estimation; guaranteed accuracy; unknown variance.

For citation: Vorobeychikov, S.E., Pupkov, A.V. (2023) On guaranteed estimation of parameters in autoregressive process with unknown noise variance. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 53–61. doi: 10.17223/19988605/63/7

Введение

Модели авторегрессионного типа широко применяются в задачах автоматического управления, прогнозирования, обработки телекоммуникационных данных и изображений, при распознавании речи [1, 2]. Для оценивания параметров процесса используются методы максимального правдоподобия и наименьших квадратов [3–5], а также оценки на основе минимизации функции риска [6, 7]. Свойства полученных оценок исследуются в асимптотике при неограниченном росте объема наблюдений. Для практического использования желательно иметь оценки с гарантированным качеством, например с заданной среднеквадратической ошибкой или заданной вероятностью попадания в эллипсоид, содержащий вектор истинных параметров процесса.

Одним из способов, позволяющих решить эту проблему, является использование последовательных процедур оценивания. В частности, в работах [4, 8, 9] была предложена последовательная модификация оценки МНК с доказанными неасимптотическими свойствами (несмещенность и ограниченность среднеквадратической ошибки). Важной особенностью построенной процедуры является ее независимость от распределения шума. Но она обладает существенными недостатками: в частности, для оценивания требуется, чтобы размерность оцениваемого параметра не превосходила размерность процесса, а также необходимо знать дисперсию шума процесса, что является довольно сильным ограничением в применимости построенной процедуры. Например, в такой ситуации невозможно оценить параметры скалярного процесса авторегрессии порядка выше первого.

Для оценивания параметров модели обобщенной регрессии с любым количеством неизвестных параметров была разработана процедура [10]. Решение, позволяющее уйти от необходимости знания дисперсии шума, предложено в работе [11] для процесса авторегрессии p -го порядка. Другой вариант оценивания параметров авторегрессионного процесса с известной и неизвестной дисперсией шумов рассматривался в работе [12]. В дальнейшем в [13] было предложено использовать пилотную оценку неизвестного параметра процесса авторегрессии 1-го порядка для оценивания неизвестной дисперсии шумов. Это позволяет существенно уменьшить средний объем выборки, требуемый для получения оценки неизвестного параметра с заданной среднеквадратической точностью.

Цель данной работы – построение оценки вектора параметров авторегрессионного процесса (а также его компонент) с заданной среднеквадратической точностью при неизвестной дисперсии шума, что позволяет уменьшить среднее время оценивания по сравнению с [12].

1. Постановка задачи

Рассмотрим процесс авторегрессии p -го порядка

$$x_k = X'_{k-1}\theta + b\varepsilon_k, \quad k \geq 1,$$

где $X_k = (x_k, \dots, x_{k-p+1})'$, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)'$ – вектор неизвестных параметров (штрих (') означает транспонирование), b^2 – неизвестная дисперсия шума процесса, $\{\varepsilon_k\}$ – последовательность независимых случайных величин с нулевым математическим ожиданием $\mathbb{E}\varepsilon_k = 0$ и единичной дисперсией $\mathbb{E}\varepsilon_k^2 = 1$. Процесс $\{\varepsilon_k\}$ не зависит от начальных значений $x_0, x_{-1}, \dots, x_{1-p}$. Предполагается, что плотность распределения $f(x)$ случайных величин ε_k имеет симметричное и унимодальное распределение. Требуется построить оценку вектора параметров $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)'$, гарантирующую заданное среднеквадратическое отклонение при любом значении дисперсии шума b^2 , а также оценки каждой координаты вектора θ .

2. Оценивание дисперсии шума

Для построения оценки вектора θ будем в качестве основы использовать процедуру, предложенную в [12]. Эта процедура с целью уменьшения среднего времени оценивания будет модифици-

рована следующим образом. Сначала построим МНК-оценку параметра θ на основе фиксированного объема выборки n_1

$$\tilde{\theta}_{n_1} = \left(\sum_{k=1}^{n_1} X_{k-1} X'_{k-1} \right)^{-1} \sum_{k=1}^{n_1} X_{k-1} x_k, \quad (1)$$

а затем построим оценку дисперсии шума b^2 по схеме

$$\Gamma_{n_1, n_2} = D_{n_1, n_2}^{(f)} S_{n_1, n_2}, \quad S_{n_1, n_2} = \sum_{k=n_1+1}^{n_2} (x_k - X'_{k-1} \tilde{\theta}_{n_1})^2, \quad D_{n_1, n_2}^{(f)} = \mathbb{E} \left(\sum_{k=n_1+1}^{n_2} \varepsilon_k^2 \right)^{-1}, \quad n_2 > n_1. \quad (2)$$

Аналогично случаю AR(1) в [13] можно получить следующие результаты, оформленные в виде лемм.

Лемма 1. Пусть плотность распределения $f(x)$ случайной величины ε_k удовлетворяет следующим условиям:

$$f(x) = f(-x) \text{ для любого } x;$$

$$f(x_1) \geq f(x_2), \text{ для любых } x_1, x_2 : |x_1| \leq |x_2|;$$

$$f(0) = \max_{x \in \mathbb{R}^1} f(x),$$

тогда для функции распределения случайной величины S_{n_1, n_2} выполняется

$$P(S_{n_1, n_2} < z) \leq P\left(b^2 \sum_{k=n_1+1}^{n_2} \varepsilon_k^2 < z\right).$$

Лемма 2. Пусть выполняются условия Леммы 1, тогда для оценки (2) выполняется

$$\mathbb{E} \frac{1}{\Gamma_{n_1, n_2}} \leq \frac{1}{b^2}.$$

Замечание 1. Отметим, что если $\{\varepsilon_k\}$ – последовательность стандартных гауссовских случайных величин, то $D_{n_1, n_2}^{(f)} = (n_2 - n_1 - 2)^{-1}$.

3. Последовательное оценивание в векторной форме

Далее воспользуемся процедурой оценивания, которая была предложена в [12]. Сначала введем взвешенную матрицу вида

$$A_n = \sum_{k=n_2+2}^n v_{k-1} X_{k-1} X'_{k-1},$$

в которой начальные значения коэффициентов v_k вычисляются по формуле

$$v_k = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\Gamma_{n_1, n_2} X'_k X_k}}, & \text{если } X_k \text{ линейно не зависит от } X_{n_2}, \dots, X_{k-1}; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (3)$$

до первого момента n_3 , когда существует обратная матрица A_n^{-1} , т.е.

$$n_3 = \inf \{n \geq n_2 + 2 : \det A_n \neq 0\}.$$

Начиная с момента n_3 коэффициенты v_n находятся из уравнений

$$\frac{\lambda_n^{\min}}{\Gamma_{n_1, n_2}} = \sum_{k=n_3+1}^n v_{k-1}^2 X'_{k-1} X_{k-1}, \quad n > n_3,$$

где $\lambda_n^{\min}$ – минимальное собственное значение матрицы A_n , зависящее от коэффициента v_{n-1} .

Накапливать информацию о процессе будем до момента, пока минимальное собственное значение $\lambda_n^{\min}$ не превзойдет заданный порог $h > 0$, т.е. момент остановки определяется по формуле

$$\tau(h) = \inf \left\{ n > n_3 : \lambda_n^{\min} \geq h \right\}. \quad (4)$$

После нахождения момента остановки $\tau(h)$ значение коэффициента $0 < v_{\tau(h)-1} \leq \Gamma_{n_1, n_2}^{-1}$ уменьшается до тех пор пока не будут выполнены условия

$$\frac{\lambda_{\tau(h)}^{\min}}{\Gamma_{n_1, n_2}} \geq \sum_{k=n_3+1}^{\tau(h)} v_{k-1}^2 X'_{k-1} X_{k-1}, \quad \lambda_{\tau(h)}^{\min} = h. \quad (5)$$

Последовательную оценку МНК определим по формуле

$$\hat{\theta}(h) = A_{\tau(h)}^{-1} \sum_{k=n_2+2}^{\tau(h)} v_{k-1} X_{k-1} x_k, \quad A_{\tau(h)} = \sum_{k=n_2+2}^{\tau(h)} v_{k-1} X_{k-1} X'_{k-1} \quad (6)$$

Учитывая матричное неравенство $A_{\tau(h)} \geq \lambda_{\tau(h)}^{\min} I_p$, ограничения (5) и свойство подчиненности спектральной нормы матрицы евклидовой норме вектора, получим цепочку неравенств

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \|\hat{\theta}(h) - \theta\|^2 &= \mathbb{E} \left\| A_{\tau(h)}^{-1} \sum_{k=n_2+2}^{\tau(h)} v_{k-1} X_{k-1} b \varepsilon_k \right\|^2 \leq \mathbb{E} \left(\|A_{\tau(h)}^{-1}\|^2 \left\| \sum_{k=n_2+2}^{\tau(h)} v_{k-1} X_{k-1} b \varepsilon_k \right\|^2 \right) \leq \\ &\leq \frac{b^2}{h^2} \mathbb{E} \left\| \sum_{k=n_2+2}^{\tau(h)} v_{k-1} X_{k-1} \varepsilon_k \right\|^2 = \frac{b^2}{h^2} \mathbb{E} \sum_{k, s=n_2+2}^{\tau(h)} v_{k-1} v_{s-1} X'_{k-1} X_{s-1} \varepsilon_k \varepsilon_s = \\ &= \frac{b^2}{h^2} \mathbb{E} \sum_{k=n_2+2}^{\tau(h)} v_{k-1}^2 X'_{k-1} X_{k-1} \varepsilon_k^2 + 2 \frac{b^2}{h^2} \mathbb{E} \sum_{n_2+2 \leq k < s \leq \tau(h)} v_{k-1} v_{s-1} X'_{k-1} X_{s-1} \varepsilon_k \varepsilon_s. \end{aligned} \quad (7)$$

Найдем верхнюю границу правой части выражения (7). Введем усеченный момент $\bar{\tau}(h, N) = \min(\tau(h), N)$, $N > n_3$. Отметим, что индикатор $\chi_{\{k \leq \tau(h)\}}$ измерим относительно σ -алгебры $\mathcal{F}_{k-1} = \sigma\{X_0, x_1, \dots, x_{k-1}\}$ в силу определения момента остановки (4) и матрицы A_n . Учитывая начальные значения коэффициентов (3), неравенство (5) и результат Леммы 2, получим

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \sum_{k=n_2+2}^{\bar{\tau}(h, N)} v_{k-1}^2 X'_{k-1} X_{k-1} \varepsilon_k^2 &= \mathbb{E} \sum_{k=n_2+2}^N \chi_{\{k \leq \tau(h)\}} v_{k-1}^2 X'_{k-1} X_{k-1} \varepsilon_k^2 = \mathbb{E} \sum_{k=n_2+2}^{n_3} \chi_{\{k \leq \tau(h)\}} v_{k-1}^2 X'_{k-1} X_{k-1} + \\ &+ \mathbb{E} \sum_{k=n_3+1}^N \chi_{\{k \leq \tau(h)\}} v_{k-1}^2 X'_{k-1} X_{k-1} \leq (h + p - 1) \mathbb{E} \frac{1}{\Gamma_{n_1, n_2}} \leq \frac{h + p - 1}{b^2}. \end{aligned}$$

Второе слагаемое в правой части неравенства (7) равно нулю в силу независимости шумов ε_k и ε_s , $s \neq k$. Поскольку $\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{\tau}(h, N) = \tau(h)$ почти наверное (п.н.), то

$$\mathbb{E} \|\hat{\theta}(h) - \theta\|^2 \leq \frac{h + p - 1}{h^2}.$$

В следующем разделе приведем результаты покомпонентного оценивания параметров процесса $AR(p)$.

4. Последовательное оценивание координат вектора параметров

Рассмотрим ситуацию покомпонентного оценивания координат вектора θ . По аналогии с предыдущим разделом введем оценку дисперсии, описываемую формулами (1), (2), а также систему матриц вида

$$A_n^{(j)} = \sum_{k=n_2+2}^n v_{k-1}^{(j)} X_{k-1} X'_{k-1}, \quad j = \overline{1, p}, \quad n \geq n_2 + 2,$$

где $\{v_{k-1}^{(j)}\}$, $j = \overline{1, p}$, $k \geq n_2 + 2$ – весовые коэффициенты, определяемые ниже.

Теперь для некоторого фиксированного порога $h > 0$ зададим совокупность правил останковки по схеме

$$\tau_j(h) = \inf \left\{ n > 0 : \langle [A_n^{(j)}]^{-2} \rangle_{jj} \leq h^{-2} \right\}, \quad j = \overline{1, p},$$

где $\langle A \rangle_{ij}$ – элемент i -й строки j -го столбца матрицы A . Введем обозначение

$$A_j(h) = \sum_{k=n_2+2}^{\tau_j(h)} \alpha_j(k, h) v_{k-1}^{(j)} X_{k-1} X'_{k-1}, \quad j = \overline{1, p}, \quad n \geq n_2 + 2,$$

и определим коэффициенты $\alpha_j(k, h)$ в соответствии с правилом

$$\alpha_j(k, h) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq k < \tau_j(h); \\ \beta_j(h), & \text{если } k = \tau_j(h), \end{cases} \quad j = \overline{1, p},$$

где корректирующий множитель $0 < \beta_j(h) \leq 1$ определяется из условия

$$\langle [A_j(h)]^{-2} \rangle_{jj} = h^{-2}. \quad (8)$$

Последовательную оценку параметра θ_j , $j = \overline{1, p}$, будем вычислять по следующему правилу:

$$\hat{\theta}_j(h) = \left\langle A_j^{-1}(h) \sum_{k=n_2+2}^{\tau_j(h)} \alpha_j(k, h) v_{k-1}^{(j)} X_{k-1} X_k \right\rangle_j,$$

здесь $\langle a \rangle_j$ означает j -й элемент вектора a . Начальные значения весовых коэффициентов $v_k^{(j)}$ определяются по схеме

$$v_k^{(j)} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\Gamma_{n_1, n_2} X'_k X_k}}, & \text{если } X_k \text{ линейно не зависит от } X_{n_2}, \dots, X_{k-1}; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (9)$$

до первого момента n_3 , когда в системе векторов $X_{n_2}, X_{n_2+1}, \dots, X_{n_3}$ появится $(p-1)$ -й линейно независимый с предыдущими вектор. Далее весовые коэффициенты $v_k^{(j)}$ на интервалах $k \in (n_3, \tau_j(h)]$, $j = \overline{1, p}$, рассчитываются из уравнений

$$\frac{1}{\Gamma_{n_1, n_2} \sqrt{\langle [A_k^{(j)}]^{-2} \rangle_{jj}}} = \sum_{s=n_3+1}^k (v_{s-1}^{(j)})^2 X'_{s-1} X_{s-1}. \quad (10)$$

Пусть $\{e_j\}_{1 \leq j \leq p}$ – совокупность p -мерных векторов с координатами

$$\langle e_j \rangle_i = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Рассмотрим среднеквадратическое уклонение построенной оценки. Применяя неравенство Коши–Буняковского и используя равенство (8), получим

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\hat{\theta}_j(h) - \theta_j)^2 &= \mathbb{E} \left[\left\langle A_j^{-1}(h) \sum_{k=n_2+2}^{\tau_j(h)} \alpha_j(k, h) v_{k-1}^{(j)} X_{k-1} b \varepsilon_k \right\rangle_j \right]^2 \leq \\ &\leq b^2 \mathbb{E} \left[e'_j A_j^{-2}(h) e_j \sum_{k=n_2+2}^{\tau_j(h)} \sum_{l=n_2+2}^{\tau_j(h)} \alpha_j(k, h) \alpha_j(l, h) v_{k-1}^{(j)} v_{l-1}^{(j)} X'_{k-1} X_{l-1} \varepsilon_k \varepsilon_l \right] = \\ &= \frac{b^2}{h^2} \mathbb{E} \left[\sum_{k=n_2+2}^{\tau_j(h)} \alpha_j^2(k, h) (v_{k-1}^{(j)})^2 X'_{k-1} X_{k-1} \varepsilon_k^2 \right] + \\ &+ 2 \frac{b^2}{h^2} \mathbb{E} \left[\sum_{n_2+2 \leq k < l \leq \tau_j(h)} \alpha_j(k, h) \alpha_j(l, h) v_{k-1}^{(j)} v_{l-1}^{(j)} X'_{k-1} X_{l-1} \varepsilon_k \varepsilon_l \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Аналогично предыдущему разделу можно показать, что второе слагаемое в правой части неравенства (11) обнуляется в силу независимости шумов $\{\varepsilon_k\}$. Используя равенство (10), а также определение начальных значений для весовых коэффициентов $v_k^{(j)}$, задаваемых соотношением (9), имеем

$$\mathbb{E}(\hat{\theta}_j(h) - \theta_j)^2 = \frac{b^2}{h^2} \mathbb{E} \left[\sum_{k=n_2+2}^{n_3} \alpha_j^2(k, h) (v_{k-1}^{(j)})^2 X'_{k-1} X_{k-1} \right] + \\ + \frac{b^2}{h^2} \mathbb{E} \left[\sum_{k=n_3+1}^{\tau_j(h)} \alpha_j^2(k, h) (v_{k-1}^{(j)})^2 X'_{k-1} X_{k-1} \varepsilon_k^2 \right] \leq \frac{b^2(h+p-1)}{h^2} \mathbb{E} \frac{1}{\Gamma_{n_1, n_2}} \leq \frac{h+p-1}{h^2}.$$

В результате получаем верхнюю границу для среднеквадратического отклонения оценки θ_j .

5. Численные результаты

В данном разделе в качестве Δ обозначим выборочное значение среднеквадратической ошибки $\mathbb{E} \|\hat{\theta}(h) - \theta\|^2$, а $\bar{\tau}$ – усредненное значение объема выборки процедуры, рассчитываемое по формуле (4).

В табл. 1 представлены результаты оценивания параметров процесса

$$x_k = \theta_1 x_{k-1} + \theta_2 x_{k-2} + b \varepsilon_k, \quad k \geq 1, \quad (12)$$

где $\{\varepsilon_k\}$ – последовательность независимых стандартных гауссовских случайных величин.

В первых трех столбцах табл. 1 приводятся комбинации входных значений следующих параметров: n_1 – объем выборки пилотной оценки параметра θ , n_2 – момент, до которого рассчитывается оценка дисперсии шума (2), h – параметр, отвечающий за объем выборки последовательной модификации оценки МНК. Далее идут два блока, включающие в себя по 4 столбца, отражающие результаты вычислений характеристик качества оценивания (Δ , $\bar{\tau}$) для разных комбинаций параметров θ и b . В последнем столбце представлены теоретические значения верхней границы среднеквадратической ошибки. В строках, отмеченных символом *, приведены результаты моделирования, опубликованные в [12]. Здесь n_1 – объем выборки оценки дисперсии шума процесса, которая в [12] определялась по схеме

$$\Gamma_{n_1} = D_{n_1}^{(f)} S_{n_1}, \quad S_{n_1} = \sum_{k=1}^{n_1} x_k^2, \quad D_{n_1}^{(f)} = \mathbb{E} \left(\sum_{k=1}^{n_1} \varepsilon_k^2 \right)^{-1}.$$

Отметим, что модифицированная процедура, предложенная в данной работе, требует заметно меньшего объема выборки для получения оценок аналогичного качества (см., напр., строки 3, 4, 7 и 5, 6, 8 табл. 1). Символом × обозначим отсутствие соответствующих данных в [12].

В табл. 2 приведены результаты оценивания для процесса AR(3) вида

$$x_k = 0,6x_{k-1} - 0,8x_{k-2} + 0,8x_{k-3} + b\varepsilon_k, \quad k \geq 1. \quad (13)$$

Таблица 1

Выборочная среднеквадратическая ошибка и средний объем выборки оценки (6) для процесса (12)

n_1	n_2	h	$\theta_1 = 0,4; \theta_2 = 0,4$				$\theta_1 = 0,6; \theta_2 = 0,2$				$\frac{h + p - 1}{h^2}$
			$b = 1$		$b = 10$		$b = 1$		$b = 10$		
			Δ	$\overline{\tau}$	Δ	$\overline{\tau}$	Δ	$\overline{\tau}$	Δ	$\overline{\tau}$	
10	20	10	0,067	85,0	0,071	89,4	0,070	98,1	0,068	114,8	0,11
10	20	50	0,015	323,1	0,014	318,7	0,014	419,7	0,014	438,0	0,0204
10	20	100	0,008	642,4	0,007	623,7	0,007	740,5	0,008	807,2	0,0101
20	30	100	0,009	460,3	0,009	475,2	0,008	589,3	0,008	585,7	0,0101
10	30	100	0,007	538,0	0,007	568,9	0,007	688,4	0,007	716,1	0,0101
20	40	100	0,009	430,7	0,008	448,3	0,008	544,2	0,008	527,5	0,0101
*10	×	100	×	719,0	×	623,0	×	836,0	×	1192,0	×
*20	×	100	×	626,0	×	709,0	×	×	×	×	×

Таблица 2

Выборочная среднеквадратическая ошибка и средний объем выборки оценки (6) для процесса (13)

n_1	n_2	h	$b = 1$		$b = 10$		$\frac{h+p-1}{h^2}$
			Δ	$\bar{\tau}$	Δ	$\bar{\tau}$	
10	20	10	0,028	190,6	0,030	223,3	0,12
10	20	50	0,006	760,2	0,006	1095,6	0,0208
10	20	100	0,003	1336,5	0,003	1911,3	0,0102
20	30	100	0,005	727,1	0,004	808,4	0,0102
10	30	100	0,003	1324,1	0,003	2026,9	0,0102
20	40	100	0,004	704,7	0,004	752,7	0,0102

В табл. 3 и 4 приведены результаты покомпонентного оценивания значений параметров AR(2) и AR(3). В таблицах используются следующие обозначения: $\bar{\tau}_1$, $\bar{\tau}_2$ и $\bar{\tau}_3$ – средние объемы выборки для оценивания параметров θ_1 , θ_2 и θ_3 соответственно, Δ_1 и Δ_2 – выборочные значения среднеквадратических уклонов, определяемые выражением

$$\mathbb{E}(\hat{\theta}_j(h) - \theta_j)^2, \quad j = 1, 2.$$

В табл. 4 приведены усредненные объемы выборки для оценивания каждой из координат вектора параметров $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)'$ процесса (13).

Таблица 3

Выборочные характеристики покомпонентного оценивания параметров процесса (12) ($\theta_1 = 0,6$; $\theta_2 = 0,2$)

n_1	n_2	h	$b = 1$				$b = 10$				$\frac{h+p-1}{h^2}$
			Δ_1	Δ_2	$\bar{\tau}_1$	$\bar{\tau}_2$	Δ_1	Δ_2	$\bar{\tau}_1$	$\bar{\tau}_2$	
10	20	10	0,049	0,047	70,6	70,1	0,057	0,046	71,2	71,1	0,11
10	20	50	0,011	0,011	220,3	219,9	0,013	0,012	221,4	220,3	0,0204
10	20	100	0,006	0,006	370,8	372,3	0,006	0,005	450,9	449,8	0,0101
20	30	100	0,007	0,006	305,7	304,7	0,007	0,006	310,2	309,8	0,0101
10	30	100	0,005	0,006	374,6	372,7	0,006	0,006	380,6	378,8	0,0101
20	40	100	0,007	0,007	292,3	292,3	0,006	0,006	292,0	291,1	0,0101

Таблица 4

Усредненные объемы выборки при покомпонентном оценивании параметров процесса (13)

n_1	n_2	h	$b = 1$			$b = 10$		
			$\bar{\tau}_1$	$\bar{\tau}_2$	$\bar{\tau}_3$	$\bar{\tau}_1$	$\bar{\tau}_2$	$\bar{\tau}_3$
10	20	10	111,2	45,3	112,0	132,2	44,0	133,6
10	20	50	385,5	87,0	386,6	576,3	86,7	574,7
10	20	100	650,6	118,6	653,2	1053,3	123,1	1042,6
20	30	100	372,1	95,3	372,9	390,3	93,7	389,5
10	30	100	731,8	137,3	733,3	1079,6	135,9	1071,3
20	40	100	373,3	101,0	373,9	379,1	101,8	379,4

Отметим, что во всех таблицах выборочные среднеквадратические ошибки Δ , Δ_1 и Δ_2 ограничены сверху теоретической верхней границей $(h+p-1)/h^2$ или достаточно близки к ней. Наблюдается эффект занижения выборочной среднеквадратической ошибки по отношению к верхней границе при увеличении порядка авторегрессии p . Это, вероятно, является следствием использования неравенства Коши–Буняковского при нахождении верхней границы среднеквадратической ошибки. Также стоит отметить, что средние объемы выборки $\bar{\tau}$, $\bar{\tau}_i$, $i = \overline{1,3}$, уменьшаются (до определенных пределов в силу сходимости оценок (1) и (2) к константам) при увеличении параметров n_1 и n_2 . Большой эффект на уменьшение среднего объема выборки имеет увеличение объема выборки пилотной оценки n_1 . Мы рекомендуем устанавливать значения входных параметров на уровне $n_1 = 20$ и $n_2 = 40$. Отметим, что при покомпонентном оценивании средний объем наблюдений для оценивания каждой компоненты

существенно меньше, чем при оценивании всего вектора параметров. Это является вполне естественным следствием того, что при оценивании вектора параметров сверху ограничивается математическое ожидание квадрата евклидовой нормы $\mathbb{E} \|\hat{\theta}(h) - \theta\|^2$. В свою очередь, при покомпонентном оценивании ограничивается среднеквадратическая ошибка лишь одной координаты вектора $\hat{\theta}(h) - \theta$. Важным фактом, который явно просматривается в данных табл. 2 и 4, является то, что средний объем выборки процедуры оценивания сильно связан с объемом выборки пилотной оценки (1) параметра θ (см., напр., строки 5 и 6 в соответствующих таблицах).

Усреднение результатов при моделировании проводилось по 1 000 повторений процедуры.

Заключение

В работе представлены модифицированные варианты процедур векторного и покомпонентного последовательного оценивания параметров процесса авторегрессии p -го порядка $AR(p)$. В соответствии с модификацией вводятся дополнительные этапы для оценивания дисперсии шума. Сравнение численных результатов, приведенных в работе [12], и данных табл. 1 явно указывает на улучшение качества оценивания в смысле уменьшения среднего объема выборки, необходимой для оценивания параметров процесса авторегрессии с заданной среднеквадратической точностью.

Полученные результаты можно использовать в приложениях, связанных с оцениванием параметров временных рядов.

Список источников

1. Berezina-Green M., Rudoy D., Wolfe P. Autoregressive modeling of voiced speech // ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing : Proc. 2015. V. 4. P. 5042–5045.
2. Gudnason J. Chapter 34. Speech production modeling and analysis // Academic Press Library in Signal Processing. Elsevier, 2014. V. 4. P. 985–1018.
3. Anderson T.W. The Statistical Analysis of Time Series. New York : Wiley, 1971. 704 p.
4. Lai T.L., Siegmund D. Fixed accuracy estimation of an autoregressive parameter // Annals of Statistics. 1983. V. 11 (2). P. 478–485.
5. Xia Y., Zheng W.X. Novel parameter estimation of autoregressive signals in the presence of noise // Automatica. 2015. V. 62 (12). P. 98–105.
6. Sriram T.N., Iaci R. Editors special invited paper: sequential estimation for time series models // Sequential Analysis. Design Methods and Applications. 2014. V. 33 (2). P. 136–157.
7. Mahmoudi E., Sajjadi Panah S., Zamani M. Two-stage Procedure in P-Order Autoregressive Process // Journal of Statistical Research of Iran. 2023. V. 17 (1). P. 45–62.
8. Borisov V.Z., Konev V.V. On sequential parameter estimation in discrete time processes // Automation and Remote Control. 1977. V. 38 (10). P. 1475–1480.
9. Воробейчиков С.Э., Конев В.В. О последовательной идентификации стохастических систем // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1980. № 4. С. 176–182.
10. Конев В.В., Пергаменщиков С.М. Последовательные планы идентификации параметров динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1981. № 7. С. 84–92.
11. Дмитриенко А.А., Конев В.В. О гарантированном оценивании параметров авторегрессии при неизвестной дисперсии помех // Автоматика и телемеханика. 1994. № 2. С. 87–99.
12. Meder N., Vorobeychikov S. On guaranteed estimation of parameters of random processes by the weighted least squares method // IFAC Proceedings Volumes. 2002. V. 35 (1). P. 409–412.
13. Vorobeychikov S., Burkatovskaya Yu. Non-asymptotic Confidence Estimation of the Autoregressive Parameter in $AR(1)$ Process with an Unknown Noise Variance // Austrian Journal of Statistics. 2020. V. 49. P. 19–26.

References

1. Berezina-Green, M., Rudoy, D. & Wolfe, P. (2015) Autoregressive modeling of voiced speech. *ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing – Proceedings*. 4. pp. 5042–5045.
2. Gudnason, J. (2014) *Chapter 34 – Speech Production Modeling and Analysis*. Elsevier. pp. 985–1018.
3. Anderson, T.W. (1971) *The Statistical Analysis of Time Series*. New York: Wiley.
4. Lai, T.L. & Siegmund, D. (1983) Fixed Accuracy Estimation of an Autoregressive Parameter. *Annals of Statistics*. 11(2). pp. 478–485.
5. Xia, Y. & Zheng, W.X. (2015) Novel parameter estimation of autoregressive signals in the presence of noise. *Automatica*. 62(12). pp. 98–105.

6. Sriram, T.N. & Iaci, R. (2014) Editors special invited paper: sequential estimation for time series models. *Sequential Analysis. Design Methods and Applications*. 33(2). pp. 136–157.
7. Mahmoudi, E., Sajjadipanah, S. & Zamani, M. (2023) Two-stage Procedure in P-Order Autoregressive Process. *Journal of Statistical Research of Iran*. 17(1). pp. 45–62.
8. Borisov, V.Z. & Konev, V.V. (1977) On sequential parameter estimation in discrete time processes. *Automation and Remote Control*. 38(10). pp. 1475–1480.
9. Vorobeychikov, S.E. & Konev, V.V. (1980) O posledovatel'noy identifikatsii stokhasticheskikh system [On sequential identification of stochastic systems]. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Tekhnicheskaya Kibernetika*. 4. pp. 176–182.
10. Konev, V.V. & Pergamenshchikov, S.M. (1981) Successive procedures of parameter identification in dynamic systems. *Automation and Remote Control*. 42(7). pp. 917–924.
11. Dmitrienko, A.A. & Konev, V.V. (1994) Guaranteed estimation of autoregression parameters under unknown noise variance. *Automation and Remote Control*. 55(2) pp. 218–228.
12. Meder, N. & Vorobeychikov, S. (2002) On guaranteed estimation of parameters of random processes by the weighted least squares method. *IFAC Proceedings Volumes*. 35(1). pp. 409–412.
13. Vorobeychikov, S. & Burkatovskaya, Yu. (2020) Non-asymptotic Confidence Estimation of the Autoregressive Parameter in AR(1) Process with an Unknown Noise Variance. *Austrian Journal of Statistics*. 49(4). pp. 19–26.

Информация об авторах:

Воробейчиков Сергей Эрикович – доцент, доктор физико-математических наук, профессор кафедры системного анализа и математического моделирования Института прикладной математики и компьютерных наук Национального исследовательского Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: sev@mail.tsu.ru

Пупков Андрей Викторович – аспирант кафедры системного анализа и математического моделирования Института прикладной математики и компьютерных наук Национального исследовательского Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: andrewpupkov@gmail.com

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Vorobeychikov Sergey E. (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: sev@mail.tsu.ru

Pupkov Andrey V. (Post-graduate Student, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: andrewpupkov@gmail.com

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 23.01.2023; принята к публикации 09.06.2023

Received 23.01.2023; accepted for publication 09.06.2023

Научная статья

УДК 004.855

doi: 10.17223/19988605/63/8

Применение нейросетевых алгоритмов для семантической сегментации спутниковых снимков поверхности Земли

Алексей Алексеевич Друки¹, Владимир Григорьевич Спицын²

^{1,2} Томский политехнический университет, Томск, Россия

¹ druki@tpu.ru

² spvg@tpu.ru

Аннотация. Цель работы – разработка нейросетевых алгоритмов, предназначенных для семантической сегментации спутниковых снимков поверхности Земли. Несмотря на обилие существующих алгоритмов сегментации и компьютерного зрения, эта задача все еще требует повышения качества их работы. Хотя данная область науки сегодня активно развивается, актуальна необходимость повышения качества сегментации спутниковых изображений поверхности Земли.

При проведении анализа существующих методов и алгоритмов, решающих задачу семантической сегментации изображений, выявлено, что наиболее подходящими для этого алгоритмами являются глубокие нейронные сети. В процессе выполнения работы разработан ряд архитектур сверточных нейронных сетей класса автоэнкодеры с целью выявления более эффективной архитектуры. Нейронные сети реализованы при использовании библиотеки машинного обучения Keras. В качестве обучающей и тестовой выборок использованы спутниковые снимки ОАЭ, находящиеся в открытом доступе. Реализована модель нейронной сети класса автоэнкодеры. Сегментация выполнялась на шесть классов объектов: дома, дороги, растения, вода, суша, нейтральные объекты.

Ключевые слова: семантическая сегментация изображений; компьютерное зрение; искусственные нейронные сети; спутниковые снимки поверхности Земли.

Благодарности: Работа выполнена в рамках программы повышения конкурентоспособности Томского политехнического университета.

Для цитирования: Друки А.А., Спицын В.Г. Применение нейросетевых алгоритмов для семантической сегментации спутниковых снимков поверхности Земли // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 62–71. doi: 10.17223/19988605/63/8

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/8

Application of neural network algorithms for semantic segmentation of satellite images of the Earth's surface

Alexey A. Druki¹, Vladimir G. Spitsyn²

^{1,2} Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation

¹ druki@tpu.ru

² spvg@tpu.ru

Abstract. The purpose of the work is to develop neural network algorithms for the semantic segmentation of satellite images of the Earth's surface. Despite the large abundance of existing segmentation and computer vision algorithms, this task still requires improving the quality of their work. Despite the active development of this field of science, today there is still a need to improve the quality of segmentation of satellite images of the Earth's surface.

When analyzing the existing methods and algorithms that solve the problem of semantic segmentation of images, it was found that the most suitable algorithms for this are deep neural networks. In the course of the work, a number

of architectures of convolutional neural networks of the autoencoder class were developed in order to identify a more efficient architecture. Neural networks were implemented using the Keras machine learning library. Publicly available satellite images of the UAE were used as training and test samples. A neural network model of the autoencoder class was implemented. Segmentation was performed into 6 classes of objects: houses, roads, plants, water, land, neutral objects.

Keywords: semantic segmentation of images; computer vision; artificial neural networks; satellite images of the Earth's surface.

Acknowledgments: The work was carried out within the framework of the program to improve the competitiveness of the Tomsk Polytechnic University.

For citation: Друки, А.А., Спицын, В.Г. (2023) Application of neural network algorithms for semantic segmentation of satellite images of the Earth's surface. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 62–71. doi: 10.17223/19988605/63/8

Введение

Семантической сегментацией называется процесс классификации объектов изображения и окрашивания каждого объекта в соответствующий классу цвет. Другими словами, для каждого класса объектов определяется свой цвет, например: люди – красный, деревья – зеленый, автомобили – синий. Далее на изображении выполняется поиск этих объектов, и при их нахождении они окрашиваются в соответствующий цвет. Результатом такой семантической сегментации будет цветовая карта, где достаточно наглядно и просто можно определить отдельные объекты. Это особенно удобно при работе с большими изображениями, содержащими множество мелких объектов, как, например, спутниковые снимки поверхности Земли. Для человека довольно сложно работать с большим количеством таких изображений, это приводит к тому, что постепенно он начинает уставать и совершать ошибки [1].

Семантическая сегментация находит применение в различных областях, например в беспилотных транспортных средствах для распознавания объектов, в медицине для распознавания изображений на рентгеновских снимках, в системах безопасности и видеонаблюдения и т.д.

Традиционные классические алгоритмы, применяемые для семантической сегментации изображений, основаны на поиске ключевых особенностей объектов [2], которыми могут быть цвет, форма, текстура, ключевые точки расположения объекта относительно других объектов изображения и т.д. Относительно этих ключевых характеристик объекты классифицируются и выделяются определенным цветом на изображении [3]. Среди таких алгоритмов можно выделить детекторы и дескрипторы ключевых точек на изображении (SIFT [4]; SURF [4]; FAST [5]; HOG [6]), машину опорных векторов (SVM) [7], Bag of words [8], метод главных компонент и т.д. Данные алгоритмы активно применялись в конце XX – начале XXI в. К их недостаткам можно отнести низкую устойчивость к различным искажениям входных данных, таким как смена ракурса камеры, шумовые помехи, изменение размера объектов, текстуры, освещения и т.д.

В последние 10 лет им на смену приходят алгоритмы, основанные на искусственных нейронных сетях. Сегодня при решении задач компьютерного зрения нейросетевые алгоритмы показывают лучшие результаты в сравнении со всеми другими алгоритмами.

Применение классических нейронных сетей типа многослойный Персептрон [9] не очень эффективно в работе с изображениями. Связано это с тем, что изображения имеют двумерную структуру, а также важна взаимосвязь пространственно зависимых областей объектов и их частей, которые разрушаются при подаче на вход классических нейронных сетей. Также изображения могут иметь большой размер, что значительно увеличивает размер нейронной сети и снижает ее устойчивость при обучении [9].

В конце XX в. французским ученым Я. Лекуном был представлен тип нейронных сетей, имеющих двумерную структуру и хорошо подходящих для работы с изображениями [10]. Этот тип нейронных сетей получил название «сверточные нейронные сети» из-за наличия в их структуре операции свертки входных данных. Благодаря некоторым особенностям архитектуры они обеспечивают

более высокую устойчивость к различным искажениям на изображениях, смещениям объектов, шумовым помехам, размытию и т.д. Сверточные нейронные сети, как и Персептрон, состоят из нейронов, но имеют двумерную архитектуру, подобную изображениям. Архитектура достаточно сложная и имеет иерархический вид, где каждый слой состоит из различных плоскостей, а каждая плоскость, в свою очередь, представляет собой матрицу нейронов. Каждый нейрон сети получает информацию не со всего изображения, а лишь с отдельной соответствующей ему части. Данный процесс включает в себя операции свертки и подвыборки, благодаря чему входное изображение уменьшается в размере от слоя к слою, в итоге на последних слоях оно вырождается в вектор, где происходит классификация данных [10]. Важная особенность сверточных нейронных сетей заключается в том, что в рамках одной плоскости все нейроны имеют одинаковые весовые коэффициенты, и это значительно снижает количество параметров сети.

Цель работы заключается в разработке нейросетевых алгоритмов, предназначенных для семантической сегментации спутниковых снимков поверхности Земли.

Работу можно разделить на следующие основные этапы:

1. Подготовка достаточного количества изображений поверхности Земли для обучения и тестирования нейронной сети.
2. Разработка архитектуры нейронной сети.
3. Обучение и тестирование нейронной сети.
4. Анализ работы нейронных сетей различной архитектуры с целью выявления более эффективной.

1. Выбор инструментов и среды разработки

В процессе выбора программных средств и среды разработки для нейронных сетей было рассмотрено несколько актуальных на сегодняшний день библиотек машинного обучения:

PyTorch – современная библиотека машинного обучения, является аналогом фреймворка Torch7 для языка Python [11]. Разработка данной библиотеки началась в 2012 г., а в 2017 г. она стала доступной широкой публике. PyTorch содержит достаточно большой функционал и набор алгоритмов машинного обучения. В библиотеке используется динамический граф, что позволяет снизить количество вычислительных процессов и временные затраты на тестирование нейронных сетей.

Keras – библиотека машинного обучения, которая поддерживается компанией Google и предназначена для оперативной работы с глубокими нейронными сетями [12]. Библиотека является компактной, модульной и расширяемой, содержит удобный инструментарий для создания, обучения и тестирования нейронных сетей. Keras представляет собой более высокоуровневую надстройку библиотеки TensorFlow.

Для оценки эффективности применения библиотек использовалась сверточная нейронная сеть VGG16, которая обучалась и тестировалась на базе изображений CIFAR-10 [13]. Данная база содержит 60 тыс. изображений десяти различных классов объектов: автомобили, корабли, самолеты, животные и т.д. Результаты тестирования библиотек показали одинаковую скорость работы и точность классификации объектов на уровне 80%. Исходя из этого, в дальнейшей работе было решено использовать библиотеку Keras как более компактную и удобную при создании глубоких нейронных сетей.

2. Архитектура нейронной сети

Глубокие нейронные сети содержат огромное количество параметров, что усложняет определение каких-либо строго формализованных правил при выборе архитектуры сети. Поэтому, как правило, архитектура нейронной сети и прочие параметры выбираются экспериментальным путем.

Так как задачей является семантическая сегментация, то целесообразно использовать нейронные сети класса автоэнкодеры. Данный тип нейронных сетей имеет две фазы в своей работе. Первая фаза заключается в кодировании входных данных в некоторое промежуточное состояние, размер-

ность которого, как правило, меньше исходной размерности данных. Вторая фаза заключается в декодировании данных в новое состояние, размерность которого, как правило, больше промежуточного и может совпадать с исходным.

При выборе архитектуры нейронной сети рассматривались следующие типы автоэнкодеров: U-Net [14], E-Net [15], SegNet [16]. Данные сети имеют классическую для автоэнкодеров архитектуру, включающую в себя фазу кодирования и последующую фазу декодирования входных данных. Фаза кодирования содержит несколько сверточных слоев и слоев Max pooling, функцию активации ReLU и применение пакетной нормализации. Фаза декодирования также содержит слои свертки, функцию активации ReLU и применение пакетной нормализации, только вместо Max pooling здесь используется обратная ей функция Unpooling, или Upsampling. Как можно заметить, в данных моделях сетей не используется полносвязный слой нейронов, что значительно сокращает число параметров сети и дает возможность обучения на небольшом количестве обучающих примеров.

Важно, что перечисленные нейронные сети являются очень громоздкими и содержат большое количество слоев. Например, U-Net содержит 23 сверточных слоя, плюс в каждом из них применяются пакетная нормализация и функция активации ReLU, 4 слоя Max pooling, 4 слоя Upsampling, в конце функция активации Softmax [17]. В сумме получается 31 слой.

SegNet содержит 26 сверточных слоев, в каждом из которых применяются пакетная нормализация и функция активации ReLU, 5 слоев Max pooling, 5 слоев Upsampling, в конце функция активации Softmax. В сумме получается 36 слоев.

E-Net содержит 17 сверточных слоев, в каждом из которых применяются пакетная нормализация и функция активации ReLU, 3 слоя Sabsampling, 3 слоя Upsampling, в конце функция активации Softmax. В сумме получается 23 слоя.

В процессе реализации и тестирования перечисленных нейронных сетей они показали сопоставимые результаты в плане точности работы – на уровне 92–95%. Однако в связи с огромным размером они очень долго и не всегда стабильно обучаются. Поэтому было решено разработать нейронную сеть с оригинальной архитектурой с целью уменьшения количества слоев и, как следствие, улучшения качества обучения, но без потери точности работы.

В процессе проведенных исследований была разработана модель нейронной сети, состоящая из 15 слоев (рис. 1). В данной модели первые 8 слоев выполняют кодирование входного изображения в промежуточный вектор. За ними следуют 7 слоев, которые выполняют декодирование этого вектора и перевод его в 3 цветовых канала. Выходное изображение представляет собой результат сегментации данных по различным классам: дома, суша, дороги, растения (в том числе и деревья), вода.

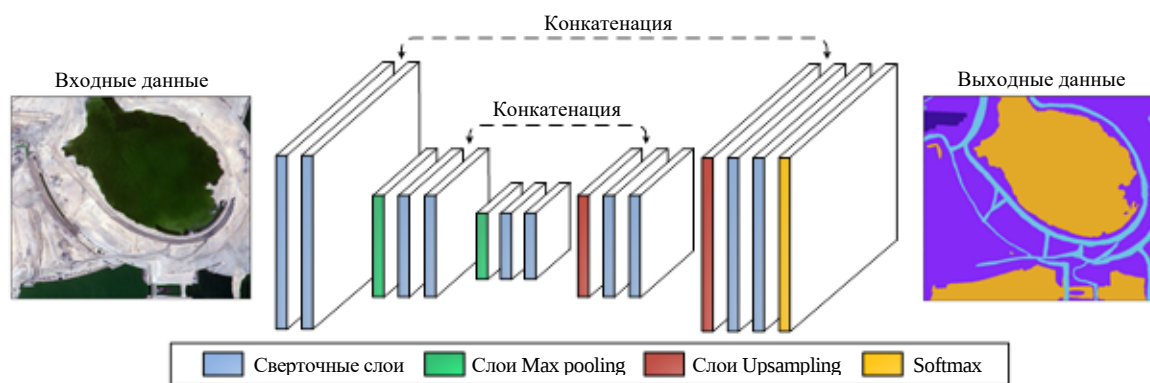


Рис. 1. Модель нейронной сети

Fig. 1. Model of neural network

Нейронная сеть содержит 15 слоев, что почти в два раза меньше, чем в вышеописанных сетях: 11 сверточных слоев, в каждом из которых применяется функция активации ReLU [16]; 2 слоя Max pooling; 2 слоя Upsampling. Дважды выполняется операция конкатенации данных. Также в данной сети не применяется пакетная нормализация данных.

Первые два слоя являются сверточными и содержат каждый по 32 карты признаков. Матрица свертки имеет размер 3×3 нейрона. Функция активации ReLu.

Далее следует слой Max pooling, который уменьшает размер карт признаков в 2 раза.

Четвертый и пятый слои являются сверточными и содержат каждый по 64 карты признаков. Матрица свертки имеет размер 5×5 нейронов. Функция активации ReLu.

Далее следует слой Max pooling, который уменьшает размер карт признаков в 2 раза.

Седьмой и восьмой слои являются сверточными и содержат каждый по 128 карт признаков. Матрица свертки имеет размер 7×7 нейронов. Функция активации ReLu.

Девятый слой является слоем Upsamling, который увеличивает размер карт признаков в два раза и является операцией, обратной Max pooling. Далее выполняется конкатенация данных.

Десятый и одиннадцатый слои являются слоями свертки и содержат по 64 карты признаков. Матрица свертки имеет размер 5×5 нейронов. Функция активации ReLu.

Двенадцатый слой является слоем Upsamling и увеличивает размер карт признаков в два раза. Далее выполняется конкатенация данных.

Тринадцатый и четырнадцатый слои являются сверточными и содержат по 32 карты признаков. Матрица свертки имеет размер 3×3 нейрона. Функция активации ReLu.

Последний слой также является сверточным и содержит 6 карт признаков, соответствующих шести классам объектов на изображениях. Матрица свертки имеет размер 3×3 нейрона. Функция активации Softmax.

Во всех слоях свертки применяется функция padding, которая восстанавливает размер изображения.

3. Обучение нейронной сети

В качестве обучающей и тестовой выборок используется набор изображений Humans in the Loop, который разрабатывался для совместного проекта с Космическим центром Мохаммеда Бин Рашида в Дубае (ОАЭ) и находится в открытом доступе [18]. Набор данных состоит из 63 аэрофотоснимков Дубая, полученных со спутников MBRSC. Для каждого изображения в наборе есть соответствующая ему маска, где каждый класс объектов окрашен в определенный цвет. Примеры исходных изображений и соответствующих им сегментированных масок можно увидеть на рис. 2, 3.

Выборка была разделена на 43 изображения для обучения и 20 изображений для тестирования. Так как изображения в выборке изначально имеют разный размер, то предварительно, перед обучением и тестированием, они были приведены к одному размеру – 500×500 пикселей.

Изображения содержат следующие классы объектов:

- дома (темно-синий цвет);
- суша (фиолетовый);
- дороги (голубой);
- растения, деревья (желтый);
- вода (оранжевый);
- нейтральные объекты (серый).

В качестве нейтральных объектов могут выступать объекты, которые случайно оказались в кадре: пролетающий самолет, птицы, автомобили, шумовые помехи т.д.

При выборе алгоритмов обучения рассматривались оптимизаторы, функционирующие на базе алгоритма обратного распространения ошибки. Данный алгоритм впервые был описан в 1974 г. А.И. Галушкиным, а также П.Дж. Вербосом. Особую значимость данный алгоритм приобрел в 1986 г., когда Д. Хинтон, Д. Румельхарт и Р. Уильямс применили его для обучения нейронных сетей [19]. В основе алгоритма лежит метод градиентного спуска, за счет чего достигается минимизация ошибки выходного сигнала нейронной сети. Из недостатков алгоритма можно выделить возможное застревание в локальных минимумах при выборе малого шага или расходимость алгоритма при выборе большого шага обучения.

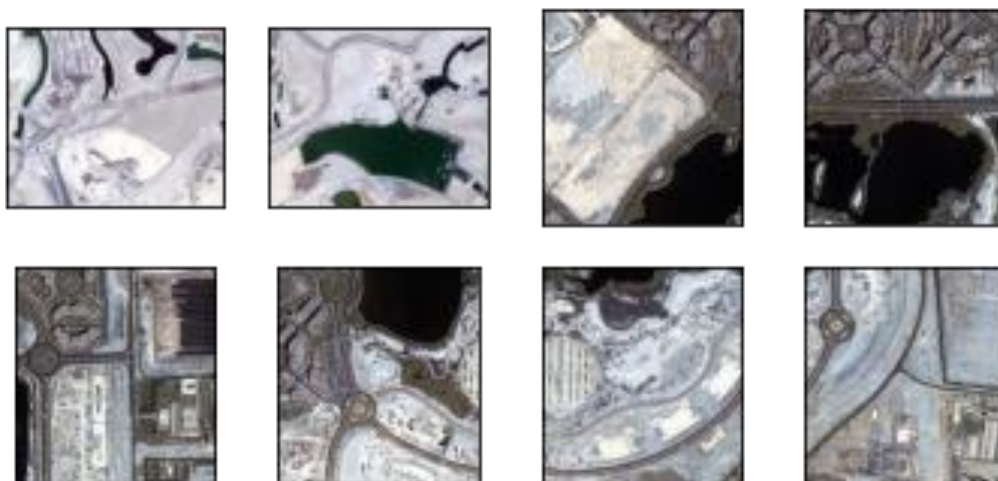


Рис. 2. Изображения из обучающей выборки
Fig. 2. Images from the training set

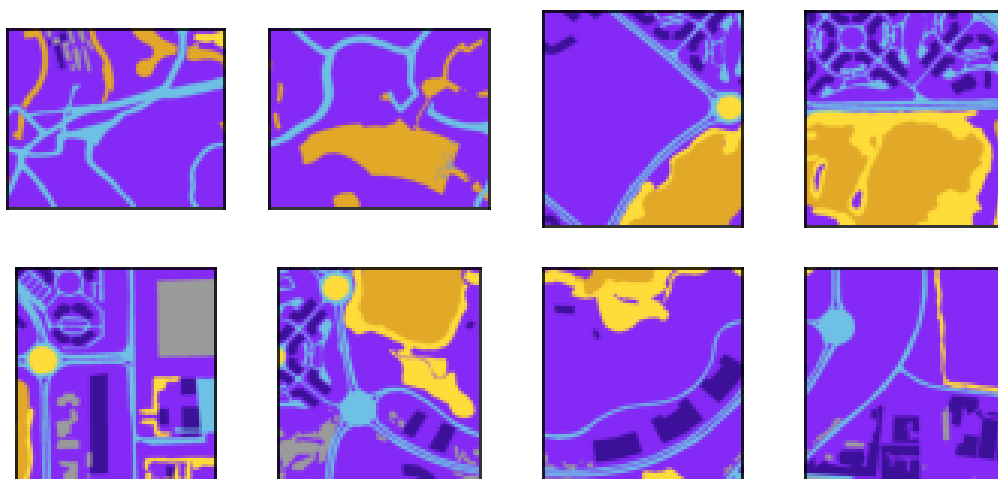


Рис. 3. Сегментированные маски для обучения нейронной сети
Fig. 3. Segmented masks for neural network training

С целью устранения этих недостатков используются некоторые оптимизаторы данного алгоритма. Было проведено исследование работы некоторых оптимизаторов для выбора наиболее подходящего:

- Adam – метод стохастического градиентного спуска, основанный на адаптивной оценке моментов первого и второго порядка [20].
- Adagrad – оптимизатор со скоростями обучения для конкретных параметров, которые адаптируются в зависимости от того, как часто параметр обновляется во время обучения [21].
- Adamax – вариант Adam, основанный на норме бесконечности, представляет собой метод оптимизации первого порядка на базе градиента. Благодаря способности регулировать скорость обучения на основе характеристик данных, он подходит для изучения изменяющегося во времени процесса [22].

Для улучшения обобщающей способности нейронной сети была проведена аугментация изображений, т.е. внесены различные искажения и модификации в исходные изображения. В результате данного подхода расширяется обучающая выборка путем добавления в нее новых изображений, которые сеть ранее не обрабатывала. Аугментация включала в себя следующие преобразования: сжатие и растяжение изображения; отзеркаливание изображения; смещение изображения; размытие.

В табл. 1 представлены результаты обучения и тестирования с использованием различных алгоритмов оптимизаторов, из которых видно, что все три алгоритма показали достаточно высокие результаты сегментации, однако алгоритм Adam показал наилучшие среди них: точность сегментации 99,55%.

Результаты обучения и тестирования нейронной сети

Алгоритм	Количество эпох обучения	Точность при обучении	Точность при тестировании
Adam	600	99,62	99,55
Adagrad	600	97,43	97,22
Adamax	600	97,179	96,89

Результаты сегментации обученной нейронной сети представлены на рис. 4.

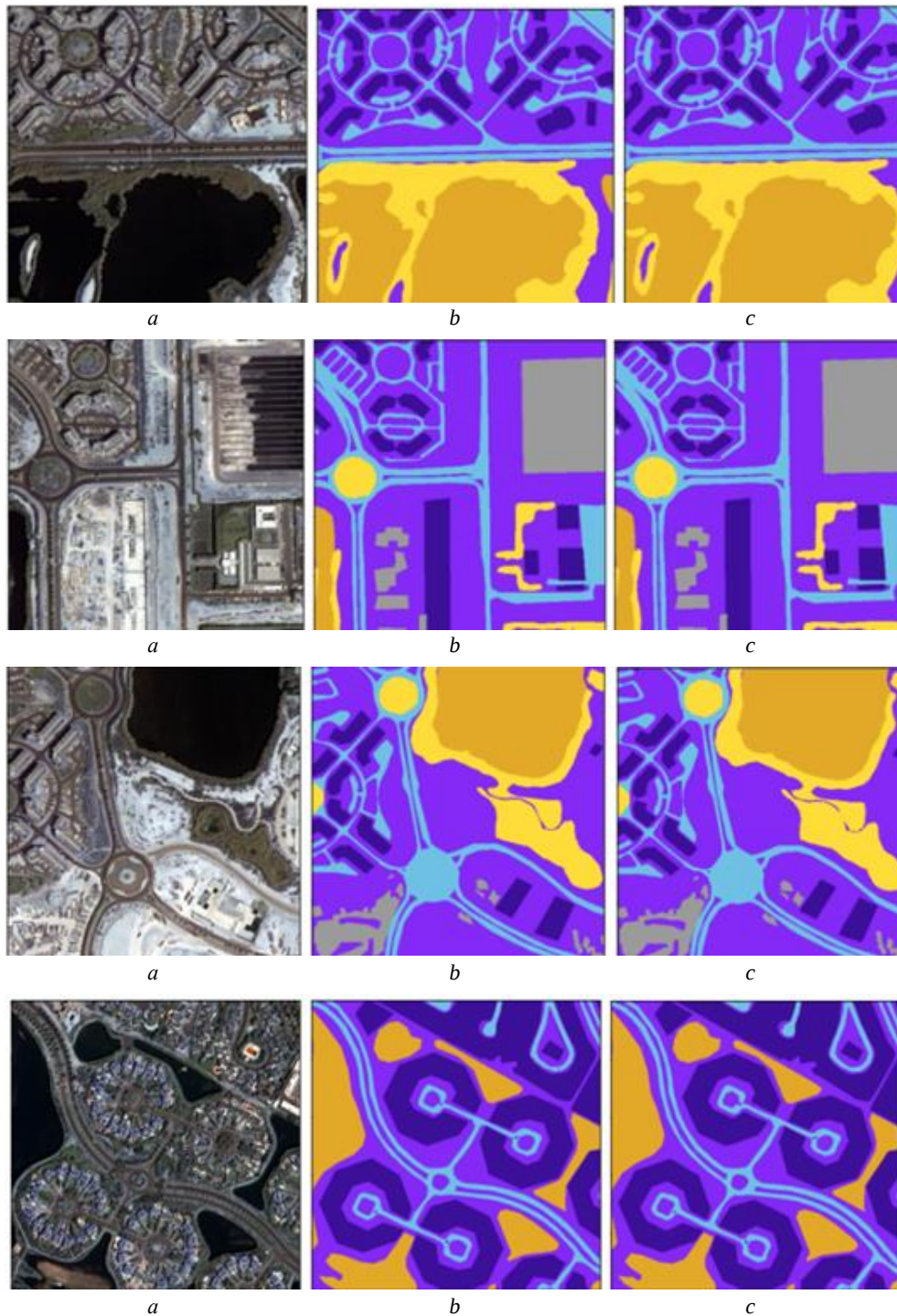


Рис. 4. Результат сегментации нейронной сетью: *a* – исходное изображение; *b* – сегментированная маска из тестовой выборки (ожидаемый результат); *c* – полученный результат сегментации

Fig. 4. The result of segmentation by a neural network: *a*) the original image; *b*) segmented mask from the testing sample (expected result); *c*) the segmentation result

Было проведено исследование эффективности работы нейронных сетей различной архитектуры. В табл. 2 отражены результаты работы различных архитектур нейронной сети.

Таблица 2

Сравнение различных архитектур

Кол-во слоев	Дома (%)	Суша (%)	Дороги (%)	Растения (%)	Вода (%)	Итого (%)
36 слоев	95,7	96,2	98,9	97,3	97,5	97,12
31 слой	96,2	96,8	98,6	98,2	97,8	97,52
25 слоев	97,7	97,2	99,2	99,3	97,8	98,24
23 слоя	97,5	97,3	99,1	98,8	98,1	98,1
15 слоев	99,5	99,4	99,6	99,7	99,5	99,55

Исследование работы нейронных сетей проводилось на наборе тестовых изображений с применением операции аугментации. Для определения результатов сегментации использовались метрики среднего и Хаусдорфова расстояния.

Анализ работы нейронных сетей различной архитектуры показал, что все они обеспечивают достаточно высокую точность сегментации, различия заключаются лишь во времени их обучения. Чем большее количество слоев содержит сеть, тем дольше она обучается. Также стоит отметить, что слишком большое количество слоев снижает точность сегментации. Как правило, последние слои нейронной сети обучаются хорошо, но чем большее количество слоев в структуре, тем более слабый отклик изменения весов доходит до самых первых слоев. Лучший из представленных результатов сегментации составил точность работы 99,55%.

Заключение

Данная работа посвящена решению задачи семантической сегментации спутниковых снимков поверхности Земли. Цель работы – сегментация изображений Humans in the Loop на шесть различных объектов: дома, суша, дороги, растения, вода, нейтральные объекты. Для решения поставленной задачи была реализована модель нейронной сети класса автоэнкодеры с оригинальной компактной архитектурой. Точность работы составила 99,55%. При выборе алгоритма обучения применялось три алгоритма оптимизатора. При разработке архитектуры нейронной сети применялось различное количество слоев и параметров.

Список источников

1. Navjot Kaur Er. Object classification Techniques using Machine Learning Model // International Journal of Computer Trends and Technology. 2014. V. 18 (4). P. 170–174.
2. Xu J., Zhao L., Zhang S., Gong C., Yang J. Multi-task learning for object keypoints detection and classification // Pattern Recognition Letters. 2020. V. 130. P. 182–188.
3. Mo Y., Wu Y., Yang X., Liu F., Liao Y. Review the state-of-the-art technologies of semantic segmentation based on deep learning // Neurocomputing. 2022. V. 493. P. 626–646.
4. Park S., Yoo J.H. Realtime face recognition with SIFT based local feature points for mobile devices // The 1st International Conference of Artificial Intelligence, Modelling and Simulation (AIMS 13). Malaysia. 2013. P. 304–308.
5. Tore V., Chawan P.M. FAST Clustering based feature subset selection algorithm for high dimensional data // International Journal of Computer Science and Mobile Computing. 2016. V. 5 (7). P. 234–238.
6. Dalal N., Triggs B. Histograms of oriented gradients for human detection // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). San Diego, USA. 2005. V. 1. P. 886–893.
7. Hu L., Cui J. Digital image recognition based on Fractional-order-PCA-SVM coupling algorithm // Measurement. 2019. V. 145. P. 150–159.
8. Mohey D.E. Enhancement bagofwords model for solving the challenges of sentiment analysis // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. 2016. V. 7 (1). P. 244–251.
9. Rosenblatt F. The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain // Psychological Review. 1958. V. 65 (6). P. 386–408.
10. Le Cun Y., Bengio Y. Convolutional networks for images, speech and time series // The Handbook of Brain Theory and Neural Networks. 1998. V. 7 (1). P. 255–258.
11. Pytorch: An open source machine learning framework that accelerates the path from research prototyping to production deployment. URL: <https://pytorch.org> (accessed: 07.02.2023).

12. Keras: The Python Deep Learning library. URL: <https://keras.io> (accessed: 07.02.2023).
13. CIFAR: The CIFAR-10 dataset. URL: www.cs.toronto.edu/~kriz/cifar.html (accessed: 07.02.2023).
14. Ronneberger O., Fischer P., Brox T. U-Net: Convolutional networks for biomedical image segmentation // International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI-2015). 2015. V. 93. P. 234–241.
15. Paszke A., Chaurasia A., Kim S., Culurciello E. ENet: A Deep Neural Network Architecture for Real-Time Semantic Segmentation // 5-th International Conference on Learning Representations. 2017. Toulon, France. 2017. P. 1–10.
16. Badrinarayanan V., Kendall A., Cipolla R. SegNet: A deep convolutional encoder-decoder architecture for image segmentation // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2017. V. 39 (12). P. 54–62.
17. Conneau A., Schwenk H., Barrault L., Lecun Y. Very Deep Convolutional Networks for Text Classification // Computation and Language. 2017. P. 1–10. URL: <http://arxiv.org/abs/1606.01781> (accessed: 07.02.2023).
18. HITL: Satellite imagery database. URL: <https://humansintheloop.org> (accessed: 07.02.2023).
19. Rumelhart D., Hinton G., Williams R. Learning representations by back-propagating errors // Nature. 1986. V. 323. P. 533–536.
20. Kingma D.P. Adam: A method for stochastic optimization // International Conference of Learning Representations. San Diego, USA. 2015. P. 1–13.
21. Ruder S. An overview of gradient descent optimization algorithms // Machine Learning. 2017. V. 2. P. 1–12.
22. El-Khatib S.A. Comparative study of optimization techniques in deep learning: Application in the ophthalmology field // The International Conference on Mathematics & Data Science (ICMDS). 2021. V. 1. P. 1–12.

References

1. Kaur, N. (2014) Object classification Techniques using Machine Learning Model. *International Journal of Computer Trends and Technology*. 18(4). pp. 170–174. DOI: 10.14445/22312803/IJCTT-V18P140
2. Xu, J., Zhao, L., Zhang, S., Gong, C. & Yang, J. (2020) Multi-task learning for object keypoints detection and classification. *Pattern Recognition Letters*. 2. pp. 182–188. DOI: 10.1016/j.patrec.2018.08.013
3. Mo, Y., Wu, Y., Yang, X., Liu, F. & Liao, Y. (2022) Review the state-of-the-art technologies of semantic segmentation based on deep learning. *Neurocomputing*. 493. pp. 626–646. DOI: 10.1016/j.neucom.2022.01.005
4. Park, S. & Yoo, J.H. (2013) Realtime face recognition with SIFT based local feature points for mobile devices. *The 1st International Conference of Artificial Intelligence, Modelling and Simulation (AIMS 13)*. pp. 304–308.
5. Tore, V. & Chawan, P.M. (2016) FAST Clustering based feature subset selection algorithm for high dimensional data. *International Journal of Computer Science and Mobile Computing*. 5(7). pp. 234–238.
6. Dalal, N. & Triggs, B. (2005) Histograms of oriented gradients for human detection. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. 1. pp. 886–893. DOI: 10.1109/CVPR.2005.177
7. Hu, L. & Cui, J. (2019) Digital image recognition based on Fractional-order-PCA-SVM coupling algorithm. *Measurement*. 145. pp. 150–159. DOI: 10.1016/j.measurement.2019.02.006
8. Mohey, D.E. (2016) Enhancement bag-of-words model for solving the challenges of sentiment analysis. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*. 7(1). pp. 244–251. DOI: 10.14569/IJACSA.2016.070134
9. Rosenblatt, F. (1958) The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological Review*. 65(6). pp. 386–408. DOI: 10.1037/h0042519
10. Le Cun, Y. & Bengio, Y. (1998) Convolutional networks for images, speech and time series. *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*. 7(1). pp. 255–258.
11. Pytorch. (n.d.) *An open-source machine learning framework that accelerates the path from research prototyping to production deployment*. [Online] Available from: <https://pytorch.org> (Accessed: 7th February 2023).
12. Keras.io (n.d.) *The Python Deep Learning Library*. [Online] Available from: <https://keras.io> (Accessed: 7th February 2023).
13. CIFAR. (n.d.) *The CIFAR-10 dataset*. [Online] Available from: www.cs.toronto.edu/~kriz/cifar.html (Accessed: 7th February 2023).
14. Ronneberger, O., Fischer, P. & Brox, T. (2015) U-Net: Convolutional networks for biomedical image segmentation. *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI-2015)*. 93. pp. 234–241.
15. Paszke, A., Chaurasia, A., Kim, S. & Culurciello, E. (2017) ENet: A Deep Neural Network Architecture for Real-Time Semantic Segmentation. *5-th International Conference on Learning Representations*. pp. 1–10.
16. Badrinarayanan, V., Kendall, A. & Cipolla, R. (2017) SegNet: A deep convolutional encoder-decoder architecture for image segmentation. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*. 39(12). pp. 54–62. DOI: 10.48550/arXiv.1511.00561
17. Conneau, A., Schwenk, H., Barrault, L. & Lecun, Y. (2017) Very Deep Convolutional Networks for Text Classification. *Computation and Language*. pp. 1–10. DOI: 10.48550/arXiv.1606.01781
18. HITL: Satellite imagery database. [Online] Available from: <https://humansintheloop.org> (Accessed: 7th February 2023).
19. Rumelhart, D., Hinton, G. & Williams, R. (1986) Learning representations by back-propagating errors. *Nature*. 323. pp. 533–536.
20. Kingma, D.P. (2015) Adam: A method for stochastic optimization. *International Conference of Learning Representations*. pp. 1–13.
21. Ruder, S. (2017) An overview of gradient descent optimization algorithms. *Machine Learning*. 2. pp. 1–12.
22. El-Khatib, S.A. (2021) Comparative study of optimization techniques in deep learning: Application in the ophthalmology field. *The International Conference on Mathematics & Data Science (ICMDS)*. 1. pp. 1–12.

Информация об авторах:

Друки Алексей Алексеевич – кандидат технических наук, доцент отделения информационных технологий Национального исследовательского Томского политехнического университета (Томск, Россия). E-mail: druki@tpu.ru

Спицын Владимир Григорьевич – профессор, доктор технических наук, профессор отделения информационных технологий Национального исследовательского Томского политехнического университета (Томск, Россия). E-mail: spvg@tpu.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Druki Alexey A. (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Department of Information Technologies of National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: druki@tpu.ru

Spitsyn Vladimir G. (Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Information Technologies of National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: spvg@tpu.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 07.02.2023; принята к публикации 09.06.2023

Received 07.02.2023; accepted for publication 09.06.2023

Научная статья

УДК 004.85; 614.841.42; 630

doi: 10.17223/19988605/63/9

Система обнаружения очага возгорания в лесном массиве на основе ансамбля нейронных сетей

Никита Витальевич Лаптев¹, Ольга Михайловна Гергет²,
Владислав Витальевич Лаптев³, Андрей Александрович Кравченко⁴

^{1,3,4} Томский политехнический университет, Томск, Россия

² Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

³ Сибирский государственный медицинский университет, Томск, Россия

¹ nikitalaptev77@gmail.com

² olgagerget@mail.ru

³ vvl39@tpu.ru

⁴ aak224@tpu.ru

Аннотация. Рассмотрены система раннего обнаружения пожаров и визуализации результатов ее работы. Обоснован выбор нейросетевого моделирования для распознавания объекта возгорания (технология Object detection). Предложен алгоритм распознавания пожароопасных объектов, в основе которого лежит реализация модели EfficientDet-D1 с вычитанием фона, обработкой кадра по Гауссу и переводом изображения в один канал. С целью повышения эффективности работы нейронной сети последовательно реализованы предложенные авторами методы и алгоритмы предобработки, кластеризации прогнозов видеоряда и фильтрации обнаруженных объектов посредством использования гибридной архитектуры нейронной сети. Приведены результаты работы системы на тестовой выборке: Precision – 98%, Recall – 97%, Accuracy – 98%.

Ключевые слова: компьютерное зрение; нейронная сеть; object detection; анализ видеоряда; визуализация.

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке государственного задания «Наука» № FSWW-2023-0007.

Для цитирования: Лаптев Н.В., Гергет О.М., Лаптев В.В., Кравченко А.А. Система обнаружения очага возгорания в лесном массиве на основе ансамбля нейронных сетей // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 72–83. doi: 10.17223/19988605/63/9

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/9

Forest fire detection system based on neural network ensemble

Nikita V. Laptev¹, Olga M. Gerget², Vladislav V. Laptev³, Andrey A. Kravchenko⁴

^{1,3,4} Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation

² V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Science, Moscow, Russian Federation

³ Siberian State Medical University, Tomsk, Russian Federation

¹ nikitalaptev77@gmail.com

² olgagerget@mail.ru

³ vvl39@tpu.ru

⁴ aak224@tpu.ru

Abstract. The paper considers the system of early fire detection and visualization of the results of its work. The choice of neural network modeling for fire object recognition (the "Object detection" technology) is justified. An algorithm for recognizing fire-hazardous objects is suggested that is based on the implementation of the EfficientDet-D1

model with background subtraction, Gaussian frame processing and image transfer into a single channel. To increase the efficiency of the neural network performance, the authors have consistently implemented the methods and algorithms of pre-processing, clustering video prediction and filtering of detected objects by using a hybrid neural network architecture. The results of the system's performance on the test sample are presented: Precision 98%, Recall 97%, Accuracy 98%.

Keywords: computer vision; neural network; object detection; video sequence analysis; visualization.

Acknowledgments: This research was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, project Nauka № FSWW-2023-0007.

For citation: Laptev, N.V., Gerget, O.M., Laptev, V.V., Kravchenko, A.A. (2023) Forest fire detection system based on neural network ensemble. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 72–83. doi: 10.17223/19988605/63/9

Введение

Раннее обнаружение источника возгорания, точная локализация и принятие своевременных мер имеют решающее значение для минимизации нанесенного окружающей среде ущерба и предотвращения экологических катастроф. В связи с этим значимость разработки систем точного обнаружения источника возгорания и координат территории распространения лесного пожара в режиме реального времени не вызывает сомнений.

В настоящее время известны десятки систем обнаружения лесных пожаров, большинство из которых базируется на построении математических моделей, таких как модель лесного пожара на основе оценки сигнала источника инфракрасного излучения [1]. Данная модель позволяет выделить на изображении контуры места лесного пожара на базе источника инфракрасного излучения. В работе [2] предложена математическая модель, при которой лес в момент пожара считается пористо-дисперсионной реакционноспособной сплошной средой, что позволяет использовать методы механики сплошной среды для математического описания лесных пожаров. В работе [3] предложен метод, в основе которого лежит машинное обучение, а именно патч-классификация всей области изображения. В исследовании [4] авторы представили новую архитектуру глубокого обучения SmokeyNet. Предложенная модель нейронной сети использует пространственно-временную информацию из изображений с камеры для обнаружения дыма от лесных пожаров.

Однако отметим тот факт, что поступающий на обработку большой объем информации видеомониторинга, скрытые закономерности между входными данными и сложность выделения характеристических признаков усложняют, а нередко и делают невозможным построение надежных математических моделей. При наличии таких ограничений целесообразным является построение систем обнаружения пожаров на основе технического зрения. Эти системы позволяют анализировать изображения с камер и своевременно определять источник возгорания, что делает их пригодными для раннего оповещения о возникновении пожара. Разработанные системы позволяют проводить мониторинг огромных площадей лесных массивов, что является экономически более выгодным по сравнению с такими видами мониторинга, как дистанционное зондирование местности или авиамониторинг. Отметим, что результат обнаружения визуализируется и направляется оператору для конечного подтверждения.

Таким образом, несмотря на существование различных систем и разработанных подходов, задача точной локализации источника возгорания и детектирования области пожара остается актуальной и до конца не решенной. Отметим, что в настоящее время достигнуто высокое качество обнаружения объектов исследования [5–7] на основе машинного обучения, в частности на базе технологии Object detection. В связи с этим в статье рассмотрен подход автоматизированного видеомониторинга пожаров с точным выделением области задымления на лесном массиве на основе нейронных сетей, позволяющих решить задачу обнаружения объектов.

1. Описание системы

Разрабатываемая система обнаружения пожароопасных объектов в лесном массиве на основе данных, полученных с камер видеонаблюдения, представлена на рис. 1

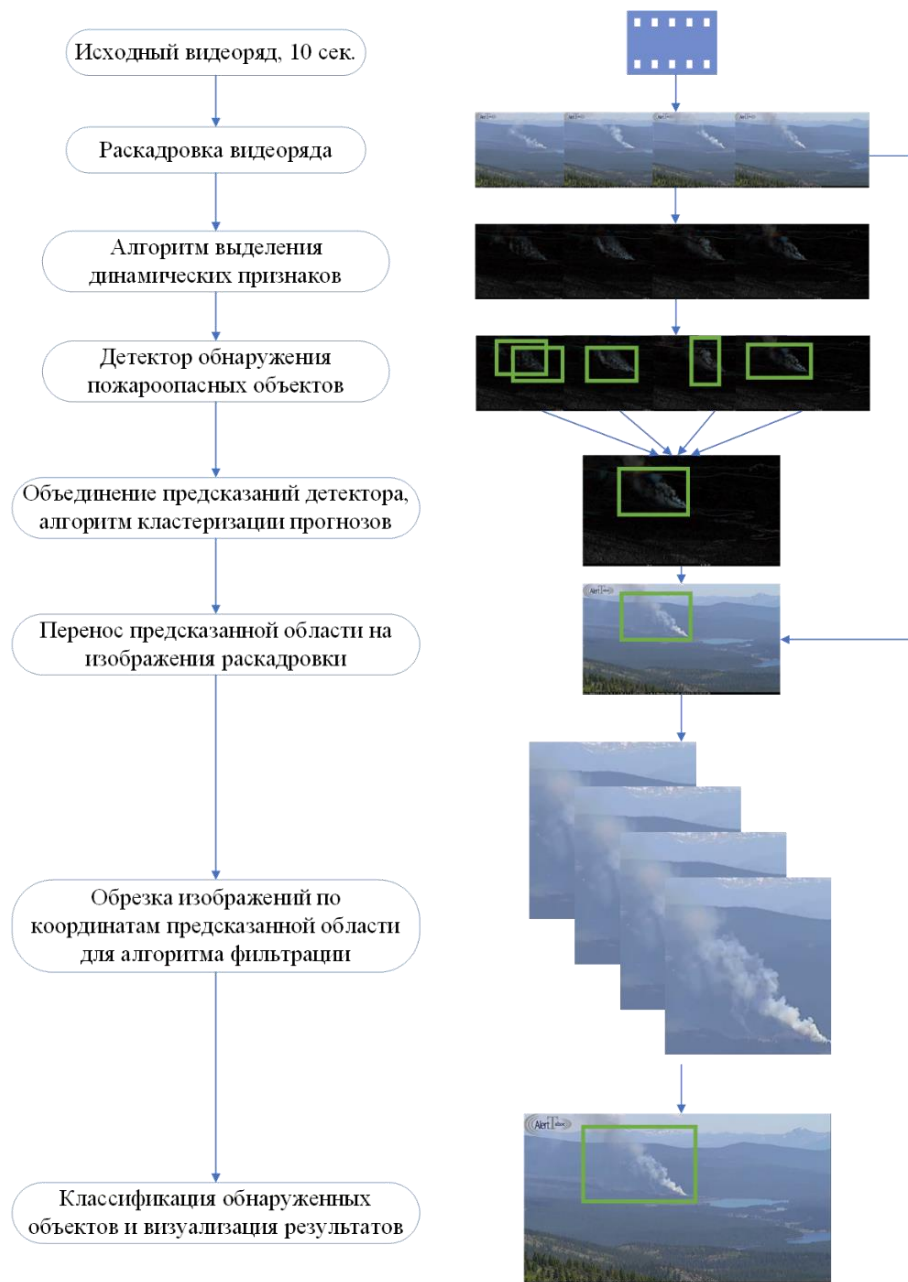


Рис. 1. Этапы работы системы раннего обнаружения пожаров в лесном массиве

Fig. 1. Stages of operation of the early fire detection system in the forest area

Система обнаружения состоит из следующих элементов:

1. Алгоритм обработки видеоряда. Алгоритм разбивает видеопоследовательность, в нашем случае продолжительностью 10 с, на кадры.

2. Алгоритм выделения динамических признаков и алгоритм нарезки кадров (алгоритм предобработки). Основная задача алгоритма – фильтрация полученной информации, в частности объединение последовательности кадров в единый структурный элемент с исключением признаков статичных объектов. Алгоритм выделения динамических признаков получает на вход семь изображений, а на выходе формирует четыре изображения, относящихся к разным временным промежуткам.

3. Модель нейронной сети (Object detection).

4. Алгоритм кластеризации прогнозов обнаруженных объектов, который позволяет объединить результаты областей прогнозов (координаты ограничивающей рамки и вероятности принадлежности к классу) с четырех изображений в единый прогноз на результирующем изображении.

5. Алгоритм фильтрации ранее обнаруженных объектов. Основная идея алгоритма – анализ области интереса на исходных кадрах видеопоследовательности, используя гибридную архитектуру рекуррентной нейронной сети и сверточной нейронной сети (RCNN).

6. Заключительным элементом системы является визуализация ограничивающей рамки у подтвержденного объекта исследования.

2. Исходные данные

Данные для обучения и тестирования системы получены из открытых источников, в частности данные открытых онлайн ресурсов Nevada Seismological Laboratory (University of Nevada) [8, 9], Center for Wildfire Research (основан при поддержке University of Split) [10], видеозаписи съемки лесных пожаров Пермского лесного хозяйства [11], видеозаписи базы данных Калифорнийского университета в Сан-Диего HPWREN [12]. С целью непосредственного обучения все данные были предварительно размечены с использованием средств web-сервиса SuperVisely [13]. Общее количество собранных видеозаписей составило 550 единиц, из них содержащих очаги возгорания – 350 единиц, и 200 видеозаписей без пожаров. Для обучения из каждой видеозаписи взята последовательность из 7 кадров.

3. Алгоритм выделения динамических признаков

При анализе данных видеомониторинга информативным характеристическим признаком является форма дыма, которая в связи с динамикой пожара постоянно изменяется. В данном исследовании с целью выявления информативных динамических признаков используется метод разности кадров, преимуществами которого являются нечувствительность к изменениям сцены (например, к освещению) и возможность адаптации к различным динамическим средам с хорошей стабильностью. Однако серьезный его недостаток – невозможность извлечения всей площади объекта. В связи с этим в статье предложен улучшенный метод разности кадров.

Алгоритм выделения динамических признаков изображения, реализующий метод разности кадров, включает несколько этапов (рис. 2).

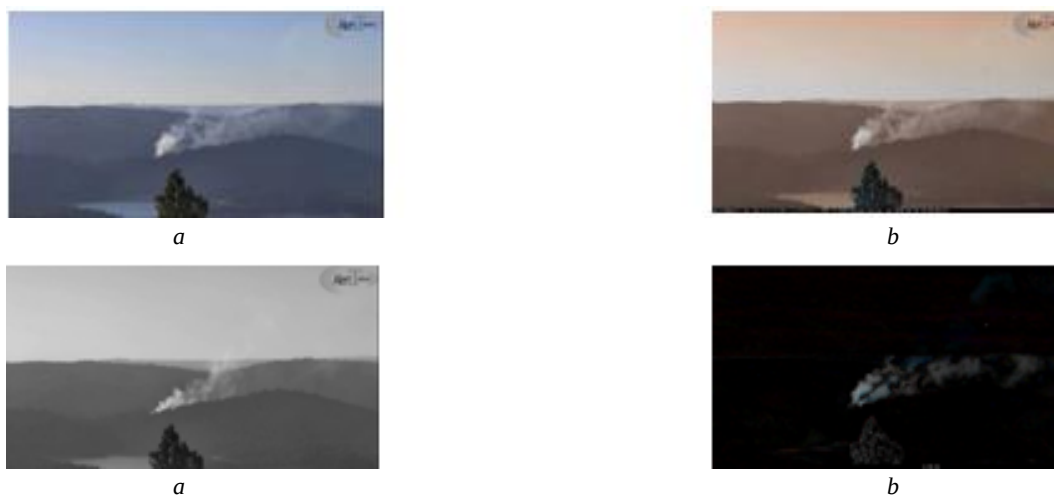


Рис. 2. Визуальное представление работы алгоритма выделения динамических признаков: *a* – исходное изображение; *b* – перевод изображения в один канал; *c* – обработка алгоритмом фильтрации шума; *d* – вычитание фона
Fig. 2. Visual representation of dynamic feature extraction algorithm operation: *a*) initial image; *b*) image transfer into one channel; *c*) processing by noise filtering algorithm; *d*) background subtraction

Этап 1. Видеопоток преобразуется в последовательность кадров.

Этап 2. Выполняется преобразование кадров (с определенным интервалом) из трех каналов RGB в один канал (переход в градации серого), и осуществляется размытие по Гауссу с ядром 5×5 , что позволяет экономить время вычислений на следующих этапах.

Этап 3. Осуществляется операция инициализации «усредненного кадра»:

$$F = \{F(x, y), 0 \leq x < \text{width}, 0 \leq y < \text{height}\}, \quad (1)$$

$$F_c(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i(x, y), \quad (2)$$

где width – ширина кадра, height – высота кадра, $F_c(x, y)$ – «усредненный кадр», N – общее число обрабатываемых кадров, $F_i(x, y)$ – текущий кадр последовательности.

Этап 4. Операция выделения динамических признаков на основе вычитания исходного кадра из усредненного по модулю. Расчет осуществляется по формуле

$$F_{di}(x, y) = |F_c(x, y) - F_i(x, y)|, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

где $F_{di}(x, y)$ – разность текущего кадра последовательности и усредненного.

Этап 5. Применяется операция шумоподавления (формула (3)). Данная операция позволяет выделить объекты с большей динамикой, отбросив при этом посторонние шумы:

$$F_{ri}(x, y) = \begin{cases} \text{maxval}, & \text{if } F_{di}(x, y) > \text{thresh}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4)$$

где $F_{ri}(x, y)$ – результирующий кадр операции шумоподавления.

4. Трекинг объектов на изображении

Каждый обработанный кадр алгоритмом выделения динамических признаков (предобработка) последовательно передается в модель распознавания объектов EfficientDet-D1. Общая архитектура EfficientDet [14] в значительной степени соответствует парадигме одноступенчатых (one-stage) детекторов. За основу взята модель EfficientNet, предварительно обученная на датасете ImageNet. Отличительной особенностью от одноступенчатых детекторов [15–18] является дополнительный слой со взвешенной двунаправленной пирамидой признаков (BiFPN), за которым идет классовая и блочная сеть для генерации предсказаний класса объекта и ограничивающей рамки (бокса) соответственно. Бокс имеет четыре параметра: две координаты (x, y) для верхнего левого угла и две координаты для нижнего правого угла.

Также в процессе исследования рассмотрены модели обнаружения объектов EfficientDet-D0, EfficientDet-D1, EfficientDet-D2, SSD MobileNet v2, Faster R-CNN ResNet50 V1. Все модели обучены в одинаковых условиях. Для обучения сети применялись кадры с нанесенной разметкой в виде боксов с указанием соответствующего класса. Выявлено, что наибольшую эффективность показала модель обнаружения Efficientdet-D1 с предобработкой кадров, подаваемых на анализ.

5. Алгоритм кластеризации прогнозов

Принцип работы алгоритма постобработки показан на рис. 3 и заключается в следующем.

1. На вход алгоритма кластеризации прогнозов подаются координаты верхнего левого и нижнего правого углов ограничивающей рамки и вероятность принадлежности к классу обнаруженных объектов. Прогнозы собираются с четырех кадров одного ракурса на одном изображении, разнесенных во времени. Так как дым имеет весьма нестабильную структуру (плотность, изменчивость формы, направление движения), то на каждом кадре имеем отличную от других кадров уникальную форму дымового облака. Таким образом, алгоритм в большинстве случаев выделяет наиболее характерные участки дыма в данный момент времени, что отчетливо прослеживается на рис. 4. При таком подходе

возможны случаи, когда на результирующем кадре может быть до 20 прогнозов, которые с разной вероятностью выделяют один и тот же объект.

2. Два и более пересекающихся прогноза, имеющих пересечение более чем на 25%, объединяются в кластер.

3. Массив координат точек углов ограничивающей рамки и их вероятности принадлежности к классу, находящиеся в кластере, усредняются:

$$x_c = \frac{\sum x_i P_i}{\sum P_i}, \quad (4)$$

где x_c – координата нового центра угла, x_i – координата угла обнаруженного объекта, P_i – вероятность обнаруженного объекта;

$$P_c = \frac{\sum P_i^2}{\sum P_i}, \quad (5)$$

где P_c – вероятность целевого бокса, измеряется в пределах от 0 до 1, P_i – вероятность обнаруженного объекта.

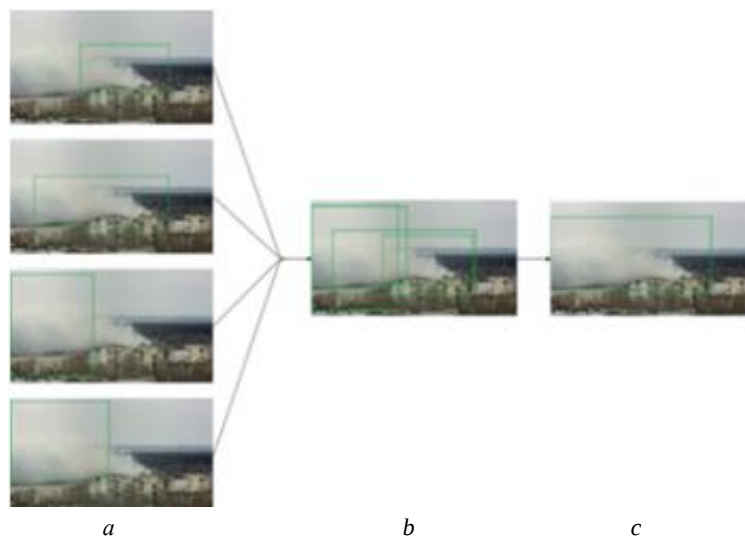


Рис. 3. Визуальное представление работы алгоритма «кластеризации прогнозов»: а – результат работы нейронной сети на 4 кадрах; б – результат переноса прогнозов с 4 изображений на 1 результирующий кадр; с – результат работы алгоритма кластеризации прогнозов

Fig. 3. Visual representation of the algorithm “clustering forecasts”: a) the result of the neural network on 4 frames; b) the result of the transfer of forecasts from 4 images to 1 resulting frame; c) the result of the algorithm clustering forecasts



Рис. 4. Визуализация результата работы алгоритма постобработки: а – результат отображения прогнозов на результирующем кадре; б – результат работы алгоритма кластеризации прогнозов

Fig. 4. Visualization of the post-processing algorithm result: a) the result of forecasts display on the resulting frame; b) the result of the forecasts clustering algorithm

Обнаруженные объекты, не имеющие пересечений, удаляются. Данный подход позволяет не только с высокой уверенностью определить территорию возгорания, но и более точно локализовать очаг возгорания. На рис. 4 представлено влияние алгоритма на результат работы системы.

Необходимо отметить, что на анализируемый кадр наносят только те ограничивающие прямоугольники (боксы), которые имеют вероятность принадлежности класса к объекту возгорания больше 25%.

Процент пересечения рассчитывается согласно метрике IoU (Intersection over Union) по формуле

$$\text{IoU} = \frac{\text{Area of Overlap}}{\text{Area of Union}}, \quad (6)$$

где Area of Overlap – область перекрытия между предсказанными областями 1 и 2, Area of Union – общая площадь предсказания.

6. Алгоритм фильтрации обнаруженных объектов на основе гибридной архитектуры нейронной сети

На видео, записанном камерой наблюдения, видны различные типы облаков и тумана, которые очень похожи на дым от лесного пожара. Следовательно, чтобы правильно классифицировать дым, необходимо учитывать временное движение дыма, форму, текстуру, которые изменяются под действием ветра или воспламеняющегося материала. С этой целью в исследовании области-кандидаты формируются на основе работы алгоритмов, представленных выше. На базе прогноза, полученного с помощью алгоритма кластеризации прогнозов, строится последовательность изображений с использованием кадров начальной выборки без предобработки и в той же позиции, что и соответствующая область-кандидат. Последовательности кадров с областью дыма лесного пожара проверяется с помощью алгоритма фильтрации обнаруженных объектов на наличие пространственно-временных характеристик.

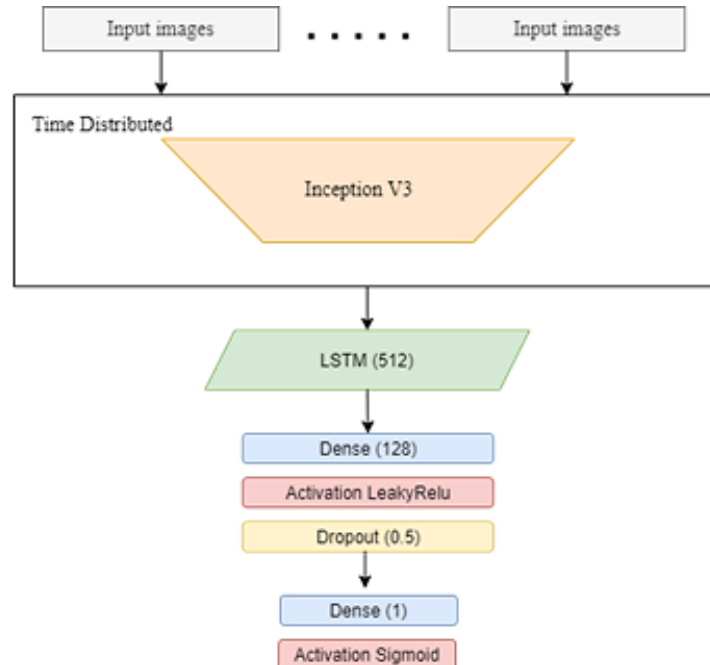


Рис. 5. Архитектура гибридной нейронной сети со слоем LSTM
Fig. 5. Hybrid neural network architecture with LSTM layer

В основу алгоритма фильтрации обнаруженных объектов положена гибридная архитектура нейронной сети, использующая рекуррентную нейронную сеть (RNN) со слоем LSTM и модель сверточной нейронной сети Inception-V3. RNN является расширением нейронных сетей с прямой связью и выдает хорошие результаты в анализе последовательностей. Предлагаемая авторами архитектура

RNN сети со слоем LSTM представлена на рис. 5. На вход сети подается последовательность областей-кандидатов, состоящая из пяти изображений. За выделение вектора признаков отвечает сверточная нейронная сеть, в качестве модели которой используется Inception-V3 [19].

7. Результаты

Для изучения зависимости влияния алгоритма динамических признаков на качество обнаружения объектов было проанализировано несколько вариантов предобработки кадра (табл. 1):

1. Вычитание фона без цветовой обработки кадра (Difference).
2. Вычитание фона с добавлением фильтра Гаусса (Diff+gauss).
3. Вычитание фона с добавлением фильтра Гаусса и перевод в один канал (Diff+gauss +gray).
4. Кадры без обработки (RGB).

Для каждого варианта предобработки кадра было обучено пять моделей нейронной сети (НС): Efficient-D0, Efficient-D1, Efficient-D2, Faster-Resnet50 и SSD-Mobilnet-v2. Эффективность алгоритма предобработки кадров оценивались по метрикам Recall и Precision. При этом наибольшее внимание уделялось метрике Recall, так как на данном этапе важно обнаружить максимально возможное количество очагов возгорания; ложно обнаруженные объекты будут отфильтрованы на следующих этапах работы системы. По результатам тестирования (см. табл. 1) выявлено, что подготовка данных для различных моделей НС по-разному влияет на конечную точность системы (здесь введены обозначения: Pr – Precision, Rc – Recall). В итоге наилучший результат показала модель Efficient-D1 с вычитанием фона, обработкой кадра по Гауссу и переводом изображения в один канал.

Таблица 1

Результаты тестирования алгоритма выделения

Модель НС	Difference		Diff + gauss		Diff + gauss + gray		RGB	
	Pr	Rc	Pr	Rc	Pr	Rc	Pr	Rc
Efficient-D0	0,7	0,7	0,811	0,72	0,85	0,8	0,64	0,57
Efficient-D1	0,78	0,8	0,75	0,69	0,87	0,89	0,68	0,56
Efficient-D2	0,8	0,68	0,77	0,75	0,8	0,73	0,72	0,57
Faster-resnet50	0,85	0,77	0,81	0,76	0,81	0,7	0,76	0,79
SSD-mobilnet-v2	0,8	0,69	0,83	0,75	0,76	0,79	0,81	0,61

Следующим этапом тестирования системы стал анализ результатов влияния количества кадров, поступающих на анализ системе, и вывод результирующего кадра посредством работы алгоритма кластеризации прогнозов обнаруженных объектов. Результаты исследования представлены в табл. 2. Полученные результаты позволяют провести анализ и выявить влияние количества кадров на качество обнаружения объектов, а также точность локализации объектов на результирующем кадре. В итоге наибольшую эффективность продемонстрировал алгоритм объединения прогнозов обнаруженных объектов, точность которого при анализе четырех кадров составила: Pr = 89%, Rc = 91%, MAP = 89% (при IoU в 25%), IoU=56% (здесь введено обозначение: MAP – Mean Average Precision).

Таблица 2

Результаты тестирования алгоритмов фильтрации обнаруженных объектов

№	АКП				NMS				Soft-NMS			
	Pr	Rc	MAP	IoU	Pr	Rc	MAP	IoU	Pr	Rc	MAP	IoU
2	0,92	0,79	0,84	0,59	0,82	0,9	0,86	0,52	0,76	0,9	0,84	0,25
3	0,9	0,9	0,86	0,56	0,74	0,92	0,85	0,53	0,75	0,9	0,86	0,24
4	0,89	0,91	0,89	0,56	0,72	0,92	0,83	0,52	0,76	0,87	0,83	0,23
5	0,84	0,91	0,88	0,58	0,69	0,93	0,83	0,53	0,72	0,9	0,83	0,23

Заключительный этап работы системы представлен формированием последовательности фрагментов кадров посредством вырезания области-кандидата, полученной в результате работы алгоритма объединения прогнозов, из начальной последовательности кадров до этапа предобработки кадра

и фильтрации этих объектов гибридной моделью нейронных сетей. Для формирования архитектуры гибридной нейронной сети была проведена серия экспериментов, представленная в табл. 3.

Таблица 3

Параметры обучения ансамбля НС, выбор модели сверточной НС

Параметр сети	Модель
Имя модели НС	VGG19, MobileNet-V2, Inception-V3, EfficientNet-B0
Количество анализируемых изображений	2, 3, 4, 5, 6, 7
Размер входного изображения, px	128, 256
Скорость обучения	0,0001
Метод оптимизации	Adam
Тип активации	ReLU
Функция потерь	Бинарная кросс-энтропия
Тип рекуррентной сети	GRU
Размер слоя GRU	256
Dropout	0,5
Размер полносвязного слоя (FC)	128

С целью улучшения результатов прогнозирования с помощью нейронной сети был реализован следующий перебор гиперпараметров сети для модели Inception-V3, а именно: тип слоя рекуррентной нейронной сети, ширина слоя рекуррентной сети, ширина полносвязного слоя сети. Параметры перебора представлены в табл. 4.

Таблица 4

Параметры перебора гиперпараметров архитектуры ансамбля НС

Параметр сети	Модель
Имя модели НС	Inception-V3
Количество анализируемых изображений	4
Размер входного изображения, пикселей	128 × 128
Скорость обучения	0,0001
Метод оптимизации	Adam
Тип активации	LeakyReLU
Функция потерь	Бинарная кросс-энтропия
Тип рекуррентной сети	GRU, LSTM
Размер слоя RNN	128, 256, 512, 1 024
Dropout	0,5
Размер полносвязного слоя (FC)	128, 256, 512, 1 024

На основе данных, представленных в табл. 5, была выбрана модель сверточной нейронной сети Inception-V3 с разрешением изображения, подающегося на вход 256 × 256 px, в количестве четырех изображений.

Таблица 5

Оценка зависимости результативности модели от разрешения изображения

Размер изобр.	№	Inception-V3			VGG19			MobileNet_V2		
		Pr	Rc	MAP	Pr	Rc	MAP	Pr	Rc	MAP
256 × 256	2	0,94	0,94	0,94	0,72	0,78	0,75	0,92	0,94	0,93
	3	0,96	0,97	0,97	0,74	0,83	0,78	0,93	0,96	0,94
	4	0,97	0,98	0,98	0,74	0,85	0,79	0,92	0,96	0,94
	5	0,99	0,93	0,96	0,71	0,89	0,79	0,92	0,97	0,94
	6	0,98	0,97	0,97	0,77	0,84	0,80	0,92	0,97	0,95
	7	0,96	0,98	0,97	0,74	0,84	0,79	0,92	0,98	0,95
128 × 128	2	0,85	0,93	0,89	0,74	0,76	0,75	0,90	0,93	0,91
	3	0,90	0,92	0,91	0,70	0,93	0,80	0,88	0,94	0,91
	4	0,89	0,94	0,92	0,72	0,90	0,80	0,91	0,96	0,94
	5	0,92	0,94	0,93	0,72	0,81	0,76	0,92	0,96	0,94
	6	0,92	0,96	0,94	0,76	0,85	0,80	0,91	0,97	0,94
	7	0,93	0,95	0,94	0,82	0,83	0,83	0,91	0,96	0,94

В табл. 6 показано сравнение по количеству обнаружений, количеству ложных обнаружений и точности по метрике Ассигасу. Приведено сравнение результатов предлагаемой авторами системы обнаружения очага возгорания в лесном массиве с аналогичными системами на базе видеозаписей HPWREN [12]. Итоговая точность системы на тестовой выборке (79 записей с пожарами, 79 записей без пожаров) составила: Precision – 98%, Recall 97%, Accurasy – 98%, TP – 78 шт., FP – 2 шт., FN – 1 шт., TN – 78 шт.

Таблица 6

Сравнение методов обнаружения очага возгорания в лесном массиве

Метод	Количество обнаружений	Количество ложных обнаружений	Точность
1 K. Govil и др. [3]	86%	9,85%	91,2%
2 A. Dewangan и др. [4]	90,85%	10,11%	83,62%
3 H. Pan и др. [20]	91,6%	4,67%	93,36%
4 Предлагаемая разработка	97,46%	1,27%	98,1%



a



b

Рис. 6. Результаты работы системы раннего обнаружения пожаров: а – пример 1; б – пример 2

Fig. 6. The result of the early fire detection system: a) example 1; b) example 2

На рис. 6 проиллюстрированы результаты обнаружения пожароопасных объектов. Представленные результаты являются выходными в работе системы. Показаны примеры корректного обнаружения, где вся область задымления находится в ограничивающей рамке. На изображениях: синий бокс – результат работы сети, красный – размеченный бокс.

Заключение

Предложена комплексная технология для решения задачи обнаружения пожароопасных объектов на видеоряде. Изложенный в статье подход дает возможность анализировать не отдельные кадры видеозаписи, а последовательность кадров. Отметим, что данный подход позволяет избавиться от шумов, выделить динамические признаки на статическом изображении и выявить временную составляющую последовательности. В ходе исследования было проанализировано влияние предобработки кадров на результаты работы нейронных сетей обнаружения объектов. В результате тестирования выбрана модель нейронной сети Efficient-D1 с вычитанием фона, обработкой кадра по Гауссу и переводом изображения в один канал.

Анализ последовательности кадров уменьшает ошибки ложных обнаружений и расширяет возможности обнаружения малозаметных дымовых облаков. Применение данного подхода требует объединения прогнозов с последовательности изображений на одном кадре для получения результирующего прогноза. С этой целью предложен алгоритм объединения прогнозов. В работе приведен сравнительный анализ работы алгоритмов NMS, Soft-NMS и алгоритма кластеризации прогнозов. В результате тестирования подтверждена результативность предлагаемого алгоритма, получено качественное улучшение обнаружения объектов и локализации обнаруженных объектов на кадре.

Итоговая точность системы на тестовой выборке (79 записей с пожарами, 79 записей без пожаров) составила: Precision – 98%, Recall – 97%, Accurasy – 98%, TP – 78 шт., FP – 2 шт., FN – 1 шт.,

TN – 78 шт. Тестовые данные были получены с реальных объектов наблюдения, что позволяет говорить о высокой эффективности системы.

Список источников

1. Васильев А.С., Краснящих А.В., Коротаев В.В. и др. Математическая модель лесного пожара как источника инфракрасного излучения // Известия вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 7. С. 44–49.
2. Гришин А.М. О математическом моделировании природных пожаров и катастроф // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2008. № 2 (3). С. 105–114.
3. Govil K., Welch M.L., Ball J.T., Pennypacker C.R. Preliminary results from a wildfire detection system using deep learning on remote camera images // Remote Sens. Multidisciplinary Digital Publishing Institute. 2020. V. 12 (1). Art. 166. P. 1–15.
4. Dewangan A., Pande Y., Braun H.-W. et al. FigLib & SmokeyNet: Dataset and Deep Learning Model for Real-Time Wildland Fire Smoke Detection // Remote Sens. MDPI. 2022. V. 14 (4). Art. 1007.
5. Alexandrov D., Pertseva E., Berman I., Pantiukhin I. Analysis of machine learning methods for wildfire security monitoring with an unmanned aerial vehicles // Conf. Open Innov. Assoc. Fruct. IEEE Computer Society. 2019. V. 2019, April. P. 3–9.
6. Kolpashchikov D. et al. Inverse Kinematics for Steerable Concentric Continuum Robots // Proc. of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin’s Readings”. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore : Springer, 2020. P. 89–100.
7. Laptev N., Laptev V., Gerget O., Kolpashchikov D. Integrating Traditional Machine Learning and Neural Networks for Image Processing // CEUR Work. Proc. 31. GraphiCon 2021 – Proc. 31st Int. Conf. Comput. Graph. Vision. 2021. P. 896–904.
8. Nevada Seismological Laboratory. URL: <https://www.youtube.com/user/nvseismolab/about> (accessed: 02.12.2020).
9. Nevada Seismological Laboratory, University of Nevada. URL: <http://www.seismo.unr.edu/> (accessed: 02.12.2020).
10. Wildfire Observers and Smoke Recognition. URL: <http://wildfire.fesb.hr> (accessed: 19.11.2020).
11. СГБУ «Пермский лесопожарный центр». URL: https://www.youtube.com/channel/UCsKn1hQgGh5n7NGoQLNoh_Q/videos (дата обращения: 19.11.2020).
12. Cameras from various HPWREN related sites. URL: <http://hpwren.ucsd.edu/cameras/> (accessed: 16.04.2022).
13. Supervisely – web platform for computer vision. Annotation, training and deploy. URL: <https://supervise.ly/> (accessed: 02.12.2020).
14. Tan M., Pang R., Le Q.V. EfficientDet: Scalable and efficient object detection // Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. IEEE Computer Society, 2020. P. 10778–10787.
15. Liu S., Qi L., Qin H. et al. Path aggregation network for instance segmentation // Proc. of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2018. P. 8759–8768.
16. Redmon J., Farhadi A. YOLO9000: Better, faster, stronger // Proc. 30th IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR 2017. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2017. V. 2017, January. P. 6517–6525.
17. Lin T.-Y. et al. Feature pyramid networks for object detection // Proc. of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2017. P. 2117–2125.
18. Lin T.-Y. et al. Focal Loss for Dense Object Detection // 2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). IEEE, 2017. V. 42 (2). P. 2999–3007.
19. Szegedy C. et al. Inception-v4, inception-ResNet and the impact of residual connections on learning // 31st AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2017. P. 4278–4284.
20. Pan H., Badawi D., Cetin A.E. Computationally efficient wildfire detection method using a deep convolutional network pruned via Fourier analysis // Sensors. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2020. V. 20 (10). Art. 2891.

References

1. Vasiliev, A.S. Krasnyashchikh, A.V., Korotaev, V.V. et al. (2013) Mathematical model of a forest fire as a source of infrared radiation. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 56(7). pp. 44–49.
2. Grishin, A.M. (2008) On mathematical modeling of natural fires and catastrophes. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2(3). pp. 105–114.
3. Govil, K., Welch, M.L., Ball, J.T. & Pennypacker, C.R. (2020) Preliminary results from a wildfire detection system using deep learning on remote camera images. *Remote Sens. Multidisciplinary Digital Publishing Institute*. 12(1). Art. 166. pp. 1–15.
4. Dewangan, A., Pande, Y., Braun, H.-W. et al. (2022) FigLib & SmokeyNet: Dataset and deep learning model for real-time wildland fire smoke detection. *Remote Sens. MDPI*. 14(4). Art. 1007.
5. Alexandrov, D., Pertseva, E., Berman, I. & Pantiukhin, I. (2019) Analysis of machine learning methods for wildfire security monitoring with an unmanned aerial vehicles. *Conf. Open Innovation. Assoc. Fruct. IEEE Computer Society*. April. pp. 3–9.
6. Kolpashchikov, D. et al. (2020) Inverse Kinematics for Steerable Concentric Continuum Robots. *The Zavalishin’s Readings. Smart Innovation, Systems and Technologies*. Proc. of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics. Singapore: Springer. pp. 89–100.
7. Laptev, N., Laptev, V., Gerget, O. & Kolpashchikov, D. (2021) Integrating traditional machine learning and neural networks for image processing. *CEUR Work. Proceedings*. 31. Cep. “GraphiCon 2021 – Proc. 31st Int. Conf. Comput. Graph. Vision”. pp. 896–904.

8. Youtube. (n.d.) *Nevada Seismological Laboratory*. [Online] Available from: <https://www.youtube.com/user/nvseismolab/about> (Accessed: 2nd December 2020).
9. Youtube. (n.d.) *Nevada Seismological Laboratory, University of Nevada*. [Online] Available from: <http://www.seismo.unr.edu/> (Accessed: 2nd December 2020).
10. *Wildfire Observers and Smoke Recognition*. Home Page. [Online] Available from: <http://wildfire.fesb.hr> (Accessed: 19th November 2020).
11. Youtube. (n.d.) *Permskiy lesopozharnyy tsentr* [Perm Forest Fire Center]. [Online] Available from: https://www.youtube.com/channel/UCsKn1hQgGh5n7NGoqLNoh_Q/videos (Accessed: 19th November 2020).
12. HPWREN. (n.d.) *Cameras from various HPWREN related sites*. [Online] Available from: <http://hpwren.ucsd.edu/cameras/> (Accessed: 16th April 2022).
13. Supervise.ly. (n.d.) *Supervise.ly – a web platform for computer vision. Annotation, training and deploy*. [Online] Available from: <https://supervise.ly/> (Accessed: 2nd December 2020).
14. Tan, M., Pang, R. & Le, Q.V. (2020) EfficientDet: Scalable and efficient object detection. *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society. pp. 10778–10787.
15. Liu, S., Qi, L., Qin, H. et al. (2018) Path aggregation network for instance segmentation. *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*. pp. 8759–8768.
16. Redmon, J. & Farhadi, A. (2017) YOLO9000: Better, faster, stronger. *Proceedings – 30th IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR 2017*. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. pp. 6517–6525.
17. Lin, T.-Y. (2017) Feature pyramid networks for object detection. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. pp. 2117–2125.
18. Lin, T.-Y. (2017) Focal Loss for Dense Object Detection. *2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*. IEEE. 42(2). pp. 2999–3007.
19. Szegedy, C., Ioffe, S., Vanhoucke, V. & Alemi, A. (2017) Inception-v4, inception-ResNet and the impact of residual connections on learning. *31st AAAI Conference on Artificial Intelligence*. pp. 4278–4284.
20. Pan, H., Badawi, D. & Cetin, A.E. Computationally efficient wildfire detection method using a deep convolutional network pruned via Fourier analysis. *Sensors*. 20(10). Art. 2891.

Информация об авторах:

Лантев Никита Витальевич – инженер научно-образовательной лаборатории обработки и анализа больших данных Национального исследовательского Томского политехнического университета (Томск, Россия). E-mail: nikitalaptev77@gmail.com

Гергет Ольга Михайловна – профессор, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (Москва, Россия). E-mail: olgagerget@mail.ru.

Лантев Владислав Витальевич – аспирант отделения информационных технологий Томского политехнического университета; инженер лаборатории «Бионические цифровые платформы» Сибирского государственного медицинского университета (Томск, Россия). E-mail: vv139@tpu.ru

Кравченко Андрей Александрович – магистрант отделения информационных технологий Томского политехнического университета (Томск, Россия). E-mail: aak224@tpu.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Laptev Nikita V (Engineer of Laboratory «Big Data Processing and Analysis», National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: nikitalaptev77@gmail.com

Gerget Olga M. (Doctor of Technical Sciences, Leading Researcher, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Science, Moscow, Russian Federation). E-mail: olgagerget@mail.ru

Laptev Vladislav V. (Post-graduate Student, National Research Tomsk Polytechnic University, Engineer of Laboratory «Bionic Digital Platforms», Siberian State Medical University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: vv139@tpu.ru

Kravchenko Andrey A. (Master's Student, National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: aak224@tpu.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 29.10.2022; принята к публикации 09.06.2023

Received 29.10.2022; accepted for publication 09.06.2023

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/10

The sensitivity coefficients for dynamic systems described by nonlinear difference interconnected ordinary equations and generalized equations with the distributed memory

Anatoly I. Rouban

Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation, ai-rouban@mail.ru

Abstract. The variation method of calculation of sensitivity coefficients connecting first variation of quality functional with variations of variable and constant parameters for multivariate non-linear dynamic systems described by nonlinear interconnected ordinary difference equations and generalized difference equations with the distributed memory on phase coordinates and variable parameters is developed. The nonlinear quality functional has also a generalized form. Sensitivity coefficients are components of variation of generalized sensitivity functional and they are before variations of variable and constant parameters. The base of sensitivity coefficients calculation are the decision of object equations in the forward direction of discrete time and corresponding difference conjugate equations for Lagrange's multipliers in the opposite direction of discrete time.

Keywords: variational method; sensitivity coefficient; difference equation; conjugate equation; Lagrange's multiplier.

For citation: Rouban, A.I. (2023) The sensitivity coefficients for dynamic systems described by nonlinear difference interconnected ordinary equations and generalized equations with the distributed memory. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 84–91. doi: 10.17223/19988605/63/10

Научная статья

УДК 62–50

doi: 10.17223/19988605/63/10

Коэффициенты чувствительности для динамических систем, описываемых нелинейными разностными взаимосвязанными обыкновенными уравнениями и обобщенными уравнениями с распределенной памятью

Анатолий Иванович Рубан

Сибирский Федеральный университет, Красноярск, Россия, ai-rouban@mail.ru

Аннотация. Вариационный метод применен для расчета коэффициентов чувствительности, которые связывают первую вариацию функционала качества работы системы с вариациями переменных и постоянных параметров, для многомерных динамических систем, описываемых разностными нелинейными взаимосвязанными обыкновенными уравнениями и обобщенными уравнениями с распределенной памятью по фазовым координатам и переменным параметрам. Показатели качества работы систем также являются обобщенными нелинейными функционалами.

Ключевые слова: вариационный метод; коэффициент чувствительности; разностное уравнение; распределенная память; функционал качества работы системы; сопряженное уравнение; множитель Лагранжа.

Для цитирования: Рубан А.И. Коэффициенты чувствительности для динамических систем, описываемых нелинейными разностными взаимосвязанными обыкновенными уравнениями и обобщенными уравнениями с распределенной памятью // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 84–91. doi: 10.17223/19988605/63/10

Introduction

For dynamic systems the problem of calculation of sensitivity functions and of sensitivity coefficients (SC) are central at the analysis and syntheses of control laws, optimization, identification, stability [1–11]. The first-order sensitivity characteristics mostly are used. Later on we shall examine only SC of the first-order.

The sensitivity functional connects the first variation of quality functional with variations of variable and constant parameters. The SC are components of vector gradient from quality functional according to parameters.

Consider a vector output $z(t)$ of dynamic object model under discrete time $t \in [0, 1, \dots, N + 1]$ implicitly depending on vector constant α parameters and functional $I(\alpha)$ constructed on a basis of $z(t)$ under $t \in [0, 1, \dots, N + 1]$ and on a basis of α parameters:

$$I(\alpha) = f_0(z(N + 1), z(N), \dots, z(1), z(0), \alpha) \equiv f_0(\cdot, \alpha).$$

SC with respect to constant α parameters are called a gradient from $I(\alpha)$ on α : $(dI(\alpha)/d\alpha)^T \equiv \nabla_\alpha I(\alpha)$. SC are a coefficients of single-line relationship between the first variation of functional $\delta_\alpha I(\alpha)$ and the variations $d\alpha$ of constant parameters:

$$\delta_\alpha I(\alpha) = (\nabla_\alpha I(\alpha))^T d\alpha = \frac{dI(\alpha)}{d\alpha} d\alpha \equiv \sum_{j=1}^m \frac{\partial I(\alpha)}{\partial \alpha_j} d\alpha_j.$$

The known method of SC calculation inevitably requires a solution of cumbersome sensitivity equations to sensitivity functions $W(t)$. For instance, for functional $I(\alpha)$ we have following row vector for SC:

$$\frac{dI(\alpha)}{d\alpha} = \sum_{t=0}^{N+1} \frac{\partial f_0(\cdot, \alpha)}{\partial z(t)} W(t) + \frac{\partial f_0(\cdot, \alpha)}{\partial \alpha}.$$

$W(t)$ is the matrix of single-line relationship of the first variation of dynamic model output with parameter variations: $\delta z(t) = W(t) d\alpha$. For obtaining the matrix $W(t)$ it is necessary to decide bulky equation systems – sensitivity equations. The j -th column of matrix $W(t)$ is made of the sensitivity functions $\partial z(t)/\partial \alpha_j$ with respect to α_j component of α vector. They satisfy a vector equation (if z is a vector) resulting from dynamic model (for z) by derivation on a parameter α_j .

For variable parameters such method in practice is not applied because of the complexity.

Variational method [4], makes possible to simplify the process of determination of conjugate equations and formulas of account of SC. On the basis of this method it is an extension of quality functional by means of inclusion into it dynamic equations of object by means of Lagrange's multipliers and obtaining the first variation of extended functional on phase coordinates of object and on interesting parameters. Dynamic equations for Lagrange's multipliers are obtained due to set equal to a zero (in the first variation of extended functional) the functions before the variations of phase coordinates. Given simplification first variation of extended functional brings at presence in the right part only parameter variations, i.e. it is got the sensitivity functional according to concerning parameters.

In difference from other papers devoted to calculation of SC in given paper the generalized nonlinear difference models and the generalized nonlinear purposeful functional are used. Also variables and constant parameters enter into the right parts of difference equations of dynamic object, in an indicator of quality of system work, in the measuring device model and initial values of phase coordinates depend on constant parameters. At the right part of the nonlinear equations of object model there are also phase coordinates and variable parameters during the previous moments of time.

It is proved that both methods to calculation of SC (either with use of Lagrange's functions or with use of sensitivity functions) yield the same result, but the first method it is essential more simple in the computing relation.

1. Problem definition

We suppose that the dynamic object is described by system of non-linear difference interconnected ordinary equations and generalized equations with the distributed memory on phase coordinates and variable parameters:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= f_x(x(t), y(t), \tilde{\alpha}(t), \alpha, t), \quad t = 0, 1, 2, \dots, N, \quad x(0) = x_0(\alpha), \\ y(t+1) &= f_y(x(t), \dots, x(1), x(0); y(t), \dots, y(1), y(0); \tilde{\alpha}(t), \dots, \tilde{\alpha}(1), \tilde{\alpha}(0); \alpha, t), \quad t = 0, 1, \dots, N, \\ y(0) &= y_0(\alpha). \end{aligned} \quad (1)$$

Here: $\tilde{\alpha}(t), \alpha$ are a vector-columns of variable and constant parameters; x, y are a vector-columns of phase coordinates; $f_x(\cdot), f_y(\cdot), x_0(\alpha), y_0(\alpha)$ are known continuously differentiated limited vector-functions.

The quality of functioning of system it is characterised of generalized functional

$$I(\tilde{\alpha}, \alpha) = f_0(x(N+1), \dots, x(1), x(0); y(N+1), \dots, y(1), y(0); \tilde{\alpha}(N+1), \dots, \tilde{\alpha}(1), \tilde{\alpha}(0); \alpha) \quad (2)$$

depending on $\tilde{\alpha}(t)$ and α parameters. The conditions for function $f_0(\cdot)$ are the same as for $f_x(\cdot), f_y(\cdot)$. Functional (2) are used for solution of a the optimization problems.

With the purpose of simplification of appropriate deductions with preservation of a generality in all transformations (1), (2) there are two vectors of parameters $\tilde{\alpha}(t), \alpha$. If in the equations (1), (2) parameters are different then it is possible formally to unit them in two vectors $\tilde{\alpha}(t), \alpha$, to use obtained outcomes and then to make appropriate simplifications, taking into account a structure of a vectors $\tilde{\alpha}(t), \alpha$.

Is shown also that the variation method without basic modifications allows to receive SC in relation to variable and constant parameters:

$$\begin{aligned} \delta I(\tilde{\alpha}, \alpha) &= \sum_{t=0}^{N+1} \frac{\partial I(\tilde{\alpha}, \alpha)}{\partial \tilde{\alpha}(t)} \delta \tilde{\alpha}(t) + \frac{\partial I(\tilde{\alpha}, \alpha)}{\partial \alpha} \delta \alpha, \\ \nabla_{\tilde{\alpha}(t)} I(\tilde{\alpha}, \alpha) &= \left(\frac{\partial I(\tilde{\alpha}, \alpha)}{\partial \tilde{\alpha}_1(t)} \quad \dots \quad \frac{\partial I(\tilde{\alpha}, \alpha)}{\partial \tilde{\alpha}_{m_1}(t)} \right)^T, \quad t = 0, 1, 2, \dots, N, N+1, \\ \nabla_{\alpha} I(\tilde{\alpha}, \alpha) &= \left(\frac{\partial I(\tilde{\alpha}, \alpha)}{\partial \alpha_1} \quad \dots \quad \frac{\partial I(\tilde{\alpha}, \alpha)}{\partial \alpha_{m_2}} \right)^T. \end{aligned} \quad (3)$$

By obtaining of results it is used the obvious designations:

$$\begin{aligned} f_x(t) &\equiv f_x(x(t), y(t), \tilde{\alpha}(t), \alpha, t), \quad t = 0, 1, 2, \dots, N, \\ f_y(t) &\equiv f_y(x(t), \dots, x(1), x(0); y(t), \dots, y(1), y(0); \tilde{\alpha}(t), \dots, \tilde{\alpha}(1), \tilde{\alpha}(0); \alpha, t), \quad t = 0, 1, \dots, N, \\ f_0(\cdot) &\equiv f_0(x(N+1), \dots, x(1), x(0); y(N+1), \dots, y(1), y(0); \tilde{\alpha}(N+1), \dots, \tilde{\alpha}(1), \tilde{\alpha}(0); \alpha). \end{aligned} \quad (4)$$

The index t in functions (4) also reflects not only obvious dependence on step number, but also that the kind of functions from a step to a step can change.

Let's receive the conjugate equations for calculation of Lagrange's multipliers and on the basis of them formulas for SC calculation.

2. Conjugate equations and sensitivity coefficients

Complement a quality functional (2) by restrictions-equalities (1) by means of Lagrange's multipliers $\lambda_x(t), \lambda_y(t), t = 0, 1, 2, \dots, N+1$ (column vectors) and get the extended functional

$$\begin{aligned} I &= I(\tilde{\alpha}, \alpha) + \sum_{t=0}^N \lambda_x^T(t+1) [-x(t+1) + f_x(t)] + \lambda_x^T(0) [-x(0) + x_0(\alpha)] + \\ &+ \sum_{t=0}^N \lambda_y^T(t+1) [-y(t+1) + f_y(t)] + \lambda_y^T(0) [-y(0) + y_0(\alpha)] = \end{aligned} \quad (5)$$

$$= f_0(\cdot) - \lambda_x^T(N+1)x(N+1) - \lambda_y^T(N+1)y(N+1) + \\ + \sum_{t=0}^N \left[-\lambda_x^T(t)x(t) - \lambda_y^T(t)y(t) + \lambda_x^T(t+1)f_x(t) + \lambda_y^T(t+1)f_y(t) \right] + \lambda_x^T(0)x_0(\alpha) + \lambda_y^T(0)y_0(\alpha).$$

Functional (5) complies with $I(\tilde{\alpha}, \alpha)$ when the dynamic object moves on a trajectory corresponding to the equations (1).

We calculate the first variation of extended functional, caused by a variation of phase coordinates and also by a variation of variables and constant parameters:

$$\delta I = \delta_x I + \delta_y I + \delta_{\tilde{\alpha}} I + \delta_{\alpha} I \equiv \sum_{t=0}^{N+1} \frac{\partial I}{\partial x(t)} dx(t) + \sum_{t=0}^{N+1} \frac{\partial I}{\partial y(t)} dy(t) + \sum_{t=0}^{N+1} \frac{\partial I}{\partial \tilde{\alpha}(t)} d\tilde{\alpha}(t) + \frac{\partial I}{\partial \alpha} d\alpha. \quad (6)$$

Here:

$$\delta_x I = \left[\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(N+1)} - \lambda_x^T(N+1) \right] dx(N+1) + \sum_{t=0}^N \left[\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(t)} - \lambda_x^T(t) + \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial x(t)} \right] dx(t) + \\ + \sum_{t=0}^N \sum_{s=0}^t \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial x(s)} dx(s), \\ \delta_y I = \left[\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(N+1)} - \lambda_y^T(N+1) \right] dy(N+1) + \sum_{t=0}^N \left[\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(t)} - \lambda_y^T(t) + \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial y(t)} \right] dy(t) + \\ + \sum_{t=0}^N \sum_{s=0}^t \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial y(s)} dy(s).$$

We consider equality [11]:

$$\sum_{t=0}^N \sum_{s=0}^t A(t, s) = \sum_{t=0}^{t=N} \sum_{s=0}^{s=N} A(s, t). \quad (8)$$

For summands $\sum_{t=0}^N \sum_{s=0}^t \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial x(s)} dx(s)$ and $\sum_{t=0}^N \sum_{s=0}^t \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial y(s)} dy(s)$ in formulas (7) the equality (8) assumes the following form:

$$\sum_{t=0}^N \sum_{s=0}^t \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial x(s)} dx(s) = \sum_{t=0}^{t=N} \sum_{s=0}^{s=N} \lambda_y^T(s+1) \frac{\partial f_y(s)}{\partial x(t)} dx(t), \\ \sum_{t=0}^N \sum_{s=0}^t \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial y(s)} dy(s) = \sum_{t=0}^{t=N} \sum_{s=0}^{s=N} \lambda_y^T(s+1) \frac{\partial f_y(s)}{\partial y(t)} dy(t).$$

Variations $\delta_x I$, $\delta_y I$ in (7) becomes now:

$$\delta_x I = \left[\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(N+1)} - \lambda_x^T(N+1) \right] dx(N+1) + \\ + \sum_{t=0}^{t=N} \left[\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(t)} - \lambda_x^T(t) + \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial x(t)} + \sum_{s=t}^{s=N} \lambda_y^T(s+1) \frac{\partial f_y(s)}{\partial x(t)} \right] dx(t); \\ \delta_y I = \left[\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(N+1)} - \lambda_y^T(N+1) \right] dy(N+1) + \\ + \sum_{t=0}^{t=N} \left[\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(t)} - \lambda_y^T(t) + \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial y(t)} + \sum_{s=t}^{s=N} \lambda_y^T(s+1) \frac{\partial f_y(s)}{\partial y(t)} \right] dy(t).$$

The factors standing in the formula (9) before variations of phase coordinates look like:

$$\frac{\partial I}{\partial x(N+1)} = -\lambda_x^T(N+1) + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(N+1)}, \quad \frac{\partial I}{\partial y(N+1)} = -\lambda_y^T(N+1) + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(N+1)}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial x(t)} &= -\lambda_x^T(t) + \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial x(t)} + \sum_{s=t}^{s=N} \lambda_y^T(s+1) \frac{\partial f_y(s)}{\partial x(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(t)}, \\ \frac{\partial I}{\partial y(t)} &= -\lambda_y^T(t) + \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial y(t)} + \sum_{s=t}^{s=N} \lambda_x^T(s+1) \frac{\partial f_x(s)}{\partial y(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(t)}, \quad t = N, N-1, \dots, 1, 0.\end{aligned}$$

From equality to zero of these factors we receive the equations for Lagrange's multipliers:

$$\begin{aligned}\lambda_x^T(N+1) &= \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(N+1)}, \quad \lambda_y^T(N+1) = \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(N+1)}, \\ \lambda_x^T(t) &= \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial x(t)} + \sum_{s=t}^{s=N} \lambda_y^T(s+1) \frac{\partial f_y(s)}{\partial x(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(t)}, \\ \lambda_y^T(t) &= \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial y(t)} + \sum_{s=t}^{s=N} \lambda_x^T(s+1) \frac{\partial f_x(s)}{\partial y(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(t)}, \quad t = N, N-1, \dots, 1, 0.\end{aligned}\tag{11}$$

These equations are decided in the opposite direction changes of an independent integer variable t .

Let's calculate now the sensitivity coefficients.

In the equation (6) SC concerning variables and constant parameters look like:

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial \tilde{\alpha}(N+1)} &= \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \tilde{\alpha}(N+1)}, \\ \frac{\partial I}{\partial \tilde{\alpha}(t)} &= \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \tilde{\alpha}(t)} + \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial \tilde{\alpha}(t)} + \sum_{s=t}^{s=N} \lambda_y^T(s+1) \frac{\partial f_y(s)}{\partial \tilde{\alpha}(t)}, \quad t = N, N-1, \dots, 1, 0, \\ \frac{\partial I}{\partial \alpha} &= \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \alpha} + \sum_{t=0}^{t=N} \left[\lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial \alpha} + \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial \alpha} \right] + \lambda_x^T(0) \frac{dx_0(\alpha)}{d\alpha} + \lambda_y^T(0) \frac{dy_0(\alpha)}{d\alpha}.\end{aligned}\tag{12}$$

This result is more common in relation to appropriate results of monograph [4] and paper [11].

At reception SC (12) it was used extended functional (7) and equality (8).

We prove equivalence of sensitivity coefficients for initial (2) and extended (5) functionals.

We take extended functional, presented in an initial part of the formula (5):

$$\begin{aligned}I &= I(\tilde{\alpha}, \alpha) + \sum_{t=0}^N \lambda_x^T(t+1) [-x(t+1) + f_x(t)] + \lambda_x^T(0) [-x(0) + x_0(\alpha)] + \\ &+ \sum_{t=0}^N \lambda_y^T(t+1) [-y(t+1) + f_y(t)] + \lambda_y^T(0) [-y(0) + y_0(\alpha)].\end{aligned}$$

Before $\lambda_x^T(\cdot)$, $\lambda_y^T(\cdot)$ in brackets there are the dynamic equations of the dynamic system which have been written down in the form of the equations of equality type. Hence, values of functions in brackets are always equal to zero.

Let's calculate from both parts of the previous equation derivatives in the beginning on a vector of constant α parameters:

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial \alpha} &= \frac{\partial I(\tilde{\alpha}, \alpha)}{\partial \alpha} + \sum_{t=0}^N \lambda_x^T(t+1) \left[-W_\alpha^x(t+1) + \frac{\partial f_x(t)}{\partial x(t)} W_\alpha^x(t) + \frac{\partial f_x(t)}{\partial y(t)} W_\alpha^y(t) + \frac{\partial f_x(t)}{\partial \alpha} \right] + \lambda_x^T(0) \left[-W_\alpha^x(0) + \frac{dx_0(\alpha)}{d\alpha} \right] + \\ &+ \sum_{t=0}^N \lambda_y^T(t+1) \left[-W_\alpha^y(t+1) + \sum_{s=0}^t \left(\frac{\partial f_y(t)}{\partial x(s)} W_\alpha^x(s) + \frac{\partial f_y(t)}{\partial y(s)} W_\alpha^y(s) \right) + \frac{\partial f_y(t)}{\partial \alpha} \right] + \lambda_y^T(0) \left[-W_\alpha^y(0) + \frac{dy_0(\alpha)}{d\alpha} \right].\end{aligned}$$

Here $W_\alpha^x(t) = \frac{dx(t)}{d\alpha}$, $W_\alpha^y(t) = \frac{dy(t)}{d\alpha}$ there are the sensitivity functions.

Before $\lambda_x^T(t+1)$, $\lambda_y^T(t+1)$ now there are sensitivity equations for a matrixes of sensitivity functions.

These equations are written down as in the form of restriction of equality type. Values of functions in brackets also are always equal to zero.

Hence, SC rather both for initial functional and for its extended variant have identical values.

For reception of the sensitivity equations it is necessary in equations (1) to impose a condition of differentiability for $f_x(t)$ and $f_y(t)$ on phase coordinates and on considered parameters. On α parameters should be differentiated initial functions $x_0(\alpha)$ and $y_0(\alpha)$.

We can receive the same result for SC on relation to variable parameters. The sensitivity equations for each fixed value of argument of variable parameters $\tilde{\alpha}(j)$, $j = 0, 1, \dots, N+1$ have more complex form. They demand special consideration. Important that such sensitivity equations are objectively exist.

At additional use of model of the measuring device it is necessary to make changes to problem statement:

$$f_0(\cdot) \equiv f_0(\eta(N+1), \dots, \eta(1), \eta(0); \tilde{\alpha}(N+1), \dots, \tilde{\alpha}(1), \tilde{\alpha}(0); \alpha),$$

$$\eta(t) \equiv \eta(x(t), y(t), \tilde{\alpha}(t), \alpha, t), \quad t = 0, 1, 2, \dots, N+1.$$

In the received results it is necessary to execute small replacements:

$$\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(t)} \text{ to replace on } \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \eta(t)} \frac{\partial \eta(t)}{\partial x(t)}; \quad \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(t)} \text{ to replace on } \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \eta(t)} \frac{\partial \eta(t)}{\partial y(t)};$$

$$\frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \tilde{\alpha}(t)} \text{ to replace on } \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \tilde{\alpha}(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \eta(t)} \frac{\partial \eta(t)}{\partial \tilde{\alpha}(t)}; \quad \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \alpha} \text{ to replace on } \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \alpha} + \sum_{t=0}^{N+1} \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \eta(t)} \frac{\partial \eta(t)}{\partial \alpha}.$$

3. Examples

Indicator of a quality functional of system has the same appearance (2).

Example 1. We consider that in dynamic system there is a memory on phase coordinates, but there is no extra memory on variable parameters, i.e.:

$$f_y(t) \equiv f_y(x(t), \dots, x(1), x(0); y(t), \dots, y(1), y(0); \tilde{\alpha}(t); \alpha, t), \quad t = 0, 1, \dots, N.$$

Structures of the conjugate equations (11) and SC (12) for constant parameters remain, but structure SC (12) for variable parameters becomes simpler:

$$\frac{\partial I}{\partial \tilde{\alpha}(t)} = \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial \tilde{\alpha}(t)} + \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial \tilde{\alpha}(t)} + \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial \tilde{\alpha}(t)}, \quad t = N, N-1, \dots, 1, 0.$$

Example 2. In mathematical model of dynamic system there is no additional memory on phase coordinates x , but there is a memory on phase coordinates y and on variable parameters. In this case

$$f_y(t) \equiv f_y(x(t); y(t), \dots, y(1), y(0); \tilde{\alpha}(t), \dots, \tilde{\alpha}(1), \tilde{\alpha}(0); \alpha, t), \quad t = 0, 1, \dots, N.$$

The structure of the conjugate equations (11) becomes simpler:

$$\lambda_x^T(N+1) = \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(N+1)}, \quad \lambda_y^T(N+1) = \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(N+1)}, \quad \lambda_x^T(t) = \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial x(t)} + \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial x(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(t)},$$

$$\lambda_y^T(t) = \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial y(t)} + \sum_{s=t}^{s=N} \lambda_y^T(s+1) \frac{\partial f_y(s)}{\partial y(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(t)}, \quad t = N, N-1, \dots, 1, 0.$$

The SC structures (12) for variables and constant parameters remain.

Example 3. In dynamic system there is no additional memory on phase coordinates y . Then

$$f_y(t) \equiv f_y(x(t), \dots, x(1), x(0); y(t); \tilde{\alpha}(t), \dots, \tilde{\alpha}(1), \tilde{\alpha}(0); \alpha, t), \quad t = 0, 1, \dots, N.$$

A quality functional of system has the same appearance (2).

In this variant the conjugate equations become more simple

$$\lambda_x^T(N+1) = \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(N+1)}, \quad \lambda_y^T(N+1) = \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(N+1)}, \quad \lambda_x^T(t) = \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial x(t)} + \sum_{s=t}^{s=N} \lambda_y^T(s+1) \frac{\partial f_y(s)}{\partial x(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(t)},$$

$$\lambda_y^T(t) = \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial y(t)} + \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial y(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(t)}, \quad t = N, N-1, \dots, 1, 0.$$

The SC to variable and constant parameters remain former.

Example 4. In dynamic system there is no additional memory on phase coordinates x, y . Then

$$f_y(t) \equiv f_y(x(t); y(t); \tilde{\alpha}(t), \dots, \tilde{\alpha}(1), \tilde{\alpha}(0); \alpha, t), \quad t = 0, 1, \dots, N,$$

In this variant the conjugate equations become more simpler

$$\lambda_x^T(N+1) = \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(N+1)}, \quad \lambda_y^T(N+1) = \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(N+1)}, \quad \lambda_x^T(t) = \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial x(t)} + \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial x(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial x(t)},$$

$$\lambda_y^T(t) = \lambda_x^T(t+1) \frac{\partial f_x(t)}{\partial y(t)} + \lambda_y^T(t+1) \frac{\partial f_y(t)}{\partial y(t)} + \frac{\partial f_0(\cdot)}{\partial y(t)}, \quad t = N, N-1, \dots, 1, 0.$$

The SC to variable and constant parameters keep the kind.

Conclusion

Variational method can be used for calculation of SC for multivariate dynamic systems described by difference nonlinear interconnected ordinary equations and generalized equations with the distributed memory on phase coordinates and on variable parameters. Variables and constant parameters are present at object model, at model of the measuring device and at generalized quality functional for system.

In a basis of calculation of SC the decision of the difference equations of object model in a forward direction of time and the decision of obtained difference equations for Lagrange's multipliers in the opposite direction of time lies.

It is proved that both methods to calculation of SC (with use of Lagrange's functions or with use of sensitivity functions) yield the same result, but the first method it is essential more simple in the computing relation.

Results of present paper are applicable at design of high-precision systems and devices.

This paper continues research in [4, 11].

It is possible generalization of the received results on the dynamic systems described by the difference equations with late argument.

References

1. Petrov, B.N. & Krutyko, P.D. (1970) Application of the sensitivity theory in automatic control problems. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika – News of Sciences Academy of the USSR. Technical Cybernetics*. 2. pp. 202–212.
2. Gorodetskiy, V.I., Zacharin, F.M., Rosenvasser, E.N. & Yusupov, R.M. (1971) *Metody teorii chuvstvitel'nosti v avtomaticheskoy upravlenii* [Methods of Sensitivity Theory in Automatic Control]. Leningrad: Energiya.
3. Gekher, K. (1973) *Teoriya chuvstvitel'nosti i dopuski elektronnykh skhem* [Theory of Sensitivity and Tolerances of Electronic Circuits]. Moscow: Sovetskoe radio.
4. Rouban, A.I. (1982) *Identifikatsiya i chuvstvitel'nost' slozhnykh system* [Identification and Sensitivity of Complex Systems]. Tomsk: Tomsk State University.
5. Isermann, R. (1987) *Digitale regelsysteme*. Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo: Springer.
6. Åström, K. & Vittenmark, B. (1987) *Sistemy upravleniya s komp'yuterom* [Computer Controlled Systems]. Moscow: Mir.
7. Haug, E.J., Choi, K.K. & Komkov, V. (1988) *Analiz chuvstvitel'nosti pri proektirovanii konstruktsiy* [Sensitivity Analysis in Structural Design]. Translated from English. Moscow: Mir.
8. Rosenwasser, E. & Yusupov, R. (2000) *Sensitivity of Automatic Control Systems*. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press Cop.
9. Miroshnik, I.V., Nikiforov, V.O. & Fradkov, A.L. (2000) *Nelineynoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami* [Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems]. St. Petersburg: Nauka.
10. Kudryashov, V.S., Ryazantsev, S.V., Tarabrina, O.V. & Sviridov D.A. (2011) Application a sensitivity theory method for identification of non-stationary control object. *Vestnik Voronezhskoy gosudarstvennoy tekhnologicheskoy akademii. Seriya: Informatsionnye tekhnologii, modelirovanie i upravlenie*. 2. pp. 52–56.
11. Rouban, A.I. (2022) The sensitivity coefficients for dynamic systems described by nonlinear difference generalized equations with the distributed memory and characterized by generalized functionals. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 61. pp. 81–87. DOI: 10.17223/19988605/61/8

Information about the author:

Rouban Anatoly I. (Doktor of Technical Sciences, Professor of Computer Science Department of Institute of Space and Information Technologies, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation). E-mail: ai-rouban@mail.ru

The author declares no conflicts of interests.

Информация об авторе:

Рубан Анатолий Иванович – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры информатики Института космических и информационных технологий Сибирского Федерального университета (Красноярск, Россия). E-mail: ai-rouban@mail.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Received 27.08.2022; accepted for publication 09.06.2023

Поступила в редакцию 27.08.2022; принята к публикации 09.06.2023

ИНФОРМАТИКА И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

INFORMATICS AND PROGRAMMING

Научная статья

УДК 681.518.3

doi: 10.17223/19988605/63/11

Энергосберегающий асинхронный интерфейс для беспроводных датчиков

Александр Витальевич Вострухин¹, Максим Алексеевич Мастепаненко²,
Елена Артуровна Вахтина³

^{1, 2, 3} *Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, Россия*

¹ *avostrukhin@yandex.ru*

² *mma_26@inbox.ru*

³ *eavakhtina@yandex.ru*

Аннотация. Рассматривается метод снижения энергопотребления при передаче данных радиопередатчиком с ООК-модуляцией, основанный на формировании интервала времени, в течение которого генератор несущей частоты радиопередатчика выключен. Предложены алгоритм протокола и программное обеспечение для преобразования двоичного кода передаваемых данных в модулирующий цифровой сигнал. Установлено, что предлагаемое решение позволяет снизить энергопотребление в 5 раз по сравнению с передачей данных с использованием асинхронного приемопередатчика (UART), который также способен работать с передатчиками ООК-модуляции. По скорости передачи данных это решение не уступает UART и поэтому может быть альтернативой для обмена данными между микроконтроллерами, в которых аппаратный UART отсутствует. Определены параметры, необходимые для разработки программного обеспечения передачи данных с использованием ООК-модуляции. Предлагаемый протокол способен повысить длительность непрерывной работы автономных источников питания беспроводных датчиков и может быть применен для построения интерфейсов информационно-управляющих систем с использованием как беспроводных, так и проводных технологий.

Ключевые слова: микроконтроллер; алгоритм; программа; ассемблер; таймер / счетчик; регистр.

Благодарности: Исследования выполнены в рамках программы поддержки развития научных коллективов Ставропольского государственного аграрного университета, реализуемой при финансовой поддержке Программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030».

Для цитирования: Вострухин А.В., Мастепаненко М.А., Вахтина Е.А. Энергосберегающий асинхронный интерфейс для беспроводных датчиков // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 92–102. doi: 10.17223/19988605/63/11

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/11

Power-saving asynchronous interface for wireless sensors

Aleksandr V. Vostrukhin¹, Maksim A. Mastepanenko², Elena A. Vakhtina³

^{1, 2, 3} *Stavropol State Agrarian University, Stavropol, Russian Federation*

¹ *avostrukhin@yandex.ru*

² *mma_26@inbox.ru*

³ *eavakhtina@yandex.ru*

Abstract. A method for reducing power consumption during data transmission by a radio transmitter with OOK modulation, based on the formation of a time interval during which the carrier frequency generator of the radio

transmitter is turned off, is considered. A protocol algorithm and software are proposed for converting the binary code of transmitted data into a modulating digital signal. An algorithm and software that implement a method for converting a binary code into a modulating signal are proposed. It has been established that the proposed solution can reduce power consumption by a factor of 5 compared to data transmission using an asynchronous receiver/transmitter (UART), which is also capable of working with OOK transmitters. In terms of data transfer rate, this solution is not inferior to UART and therefore can be an alternative for data exchange between microcontrollers in which the hardware UART is missing. The parameters necessary for the development of software for data transmission using OOK modulation are determined. The proposed protocol is able to increase the duration of continuous operation of autonomous power supplies for wireless sensors and can be used to build interfaces for information and control systems using both wireless and wired technologies.

Keywords: microcontroller; algorithm; program; assembler; timer / counter; register.

Acknowledgments: The research was carried out within the framework of the program to support the development of research teams of Stavropol State Agrarian University, implemented with the financial support of the Strategic Academic Leadership Program "Priority-2030".

For citation: Vostrukhin, A.V., Mastepanenko, M.A., Vakhtina, E.A. (2023) Power-saving asynchronous interface for wireless sensors. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 92–102. doi: 10.17223/19988605/63/11

Введение

Беспроводные датчики требуют решения задач по энергосбережению при питании от автономных источников [1], а также по сбору энергии из окружающей среды, поступающей в виде света, вибраций, за счет разности температур [2–4], отбора энергии от линии электропередачи, мониторинг которой они выполняют [5]. В работе [6] предлагается решение по снижению расхода энергии в беспроводных сенсорных сетях (БСС) с цепочечной маршрутизацией на основе протокола PEGASIS. Исследуются такие показатели, как расход энергии и скорость сбора информации. БСС являются основой для построения интернета вещей, проектов типа «умный город» и цифровой экономики в целом. В работе [7] предлагаются модели для исследования энергопотребления БСС. В работе [8] проанализированы протоколы последовательных интерфейсов обмена данными, в том числе на основе асинхронных приемопередатчиков. Энергоэффективность последовательных интерфейсов не рассмотрена.

Наибольший расход энергии беспроводным датчиком приходится на питание радиопередатчиков. Беспроводные датчики работают в основном в нелицензируемых ISM-диапазонах (industrial, scientific and medical – промышленный, научный и медицинский). Для питания большинства радиомодулей требуется источник с постоянным напряжением в пределах от 1,8 до 5,2 В. Показатели потребления энергии, например, трансиверов семейства SX1232 и SX1235 следующие: в режиме приема – 9,3 мА, в режиме передачи – 28 мА. В спящем режиме потребляется не более 100 нА [9].

В настоящей работе рассматривается решение, позволяющее снизить потребление энергии при передаче данных в ISM-диапазонах.

1. Метод реализации энергосберегающего интерфейса

Для предлагаемого интерфейса используются радиомодули с амплитудной модуляцией типа ООК (On-OffKeying – Включено-Выключено). Модуляция ООК есть разновидность обычной амплитудной модуляции ASK несущей частоты. При обычной ASK-модуляции генератор несущей частоты не выключается и непрерывно потребляет энергию (рис. 1, с). В процессе ООК-модуляции энергии требуется меньше, так как генератор несущей частоты включается в моменты передачи логической единицы (лог. 1), а при передаче логического нуля (лог. 0) он выключен (рис. 1, d).

Большинство предлагаемых на рынке радиомодулей ISM-диапазонов реализуют не только ASK и ООК, но и другие виды модуляции [9]. Известны радиомодули, реализующие только ООК или ООК/ASK-модуляцию [10, 11].

Передатчик с ООК-модуляцией ТХМ-433-LC при передаче лог. 0 потребляет ток 1,5 мА, при передаче лог. 1 – 6 мА. Максимальная скорость передачи 5 000 бит/с [10].

Передатчик с АСК-модуляцией ТХМ-433-LR: при передаче лог. 0 генератор несущей частоты работает, при этом передатчик потребляет ток 1,8 мА; при выводе лог. 1 он потребляет ток 5,1 мА. Максимальная скорость передачи 10 000 бит/с [11].

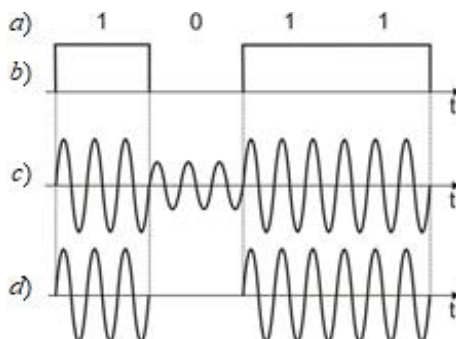


Рис. 1. Амплитудная модуляция: *a* – информационное сообщение; *b* – модулирующий цифровой сигнал; *c, d* – модулированные радиосигналы АСК, ООК

Fig. 1. Amplitude modulation: *a* – informational message; *b* – modulating digital signal; *c, d* – modulated radio signals АСК, ООК

Для построения интеллектуальных датчиков используют микроконтроллеры, которые выполняют функции измерительного преобразователя физических величин в двоичный код и управления радиопередатчиком или трансивером. Примеры измерительных преобразователей сопротивления и емкости, построенных на базе микроконтроллеров, приведены в работах [12–15].

Рассмотрим реализацию интерфейса аппаратным способом на примере 8-битного таймера / счетчика, входящего в состав микроконтроллеров семейства AVR. Допустим, аналоговый сигнал, поступающий от измерительной схемы датчика, преобразуется с помощью АЦП, встроенного в микроконтроллер, в цифровой сигнал, представляющий последовательность отсчетов (двоичных кодов). Значение отдельного отсчета цифрового сигнала обозначим через x .

Обнаружение момента совпадения осуществляется с помощью цифрового компаратора (рис. 2). Для преобразования двоичного кода каждого отсчета x в сообщение используем 8-разрядный таймер / счетчик TC0, настроенный на режим «Сброс при совпадении» [16]. В состав таймера / счетчика TC0 входят устройства: мультиплексор, счетный регистр TCNT0, регистры управления TCCR0A и TCCR0B, регистр сравнения OCR0A, цифровой компаратор и устройство управления.

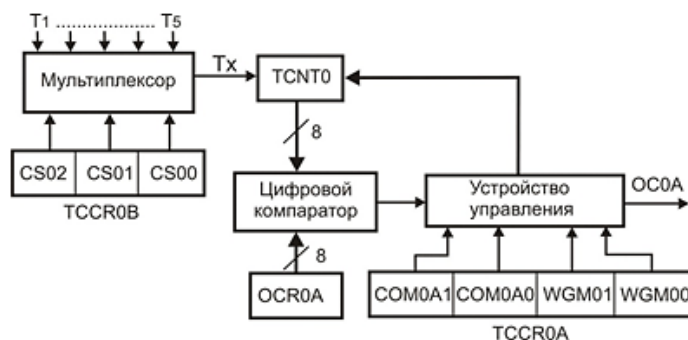


Рис. 2. Упрощенная структура 8-разрядного таймера / счетчика TC0

Fig. 2. Simplified structure of TC0 8-bit Timer / Counter

Мультиплексор позволяет подключить к входу счетного регистра TCNT0 один из сигналов с периодом из диапазона $T_1, \dots, T_5$, поступающих на его входы от делителя тактовой частоты микроконтроллера (делитель на рис. 2 не показан). Выбор входа мультиплексора определяется комбинацией разрядов CS00, CS01 и CS02 регистра TCCR0B.

Обозначим период сигнала, выбранного мультиплексором и поступающего на вход счетного регистра TCNT0, через T_x – образцовый интервал передатчика. T_x определяется следующим образом:

$$T_x = kT_{cx}, \quad (1)$$

где $T_{cx} = 1/f_{cx}$ – период тактовых импульсов микроконтроллера передатчика, f_{cx} – частота тактовых импульсов микроконтроллера передатчика, для $f_{cx} = 4 \text{ МГц}$ $T_{cx} = 1/4 \cdot 10^6 = 0,25 \text{ мкс}$; k – коэффициент делителя тактовой частоты, для микроконтроллеров AVR $k = 1, 8, 64, 256$ и 1024 .

Максимальное количество счетных импульсов, которое может быть подсчитано регистром TCNT0, определяется содержимым регистра сравнения OCR0A и равно 255. При поступлении на вход регистра TCNT0 256-го счетного импульса он обнуляется и начинает счет с нуля.

Выбор режима работы таймера / счетчика TC0 определяется комбинацией состояний разрядов WGM00, WGM01 и WGM02. Разряды WGM00 и WGM01 размещены в регистре TCCR0A. Разряд WGM02 находится в регистре TCCR0B (на рис. 2 разряд WGM02 не показан). Если задана комбинация $WGM00 = 0, WGM01 = 1, WGM02 = 0$, выполняется режим «Сброс при совпадении», при котором таймер / счетчик TC0 работает следующим образом.

Счетный регистр TCNT0 ведет счет на суммирование, и его код возрастает с приходом каждого очередного импульса (рис. 3). При совпадении (равенстве) содержимого регистра TCNT0 и регистра OCR0A на выходе OC0A устройства управления формируется логический уровень, определяемый комбинацией разрядов COM0A0 и COM0A1. При комбинации $COM0A1 = 0, COM0A0 = 1$ состояние выхода OC0A меняется на противоположное (рис. 3).

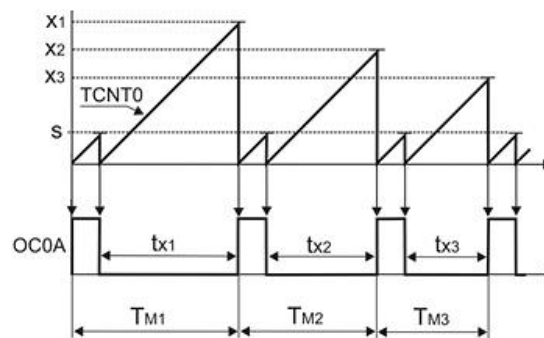


Рис. 3. Временная диаграмма сигнала на выходе OC0A таймера / счетчика TC0 в зависимости от содержимого $x_1 > x_2 > x_3 > s$ регистра сравнения OCR0A при комбинации разрядов $COM0A1 = 0, COM0A0 = 1$ регистра управления TCCR0A

Fig. 3. The timing diagram of the signal at the output OC0A of the TC0 timer/counter, depending on the contents $x_1 > x_2 > x_3 > s$ of the OCR0A comparison register, when setting bits $COM0A1 = 0, COM0A0 = 1$ in the TCCR0A control register

На выходе OC0A таймера / счетчика TC0 формируется сигнал, длительность высокого уровня которого определяется выражением

$$t_s = T_x + sT_x = (1 + s)T_x, \quad (2)$$

где s – константа (целое число), в передающем устройстве константа s может изменяться в зависимости, например, от номера датчика, от которого передаются данные. Приемное устройство по значению константы s определяет номер датчика, от которого приняты данные.

Длительность низкого уровня сигнала, формируемого на выходе OC0A таймера / счетчика TC0, определяется выражением

$$t_x = T_x + xT_x = (1 + x)T_x, \quad (3)$$

Условимся считать интервал t_s – разделительным интервалом, интервал t_x – интервалом данных.

Время, необходимое для передачи одного сообщения, определяется выражением

$$T_M = t_s + t_x. \quad (4)$$

Для случая, когда $x = 0$ и $s = 0$, на выходе OC0A будет сформирован меандр с периодом $T_M = 2T_x$.

В приемном устройстве осуществляется измерение микроконтроллером интервалов t_s и t_x . Результат измерения t_x обозначим через t_y . Для случая, когда образцовый интервал T_x передатчика равен образцовому интервалу T_y приемника, двоичный код принятых данных определяется выражением:

$$y = (t_y - T_y)/T_y. \quad (5)$$

Если образцовые интервалы передатчика и приемника неравны, то выражение (5) принимает вид:

$$y = (t_y - T_y)/T_y \cdot (T_x/T_y) = (t_y - T_y)/T_x. \quad (6)$$

Отношение T_x/T_y – целое число. Это условие соблюдается, когда отношение f_{cy}/f_{cx} – также целое число, где f_{cy} – тактовая частота микроконтроллера приемника, при условии, что коэффициенты делителей тактовой частоты передатчика и приемника равны.

2. Экспериментальные исследования

Для проведения экспериментальных исследований разработан стенд (рис. 4), который содержит: микроконтроллерные устройства MCU1, ..., MCU4, построенные на микроконтроллере ATmega328P; компьютер (PC); двухканальный USB-осциллограф (DSO-290 USB); прибор MHS-5200A для измерения длительности временных интервалов или их генерирования; радиопередатчик (Transmitter) и радиоприемник (Receiver).

В качестве MCU1 и MCU2 использованы отладочные платы STK500. Микроконтроллерное устройство MCU1 предназначено для формирования передаваемых сообщений через вывод PD6, являющийся выходом OC0A. Формируемые в MCU1 сообщения поступают на вход DATA радиопередатчика (Transmitter). MCU2 предназначено для тестирования формируемых в MCU1 сообщений, которые принимаются на вход INT0 микроконтроллера. MCU1 и MCU2 работают под управлением программ, разработанных на языке Ассемблер в интегрированной среде разработки (IDE) AVR Studio 4.19. Частоты тактовых генераторов микроконтроллеров MCU1 и MCU2 равны 4 МГц.

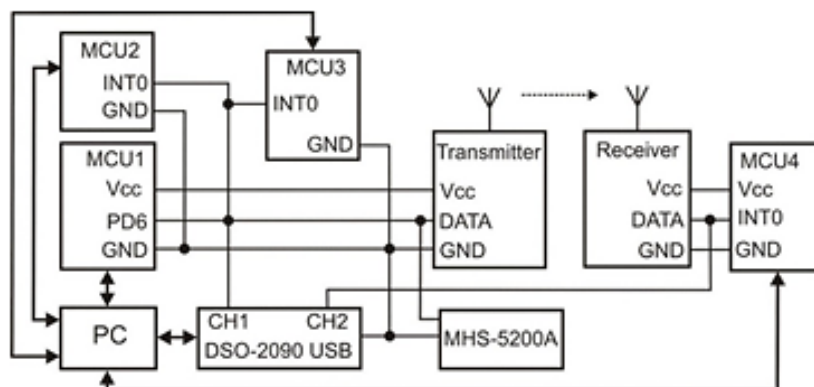


Рис. 4. Функциональная схема стенда для экспериментальных исследований энергосберегающего асинхронного интерфейса
Fig. 4. Functional scheme of the stand for experimental studies of the energy-saving asynchronous interface

В качестве MCU3 и MCU4 использованы платы Arduino Uno. Платформа Arduino широко используется в научных исследованиях и в учебном процессе [17–18]. MCU3 предназначено для контроля формируемых в MCU1 сообщений. MCU4 выполняет прием сообщений, поступающих с выхода DATA радиоприемника (Receiver) на вход INT0. Программное обеспечение для MCU3 и MCU4 разработано на языке C/C++ в IDE Arduino. Частоты тактовых генераторов микроконтроллеров MCU3 и MCU4 равны 16 МГц.

На рис. 5 приведен алгоритм протокола передачи данных для реализации энергосберегающего асинхронного интерфейса на основе радиопередатчиков, поддерживающих модуляцию типа ООК. Приведенный алгоритм протокола может быть реализован на базе интерфейсов, использующих оптическую, акустическую, проводную и другие среды передачи информации.

На рис. 6 приведен фрагмент программы, реализующей протокол энергосберегающего асинхронного интерфейса. Программа реализует тестовый режим, при котором осуществляется инкрементирование регистра R19 (байта передаваемых данных). Программа приведена с подробными комментариями, разработана с использованием языка Ассемблер и отлажена в IDE AVR Studio [19].

После инициализации таймера / счетчика TC0 состояние его регистров контроля и управления показано на рис. 7.

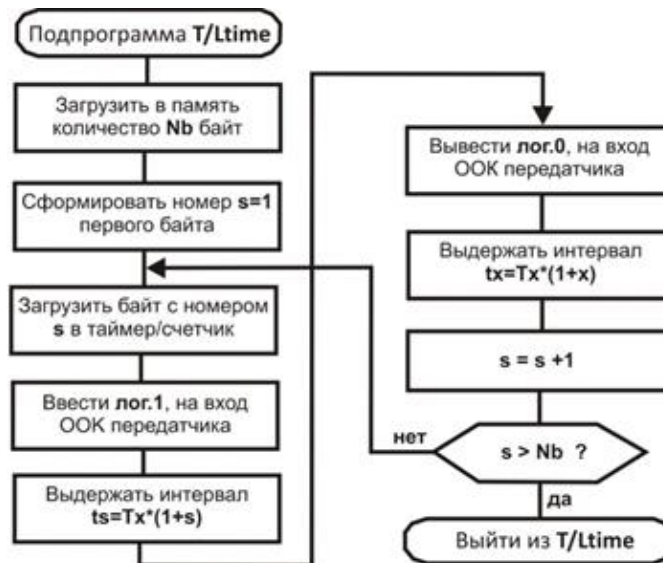


Рис. 5. Алгоритм протокола энергосберегающего асинхронного интерфейса с использованием радиопередатчиков с ООК-модуляцией

Fig. 5. Energy-saving asynchronous interface protocol algorithm using radio transmitters with OOK modulation

```

;Инициализация таймера/счетчика (TC0)
LDI R16, 0x42 ;Настроим TC0 на "Сброс при совпадении" и на изменение
OUT TCCR0A, R16 ;состояния вывода на противоположное при совпадении
LDI R16, 0x02 ;Установим Sum OCIE0A регистра TMSK0, т.е. разрешим
STS TMSK0, R16 ;прерывание по событию "Совпадение А" от TC0
LDI R16, 0x04 ;Запустим TC0, при этом коэффициент деления
OUT TCCR0B, R16 ;тактовой частоты микроконтроллера k=256
SEI ;Разрешим все прерывания

;Бесконечный цикл (ожидание прерывания)
loop: RJMP loop ;Перейти на метку loop

;*****Обработчик прерываний *****
m1: ;Вход в обработчик прерывания от TC0 по событию "Совпадение А"
;Организация ветвления
DEC R17 ;Уменьшим на 1 содержимое счетчика ветвления,
BRNE m2 ;если не ноль перейди на метку m2
RJMP m3 ;Перейти на метку m3

;Вывод разделительного интервала (высокий уровень)
m2: LDI R18, 1 ;Загрузим в регистр R18 разделительный интервал (s=1)
OUT OCR0A, R18 ;Загрузим в регистр сравнения разделительный интервал
RETI ;Выйти из обработчика прерывания в бесконечный цикл

;Вывод интервала данных (низкий уровень)
m3: OUT OCR0A, R19 ;Загрузим в регистр сравнения данные для передачи
INC R19 ;Увеличим на 1 содержимое регистра данных
LDI R17, 2 ;Загрузим в счетчик ветвления константу 2
RETI ;Выйти из обработчика прерывания в бесконечный цикл
;*****
    
```

Рис. 6. Фрагмент программы в режиме отладки в IDE AVR Studio

Fig. 6. Debug code in IDE AVR Studio

Name	Address	Value	Bits
GTCCR	0x23 (0x43)	0x00	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
OCR0A	0x27 (0x47)	0x00	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
OCR0B	0x28 (0x48)	0x00	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
TCCR0A	0x24 (0x44)	0x42	☒ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
TCCR0B	0x25 (0x45)	0x04	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐
TCNT0	0x26 (0x46)	0x00	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
TIFR0	0x15 (0x35)	0x00	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
TMSK0	na (0x6E)	0x02	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒

Рис. 7. Состояние регистров контроля и управления таймера / счетчика TC0 после его инициализации

Fig. 7. The state of the timer / counter TC0 control registers after its initialization

В результате эксперимента установлено, что при передаче двоичного кода $x = 255$ от MCU1, принятый MCU2 код равен передаваемому, т.е. 255, а принятый MCU3 код равен 253 (см. рис. 4). Для выяснения причины ошибки необходим анализ аппаратного и программного обеспечения MCU3 – это отдельная задача и в настоящей работе не рассматривается. Следует отметить, что стандартный интерфейс UART при работе на тактовой частоте, например 4 МГц, и скорости передачи 9 600 бит/с способен допускать ошибку 0,2% [21].

В таблице представлены зависимости интервалов: передаваемого t_x и измеряемых t_1 (прибором MHS-5200A) и t_2 (устройством MCU3), от образцового интервала T_x и двоичного кода x , формируемого в MCU1, при коэффициенте деления $k = 1, 8, 64, 256$ и 1 024. Интервал данных t_x определен в результате расчета согласно (3).

Зависимости интервалов t_x, t_1, t_2 от T_x (мкс) и двоичного кода x

Интервалы	x	$T_x = 0,25$ $k = 1$	$T_x = 2$ $k = 8$	$T_x = 16$ $k = 64$	$T_x = 64$ $k = 256$	$T_x = 256$ $k = 1\,024$
t_x , мкс	5	1,5	12	96	384	1 536
	125	31,5	252	2 016	8 064	32 256
	250	62,75	502	4 016	16 064	64 256
t_1 , мкс	5	1,5	12	96	384	1 536
	125	31,5	252	2 016	8 066	32 263
	250	62,75	502	4 017	16 067	64 270
t_2 , мкс	5	2	12	94	378	1 515
	125	31	248	1 988	7 955	31 824
	250	62	494	3 961	15 848	63 397

Из данных таблицы видно, что передаваемые MCU1 интервалы данных t_x и измеренные прибором MHS-5200A значения почти совпадают и отличаются от измеренных в MCU3.

Для корректировки возникающей между t_x и t_2 разницы предлагается введение поправочного коэффициента $a_x = t_x/t_2$, который определен по трем значениям x следующим образом (см. данные таблицы):

$$\text{для } x = 5, \quad a_5 = 1\,536/1\,515 = 1,01386;$$

$$\text{для } x = 125, \quad a_{125} = 32\,256/31\,824 = 1,01357;$$

$$\text{для } x = 250, \quad a_{250} = 64\,256/63\,397 = 1,01355.$$

$$\text{Тогда среднее значение поправочного коэффициента } a = (a_5 + a_{125} + a_{250})/3 = 1,0137.$$

Определим, в соответствии с выражением (5) и найденным значением поправочного коэффициента $a = 1,0137$, принятый двоичный код для случая, когда $x = 250$, $y = (t_2 - T_y)/aT_y = (63\,397 - 256)/1,0137 \cdot 256 = 250,025$. Отбрасываем дробную часть, при этом получаем $y = x = 250$, т.е. принятый двоичный код равен отправленному.

3. Сравнение предлагаемого интерфейса с UART по скорости передачи

Наиболее используемый формат передачи данных по UART – 10-битный, 1 бит стартовый, 8 бит данных и 1 бит стоповый. На передачу каждого бита на наиболее распространенной скорости 9 600 бод UART затрачивает ≈ 104 мкс [21].

Значение передаваемого двоичного кода x является величиной случайной. Условимся считать, что содержимое передаваемого байта изменяется также случайным образом в диапазоне от 0 до 255 и может характеризоваться средним значением $x_{cp} = 128$.

При тактовой частоте микроконтроллера $f_c = 4$ МГц и коэффициенте делителя $k = 8$ образцовый интервал $T_x = 2$ мкс. В этом случае для передачи двоичного кода $x_{cp} = 128$ требуется согласно (3) интервал $t_x = 258$ мкс. С учетом выражения (2) разделительный интервал при $s = 0$ равен $t_s = T_x = 2$ мкс. Тогда для передачи одного сообщения в соответствии с (4) требуется время $T_M = t_s + t_x = 2 + 258 = 260$ мкс. Для передачи по UART значения $x_{cp} = 128$ требуются один байт и два служебных бита. В этом случае на передачу 10 бит при скорости 9 600 бод UART потребуется 1 040 мкс.

В данном случае скорость передачи данных с использованием исследуемого интерфейса в $1040/260 = 4$ раза выше, чем в UART. Скорость передачи может быть повышена, если использовать коэффициент $k = 1$, а также максимальную тактовую частоту 20 МГц, на которой могут работать многие микроконтроллеры, в том числе и AVR.

4. Сравнение предлагаемого интерфейса с UART по энергопотреблению

Допустим, разделительный интервал t_s равен битовому интервалу. Стандартный формат передачи одного сообщения по UART равен 10 битам. В среднем в одном сообщении содержится по пять бит лог. 1 и лог. 0. Без учета энергии, затрачиваемой на переключение логических уровней и перезарядку паразитных емкостей шины, при передаче сообщения с использованием ООК-модуляции передатчик затратит энергии в 5 раз меньше, так как генератор несущей частоты будет работать в течение одного разделительного интервала t_s , равного битовому интервалу. При передаче пяти лог. 1 потребуется пять битовых интервалов, следовательно, на работу генератора несущей частоты будет затрачено в 5 раз больше энергии.

5. Пример определения скорости передачи интерфейса, построенного с использованием радиопередатчика TXM-433-LC

Максимальная скорость передачи TXM-433-LC составляет 5 000 бит/с [10]. Тогда битовый интервал на этой скорости составит $t_b = 200$ мкс.

Определяем значение константы для формирования разделительного интервала из выражения $s = t_b/T_x$. Для случая, когда $T_x = 64$ мкс, $s = 200/64 \approx 3$.

Определяем с учетом выражений (2), (3) и (4) время передачи одного сообщения, при этом принимаем $x = x_{cp} = 128$ (среднее значение одного байта данных) передаваемого двоичного кода:

$$T_M = (1 + x)T_x + (1 + s)T_x = (1 + x + 1 + s)T_x = (2 + 128 + 3)64 = 8\,512 \text{ мкс.}$$

Определяем скорость передачи сообщений:

$$N_M = 1/T_M = 1\,000\,000/8\,512 \approx 117 \text{ сообщений («байт») в секунду.}$$

Для передачи данных от датчиков, например температуры, влажности, давления и т.д., в большинстве случаев этой скорости достаточно.

На рис. 8 представлены осциллограммы сигналов на входе радиопередатчика (канал CH1) и выходе радиоприемника (канал CH2). Сигналы сформированы для случая, когда $s = 0$ и $x = 9$. Разделительный интервал (+Width) $t_s = T_x = 64,0$ мкс, интервал данных (–Width) $t_x = (1 + x)T_x = 640$ мкс. Частота следования разделительного интервала 1,42 кГц. В эксперименте использованы радиопередатчик FS1000A (XD-FST) и радиоприемник MX-RM-5V (XD-RF-5V) [22, 23].

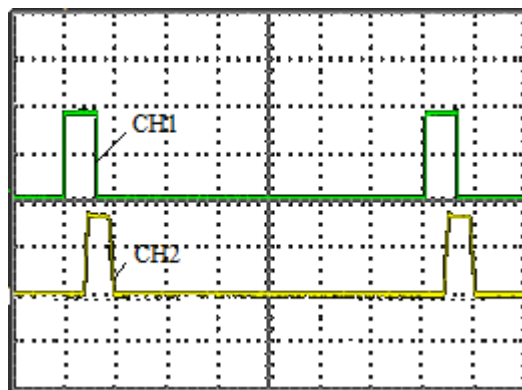


Рис. 8. Осциллограммы сигналов сообщения для случая, когда $s = 0$, $x = 9$: канал CH1 – сигнал на входе передатчика; канал CH2 – сигнал на выходе приемника

Fig. 8. Oscillograms of a message signals for the case when $s = 0$, $x = 9$: channel CH1 – signal at the transmitter input; channel CH2 – signal at the receiver output

Заключение

В результате выполненных исследований установлено:

- энергопотребление радиопередатчиков с ООК-модуляцией ISM-диапазонов при использовании предлагаемого асинхронного интерфейса снижается в 5 раз по сравнению со стандартными протоколами, использующими передачу информации отдельными битами;
- формируемый микроконтроллером информационный сигнал по скорости передачи данных при тактовой частоте микроконтроллера $f_c = 4$ МГц и коэффициенте делителя $k = 8$ в 4 раза выше скорости стандартного асинхронного интерфейса UART в случае его работы на скорости 9 600 бод. Интерфейс UART также может быть применен для управления передачей данных с использованием радиопередатчиков с ООК-модуляцией ISM-диапазонов;
- предлагаемый интерфейс может быть альтернативным решением вместо стандартного UART и реализован на базе таймеров / счетчиков, которые входят в состав многих микропроцессорных систем, в том числе и микроконтроллеров – базовых элементов интеллектуальных датчиков.

Разработано программное обеспечение, реализующее на базе таймера / счетчика с использованием прерываний алгоритм протокола для энергосберегающего асинхронного интерфейса; прерывания позволят освободить процессор микроконтроллера от непрерывного контроля состояния таймера / счетчика, работающего в качестве передающего устройства.

Список источников

1. Bairagi P.P., Dutta M. Various Energy-Saving Approaches in Wireless Sensor Networks: An Overview // Proc. of the 10th IEEE International Conference on Communication Systems and Network Technologies (CSNT). 2021. P. 499–504. doi: 10.1109/CSNT51715.2021.9509725
2. Паршин Д.Я., Булгаков А.Г., Бобров А.Е. Снижение энергопотребления беспроводных датчиков в информационно-управляющих системах // Известия Юго-Западного государственного университета. Сер. Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2013. № 3. С. 22–26.
3. Андреев С.А., Воробьев В.А., Матвеев А.И. Снижение энергопотребления телеметрическими системами сельскохозяйственного назначения // Вестник Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный агроинженерный университет имени В.П. Горячкина». 2019. № 1 (89). С. 60–65.
4. Канциани К. Беспроводные датчики IoT и проблемы малого времени работы // Компоненты и технологии. 2015. № 12. С. 132–135.
5. Скрипачев М.О., Кротков Е.А., Макаров Я.В. Устройство питания измерительных датчиков, расположенных на воздушной линии электропередачи // Электротехника. 2022. № 1. С. 41–46.
6. Никольский И.М. Исследование влияния продолжительности фазы сна на энергопотребление цепочки сенсоров // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2020. № 52. С. 83–89.
7. Астахова Т.Н., Верзун Н.А., Касаткин В.В., Колбанев М.О., Шамин А.А. Исследование моделей связности сенсорных сетей // Информационно-управляющие системы. 2019. № 5. С. 38–50. doi: 10.31799/1684-8853-2019-5-38-50
8. Магда Ю.С. Программирование последовательных интерфейсов. СПб.: БХВ-Петербург, 2009. 304 с.
9. Верхулевский К. Решения компании Semtech для беспроводной передачи данных // Беспроводные технологии. 2018. № 4. С. 22–28. URL: <https://wireless-e.ru/transiverty/semtech/> (дата обращения: 10.09.2022).
10. Модуль радиочастотного передатчика серии LC-Linx Technologies. URL: <https://linxtechnologies.com/wp/product/lc-series-rf-transmitter-module/> (дата обращения: 06.08.2022).
11. Модули радиочастотного передатчика и приемника серии LR-Linx Technologies. URL: <https://linxtechnologies.com/wp/product/lr-series-rf-transmitter-receiver-modules/> (дата обращения: 06.08.2022).
12. Вострухин А.В., Мастепаненко М.А., Вахтина Е.А., Габриелян Ш.Ж. Микроконтроллерный измерительный преобразователь сопротивления // Электротехника. 2018. № 7. С. 15–18.
13. Vostrukhin A., Vakhtina E. Temperature sensor resistance conversion to binary code using pulse width modulation // Proc. of the 18th International Scientific Conference “Engineering for Rural Development”. Latvia, Jelgava. 2019. V. 18. P. 1269–1274. doi: 10.22616/ERDev2019.18.N037
14. Zbigniew C. A measurement method for capacitive sensors based on a versatile direct sensor-to-microcontroller interface circuit // Measurement. 2020. V. 155 (7). Art. 107547. doi: 10.1016/j.measurement.2020.107547
15. Пат. 2719790 РФ, СПК G01R 27/26 (2020.02). Микроконтроллерное устройство измерения емкости для систем контроля и управления / А.В. Вострухин (RU), М.А. Мастепаненко (RU), Е.А. Вахтина (RU), И.А. Болдырев (RU). № 2019125537; заявл. 12.08.2019; опубл. 23.04.2020, Бюл. № 12, 10 с.
16. Евстифеев А.В. Микроконтроллеры AVR семейств Tiny и Mega фирмы ATMEL. М.: ДМК Пресс, 2015. 558 с.

17. Arduino Support from MATLAB : Connect to and control Arduino inputs and outputs from MATLAB // Mathworks. URL: <https://uk.mathworks.com/hardware-support/arduino-matlab.html> (accessed: 11.09.2020).
18. Ревич Ю.В. Программирование микроконтроллеров AVR: от Arduino к ассемблеру. СПб. : БХВ-Петербург, 2020. 448 с.
19. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2022618866 РФ. Программа для исследования и отладки энергосберегающего асинхронного интерфейса передачи данных с использованием проводных и беспроводных технологий / А.В. Вострухин, Е.А. Вахтина. Зарег. в Реестре программ для ЭВМ, Москва, 18.05.2022.
20. Vostukhin A., Vakhtina E. Investigating a metering converter of capacitance using the Arduino platform // Proc. of the 20th International Scientific Conference "Engineering for Rural Development". Latvia, Jelgava. 2021. V. 20. P. 686–691. doi: 10.22616/ERDev2020.19.TF038
21. Евстифеев А.В. Микроконтроллеры AVR семейства Mega : руководство пользователя. М. : Додека-XXI, 2007. 592 с.
22. Ревич Ю.В. Еще раз о передатчиках и приемниках 433 МГц // Хабр. 2020. URL: <https://habr.com/ru/post/491530/> (дата обращения: 28.06.2022).
23. Реализация беспроводного канала управления при помощи встраиваемых радиомодулей 433МГц STM32F4 // ElectroProg. URL: https://electroprog.ru/stm32_wireless_433mhz/ (дата обращения: 18.08.2022).

References

1. Bairagi, P.P. & Dutta, M. (2021) Various Energy-Saving Approaches in Wireless Sensor Networks: An Overview. *Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Communication Systems and Network Technologies (CSNT)*. pp. 499–504. DOI: 10.1109/CSNT51715.2021.9509725
2. Parshin, D.J., Bulgakov, A.G. & Bobrov, A.T. (2013) Reduction of energy consumption of wireless sensors in information management systems. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika, informatika. Meditsinskoe priborostroenie*. 3. pp. 22–26.
3. Andreev, S.A., Vorobiev, V.A. & Matveev, A.I. (2019) Reducing energy consumption of telemetric farm systems. *Vestnik Federal'nogo gosudarstvennogo obrazovatel'nogo uchrezhdeniya vysshego professional'nogo obrazovaniya "Moskovskiy gosudarstvennyy agroinzhenernyy universitet imeni V.P. Goryachkina"*. 1(89). pp. 60–65.
4. Canziani, C. (2015) Besprovodnye datchiki IoT i problemy malogo vremeni raboty [Wireless IoT sensors and low uptime issues]. *Komponenty i tekhnologii*. 12. pp. 132–135.
5. Skripachev, M.O., Krotkov, E.A. & Makarov, Ya.V. (2022) Power supply device for a measurement sensor located on an overhead power line. *Elektrotehnika*. 1. pp. 41–46. DOI: 10.53891/00135860_2021_1_41
6. Nikolsky, I.M. (2020) Study of the impact of sleep phase duration energy consumption in sensor chain. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 52. pp. 83–89. DOI: 10.17223/19988605/52/10
7. Astakhova, T.N., Verzun, N.A., Kasatkin, V.V., Kolbanov, M.O. & Shamin, A.A. (2019) Sensor network connectivity models. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*. 5. pp. 38–50. DOI: 10.31799/1684- 8853-2019-5-38-50
8. Magda, Yu.S. (2009) *Programmirovaniye posledovatel'nykh interfeysov* [Serial Programming]. St. Petersburg: BHV-Peterburg.
9. Verkhulevsky, K. (2018) Semtech solutions for wireless data transmission. *Besprovodnye tekhnologii*. 4. pp. 22–28.
10. Linxtechnologies. (n.d.) *Modul' radiochastotnogo peredatchika serii LC-Linx Technologies* [LC Series RF Transmitter Module - Linx Technologies]. [Online] Available from: <https://linxtechnologies.com/wp/product/lc-series-rf-transmitter-module/> (Accessed: 6th August 2022).
11. Linxtechnologies. (n.d.) *Moduli radiochastotnogo peredatchika i priemnika serii LR-Linx Technologies* [LR Series RF Transmitter and Receiver Modules – Linx Technologies]. [Online] Available from: <https://linxtechnologies.com/wp/product/lr-series-rf-transmitter-receiver-modules/>. (Accessed: 6th August 2022).
12. Vostukhin, A.V., Mastepanenko, M.A., Vakhtina, E.A. & Gabrielyan, Sh.Zh. (2018) A Microcontroller Measuring Resistance Converter. *Elektrotehnika – Russian Electrical Engineering*. 89. pp. 421–424. DOI: 10.3103/S1068371218070118.
13. Vostukhin, A. & Vakhtina, E. (2019) Temperature sensor resistance conversion to binary code using pulse width modulation. *Engineering for Rural Development*. Proc. the 18th International Scientific Conference. Latvia, Jelgava. Vol. 18. pp. 1269–1274. DOI: 10.22616/ERDev2019.18. N037
14. Zbigniew, C. (2020) A measurement method for capacitive sensors based on a versatile direct sensor-to-microcontroller interface circuit. *Measurement*. 155. DOI: 10.1016/j.measurement.2020.107547
15. Vostukhin, A.V., Mastepanenko, M.A., Vakhtina, E.A. & Boldyrev, I.A. (2020) *Mikrokontrollernoe ustroystvo izmereniya emkosti dlya sistem kontrolya i upravleniya* [Microcontroller capacitance measuring device for control and monitoring systems]. Patent RF, no. 2719790.
16. Evstifeev, A.V. (2015) *Mikrokontrollery AVR semeystv Tiny i Mega firmy ATMEL* [Tiny and Mega family AVR microcontrollers from ATMEL]. Moscow: DMK Press.
17. UK. (n.d.) *Arduino Support from MATLAB : Connect to and control Arduino inputs and outputs from MATLAB*. [Online] Available from: <https://uk.mathworks.com/hardware-support/arduino-matlab.html> (Accessed: 11th September 2022).
18. Revich, Yu.V. (2020) *Programmirovaniye mikrokontrollerov AVR: ot Arduino k assembleru* [Programming AVR microcontrollers: from Arduino to assembler]. St. Petersburg: BHV-Petersburg.
19. Vostukhin A.V. & Vakhtina E.A. (2022) *Svidetel'stvo o registratsii programmy dlya EVM 2022618866 RF. Programma dlya issledovaniya i otladki energo-sberegayushchego asinkhronnogo interfeysa peredachi dannykh s ispol'zovaniem provodnykh*

i besprovodnykh tekhnologiy [Certificate of registration of the computer program 2022618866 RF. Program for research and debugging of energy-saving asynchronous data transmission interface using wired and wireless technologies]. The Certificate on Official Registration of the Computer Program in Russia. No. 2022618866.

20. Vostrukhin, A. & Vakhtina, E. (2021) Investigating a metering converter of capacitance using the Arduino platform. *Engineering for Rural Development*. Proc. the 18th International Scientific Conference. Latvia, Jelgava. Vol. 20. pp. 686–691. DOI: 10.22616/ERDev2020.19.TF038
21. Evstifeev, A.V. (2007) *Microcontrollers AVR of Mega family. User's manual* [Mega AVR Microcontrollers: a user manual]. Moscow: Dodeka-XXI.
22. Revich, Yu.V. (2020) *Eshche raz o peredatchikakh i priemnikakh 433 MGts* [Once again about 433 MHz transmitters and receivers]. [Online] Available from: <https://habr.com/ru/post/491530/> (Accessed: 28th June 2022).
23. ElectroProg. (n.d.) *Realizatsiya besprovodnogo kanala upravleniya pri pomoshchi vstraivaemykh radiomoduley 433MGts STM32F4* [Implementation of a wireless control channel using built-in radio modules 433MHz STM32F4]. [Online] Available from https://electroprog.ru/stm32_wirell_433mhz/ (Accessed: 18th August 2022).

Информация об авторах:

Вострухин Александр Витальевич – доцент, кандидат технических наук, научный сотрудник кафедры электротехники, автоматизации и метрологии Ставропольского государственного аграрного университета (Ставрополь, Россия). E-mail: avostrukhin@yandex.ru

Мастепаненко Максим Алексеевич – доцент, кандидат технических наук, декан электроэнергетического факультета Ставропольского государственного аграрного университета (Ставрополь, Россия). E-mail: mma_26@inbox.ru

Вахтина Елена Артуровна – доцент, кандидат педагогических наук, доцент кафедры электротехники, автоматизации и метрологии Ставропольского государственного аграрного университета (Ставрополь, Россия). E-mail: eavakhtina@yandex.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Vostrukhin Aleksandr V. (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Researcher, Department of Electrical Engineering, Automation and Metrology, Stavropol State Agrarian University, Stavropol, Russian Federation). E-mail: avostrukhin@yandex.ru

Mastepanenko Maksim A. (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Dean of the Electrical Power Faculty, Stavropol State Agrarian University, Stavropol, Russian Federation). E-mail: mma_26@inbox.ru

Vakhtina Elena A. (Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Electrical Engineering, Automation and Metrology, Stavropol State Agrarian University, Stavropol, Russian Federation). E-mail: eavakhtina@yandex.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 12.12.2022; принята к публикации 09.06.2023

Received 12.12.2022; accepted for publication 09.06.2023

Научная статья

УДК 535.14

doi: 10.17223/19988605/63/12

Масштабируемая спутниковая сеть для квантового распределения ключей на основе кубсата

Алексей Валерьевич Дуплинский¹, Александр Валерьевич Хмелев²,
Виталий Евгеньевич Мерзлинкин³, Любовь Васильевна Письмениук⁴,
Руслан Мухтарович Бахшалиев⁵, Ксения Андреевна Тихонова⁶, Иван Сергеевич Нестеров⁷,
Владимир Леонидович Курочкин⁸, Юрий Владимирович Курочкин⁹

^{1, 2, 4, 5, 6, 7} КуСпэйс Технологии, Москва, Россия

^{1, 6} Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия

² Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

³ КуРейт, Москва, Россия

^{3, 8, 9} Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, Москва, Россия

^{8, 9} Российский квантовый центр, Москва, Россия

¹ al.duplinsky@goqrates.com

² a.khmelev@goqrates.com

³ v.merzlinkin@goqrates.com

⁴ l.pismeniuk@goqrates.com

⁵ r.bakhshaliev@goqrates.com

⁶ k.tikhonova@goqrates.com

⁷ i.nesterov@goqrates.com

⁸ v.kurochkin@rqc.ru

⁹ yk@goqrates.com

Аннотация. Квантовое распределение ключей – технология, позволяющая с высоким уровнем секретности вырабатывать ключ шифрования для безопасного обмена информацией между пользователями. В последнее десятилетие концепция квантовой защищенной связи получает все более широкое распространение в мире. В данной статье изложена идея процесса квантового распределения ключей в рамках масштабируемой спутниковой сети на основе стационарной наземной станции с апертурой 600 мм, мобильной приемной станции с апертурой 300 мм и наноспутника в качестве передающего квантовые состояния доверенного узла. Представлены принципы разработки, описаны приемные и передающие элементы сети.

Ключевые слова: квантовое распределение ключей; квантовые коммуникации; спутниковые коммуникации; детектор одиночных фотонов; оптика открытого пространства; квантовые сети; лазерные коммуникации.

Для цитирования: Дуплинский А.В., Хмелев А.В., Мерзлинкин В.Е., Письмениук Л.В., Бахшалиев Р.М., Тихонова К.В., Нестеров И.С., Курочкин В.Л., Курочкин Ю.В. Масштабируемая спутниковая сеть для квантового распределения ключей на основе кубсата // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 103–110. doi: 10.17223/19988605/63/12

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/12

Cubesat based scalable quantum key distribution satellite network

Alexey V. Duplinsky¹, Aleksander V. Khmelev², Vitalii E. Merzlinkin³, Liubov V. Pismeniuk⁴,
Ruslan M. Bakhshaliev⁵, Ksenia A. Tikhonova⁶, Ivan S. Nesterov⁷, Vladimir L. Kurochkin⁸,
Yury V. Kurochkin⁹

^{1, 2, 4, 5, 6, 7} QSpace Technologies, Moscow, Russian Federation

^{1, 6} HSE University, Moscow, Russian Federation

² Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russian Federation³ QRate, Moscow, Russian Federation^{3, 8, 9} National University of Science and Technology MISiS, Moscow, Russian Federation^{8, 9} Russian Quantum Center, Moscow, Russian Federation¹ al.duplinsky@goqrates.com² a.khmelev@goqrates.com³ v.merzlinkin@goqrates.com⁴ l.pismeniuk@goqrates.com⁵ r.bakhshaliev@goqrates.com⁶ k.tikhonova@goqrates.com⁷ i.nesterov@goqrates.com⁸ v.kurochkin@rqc.ru⁹ yk@goqrates.com

Abstract. Quantum key distribution is a technology that allows to generate an encryption key with a high level of secrecy for the secure exchange of information between users. Over the past decade, the concept of quantum secure communications has become more prevalent globally. In this article, we outlined the idea of the quantum key distribution process within a scalable satellite network based on a stationary receiving ground station with an aperture of 600 mm, a mobile receiving station with an aperture of 300 mm, and a nanosatellite for transmitting quantum states as a trusted node. The principles of development are presented, the receiving and transmitting elements of the network are described.

Keywords: quantum key distribution; quantum communications; satellite communications; single photon detector; free-space optics; quantum networks; laser communications.

For citation: Duplinsky, A.V., Khmelev, A.V., Merzlinkin, V.E., Pismeniuk, L.V., Bakhshaliev, R.M., Tikhonova, K.V., Nesterov, I.S., Kurochkin, V.L. Kurochkin, Y.V. (2023) Cubesat based scalable quantum key distribution satellite network. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 103–110. doi: 10.17223/19988605/63/12

Введение

Одно из прикладных применений квантовых явлений – квантовое распределение ключей (КРК) – метод получения общего секретного ключа шифрования между абонентами, где защищенность передачи такого ключа гарантируется законами квантовой физики. Такие эффекты, как запрет клонирования квантового состояния и неразличимость неортогональных состояний, гарантируют секретность связи, а стойкость получаемого ключа перед квантовым компьютером определяет основные преимущества данного типа коммуникации перед классическим шифрованием.

Большинство систем КРК использует для передачи информации фотоны, вследствие чего широкое распространение получила оптоволоконная квантовая коммуникация. Однако данный способ связи накладывает физические ограничения на масштабируемость таких систем из-за наличия затухания сигнала в оптическом волокне. По этой причине практическое применение оптоволоконных систем КРК ограничено сотнями километров [1].

Реализация спутниковой системы квантового распределения ключей позволяет расширить границы использования существующих систем КРК [2]. Помимо возможности развертывания каналов КРК до масштабов Земли без использования большого количества доверенных узлов, спутниковая технология дает возможность распространить КРК на объекты, подключение к которым оптического волокна невозможно либо нерационально [2].

Сейчас в мире на разных этапах реализации существует множество проектов спутниковой квантовой связи: QEYSSat (Канада) [3], SpooQy-1 (Сингапур) [4], британские QUARC [5] и ROKS [6], QUBE (Германия) [7], а также совместные международные проекты Nanobob (Франция–Австрия) [8] и SPEQTRE (Великобритания–Сингапур) [9]. Однако первым успешно функционирующим спутником, передающим квантовые состояния, является аппарат «Мо-Цзы», который был запущен в Китайской Народной Республике в 2016 г. [10]. Более того, с помощью этого спутника в 2021 г. была реализована самая масштабная на сегодняшний день квантовая коммуникационная сеть общей протяженностью 4 600 км [11].

Ранее нами уже были описаны шаги по созданию квантовой сети на основе разработанных стационарных приемных станций для спутникового КРК [12]. Впоследствии результаты тестов и экспериментальных измерений приемных модулей [13–15], показавших работоспособность, легли в основу разработки миниатюрной мобильной приемной станции, а также основополагающего элемента планируемой сети – сверхмалого спутника формата кубсат для КРК с Землей.

В данной работе описана процедура получения двумя наземными станциями общего секретного ключа, используя спутник в качестве промежуточного доверенного узла. Представлены разработанные и спроектированные элементы квантовой сети, а именно первый российский квантовый спутник и наземные приемные станции двух типов.

1. Схема сети

Схема разрабатываемой спутниковой сети для квантового распределения ключей включает в себя передающий элемент – спутник, и несколько приемных узлов сети в виде наземных станций. Использование спутника предполагается в качестве передающего доверенного узла таким образом, что в ходе проведения сеансов квантового распределения ключей им запоминается криптографический ключ.

После того как с обеими наземными станциями проведены сеансы связи, результат побитового сложения ключей на спутнике оглашается по открытому каналу. Далее наземные станции из опубликованного ключа получают общий секретный ключ, также побитовым сложением своего ключа и опубликованного. В конце данной процедуры приемные станции могут использовать полученный общий секретный ключ для защищенного сеанса передачи информации по классическому каналу связи.

Применение спутника в качестве передающего элемента сети обусловлено особенностями распространения направленного оптического излучения в атмосфере. Турбулентность негативно влияет на качество оптического пучка и в основном наблюдается вблизи поверхности Земли. Это приводит к тому, что при распространении излучения по каналу Земля–спутник (uplink) луч обладает большей областью блуждания, чем при передаче по каналу спутник–Земля (downlink), так как турбулентные слои окажутся в начале пути распространения луча.

Стоит также отметить, что функционал спутника и приемных станций предназначен для квантового распределения ключей согласно протоколу decoy-state BB84. Данный протокол предполагается использовать на основе поляризационного кодирования информации с применением четырех поляризационных состояний одиночных фотонов из двух базисов. В силу того, что атмосфера вносит допустимо малые поляризационные искажения в фотонные состояния, данный подход для спутникового КРК является предпочтительным, а сам принцип был экспериментально подтвержден в работе [11].

2. Наземные приемные станции

Стационарная наземная приемная станция – элемент перспективной спутниковой сети КРК – расположена в Московской области, менее чем в 60 км от центра Москвы. Такое местонахождение предполагает близость крупных элементов информационной инфраструктуры, а также высокую концентрацию оптоволоконных сетей. В перспективе это позволит интегрировать спутниковую сеть КРК с городской оптоволоконной сетью квантовой связи.

Телескоп диаметром 600 мм, а также конструктив оптической схемы позволяют отлаживать алгоритмы, ставить эксперименты и оперативно обрабатывать перспективные технологии для спутникового КРК. Двухконтурная система наведения и стабилизации позволяет отслеживать направленное излучение со спутника со среднеквадратичной угловой ошибкой не более 10 мкрад.

В схеме осуществляется работа с оптическим излучением на длине волны 850 нм для квантового канала, 532 нм для канала синхронизации и системы наведения, длина волны 671 нм используется для лазера-маяка. Квантовый сигнал, попадая в приемный телескоп, далее поступает в блок обработки и анализа, а затем в поляризационный анализатор, выполняющий функцию декодера. После сигнал заводится в оптоволокно и регистрируется детекторами одиночных фотонов. Одновременно с этим

осуществляется запись временных меток в канале синхронизации для последующего сопоставления временных промежутков на спутнике и наземной станции. На рис. 1, а приведена схема стационарной приемной станции спутникового квантового распределения ключей, в которой используются следующие обозначения: CPL – коллиматор; POL – поляризатор; PBS – поляризационный светоделительный куб; HWP – полуволновая пластина; BS – 50:50 светоделительный куб; IF1 – интерференционный фильтр (центральная длина волны 850 нм; полуширина 10 нм); HWP-m – моторизованная полуволновая пластина; BE – расширитель пучка; DM – дихроичное зеркало; L1 – линза; FSM – быстрое зеркало; RCT – телескоп системы Ричи-Кретьена с апертурой 600 мм; CAM – камера; IF2 – интерференционный фильтр (центральная длина волны 532 нм; полуширина 10 нм); 5 ch SPDs – 5-канальный модуль детекторов одиночных фотонов; TDC – время-цифровой преобразователь; PA – поляризационный анализатор (декодер); APS – модуль анализа и обработки оптических сигналов.

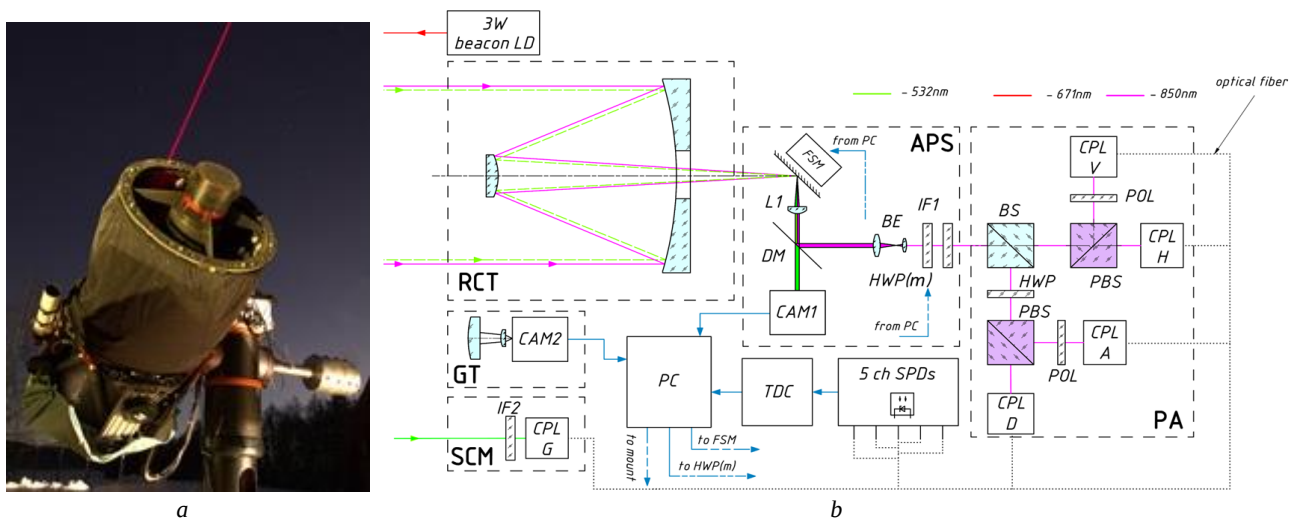


Рис. 1. Стационарная приемная станция спутникового квантового распределения ключей (а) и ее схема (b)

Fig. 1. Stationary receiving station of satellite quantum key distribution (a) and its scheme (b)

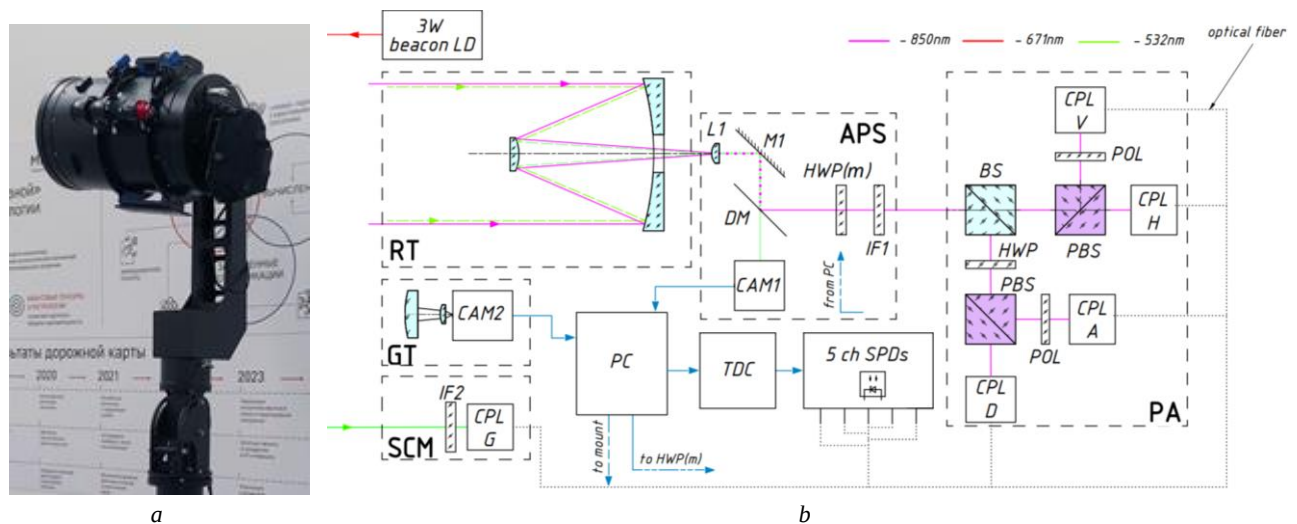


Рис. 2. Мобильная приемная станция спутникового квантового распределения ключей (а) и ее схема (b)

Fig. 2. Mobile receiving station of satellite quantum key distribution (a) and its scheme (b)

В качестве еще одного элемента спутниковой сети КРК выступает мобильная приемная станция. В конструкции этого наземного модуля используются уменьшенный относительно стационарной станции приемный телескоп с апертурой 300 мм, миниатюрные оптические элементы модуля анализа и обработки оптических сигналов, а также декодера. Помимо этого, за счет снижения массы системы

в конструкции станции удалось применить упрощенное опорно-поворотное устройство, использующее при этом точную систему углового позиционирования. Это вместе с увеличенным полем зрения оптической части станции позволило отказаться от контура точной стабилизации оптического сигнала при ожидаемой угловой ошибке ведения спутника около 70 мкрад.

Такая станция (рис. 2, а) мобильна, что позволяет оперативно развернуть ее деятельность в любой точке Земли, тем самым масштабируя протяженность сети, а также возможное количество абонентов – потребителей ключей. На рис. 2, б обозначено: CPL – коллиматор; POL – поляризатор; PBS – поляризационный светоделительный куб; HWP – полуволновая пластина; BS – 50:50 светоделительный куб; IF1 – интерференционный фильтр (центральная длина волны 850 нм; полуширина 10 нм); HWP-m – моторизованная полуволновая пластина; M1 – зеркало; L1 – линза; FSM – быстрое зеркало; RT – приемный телескоп с апертурой 300 мм; CAM – камера; IF2 – интерференционный фильтр (центральная длина волны 532 нм; полуширина 10 нм); 5 ch SPDs – 5-канальный модуль детекторов одиночных фотонов; TDC – время-цифровой преобразователь; PA – поляризационный анализатор (декодер); APS – модуль анализа и обработки оптических сигналов.

3. Сверхмалый спутник для КРК

Все перечисленные во введении зарубежные проекты спутникового КРК, за исключением аппарата «Мо-Цзы» [11], предполагают использование сверхмалых спутников формата кубсат. Более того, ученые Китайского научно-технического университета также заявляют об актуальности использования недорогих малых квантовых спутников, и уже сейчас на орбиту выведен их новый низкоорбитальный квантовый микро-наноспутник, запущенный с космодрома Цзюань 27 июля 2022 г.

В настоящий момент запущено уже более 1 800 спутников формата кубсат, а в ближайшие 6 лет прогнозируется запуск еще около 2 000 штук. Использование такого формата позволяет свести к минимуму разработку в части спутниковой платформы и максимально использовать стандартные решения, которые можно адаптировать под технические требования нашего передающего модуля. Доступность сверхмалых спутников способствует снижению рисков при отработке технологии и проверке технических решений. Кроме того, появляется возможность постепенного увеличения функционала сети за счет внедрения передовых модулей с новыми запусками, что также упрощает рост количества передающих спутников и увеличивает зону покрытия квантовой сети. Все это открывает перспективы для реализации межспутникового КРК и увеличения пропускной способности сети.

Основным функционалом спроектированной полезной нагрузки (рис. 3) для сверхмалого спутника формата кубсат является квантовое распределение ключей по открытому каналу спутник–Земля.

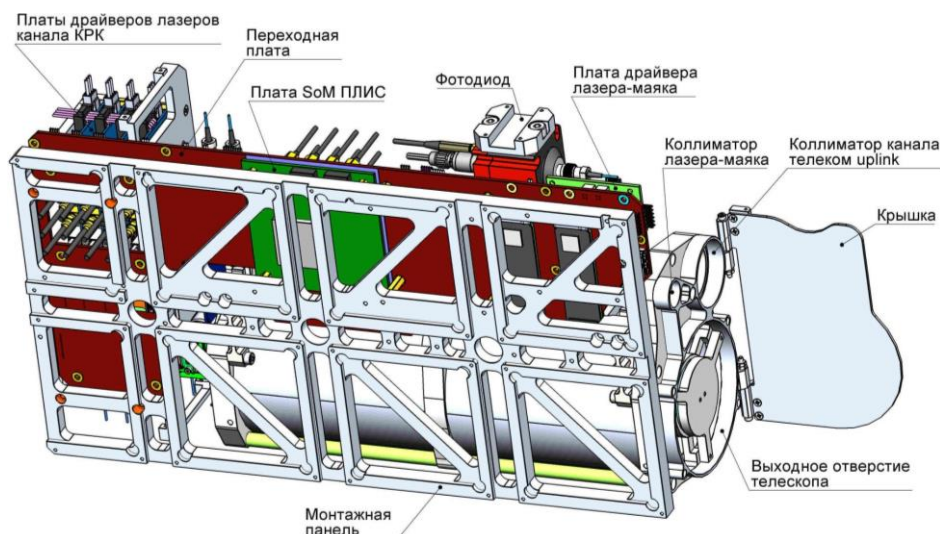


Рис. 3. Общий вид полезной нагрузки сверхмалого спутника формата кубсат для квантового распределения ключей
Fig. 3. General view of the payload of an ultra-small satellite of the cubesat format for the quantum key distribution

В спутнике можно выделить несколько подсистем: систему точного наведения, оптический тракт (включая передающий телескоп), лазер-маяк, систему квантового распределения ключей, а также блок приема / передачи для классической лазерной связи (телеком). Дуплексная телеком оптическая связь в данном случае необходима по причине передачи больших объемов данных в процессе генерации и обработки ключа по каналам спутник–Земля и Земля–спутник. Передача большого объема данных с использованием доступных радиочастотных диапазонов приведет к значительным временным затратам. Применение же лазерной связи позволяет сократить это время и значительно расширить функционал аппарата, а наличие систем наведения и стабилизации, требуемых для работы системы КРК, предоставляет возможность интеграции ее в оптическую схему спутника.

Взаимное наведение оптических систем спутника и наземной приемной станции осуществляется при помощи лазеров-маяков, выступающих в качестве опорных световых сигналов. Камера системы наведения спутника детектирует сигнал маяка наземной станции на длине волны 671 нм, собственный маяк спутника работает на длине волны 532 нм, при этом выполняя также функции передатчика сигналов синхронизации. Непосредственно сама генерация и передача квантовых состояний осуществляется на длине волны 850 нм. После сеанса КРК, в последующие пролеты, спутник и наземная станция проводят обмен информацией по классическому телеком каналу оптической связи с целью исправления ошибок и усиления секретности полученного ключа.

Заключение

Спутниковое квантовое распределение ключей является молодым направлением научно-технического прогресса с единичными примерами практической реализации. В свою очередь, использование сверхмалых спутников формата кубсат открывает возможности для реализации технологии квантовой коммуникации и способствует ускорению процесса ее развития.

Описан принцип работы ячейки спутниковой квантовой сети, состоящей из двух наземных станций и одного спутника в качестве доверенного узла, способных распределить общий секретный ключ на масштабах планеты. Рассмотрены функционирующие наземные станции, разработанные для приема квантового сигнала со спутника.

Кроме того, нами представлен спроектированный спутниковый аппарат в формате кубсат, предназначенный для КРК, а также описан его основной функционал. В дальнейшем использование недорогих сверхмалых спутников для КРК может стать первым шагом на пути к сети с глобальным покрытием, а также ускорить процесс практических испытаний технических решений и модернизации алгоритмов.

Список источников

1. Wang S., Yin Z.Q., He D.Y., Chen W., Wang R.Q., Ye P., Han Z.F. Twin-field quantum key distribution over 830-km fibre // *Nature Photonics*. 2022. V. 16 (2). P. 154–161.
2. Liu H.Y., Tian X.H., Gu C., Fan P., Ni X., Yang R., Zhu S.N. Drone-based entanglement distribution towards mobile quantum networks // *National science review*. 2021. V. 7 (5) P. 921–928.
3. Jennewein T., Bourgoin J.P., Higgins B., Holloway C., Meyer-Scott E., Erven C., Laflamme R. QEYSSAT: A mission proposal for a quantum receiver in space // *SPIE OPTO Proc.* 2014. V. 8997: Advances in photonics of quantum computing memory and communication VII. P. 21–27.
4. Lim H. Y., Vergoossen T., Bedington R., Bai X., Villar A., Lohrmann A., Ling A. Thermo-mechanical design for a miniaturized quantum light source on board the spooqy-1 cubesat // *arXiv preprint*. 2020. URL: <https://arxiv.org/abs/2006.14442>
5. Mazzarella L., Lowe C., Lowndes D., Joshi S.K., Greenland S., McNeil D. ... Oi D.K.L. QUARC: quantum research cubesat – a constellation for quantum communication // *Cryptography*. 2020. V. 4 (1). Art. 7.
6. Mercury C., Mohapatra S., Colquhoun C., Greenland S., Cebecauer M., Karagiannakis P., Rarity J. Payload Testing of a Weak Coherent Pulse Quantum Key Distribution Module for the Responsive Operations on Key Services (ROKS) Mission // *Proc. SSC21-IX-04*. 2021. P. 1–8. URL: <https://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=5069&context=smallsat>
7. Haber R., Garbe D., Schilling K., Rosenfeld W. Qube-a cubesat for quantum key distribution experiments // *Proc. SSC18-III-05*. 2018. P. 1–8. URL: <https://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=4081&context=smallsat>
8. Kerstel E., Gardelein A., Barthelemy M., Fink M., Joshi S.K., Ursin R. Nanobob: A CubeSat mission concept for quantum communication experiments in an uplink configuration // *EPJ Quantum Technology*. 2018. V. 5 (1). P. 1–6.

9. Dalibot C., Tustain S. The preliminary thermal design for the SPEQTRE CubeSat // 2020 International Conference on Environmental Systems. URL: <https://hdl.handle.net/2346/86436>
10. Liao S.K., Cai W.Q., Liu W.Y., Zhang L., Li Y., Ren J.G., Pan J.W. Satellite-to-ground quantum key distribution // *Nature*. 2017. V. 549 (7670). P. 43–47.
11. Chen Y.A. et al. An integrated space-to-ground quantum communication network over 4600 kilometres // *Nature*. 2021. V. 589 (7841). P. 214–219.
12. Kurochkin V.L., Khmelev A.V., Mayboroda V.F., Bakhshaliev R.M., Duplinsky A.V., Kurochkin Y.V. Elements of satellite quantum network // International Conference on Micro-and Nano-Electronics. 2022. V. 12157. P. 492–499.
13. Kurochkin V.L., Khmelev A.V., Petrov I.V., Miller A.V., Feimov A.A., Mayboroda V.F., Kurochkin Y.V. Registration of the quantum state of a single photon to create a satellite quantum network // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. V. 1680 (1). Art. 012031.
14. Khmelev A.V., Duplinsky A.V., Mayboroda V.F., Bakhshaliev R.M., Balanov M.Y., Kurochkin V.L., Kurochkin Y.V. Recording of a Single-Photon Signal from Low-Flying Satellites for Satellite Quantum Key Distribution // *Technical Physics Letters*. 2021. V. 47 (12) P. 858–861.
15. Khmelev A.V., Duplinsky A.V., Kurochkin V.L., Kurochkin Y.V. Stellar calibration of the single-photon receiver for satellite-to-ground quantum key distribution // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. V. 2086 (1). Art. 012137.

References

1. Wang, S., Yin, Z.Q., He, D. Y., Chen, W., Wang, R., Ye, P. & Han, Z.F. (2022) Twin-field quantum key distribution over 830-km fibre. *Nature Photonics*. 16(2). pp. 154–161. DOI: 10.1038/s41566-021-00928-2
2. Liu, H.Y., Tian, X.H., Gu, C., Fan, P., Ni, X., Yang, R. & Zhu, S.N. (2020) Drone-based entanglement distribution towards mobile quantum networks. *National Science Review*. 7(5). pp. 921–928. DOI: 10.1093/nsr/nwz227
3. Jennewein, T., Bourgoin, J. P., Higgins, B., Holloway, C., Meyer-Scott, E., Erven, C. & Laflamme, R. (2014) QEYSSAT: a mission proposal for a quantum receiver in space. *SPIE OPTO Proc.* 8997. pp. 21–27.
4. Lim, H.Y., Vergoossen, T., Bedington, R., Bai, X., Villar, A., Lohrmann, A. & Ling, A. (2020) *Thermo-mechanical design for a miniaturized quantum light source on board the spooqy-1 cubesat*. [Online] Available from: <https://arxiv.org/abs/2006.14442>.
5. Mazzarella, L., Lowe, C., Lowndes, D., Joshi, S.K., Greenland, S., McNeil, D. & Oi, D.K.L. (2020) QUARC: quantum research cubesat – a constellation for quantum communication. *Cryptography*. 4(1). Art. 7. DOI: 10.3390/cryptography4010007
6. Mercury, C., Mohapatra, S., Colquhoun, C., Greenland, S., Cebecauer, M., Karagiannakis, P. & Rarity, J. (2021) Payload testing of a weak coherent pulse quantum key distribution module for the responsive operations on key services. *Proc. SSC21-IX-04*. pp. 1–8.
7. Haber, R., Garbe, D., Schilling, K. & Rosenfeld, W. (2018) Qube-a cubesat for quantum key distribution experiments. *Proceedings SSC18-III-05*. pp. 1–8. [Online] Available from: <https://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=4081&context=smallsat>
8. Kerstel, E., Gardelein, A., Barthelemy, M., Fink, M., Joshi, S. K. & Ursin, R. (2018) Nanobob: A CubeSat mission concept for quantum communication experiments in an uplink configuration. *EPJ Quantum Technology*. 5(1). pp. 1–6.
9. Dalibot, C. & Tustain, S. (2020) The preliminary thermal design for the SPEQTRE CubeSat. *International Conference on Environmental Systems*. [Online] Available from: <https://hdl.handle.net/2346/86436>
10. Liao, S.K., Cai, W.Q., Liu, W.Y., Zhang, L., Li, Y., Ren, J.G. & Pan, J.W. (2017) Satellite-to-ground quantum key distribution. *Nature*. 549(7670). pp. 43–47.
11. Chen, Y.A. et al. (2021) An integrated space-to-ground quantum communication network over 4,600 kilometers. *Nature*. 589(7841). pp. 214–219.
12. Kurochkin, V.L., Khmelev, A.V., Mayboroda, V.F., Bakhshaliev, R.M., Duplinsky, A.V. & Kurochkin, Y.V. (2022) Elements of satellite quantum network. *International Conference on Micro-and Nano-Electronics 2021*. 12157. pp. 492–499.
13. Kurochkin, V.L., Khmelev, A.V., Petrov, I.V., Miller, A.V., Feimov, A.A., Mayboroda, V.F., ... & Kurochkin, Y.V. (2020) Registration of the quantum state of a single photon to create a satellite quantum network. *Journal of Physics: Conference Series*. 1680(1). Art. 012031.
14. Khmelev, A.V., Duplinsky, A.V., Mayboroda, V.F., Bakhshaliev, R.M., Balanov, M.Y., Kurochkin, V.L., & Kurochkin, Y.V. (2021) Recording of a Single-Photon Signal from Low-Flying Satellites for Satellite Quantum Key Distribution. *Technical Physics Letters*. 47(12). pp. 858–861.
15. Khmelev, A.V., Duplinsky, A.V., Kurochkin, V.L., & Kurochkin, Y.V. (2021) Stellar calibration of the single-photon receiver for satellite-to-ground quantum key distribution. *Journal of Physics: Conference Series*. 2086(1). Art. 012137.

Информация об авторах:

Дуплинский Алексей Валерьевич – аспирант Департамента электронной инженерии Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»; инженер ООО «КуСпэйс Технологии» (Москва, Россия). E-mail: al.duplinsky@goqrte.com

Хмелев Александр Валерьевич – аспирант Московского физико-технического института (национальный исследовательский университет); младший научный сотрудник ООО «КуСпэйс Технологии» (Долгопрудный, Россия). E-mail: a.khmelev@goqrte.com

Мерзлинкин Виталий Евгеньевич – аспирант Национального исследовательского технологического университета МИСиС; младший научный сотрудник ООО «КуРэйт» (Москва, Россия). E-mail: v.merzlinkin@goqrte.com

Письмениук Любовь Васильевна – инженер ООО «КуСпэйс Технологии» (Москва, Россия). E-mail: l.pismeniuk@goqrte.com

Бахшалиев Руслан Мухтарович – инженер оптических квантовых коммуникаций ООО «КуСпэйс Технологии» (Москва, Россия). E-mail: r.bakhshaliev@goqrte.com

Тихонова Ксения Андреевна – инженер-электронщик, программист ПЛИС ООО «КуСпэйс Технологии» (Москва, Россия). E-mail: k.tikhonova@goqrte.com

Нестеров Иван Сергеевич – инженер-электронщик ООО «КуСпэйс Технологии» (Москва, Россия). E-mail: i.nesterov@goqrte.com

Курочкин Владимир Леонидович – кандидат физико-математических наук, заведующий Лабораторией квантовых коммуникаций Центра компетенций НТИ «Квантовые коммуникации» Национального исследовательского технологического университета МИСиС (Москва, Россия). E-mail: v.kurochkin@rqc.ru

Курочкин Юрий Владимирович – кандидат физико-математических наук, директор Центра компетенций НТИ «Квантовые коммуникации» Национального исследовательского технологического университета МИСиС (Москва, Россия). E-mail: yk@goqrte.com

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Duplinsky Alexey V. (Post-graduate Student, Department of Electronic Engineering, National Research University Higher School of Economics. Engineer at QSpace Technologies LLC, Moscow, Russian Federation). E-mail: al.duplinsky@goqrte.com

Khmelev Aleksander V. (Post-graduate Student, Moscow Institute of Physics and Technologies, Dolgoprudny, Russian Federation. Researcher at QSpace Technologies LLC, Moscow, Russian Federation). E-mail: a.khmelev@goqrte.com

Merzlinkin Vitalii E. (Post-graduate Student, National university of science and technology “MISIS”, Moscow, Russian Federation. Researcher at QRate LLC, Moscow, Russian Federation). E-mail: v.merzlinkin@goqrte.com

Pismeniuk Liubov V. (Engineer at QSpace Technologies LLC, Moscow, Russian Federation). E-mail: l.pismeniuk@goqrte.com

Bakhshaliev Ruslan M. (Quantum Communication Optical Engineer at QSpace Technologies LLC, Moscow, Russian Federation). E-mail: r.bakhshaliev@goqrte.com

Tikhonova Ksenia A. (Electronic Engineer, FPGA programmer at QSpace Technologies LLC, Moscow, Russian Federation). E-mail: k.tikhonova@goqrte.com

Nesterov Ivan S. (Electronics Engineer at QSpace Technologies LLC, Moscow, Russian Federation). E-mail: i.nesterov@goqrte.com

Kurochkin Vladimir L. (Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Quantum Communications Laboratory of the Competence Center of the NTI “Quantum Communications” at the National University of Science and Technology MISiS, Moscow, Russian Federation). E-mail: v.kurochkin@rqc.ru

Kurochkin Yury V. (Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Director of the NTI Competence Center “Quantum Communications” at the National University of Science and Technology MISiS, Moscow, Russian Federation). E-mail: yk@goqrte.com

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Received 30.10.2022; accepted for publication 09.06.2023

Поступила в редакцию 30.10.2022; принята к публикации 09.06.2023

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/13

Application of *k*-means clustering and histogram analysis to automate preprocessing of images of discomycetes obtained in the habitat

Darya A. Filimonova¹, Irina G. Vorob'eva², Alexander Yu. Filimonov³

^{1,2} Novosibirsk State Pedagogical University, Novosibirsk, Russian Federation

² Central Siberian Botanical Garden of the Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk, Russian Federation

³ Ural Federal University named after the first President of Russia, Boris Yeltsin, Yekaterinburg, Russian Federation

¹ darya.filimonova@gmail.com

² vorobig@ngs.ru

³ a.filimonov@urfu.ru

Abstract. The study of biological diversity requires a thorough inventory of all groups of organisms, including destructors, among which fungi play a significant role. Discomycetes, a group of orders of fungi of the Ascomycota phylum, require close attention from researchers due to their low level of knowledge. The paper proposes an approach to automating the process of inventory of representatives of this group of orders and presents a prototype of a software package that allows one to identify the presence of fruit bodies of discomycetes in photographs taken in the natural habitat. A feature of the proposed solution is the application of the *k*-means clustering method, the use of scaled histograms to determine the presence of an image of the fruit body of Discomycetes in this image, and the prospects for using this tool in machine learning are described using neural networks.

Keywords: clustering; computer vision; machine learning; discomycetes; biodiversity.

For citation: Filimonova, D.A., Vorob'eva, I.G., Filimonov, A.Yu. (2023) Application of *k*-means clustering and histogram analysis to automate preprocessing of images of discomycetes obtained in the habitat. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 111–117. doi: 10.17223/19988605/63/13

Научная статья

УДК 58.002; 004.932

doi: 10.17223/19988605/63/13

Применение кластеризации *k*-means и анализа гистограмм для автоматизации предварительной обработки изображений дискомицетов, полученных в среде обитания

Дарья Александровна Филимонова¹, Ирина Геннадьевна Воробьева²,
Александр Юрьевич Филимонов³

^{1,2} Новосибирский государственный педагогический университет, Новосибирск, Российская Федерация

² Центральный сибирский ботанический сад СО РАН, Новосибирск, Российская Федерация

³ Уральский федеральный университет им. первого президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Российская Федерация

¹ darya.filimonova@gmail.com

² vorobig@ngs.ru

³ a.filimonov@urfu.ru

Аннотация. Изучение биологического разнообразия требует проведения тщательной инвентаризации всех групп организмов, в том числе деструкторов, среди которых значительную роль играют грибы. Дискомицеты – группа порядков грибов отдела Ascomycota – требуют пристального внимания со стороны исследователей ввиду недостаточной изученности. В работе предлагается подход к автоматизации процесса инвентариза-

ции представителей данной группы порядков и представлен прототип программного комплекса, позволяющий выявить наличие плодовых тел дискомицетов на фотографиях, сделанных в естественной среде обитания. Особенностью предлагаемого решения являются применение метода кластеризации k-means, использование масштабированных гистограмм для определения наличия образа плодового тела дискомицета на данном изображении. Также описаны перспективы использования данного средства в машинном обучении с применением нейросетей.

Ключевые слова: кластеризация; компьютерное зрение; машинное обучение; дискомицеты; биоразнообразие.

Для цитирования: Филимонова Д.А., Воробьева И.Г., Филимонов А.Ю. Применение кластеризации k-means и анализа гистограмм для автоматизации предварительной обработки изображений дискомицетов, полученных в среде обитания // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 111–117. doi: 10.17223/19988605/63/13

Introduction

Fungi are one of the oldest groups of organisms that play an important role in the circulation of organic substances. Thus, fungi that enter into symbiosis with plants are of high ecological importance, helping the latter to obtain inaccessible mineral nutrition resources. In particular, it is thanks to mycorrhizal fungi that phosphorus is incorporated from the geological cycle into the biological one [1]. In addition, as destructors, fungi are of exceptional importance in the biological cycle of forest ecosystems, since they have the necessary and self-sufficient enzyme systems that allow them to carry out a complete biochemical conversion of wood compounds [1–3]. The destructors of organic matter also include discomycetes, a group of orders of fungi of the Ascomycota phylum. Most of them are saprotrophs, developing on soil, litter, wood, excrement, places of fire [4]. From a biological point of view, discomycetes have not been studied sufficiently, and the study of this group is accompanied by difficulties, including high synonymy, as well as the lack of parity between phenotypic and genetic methods of determination.

Work on the conservation and restoration of biological diversity, as well as on the introduction of this group of organisms into biotechnological processes, is impossible without an inventory of flora and a detailed study of the spread of discomycetes in natural and anthropogenic communities. Currently, most researchers use a methodology according to which the initial determination of the collected samples is carried out according to phenotypic characteristics using a magnifying glass or a light microscope with various magnifications. Further identification includes the use of micropreparations [5–8]. In addition, recently, along with more familiar methods of determining the systematic position of fungi, a relatively new technique has been used, that of machine vision. The use of this method in identifying mushrooms has several problems. The constant development of the taxonomy of fungi leads to a continuous stream of reclassifications and the introduction of new names, which causes difficulties in the taxonomic differentiation of fungi [9]. The updated classification of representatives of this kingdom is increasingly based not on external signs but on the analysis of cellular structure and molecular genetic studies. Despite the fact that there is a need to constantly compare the information obtained by molecular methods with the data of previous studies conducted by traditional methods using morphological features, new knowledge allows us to shed light on the existing problems in the classification of fungi.

The paper considers proposals for the organization of a software prototype for preprocessing images of discomycetes obtained in the habitat. During this processing, images of discomycetes, often growing in groups, should be separated from each other, from the substrate on which they grow, and from the herbaceous cover. The selected fragments of the original image are further processed for subsequent identification and inventory.

The paper presents comparative results of the implementation of this algorithm using various color models of the original image and confirms the conclusion that the prospects of using non-additive color models to solve the problem [10]. Subsequent processing of image fragments was carried out based on the analysis of histograms of the distribution of color components, which is traditionally used for similar purposes [11]. The results presented in the paper show that the application of the described methods provides reliable

determination of the presence of images of fruit bodies of discomycetes in fragments of the original image and automated generation of reporting data on observation. The data obtained also allows us to make an assumption about the possibility of using histograms of the color distribution of image fragments as key features for automating the process of identifying discomycetes using machine learning tools.

1. Materials and methods

The objects of the study were the fruit bodies of discomycetes, images of which were obtained in habitat.

The prototype of the software package was developed in Python; computer vision programming requires representations of vectors and matrices and operations on them. This is handled by the NumPy Python module, where both vectors and matrices are represented as an array. NumPy is a widely used package for scientific computing using Python. It contains a number of useful concepts, such as arrays (for representing vectors, matrices, images, and more) and linear algebra functions. Arrays allow you to perform important operations, such as matrix multiplication, transposition, solving systems of equations, vector multiplication, and normalization, which are necessary, in particular, for image processing. To visualize the results, the Matplotlib module was used, which has open source code and creates high-quality illustrations. OpenCV is a C++ library with modules that cover many areas of computer vision. OpenCV has functions for reading and writing images, as well as for matrix operations and mathematical libraries [12].

Image preprocessing includes Gaussian blur, which simplifies contour detection by reducing the noise level in the image; clustering by k-means; and contouring.

Clustering divides an image into its constituent regions or objects. The degree of detail to which such a separation is brought depends on the task being solved. In other words, clustering should be stopped when the objects or areas of interest are detected. Clustering images that are not trivial is one of the most difficult image processing tasks. The ultimate success of computer image analysis procedures is largely determined by the accuracy of clustering. For this reason, considerable attention should be paid to improving its reliability [13]. Clustering can be used both for image recognition and for splitting an image into fragments for subsequent processing, etc. [12, 14].

When clustering an image using the k-means method, each of its color points is assigned to one of the clusters with the nearest average color value of the centroid. The k-means algorithm is an iterative procedure that sequentially refines the average values of clusters until convergence is achieved [13]. The only significant disadvantage of the chosen algorithm is the tendency to align the cluster sizes. Indeed, since the inertia criterion is determined by the sum of the minimum values of the root-mean-square deviations of the cluster point coordinates from the centroids [15], it is more profitable for the algorithm to "stretch" clusters, which, with a small value of their number, can significantly affect the clustering result.

This disadvantage will be especially pronounced in cases where the values of the color coordinates of the original image tend to have a normal distribution. That is why, as studies show, the results of the clustering of color images differ when using different color models [10]. In this case, images with the HSL color model were used for clustering, which allowed us to achieve better results.

The images were contoured using the canny algorithm. Further processing was performed using the `getStructuringElement()` and `morphologyEx()` functions. The obtained areas of the image, which with a certain degree of probability contained images of the fruit bodies of mushrooms, were analyzed using histograms.

Histograms are the basis for numerous image processing methods; histogram-based data analysis is one of the most popular solutions for many image processing tasks, such as object recognition and classification. Studies show that the generalized information contained in the histogram is very useful for solving problems such as image compression and segmentation [13, 16].

A raw histogram is an integral characteristic of an image that shows only the number of points depending on their color, and therefore is not a convenient tool for studying images of complex objects. However, when analyzing images of such simple objects as discomycetes, for the classification of which one of the key parameters is the predominant color, they can be useful. To ensure the commensurability of histograms of image fragments obtained as a result of clustering and contouring, they were reduced to an identical

dimension along the abscissa axis corresponding to the color tone. This action made it possible to bring the histograms of all fragments of the image to a unified view. The next stage was normalization, which took place as follows: the entire array of values of the color vectors of the histogram was divided into the total sum of the vectors, so that sections of the original image with different areas became comparable. Thus, after processing, the histograms were an array of data divided into 128 groups, each containing two consecutive shades to reduce the dimension of the resulting histograms.

The reliability of the assumption about the relationship between the appearance of histograms and the presence or absence of an image of fruit bodies of mushrooms in a particular area of the image was checked using a correlation coefficient table calculated using the corresponding functions of the Pandas package. The correlation was displayed and analyzed using the study of the resulting heat map.

The final stage of the development of the prototype of the software was the use of a neural network to automate the determination of the presence of fruit bodies on image fragments. The data for training the neural network was prepared as follows: scaled normalized histograms of even fragments of the original image were used as a training set, and odd fragments were used as a test set. A simple sequential fully connected neural network was created, the input fully connected layer of which consisted of 128 neurons with 127 inputs due to the dimension of the histogram; the output consisted of 2 neurons. The choice of exactly this number of output neurons is due to the prospect of using a similar scheme for the classification of discomycetes. The Relu method was chosen to activate the input neurons, and the Softmax method was used in the output layer. Cross Entropy was used as a loss function, and Adam was used as a learning optimizer.

2. Results and discussion

The initial image of the fruit bodies of discomycetes and the result of the application of k-means are shown in Fig. 1. As can be seen in the image, a leaf litter similar in color was also attributed to a cluster containing images of the fruit bodies of discomycetes.



Fig. 1. Fruit bodies of fungi of the order Pezizales on the substrate:
a) the original image; b) the result of clustering

The result of image contouring is shown in Fig. 2. Rough contours are formed, both containing (fragment numbers 0, 6) and not containing images of the fruit bodies of discomycetes.

During the study, several photographs obtained in the habitat were processed, containing up to 60 fragments obtained as a result of clustering. At the same time, mushrooms contained no more than 10% of the formed fragments. Thus, the task of automating the determination of whether this fragment contains an image of the fruit body of a mushroom or not has become urgent. The assumption that this can be done based on the form of a scaled normalized histogram was verified by calculating the correlation matrix of histograms of image fragments presented in the form of a heat map (Fig. 3).

The light fragments of this matrix obtained using the Pearson linear correlation coefficient correspond to high values of the coefficient, the dark ones correspond to low values. The highest correlation values are fragments of the original image, which depict similar objects: fruit bodies of discomycetes, leaf litter, etc.

Fragments of plots containing images of fungi correlate with each other (the correlation coefficient is 0.797). This confirms the assumption that it is possible to determine the presence of an image of the fruit body of a mushroom on a fragment of the original image using the form of a histogram of the distribution of the color tone.



Fig. 2. An image containing the contours of the fruit bodies of discomycetes

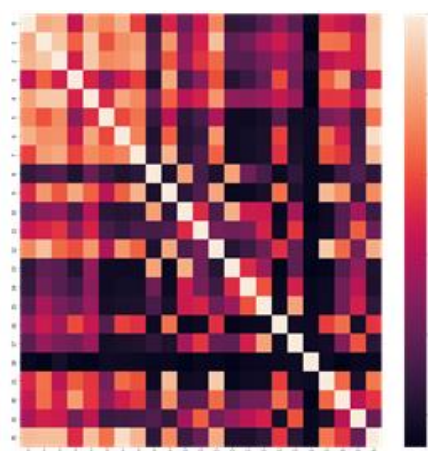


Fig. 3. Correlation matrix calculated from the contours of histograms of image fragments after cleaning

The final stage was the creation of a neural network. The neural network was trained on 50 fragments of the original images. The training included 150 epochs. At 65 iterations of the training, the accuracy value stabilized at 90% (Fig. 4).

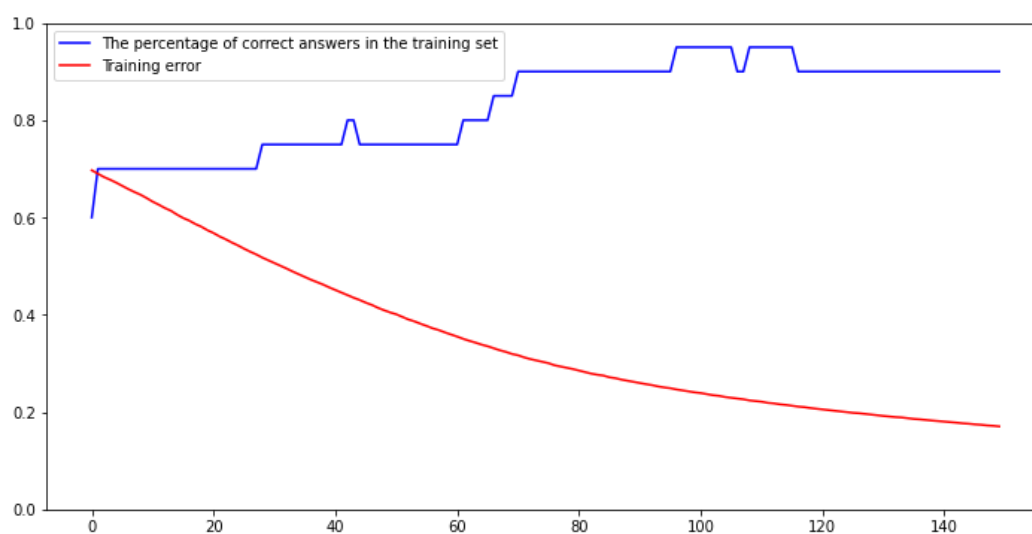


Fig. 4. The result of training a neural network prototype

Despite the extremely limited size of the training set, testing on the test set gave results of 85 to 88%. This allows us to speculate on the possibility of not only automating the process of detecting fruit bodies of discomycetes in photographs taken in natural conditions, but also, with a large amount of data, automating the process of classifying them based on phenotypic characteristics.

Conclusion

The paper proposes an approach to automating the process of inventory of representatives of discomycetes and presents the results of using prototypes of programs of this technological cycle, confirming the possibility of detecting the presence of fruit bodies of discomycetes in photographs taken in the natural habitat.

The proposed solution included the application of the k-means clustering method, the use of normalized scaled histograms of image fragments obtained after clustering to determine the presence of an image of the fruit body of representatives of the Discomycete order group on it, as well as the study of the possibility of automating this detection process using a neural network prototype.

Thus, the obtained results confirmed the hypothesis that normalized scaled histograms of the color distribution of image fragments can be used as key features for determining the presence of discomycetes in the image. In addition, an assumption was made about the possibility of automating both the identification process and, in the future, the classification of discomycetes using machine learning tools with the accumulation of a sufficient amount of material.

References

1. Mukhin, V.A. (1999) Griby i ikh rol' v prirode i razvitii tsivilizatsii [Mushrooms and their role in nature and the development of civilization] *Izvestiya Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta – Proceedings of the Ural State University*. 12. pp. 64–69.
2. Bogacheva, A.V. (2018) New and interesting finds of discomycetes in the territory of Khabarovsk region. *Biota i sreda zapovednykh territoriy – Biota and Environment of Natural Areas*. 2. pp. 41–53.
3. Filippova, N., Arefiev, S., Zvyagina, E., Kapitonov, V., Makarova, T., Mukhin, V. & Paukov, A. (2020) Fungal literature records database of the Northern West Siberia (Russia). *Biodiversity Data Journal*. 8. DOI: 10.3897/bdj.8.e52963
4. Smitskaya, M.F. (1980) *Flora gribov Ukrainy: Operkulyatnye diskomitsety* [Mushroom flora of Ukraine: Operculate discomycetes]. Kyiv: Naukova dumka.
5. Prokhorov, V.P. (2004) *Opredelitel' gribov Rossii. Diskomitsety* [Identifier of Russian mushrooms. Discomycetes]. Vol. 1. Moscow: Association of Scientific Publications of the CMC.
6. Popov, E.S. (2005) *Diskomitsety Severo-Zapada evropeyskoy chasti Rossii: Leningradskaya, Novgorodskaya, Pskovskaya oblasti, g. Sankt-Peterburg* [Discomycetes of the North-West of the European part of Russia (Leningrad, Novgorod, Pskov regions, St. Petersburg)]. PhD thesis. St. Petersburg.
7. Bogacheva, A.V. (1997) *Diskomitsety zapovednikov Primorskogo kraia* [Discomycetes in the nature reserves of Primorsky Krai]. PhD Thesis. Vladivostok.
8. Bogacheva, A.V. (2008) *Diskomitsety (Ascomycota: Helotiales, Neolectales, Orbiliales, Pezizales, Thelebolales) yuga Dal'nego Vostoka Rossii* [Discomycetes (Ascomycota: Helotiales, Neolectales, Orbiliales, Pezizales, Thelebolales) of the South of the Russian Far East]. Dr. Diss. Vladivostok.
9. Vu, D., Groenewald, M. & Verkley, G. (2020). Convolutional neural networks improve fungal classification. *Scientific Reports*. 10(1). DOI: 10.1038/s41598-020-69245-y
10. Jurio, A., Pagola, M., Galar, M., Lopez-Molina, C. & Paternain, D. (2010). A Comparison Study of Different Color Spaces in Clustering Based Image Segmentation. *Communications in Computer and Information Science*. pp. 532–541. DOI: 10.1007/978-3-642-14058-7_55
11. Solomon, C. & Gibson, S. (2011) *Fundamentals of Digital Image Processing*. Chichester, UK: Wiley & Sons, Limited, John.
12. Erik, J. & Solem, J.E. (2012) *Programming computer vision with Python*. Beijing; Cambridge; Sebastopol [etc.]: O'Reilly Media, Inc, USA.
13. Gonzalez, R.C. & Woods, R.E. (2008) *Digital Image Processing*. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall.
14. Mittal, H., Pandey, A. C., Saraswat, M., Kumar, S., Pal, R. & Modwel, G. (2021). A comprehensive survey of image segmentation: clustering methods, performance parameters, and benchmark datasets. *Multimedia Tools and Applications*. 81(24). pp. 35001–35026. DOI: 10.1007/s11042-021-10594-9
15. Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O. & Duchesnay, E. (2011). Scikit-learn: machine learning in Python. *The Journal of Machine Learning Research*. 12. pp. 2825–2830. DOI: 10.5555/1953048.2078195
16. Blachnik, M. & Laaksonen, J. (2008) Image classification by histogram features created with learning vector quantization. *Artificial Neural Networks – ICANN 2008*. (5163). pp. 827–836. DOI: 10.1007/978-3-540-87536-9_85

Information about the authors:

Filimonova Darya A. (Post-graduate Student, Department of Biology and Ecology, Institute of Natural and Social and Economic Sciences, Novosibirsk State Pedagogical University, Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: darya.filimonova@gmail.com

Vorob'eva Irina G. (Doctor of Biological Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Biology and Ecology of the Institute of Natural and Social and Economic Sciences of Novosibirsk State Pedagogical University; leading researcher at the Laboratory of Dendrology of the Central Siberian Botanical Garden of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: vorobig@ngs.ru

Filimonov Alexander Yu. (Senior lecturer of the Ural Federal University named after the first President of Russia Boris Yeltsin, Yekaterinburg, Russian Federation). E-mail: a.filimonov@urfu.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Информация об авторах:

Филимонова Дарья Александровна – аспирант кафедры биологии и экологии Института естественных и социально-экономических наук Новосибирского государственного педагогического университета (Новосибирск, Россия). E-mail: darya.filimonova@gmail.com

Воробьева Ирина Геннадьевна – доктор биологических наук, доцент, профессор кафедры биологии и экологии Института естественных и социально-экономических наук Новосибирского государственного педагогического университета; ведущий научный сотрудник лаборатории дендрологии Центрального сибирского ботанического сада СО РАН (Новосибирск, Россия). E-mail: vorobig@ngs.ru

Филимонов Александр Юрьевич – старший преподаватель департамента информационных технологий и автоматизации Уральского федерального университета им. первого президента России Б.Н. Ельцина (Екатеринбург, Россия). E-mail: a.filimonov@urfu.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Received 20.09.2022; accepted for publication 09.06.2023

Поступила в редакцию 20.09.2022; принята к публикации 09.06.2023

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

DESIGNING AND DIAGNOSTICS OF COMPUTER SYSTEMS

Научная статья

УДК 681.518.5+004.052.32

doi: 10.17223/19988605/63/14

Самодвойственные цифровые устройства с контролем вычислений по кодам Сяо

Дмитрий Викторович Ефанов¹, Татьяна Сергеевна Погодина²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

^{1,2} Российский университет транспорта, Москва, Россия

¹ TrES-4b@yandex.ru

² pogodina-ts@mail.ru

Аннотация. Предложено при разработке и проектировании самопроверяемых цифровых устройств использовать известные коды Сяо, проверочные символы которых описываются самодвойственными булевыми функциями. Таким образом, при построении устройств будут контролироваться два диагностических параметра – принадлежность формируемых кодовых слов кодам Сяо и принадлежность каждой контрольной функции классу самодвойственных булевых функций. Как показано в эксперименте с тестовой комбинационной схемой, это повышает показатели контролепригодности разрабатываемого устройства.

Ключевые слова: самопроверяемые цифровые устройства; самодвойственные цифровые устройства; контроль вычислений; контроль самодвойственности функций; контролепригодность.

Для цитирования: Ефанов Д.В., Погодина Т.С. Самодвойственные цифровые устройства с контролем вычислений по кодам Сяо // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 63. С. 118–136. doi: 10.17223/19988605/63/14

Original article

doi: 10.17223/19988605/63/14

Self-dual digital devices with calculations testing by Hsiao codes

Dmitry V. Efanov¹, Tatiana S. Pogodina²

¹ Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russian Federation

^{1,2} Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation

¹ TrES-4b@yandex.ru

² pogodina-ts@mail.ru

Abstract. It is proposed that in the development and design of self-checking digital devices, the use of well-known Hsiao codes, the check symbols of which are described by self-dual Boolean functions. Thus, two diagnostic parameters will be used in the construction of devices – control of the belonging of generated code words to Hsiao codes and control of the belonging of each check functions to the type of self-dual Boolean functions. As shown in the work in the experiment with the test combination circuit, this increases the indicators of the checkability of the device being developed.

Keywords: self-checking digital devices; self-dual digital devices; calculations testing; self-duality of functions testing; checkability.

For citation: Efanov, D.V., Pogodina, T.S. (2023) Self-dual digital devices with calculations testing by Hsiao codes. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 63. pp. 118–136. doi: 10.17223/19988605/63/14

Введение

При разработке высоконадежных и безопасных вычислительных устройств повсеместно применяются принципы помехозащищенного и помехоустойчивого кодирования. Кодирование используется практически на всех уровнях реализации устройств как при их разработке и проектировании при выборе способа внесения избыточности и состава технических средств диагностирования, так и при передаче данных между узлами и отдельными функциональными блоками [1–6]. Часто используются широко известные коды Хэмминга и их модификации [7]. К примеру, в [8] отмечено, что при передаче данных между функциональными устройствами системы автоматической локомотивной сигнализации типа АЛС-ЕН применяются модифицированные коды Хэмминга. Аналогично в [9] говорится о том, что при передаче данных между центральными постовыми устройствами и децентрализованными контроллерами управления железнодорожными стрелками использовано кодирование кодами Хэмминга. Коды Хэмминга применяются и при синтезе устройств с обнаружением или коррекцией ошибок в вычислениях [10]. Например, в [11] описано применение классических и модифицированных кодов Хэмминга при синтезе схем встроенного контроля для комбинационных устройств автоматики и вычислительной техники. В [12] коды Хэмминга и их модификации из предыдущей работы рассматриваются в эксперименте по синтезу схем встроенного контроля для тестовых комбинационных схем, дополняя результаты, опубликованные в статье [13] и в разделах 3.3 и 4.3 монографии [11]. В [14, 15] описываются особенности применения кодов Хэмминга и некоторых их модификаций при синтезе схем встроенного контроля по методу логической коррекции сигналов (логического дополнения). В работе [16] приводятся результаты экспериментов по оценке структурной избыточности при применении кодов Хэмминга и кодов Сяо для защиты устройств оперативной памяти.

В [17] показано, что классические коды Хэмминга при определенных длинах кодовых слов обладают интересным свойством – значения их проверочных символов получаются по самодвойственным булевым функциям. Это свойство позволяет напрямую повышать контролепригодность при синтезе самопроверяемых устройств, диагностируемых в рабочем режиме, и увеличивать число рабочих комбинаций, на которых одновременно тестируются неисправности из рассматриваемой модели.

В данной статье раскрываются особенности применения известной модификации кода Хэмминга – кода Сяо (кода с нечетными весами столбцов в проверочной матрице), – при синтезе самопроверяемых устройств [2]. При определенных длинах кодовых слов и определенных способах формирования проверочных матриц также можно выделить коды Сяо, которые обладают свойством самодвойственности функций, описывающих проверочные символы.

1. Коды Сяо

Коды Сяо впервые описаны в [18]. Они строятся следующим образом:

1. Из проверочной матрицы кода Хэмминга выделяются все столбцы с нечетным значением веса r ; столбцы с четным значением веса исключаются.
2. Столбцы с весом $r = 1$ соответствуют проверочным символам.
3. Столбцы с весами $r = 3 + 2i$, $i = \{0, 1, \dots\}$, отводятся под информационные символы.
4. Выбирается число m – количество информационных символов кода.
5. Выбираются первые m столбцов с нечетным весом $r = 3 + 2i$, $i = \{0, 1, \dots\}$.

6. Каждая функция, описывающая j -й проверочный символ, получается как сумма по модулю $M = 2$ тех информационных символов, в соответствующих столбцах для которых на пересечении j -й строки стоит единица.

К примеру, для получения функций, описывающих проверочные символы кодов Сяо для кодов с длиной $n = 10 \dots 16$, используется проверочная матрица

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Число проверочных символов для таких кодов $k = 5$. Число информационных символов $m = 5 \dots 11$.

Для заданного значения k максимальное число информационных символов кода Сяо определяется величиной

$$m_{\max} = \sum_{r=1+2j}^r C_k^r, j=1,2,\dots, \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor. \quad (2)$$

Из последней формулы следует, что число способов построения кода со значением $m \leq m_{\max}$ равно

$$N_{k,m} = C_{m_{\max}}^m. \quad (3)$$

Перестановка столбцов в проверочной матрице (1) при выборе m столбцов из $m_{\max}$ дает возможность построения кодов Сяо с различными аргументами в формулах, описывающих проверочные символы.

Исследования показывают, что для случаев $k = 5, 7$ и 11 могут быть построены коды Сяо, проверочные символы для которых описываются самодвойственными булевыми функциями. Как доказано в [17], необходимо и достаточно, чтобы все линейные функции, описывающие проверочные символы, содержали нечетное число аргументов. К примеру, ниже дана проверочная матрица для кода Сяо с длиной $n = 12$:

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Из (4) получаем следующую систему функций, описывающих контрольные разряды (контрольных функций):

$$\begin{cases} g_1 = f_1 \oplus f_2 \oplus f_3 \oplus f_5 \oplus f_6; \\ g_2 = f_1 \oplus f_2 \oplus f_4 \oplus f_5 \oplus f_7; \\ g_3 = f_1 \oplus f_3 \oplus f_4 \oplus f_6 \oplus f_7; \\ g_4 = f_2 \oplus f_3 \oplus f_4; \\ g_5 = f_5 \oplus f_6 \oplus f_7. \end{cases} \quad (5)$$

Рассмотрим применение кодов Сяо, проверочные символы которых вычисляются по формулам (5), при синтезе самопроверяемых устройств, снабжаемых схемами встроенного контроля. Контроль ошибок в вычислениях будет осуществляться по двум диагностическим параметрам:

1) принадлежности кодовых слов кодам Сяо;

2) принадлежности каждой функции, описывающей проверочные символы, классу самодвойственных булевых функций.

2. Структура самодвойственного устройства с контролем вычислений по кодам Сяо

Особенности построения и реализации самодвойственных устройств изложены в статьях [19–24] и монографиях [3, 25, 26]. Важной особенностью является то, что при реализации самодвойственных устройств используются принципы внесения временной избыточности и импульсного представления сигналов.

При использовании системы формул (5) схема встроенного контроля реализуется для группы из семи выходов комбинационного устройства. Выходы исходного устройства, таким образом, разбиваются на группы по семь выходов в каждой. Если $m(\bmod 7) \neq 0$ (m – число выходов устройства), то $m(\bmod 7)$ оставшихся выходов (назовем их «свободными выходами») образуют неполную группу, для которой не используется кодер кода Сяо, а контроль осуществляется с помощью отдельных тестеров самодвойственности сигнала.

На рис. 1 приведена «базовая» структура организации схемы встроенного контроля для случая $m(\bmod 7) = 0$. На рис. 2 данная «базовая» структура дополнена тестерами самодвойственности и схемой сжатия парафазных сигналов от «свободных» выходов на случай $m(\bmod 7) = 2$ для организации контроля вычислений устройства с девятью выходами.

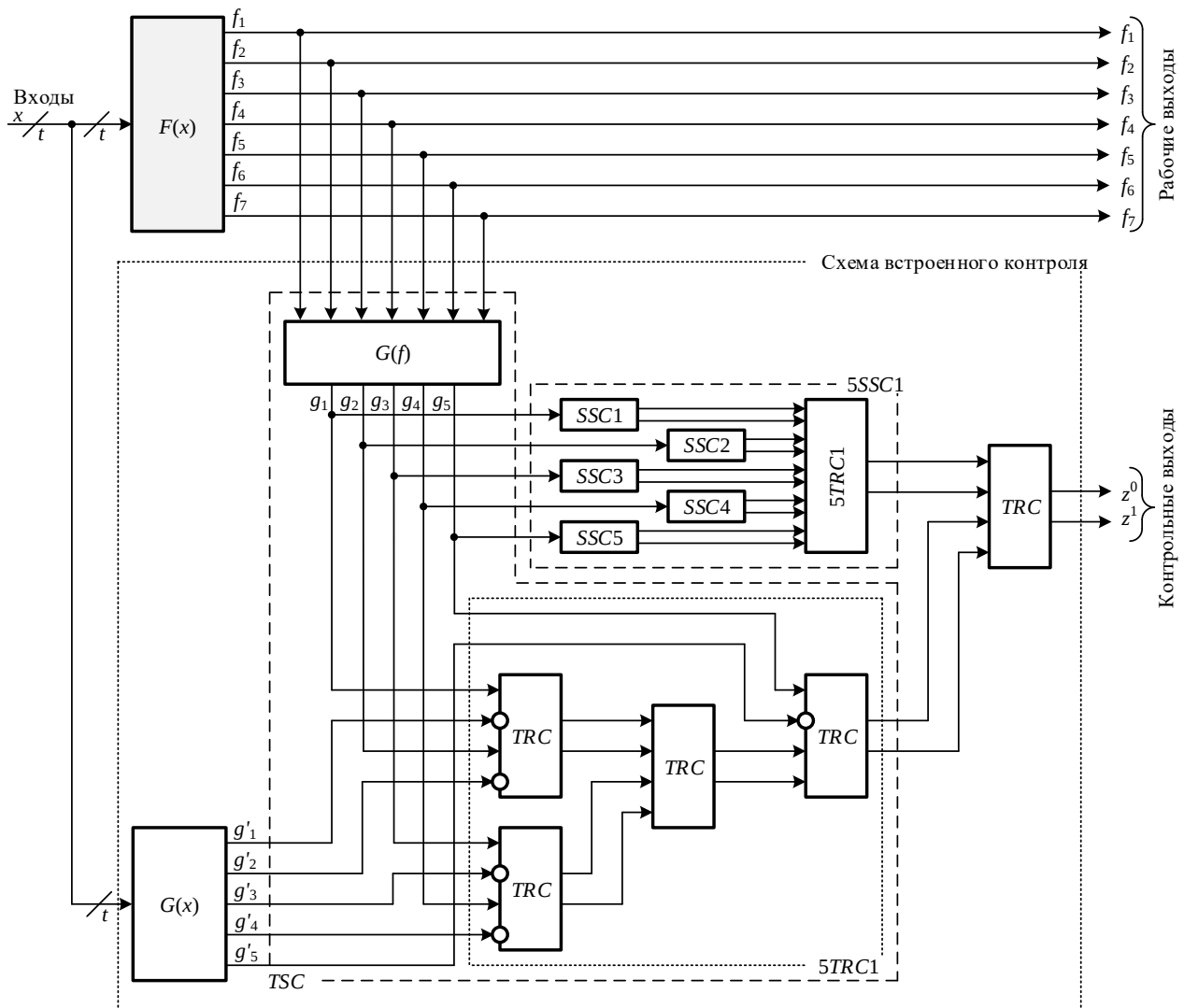


Рис. 1. Структура организации схемы встроенного контроля для группы из семи выходов

Fig. 1. Structure of the CED circuit organization for a group of seven outputs

В «базовой» структуре выделяется несколько типовых блоков. Блоки $G(f)$ и $G(x)$ представляют собой кодеры кодов Сяо. Первый кодер преобразует значения выходных информационных символов $f_1 \dots f_7$ в проверочные символы кода Сяо $g_1 \dots g_5$ по формулам (5). Второй кодер выполняет ту же процедуру, только преобразование осуществляется непосредственно по входным воздействиям $x_1 \dots x_t$, поступающим как на исходное устройство $F(x)$, так и на входы кодера $G(x)$, формирующего проверочные символы $g'_1 \dots g'_5$. Кодер $G(x)$ синтезируется путем оптимизации каскадного подключения блоков $F(x)$ и $G(f)$ по аналогии с примером в табл. 9.8 из [27] для использования при синтезе схемы встроенного контроля кодов Бергера. При поступлении на входы воздействий $x_1 \dots x_t$ на одноименных выходах устройств $G(f)$ и $G(x)$ формируются одинаковые сигналы. При наличии неисправностей в устройстве $F(x)$ сигналы на его выходах искажаются, что приводит и к искажению проверочных символов $g_1 \dots g_5$. Несоответствие между сигналами $g_1 \dots g_5$ и $g'_1 \dots g'_5$ фиксируется типовыми контрольными устройствами в схеме встроенного контроля.

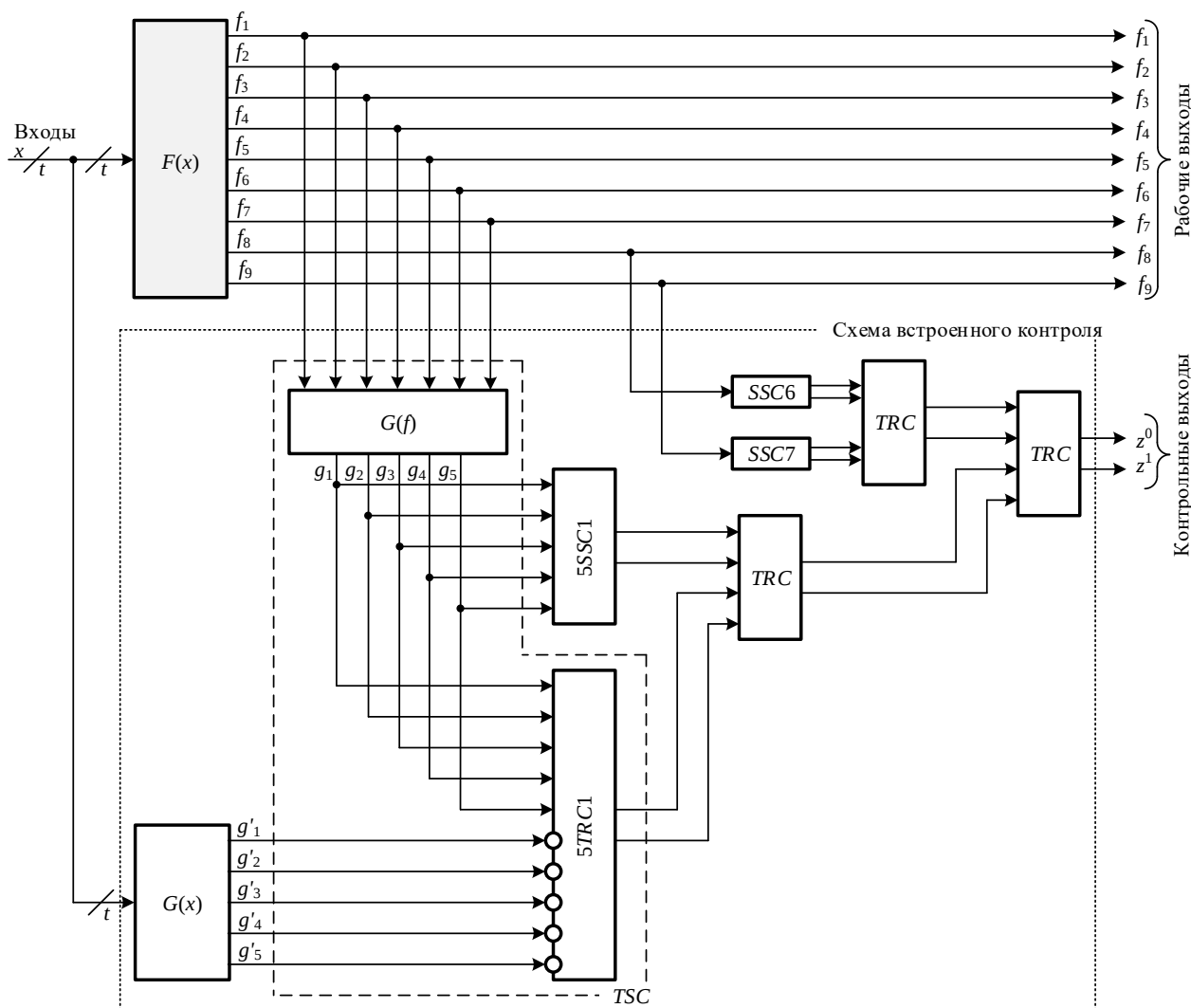


Рис. 2. Структура организации схемы встроенного контроля для группы из девяти выходов

Fig. 2. Structure of the CED circuit organization for a group of nine outputs

Контроль вычислений по кодам Сяо осуществляется с использованием самопроверяемого тестера данного кода (устройства TSC). В состав TSC входят кодер $G(f)$ и самопроверяемый компаратор 5TRC1, осуществляющий сжатие пяти парафазных сигналов в один. Он реализуется на основе стандартных модулей сжатия парафазных сигналов [27]. Требуется четыре таких модуля. Отметим, что на входы 5TRC1 должны поступать парафазные сигналы и сравниваться одноименные выходы $g_1 \dots g_5$ и $g'_1 \dots g'_5$. Поэтому сигналы от одного из устройств (в данном случае от $G(x)$) предварительно инвертируются.

Контроль вычислений по принадлежности каждой функции, описывающей проверяющие разряды кода Сяо, классу самодвойственных булевых функций осуществляется с помощью каскада тестеров самодвойственности (5SSC1) со схемой сжатия парафазных сигналов. На каждый выход $g_1 \dots g_5$ установлен тестер самодвойственности SSC, схема которого приведена в [27], а его работа смоделирована в [17]. Выходы тестеров SSC1...SSC5 подключены к входам схемы сжатия парафазных сигналов 5TRC1. Контрольные выходы 5SSC1 и TSC подключены к входам одного модуля сжатия парафазных сигналов TRC, выходы z^0 и z^1 которого являются контрольными выходами схемы встроенного контроля.

Из вышеприведенного описания следует:

Утверждение 1. При реализации контрольной части схемы встроенного контроля используется пять устройств SSC и девять устройств TRC.

Структура схемы встроенного контроля полностью стандартизирована, что упрощает ее проектирование, а задача проектировщика (или системы автоматизированного проектирования) состоит в реализации блока $G(x)$.

Для примера на рис. 2 приведена структура схемы встроенного контроля для исходного устройства $F(x)$ с $m = 9$ выходами. В этом случае построена одна «базовая» структура для семивыходного устройства, а два «свободных» выхода контролируются с помощью отдельной подсхемы с устройствами SSC6 и SSC7, выходы которых подключены к входам одного модуля TRC. Выходы двух подсхем контроля подключены к входам «последнего сторожа» – выходного модуля сжатия парафазных сигналов.

Утверждение 2. Пусть $m(\bmod 7) = b, b \in \{0, 1, \dots, 6\}$. Тогда требуется b устройств SSC и b устройств TRC в схеме контроля «свободных» выходов.

Оценим сложность контрольной части схемы встроенного контроля. Используем в качестве показателя сложности технической реализации устройств число входов внутренних логических элементов без учета инверсий на входах. Данный показатель используется в [28], никак не привязан к технологии изготовления устройства и коррелирует с другими показателями, например числом транзисторов, требующихся для реализации, площадью, занимаемой на кристалле и пр. Из того же источника известно, что число входов для реализации элемента сложения по модулю $M = 2$ равно $\eta_{XOR} = 6$. Из [27. § 9.1.2, 9.10.2], где приведены структуры модуля сжатия парафазных сигналов и тестера самодвойственности, следует, что для них показатели в выбранной метрике равны $\eta_{TRC} = 12$ и $\eta_{SSC} = 7$ соответственно. Из формул (5) следует, что сложность технической реализации кодера кода Сяо составит $\eta_{G(f)} = 16\eta_{XOR} = 96$.

Сложность стандартной части схемы встроенного контроля можно подсчитать по следующей формуле:

$$\eta_{\Sigma} = \left\lfloor \frac{m}{7} \right\rfloor (5\eta_{SSC} + 9\eta_{TRC}) + m(\bmod 7)(\eta_{SSC} + \eta_{TRC}). \quad (6)$$

В используемой метрике выражение (6) может быть переписано в виде:

$$\eta_{\Sigma} = \left\lfloor \frac{m}{7} \right\rfloor (5 \cdot 7 + 9 \cdot 12) + m(\bmod 7)(7 + 12) = 143 \cdot \left\lfloor \frac{m}{7} \right\rfloor + 19 \cdot m(\bmod 7). \quad (7)$$

В табл. 1 приводятся рассчитанные показатели сложности реализации стандартной части схемы встроенного контроля, а на рис. 3 представлена зависимость показателя η_{Σ} от значения m .

Из (6) и (7) становится ясным следующее.

Утверждение 3. С ростом m показатель сложности технической реализации контрольной части схемы встроенного контроля растет линейно.

Таким образом, проектирование схемы встроенного контроля по двум диагностическим параметрам является достаточно простым. При этом отметим, что «свободные» выходы контролируются только по одному параметру, что требует определенного выбора данных выходов из полного их множества. Оставим описание решения данной задачи за пределами настоящей статьи.

Таблица 1

Характеристики стандартной части схемы встроенного контроля

Число выходов устройства	Число выделяемых групп выходов	Число «свободных» выходов	Число стандартных элементов			Показатель сложности реализации			
			$XOR's$ в $G(f)$	SSC	TRC	$\eta_{G(f)}$	η_{SSC}	η_{TRC}	η_{Σ}
7	1	0	16	5	9	96	35	108	239
8	1	1	16	6	10	96	42	120	258
9	1	2	16	7	11	96	49	132	277
10	1	3	16	8	12	96	56	144	296
11	1	4	16	9	13	96	63	156	315
12	1	5	16	10	14	96	70	168	334
13	1	6	16	11	15	96	77	180	353
14	2	0	32	10	18	192	70	216	478
15	2	1	32	11	19	192	77	228	497
16	2	2	32	12	20	192	84	240	516
17	2	3	32	13	21	192	91	252	535
18	2	4	32	14	22	192	98	264	554
19	2	5	32	15	23	192	105	276	573
20	2	6	32	16	24	192	112	288	592
21	3	0	48	15	27	288	105	324	717
22	3	1	48	16	28	288	112	336	736
23	3	2	48	17	29	288	119	348	755
24	3	3	48	18	30	288	126	360	774
25	3	4	48	19	31	288	133	372	793
26	3	5	48	20	32	288	140	384	812
27	3	6	48	21	33	288	147	396	831

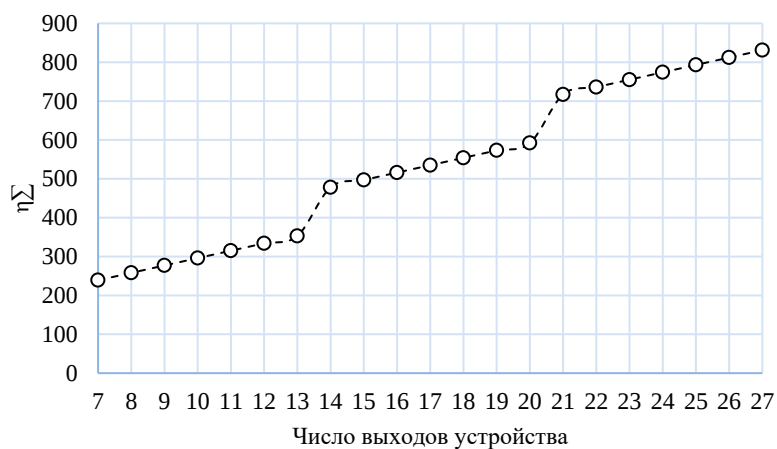


Рис. 3. Зависимость показателя сложности реализации стандартной части схемы встроенного контроля от числа выходов контролируемого устройства

Fig. 3. Dependence of complexity indicator of implementation of standard part of CED circuit on number of outputs of testing device

Ясно, что при построении схемы встроенного контроля по представленному методу можно выделять пересекающиеся подмножества выходов объекта диагностирования. Например, для случая, показанного на рис. 2, где контролируются вычисления на девяти выходах, можно выделить такие подмножества: $\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7\}$ и $\{f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8, f_9\}$. Каждая группа из семи выходов будет контролироваться на основе «базовой» структуры, представленной на рис. 1. Покажем, однако, что такой способ организации схем встроенного контроля, хоть и будет иметь более высокое покрытие ошибок на каждой входной комбинации, но будет давать схему встроенного контроля с более высоким показателем сложности технической реализации, чем выделение «свободных» выходов, не входящих в полные подмножества из семи выходов.

Для этого вернемся к выражению (6), определяющему суммарное значение показателя сложности технической реализации стандартной контрольной части схемы. Для того чтобы показать, что стандартная часть контрольной схемы будет иметь более высокие показатели сложности технической реализации, необходимо показать, что максимальное усложнение при контроле «свободных» выходов будет всегда меньше при контроле их же по двум параметрам. Иными словами, должно выполняться неравенство

$$6 \cdot (\eta_{SSC} + \eta_{TRC}) < 5\eta_{SSC} + 9\eta_{TRC}. \quad (8)$$

Выполняя ряд преобразований над (8), получаем

$$\eta_{SSC} < 3\eta_{TRC}. \quad (9)$$

Неравенство (9) выполняется всегда, так как всегда $\eta_{SSC} < \eta_{TRC}$.

Утверждение 4. *С точки зрения сложности технической реализации более простым вариантом организации схемы встроенного контроля всегда является выделение $\left\lfloor \frac{m}{7} \right\rfloor$ групп выходов на полном их множестве с контролем их по двум параметрам и $m \pmod{7}$ «свободных» выходов с контролем их только по самодвойственности, чем выделение групп с пересечением подмножеств контролируемых выходов.*

3. Коды Сяо с самодвойственными контрольными функциями

Из формулы (3) следует, что при перестановке столбцов в проверочной матрице для кода Сяо могут быть получены коды с различными формулами для вычисления проверочных символов кода.

К примеру, в табл. 2 приведено общее количество различных кодов Сяо с числом проверочных символов $k = 5$. Всего их 1 486 для данного k .

Таблица 2

Число кодов Сяо с $k = 5$

m	k	$N_{k,m}$
5	5	462
6	5	462
7	5	330
8	5	165
9	5	55
10	5	11
11	5	1

Вернемся к работе [17], где отмечены особенности, присущие кодам, значения проверочных символов для которых формируются как свертки по модулю $M = 2$ значений заранее определенных информационных символов.

Лемма 1. *Любая линейная булева функция является самодвойственной при нечетном числе аргументов.*

Из леммы 1 непосредственно следует

Лемма 2. *Проверочные символы кода Сяо будут описываться самодвойственными функциями при условии, что все они будут иметь нечетное число аргументов.*

Рассмотрим матрицу (1).

Теорема. *Коды Сяо с $k = 5$ проверочными символами, описываемыми самодвойственными булевыми функциями, могут быть построены только для следующего числа информационных символов: $m = 5, 7$ и 11 .*

Доказательство. Введем следующие обозначения: E_l – сумма единиц в строке $l = \overline{1,5}$; V_r – вектор-столбец с весом $r \in \{3,5\}$; n^0, n^1 – число четных и число нечетных значений E_l для конкретного кода Сяо соответственно, при этом $n^0 + n^1 = k = 5$.

Из лемм 1 и 2 следует, что проверочные символы кода Сяо будут описываться самодвойственными контрольными функциями при условии $E_l \forall l$ или, что равнозначно, $n^0/n^1 = 0/5$.

Из матрицы (1) следует, что для кода Сяо со значением $m = 11$ сумма единиц в каждой строке проверочной матрицы $E_l = 7$, $l = \overline{1,5}$. Это случай $n^0/n^1 = 0/5$, соответствующий коду с самодвойственными контрольными функциями. Код при $m = 11$ может быть построен только один, так как $C_{m_{\max}}^m = C_{11}^{11} = 1$ ($m_{\max}$ – максимальное число информационных символов, для которого $k = 5$).

Будем рассматривать коды Сяо, получаемые по матрице (1), удаляя по одному столбцу и анализируя каждый код с $m = 10, 9, 8$ и т.д. При этом с уменьшением значения m от 11 к 5 происходит увеличение числа способов построения кодов. Важным для выявления случаев, когда контрольные символы кода описываются самодвойственными булевыми функциями, является только нечетность $E_l \forall l$ или сочетание $n^0/n^1 = 0/5$, но не конкретное значение самих сумм единиц в строках образующей матрицы.

При получении матрицы для кода с $m = 10$ можно удалить вектор-столбец с весом $r = 3$ либо с весом $r = 5$. В первом случае совокупность n^0/n^1 будет равна $3/2$. Во втором случае совокупность n^0/n^1 будет равна $5/0$. Отсюда следует, что при $m = 10$ невозможно построить код Сяо, все проверочные символы которого описываются самодвойственными булевыми функциями.

Рассматривая следующий случай – $m = 9$, при удалении еще одного столбца из проверочной матрицы – получаем два варианта. Первый – удаление вектора-столбца с весом $r = 3$ после удаления на предыдущем этапе вектора-столбца с весом $r = 5$. В этом варианте сочетание сумм будет описываться совокупностью $n^0/n^1 = 2/3$. Второй вариант – удаление столбца с весом $r = 3$ либо с весом $r = 5$ после удаления на предыдущем этапе вектора с весом $r = 3$. При удалении вектора с весом $r = 5$ совокупность сумм становится равной $n^0/n^1 = 2/3$. Это случай, абсолютно аналогичный первому варианту. При удалении вектора с весом $r = 3$ совокупность сумм будет равна $n^0/n^1 = 2/3$ либо $4/1$. Случай $0/5$ исключен, так как для его достижения потребовалось бы удалить тот же самый вектор-столбец, что и на предыдущем этапе, при формировании кода для $m = 10$. Варианты переходов иллюстрируются рис. 1. При $m = 9$ невозможно построить код Сяо, все проверочные символы которого описываются самодвойственными булевыми функциями.

Все возможные переходы при дальнейшем удалении векторов-столбцов для формирования кодов Сяо со значениями $m \leq 8$ приведены на рис. 4.

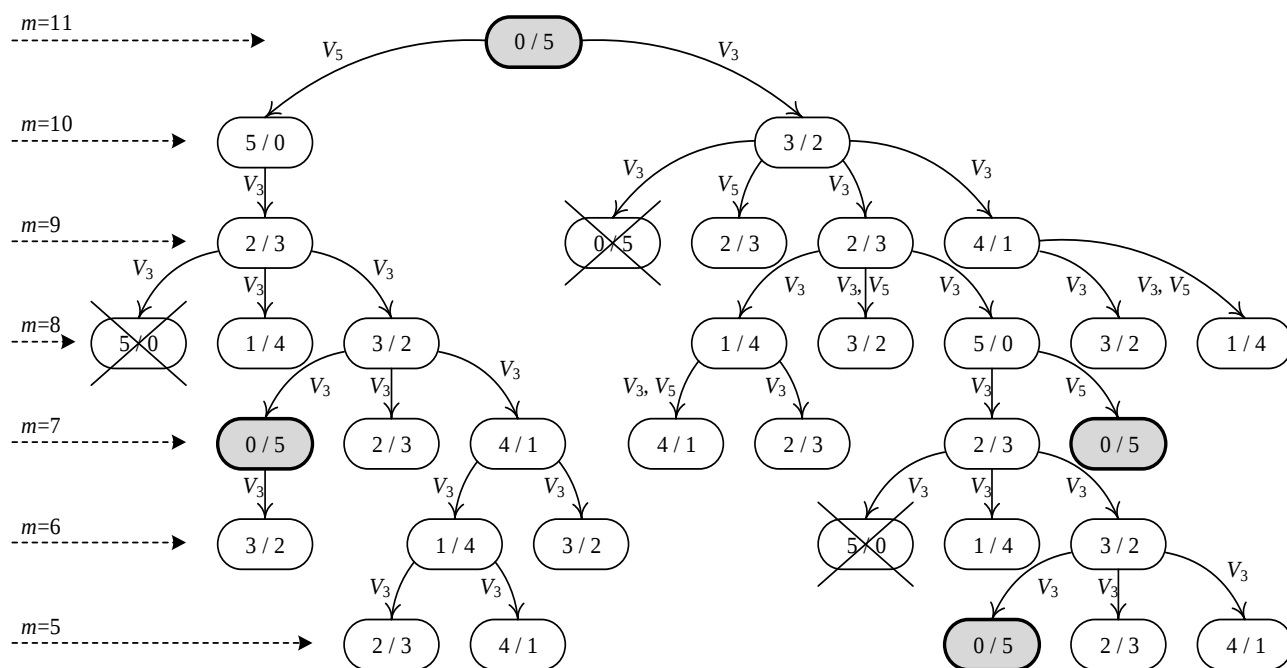


Рис. 4. Дерево переходов
Fig. 4. Transition tree graph

Каждая вершина графа соответствует сочетанию сумм строк образующей матрицы n^0/n^1 . На дугах подписаны удаляемые векторы-столбцы. Зачеркнуты невозможные переходы. Выделены те вершины, которые соответствуют единственному случаю сочетаний сумм n^0/n^1 для получения кодов Сяо, все проверочные символы которых описываются самодвойственными булевыми функциями.

Из рис. 4 становится ясным, что построить код Сяо, все проверочные символы которого описываются самодвойственными булевыми функциями, можно только при $m = 11, 7$ и 5 , что и требовалось доказать.

Из теоремы следует, что кодеры некоторых кодов Сяо со значениями $m = 11, 7$ и 5 являются самодвойственными устройствами. Полный перебор вариантов кодообразования показал, что из 1 486 кодов Сяо всего 52 кода (3,5%) будут обладать самодвойственными функциями, описывающими контрольные разряды. Среди них 27 кодов с $m = 5$ (5,8% кодов с $m = 5$), 24 кода с $m = 7$ (7,3% кодов с $m = 7$) и 1 код с $m = 11$ (100% кодов с $m = 11$). В табл. 3, 4 приведены все проверочные матрицы для кодов Сяо с $m = 5$ и 7 с самодвойственными контрольными функциями (вверху над матрицей записана последовательность десятичных чисел, соответствующих двоичным числам, записанным в столбцах). Единственный код Сяо с $m = 11$ строится по матрице (1), его проверочные символы описываются самодвойственными булевыми функциями.

Таблица 3

Проверочные матрицы для кодов Сяо с $m = 5$ с самодвойственными контрольными функциями

7 – 11 – 21 – 25 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	7 – 11 – 21 – 26 – 38 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	7 – 11 – 22 – 25 – 28 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	7 – 11 – 22 – 26 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
7 – 13 – 19 – 25 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	7 – 13 – 19 – 26 – 28 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	7 – 13 – 22 – 25 – 26 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	7 – 13 – 22 – 28 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
7 – 14 – 19 – 25 – 28 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	7 – 14 – 19 – 26 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	7 – 14 – 21 – 25 – 26 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	7 – 14 – 21 – 28 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
11 – 13 – 19 – 21 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	11 – 13 – 19 – 22 – 28 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	11 – 13 – 21 – 22 – 26 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	11 – 13 – 26 – 28 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
11 – 14 – 19 – 21 – 28 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	11 – 14 – 19 – 22 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	11 – 14 – 21 – 22 – 25 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	11 – 14 – 25 – 28 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Окончание табл. 3																			
13 – 14 – 19 – 21 – 26					13 – 14 – 19 – 22 – 25					13 – 14 – 21 – 22 – 31					13 – 14 – 25 – 26 – 31				
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$					$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$					$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$					$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$				
19 – 21 – 26 – 28 – 31					19 – 22 – 25 – 28 – 31					21 – 22 – 25 – 26 – 31									
$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$					$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$					$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$									

Таблица 4

Проверочные матрицы для кодов Сяо с $t = 7$ с самодвойственными контрольными функциями

[illegible]

Окончание табл. 3

11 – 14 – 19 – 21 – 25 – 26 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	11 – 14 – 19 – 22 – 25 – 26 – 28 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	11 – 14 – 21 – 22 – 26 – 28 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
13 – 14 – 19 – 21 – 25 – 28 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	13 – 14 – 19 – 22 – 26 – 28 – 31 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	13 – 14 – 21 – 22 – 25 – 26 – 28 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Могут быть установлены и условия формирования кодов Сяо с самодвойственными контрольными функциями и с большим числом контрольных разрядов.

Таким образом, для кодов Сяо, проверочные матрицы которых приведены в табл. 3, 4, могут быть построены аналоги структур рис. 1, 2, позволяющие организовать схемы встроенного контроля по двум диагностическим параметрам. Анализ показывает, что кодами Сяо обнаруживаются любые одно-, двух- и трехкратные искажения в информационных и проверочных символах, что говорит о высоких диагностических способностях кода. Дополнительный контроль самодвойственности также повышает обнаруживающие характеристики схемы встроенного контроля.

5. Моделирование самодвойственных устройств

В качестве тестовой схемы была выбрана представленная на рис. 5 комбинационная схема с семью выходами и пятью входами. Данная схема разработана специально для тестирования новых методов технической диагностики в процессе подготовки программных средств для контрольных экспериментов. Схема является несамодвойственной и содержит 19 логических элементов. Она полностью реализована в базе NOR (ИЛИ–НЕ).

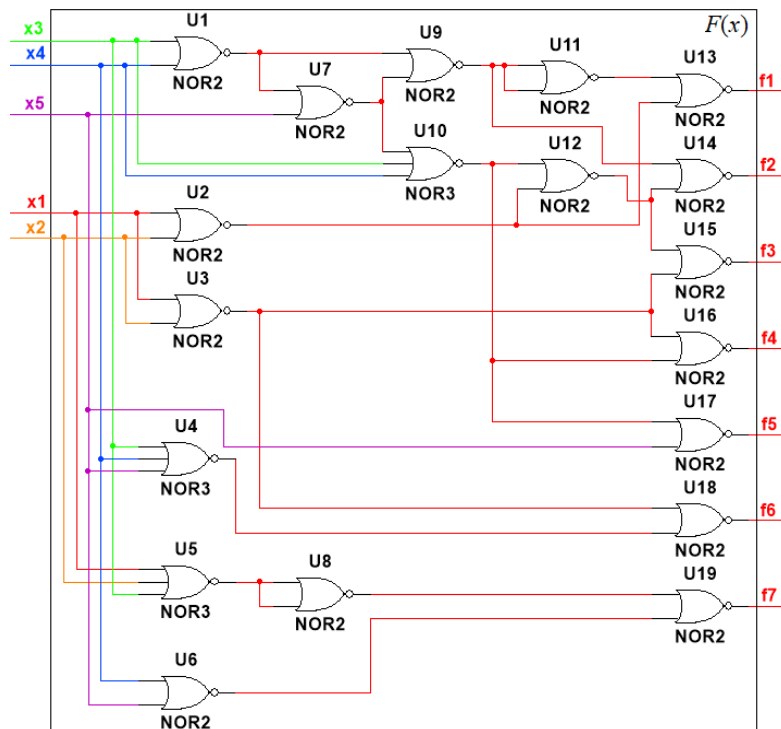


Рис. 5. Тестовая несамодвойственная схема
Fig. 5 Test Non-Self-Dual circuit

Предварительно схема рис. 5 была преобразована в самодвойственную путем использования метода замены логических элементов самодвойственными аналогами, которые приведены, например, в [27. § 9.10.2]. Такой метод основан на утверждении о том, что любую булеву функцию можно преобразовать в самодвойственную с использованием только одной переменной – альтернативного сигнала a [20, 21]:

$$f_{SD} = \bar{a}f \vee ag, \quad (10)$$

где f – исходная функция, а g – двойственная к ней функция.

Выход самодвойственного аналога отождествлялся с выходом исходного логического элемента. Рассматривались только неисправности выходного каскада каждого альтернативного логического элемента (неисправности предыдущих каскадов так или иначе проявляются на выходе элемента последнего каскада).

Особенности реализации самодвойственных цифровых устройств описаны нами в [17] и здесь не приведены.

Таблица 5

Результаты тестирования неисправности типа stuck-at-1 элемента U7

Номер пары	$ax_1x_2x_3x_4x_5$	TRC_7 0/1	TRC_8 0/1	TRC_9 0/1
1	000000	1/0	1/1	1/1
	111111	1/1	1/0	1/1
2	000001	1/0	1/0	0/1
	111110	0/1	0/1	0/1
3	000010	1/0	0/1	1/0
	111101	1/1	1/1	1/1
4	000011	1/0	1/1	1/1
	111100	1/1	1/0	1/1
5	000100	1/0	1/0	0/1
	111011	1/1	1/1	1/1
6	000101	1/0	1/1	1/1
	111010	1/1	1/0	1/1
7	000110	1/0	0/1	1/0
	111001	1/1	1/1	1/1
8	000111	1/0	1/1	1/1
	111000	1/1	1/0	1/1
9	001000	1/0	1/1	1/1
	110111	1/1	0/1	1/1
10	001001	1/0	0/0	0/0
	110110	0/0	0/1	0/0
11	001010	1/0	1/0	0/1
	110101	1/1	1/1	1/1
12	001011	1/0	1/1	1/1
	110100	1/1	1/0	1/1
13	001100	1/0	0/1	1/0
	110011	1/1	1/1	1/1
14	001101	1/0	0/0	0/0
	110010	0/0	0/1	0/0
15	001110	1/0	0/1	1/0
	110001	1/1	1/1	1/1
16	001111	1/0	1/1	1/1
	110000	1/1	0/1	1/1

Номер пары	$ax_1x_2x_3x_4x_5$	TRC_7 0/1	TRC_8 0/1	TRC_9 0/1
17	010000	1/0	1/1	1/1
	101111	1/1	0/1	1/1
18	010001	1/0	0/0	0/0
	101110	0/0	0/1	0/0
19	010010	1/0	0/1	0/1
	101101	1/1	1/1	1/1
20	010011	1/0	1/1	1/1
	101100	1/1	0/1	1/1
21	010100	1/0	0/1	1/0
	101011	1/1	1/1	1/1
22	010101	1/0	0/0	0/0
	101010	0/0	0/1	0/0
23	010110	1/0	0/1	1/0
	101001	1/1	1/1	1/1
24	010111	1/0	1/1	1/1
	101000	1/1	0/1	1/1
25	011000	1/0	1/1	1/1
	100111	1/1	0/1	1/1
26	011001	1/0	0/0	0/0
	100110	0/0	0/1	0/0
27	011010	1/0	1/0	0/1
	100101	1/1	1/1	1/1
28	011011	1/0	1/1	1/1
	100100	1/1	1/0	1/1
29	011100	1/0	0/1	1/0
	100011	1/1	1/1	1/1
30	011101	1/0	0/0	0/0
	100010	0/0	0/1	0/0
31	011110	1/0	0/1	1/0
	100001	1/1	1/1	1/1
32	011111	1/0	1/1	1/1
	100000	1/1	0/1	1/1

В схему последовательно вносились все одиночные константные неисправности внутренних логических элементов, за исключением элементов выходного каскада. Таким образом, вносилось 24 неисправности для 12 элементов из множества $U_i, i \in \{1, 2, \dots, 12\}$. Данные элементы связаны путями с числом выходов от 1 до 5, что вызывает на выходах тестовой схемы ошибки с кратностями

$d \in \{1, 2, \dots, 5\}$. Для каждой неисправности фиксировалось количество тестовых пар, а также количество тестовых комбинаций при подаче на входы полного множества входных комбинаций. Входные комбинации генерировались попарно. В табл. 5 представлены результаты тестирования одной неисправности – неисправности stuck-at-1 элемента U7 в схеме. Данный элемент связан путями с пятью выходами (см. рис. 4), а его неисправности могут приводить к ошибкам различных видов (по числу искажений нулевых и единичных сигналов) и кратностей.

На рис. 6 приведены временные диаграммы на выходах контрольных устройств схемы встроенного контроля, реализованной по структуре рис. 1. Входные комбинации $ax_1x_2x_3x_4x_5$ подаются парами: (000000, 111111), (000001, 111110), ..., (011111, 100000). Это позволяет реализовать импульсный режим работы структуры. В табл. 5 приведены данные о числе тестовых пар и комбинаций для рассматриваемой неисправности на выходах в трех контрольных точках – выходах подсхемы контроля самодвойственности (выходы элемента TRC_7), выходах подсхемы контроля принадлежности кодовых слов коду Сяо (выходы элемента TRC_8), выходах «последнего сторожа» в схеме контроля (выходы элемента TRC_9). Цветом выделены те значения выходных сигналов, на которых нарушена парафазность, что является сигналом ошибки. Также на рис. 6 для наглядности точками отмечены те такты, на которых неисправность тестируется в выбранных контрольных точках. При контроле только по параметру самодвойственности либо только по параметру принадлежности к коду Сяо 31 комбинация из 64 является тестовой. При контроле по двум параметрам 50 комбинаций из 64 являются тестовыми. Другими словами, доля тестовых комбинаций от общего числа комбинаций, подаваемых на входы устройства, увеличилась с 48,437 до 78,125%.

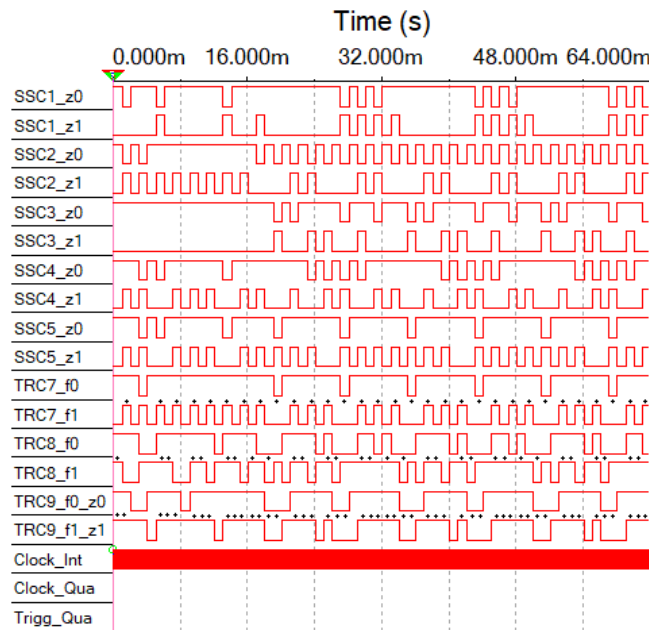


Рис. 6. Временная диаграмма на выходах контрольных устройств при внесении в тестовую схему неисправности stuck-at-1 на выходе элемента U7

Fig. 6. Temporal diagram at the outputs of control devices when into the test circuit is introduced fault stuck-at-1 at the output of gate U7

В табл. 6 занесены данные о числе тестовых пар и комбинаций для всех неисправностей на выходах в трех контрольных точках: выходах элемента TRC_7 , выходах элемента TRC_8 , выходах элемента TRC_9 :

- показатель N_j^p , $j \in \{7, 8, 9\}$ – число тестовых пар;
- показатель N_j^t , $j \in \{7, 8, 9\}$ – число тестовых комбинаций;
- показатель ψ_j , $j \in \{7, 8, 9\}$ – доля тестовых пар от общего числа подаваемых на входы пар $N_{\max}^p$:

$$\psi_j = 100 \% \cdot \frac{N_j^p}{N_{\max}^p}, j \in \{7, 8, 9\}; \quad (11)$$

– показатель $\omega_j, j \in \{7, 8, 9\}$ – доля тестовых комбинаций от общего числа подаваемых на входы комбинаций $N_{\max}^t$:

$$\omega_j = 100 \% \cdot \frac{N_j^t}{N_{\max}^t}, j \in \{7, 8, 9\}. \quad (12)$$

Таблица 6

Характеристики обнаружения ошибок на выходах тестовой схемы

№	Неисправность	N_7^p	N_8^p	N_9^p	N_7^t	N_8^t	N_9^t	ψ_7	ψ_8	ψ_9	ω_7	ω_8	ω_9
1	stuck-at-0 U1	20	20	20	20	20	28	62,5	62,5	62,5	31,25	31,25	43,75
2	stuck-at-1 U1	20	20	20	20	20	32	62,5	62,5	62,5	31,25	31,25	50
3	stuck-at-0 U2	28	28	28	28	28	35	87,5	87,5	87,5	43,75	43,75	54,687
4	stuck-at-1 U2	28	28	28	28	28	49	87,5	87,5	87,5	43,75	43,75	76,562
5	stuck-at-0 U3	32	32	32	32	32	40	100	100	100	50	50	62,5
6	stuck-at-1 U3	32	32	32	32	32	56	100	100	100	50	50	87,5
7	stuck-at-0 U4	24	24	24	24	24	33	75	75	75	37,5	37,5	51,562
8	stuck-at-1 U4	24	24	24	24	24	39	75	75	75	37,5	37,5	60,937
9	stuck-at-0 U5	24	24	24	24	24	33	75	75	75	37,5	37,5	51,562
10	stuck-at-1 U5	24	24	24	24	24	39	75	75	75	37,5	37,5	60,937
11	stuck-at-0 U6	12	12	12	12	12	15	37,5	37,5	37,5	18,75	18,75	23,437
12	stuck-at-1 U6	12	12	12	12	12	21	37,5	37,5	37,5	18,75	18,75	32,812
13	stuck-at-0 U7	31	31	31	31	31	43	96,875	96,875	96,875	48,437	48,437	67,187
14	stuck-at-1 U7	31	31	31	31	31	50	96,875	96,875	96,875	48,437	48,437	78,125
15	stuck-at-0 U8	24	24	24	24	24	39	75	75	75	37,5	37,5	60,937
16	stuck-at-1 U8	24	24	24	24	24	33	75	75	75	37,5	37,5	51,562
17	stuck-at-0 U9	32	32	32	32	32	44	100	100	100	50	50	68,75
18	stuck-at-1 U9	32	32	32	32	32	52	100	100	100	50	50	81,25
19	stuck-at-0 U10	28	28	28	28	28	35	87,5	87,5	87,5	43,75	43,75	54,687
20	stuck-at-1 U10	28	28	28	28	28	49	87,5	87,5	87,5	43,75	43,75	76,562
21	stuck-at-0 U11	24	24	24	24	24	39	75	75	75	37,5	37,5	60,937
22	stuck-at-1 U11	24	24	24	24	24	33	75	75	75	37,5	37,5	51,562
23	stuck-at-0 U12	29	29	29	29	29	47	90,625	90,625	90,625	45,312	45,312	73,437
24	stuck-at-1 U12	29	29	29	29	29	40	90,625	90,625	90,625	45,312	45,312	62,5
Средние значения		26	26	26	26	26	39	80,208	80,208	80,208	40,104	40,104	60,156



Рис. 7. Графическое изображение показателей $\omega_7, \omega_8, \omega_9$ для различных неисправностей тестовой схемы
 Fig. 7. Graphical representation of indicators $\omega_7, \omega_8, \omega_9$ for various test circuit faults

В последней строке табл. 6 даны усредненные значения для всех 24 неисправностей тестовой схемы. Отметим, что свыше 80% подаваемых на входы пар комбинаций оказались тестовыми для рассматриваемой неисправности. Если выделить только тестовые комбинации в каждой паре, то можно отметить, что в среднем при контроле только по одному диагностическому параметру чуть более 40% входных комбинаций оказываются тестовыми, контроль же по двум параметрам приводит к увеличению значения этого показателя примерно в 1,5 раза – свыше 60% входных комбинаций оказываются в среднем тестовыми. При этом для ряда неисправностей доля тестовых комбинаций оказывается даже выше 75% (stuck-at-1 U2, stuck-at-1 U3, stuck-at-1 U7 и stuck-at-1 U9, stuck-at-1 U10). Рисунок 7 наглядно показывает, как возрастает число тестовых комбинаций при переходе к контролю вычислений по двум рассматриваемым диагностическим параметрам.

Приведенные результаты эксперимента с тестовой схемой демонстрируют повышение контролепригодности схемы встроенного контроля и позволяют судить об эффективности предлагаемого метода организации контроля вычислений.

Заключение

Сочетание двух диагностических параметров при синтезе цифровых вычислительных устройств позволяет значительно повышать показатели контролепригодности. При этом эффективным оказывается использование кодов с нечетными весами столбцов в проверочной матрице, или кодов Сяо. Такие коды, как показывают исследования, обнаруживают любые одно-, двух- и трехкратные искажения в информационных и проверочных символах, а при определенных правилах построения к тому же характеризуются свойством самодвойственности контрольных функций – функций, описывающих проверочные символы. Таким образом, число тестовых комбинаций среди полного множества рабочих воздействий увеличивается при организации систем рабочего диагностирования с контролем вычислений по двум обозначенным выше параметрам.

Повышение показателей контролепригодности достигается фактически за счет использования временной и структурной избыточности, что требует импульсного представления сигналов в системе. Таким образом, в качестве недостатка отметим, что в реализуемом самопроверяемом устройстве несколько снижается быстродействие, что является ценой за улучшение обнаруживающих свойств.

Описанный в статье подход к построению самопроверяемых устройств расширяет множество способов синтеза высоконадежных и безопасных вычислительных систем. При этом достигается повышение числа рабочих комбинаций, которые одновременно являются и тестовыми для устройства, что особенно важно, например, при решении задач синтеза систем критического действия, в которых входные данные меняются не столь часто [29–31].

Список источников

1. Lala P.K. Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design. San Francisco : Morgan Kaufmann Publishers, 2001. 216 p.
2. Fujiwara E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. John Wiley & Sons, 2006, 720 p.
3. Gössel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. New Methods of Concurrent Checking. 1st ed. Dordrecht : Springer Science+Business Media B.V., 2008. 184 p.
4. Дрозд А.В., Харченко В.С., Антошук С.Г., Дрозд Ю.В., Дрозд М.А., Сулима Ю.Ю. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / под ред. А.В. Дрозда, В.С. Харченко. Харьков : Нац. аэрокосмический ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2012. 614 с.
5. Matrosova A., Chernyshov S., Goshin G., Kudin D. Forming Patch Functions and Combinational Circuit Rectification // Proc. of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018), Kazan, Russia, September 14–17, 2018. P. 726–730. doi: 10.1109/EWDTS.2018.8524780
6. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Теория синтеза самопроверяемых цифровых систем на основе кодов с суммированием. СПб. : Лань, 2021. 580 с.
7. Hamming R.W. Error Detecting and Correcting Codes // Bell System Technical Journal. 1950. V. 29 (2). P. 147–160.
8. Nikitin D., Manakov A., Nikitin A., Popov P., Kotenko A. Automatic Locomotive Signalization System Modification with Weight-Based Sum Codes // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017. P. 332–336. doi: 10.1109/EWDTS.2017.8110099

9. Ефанов Д.В., Блюдов А.А. Повышение надежности датчиков контроля положения железнодорожных стрелок // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2014. № 3. С. 69–77.
10. Согомонян Е.С., Слабаков Е.В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М. : Радио и связь, 1989. 208 с.
11. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств. СПб. : Наука, 2018. 151 с.
12. Тельпухов Д.В., Жукова Т.Д., Щелоков А.Н., Крестинина П.Д. Применение кода Хэмминга в задаче повышения сбоеустойчивости комбинационных схем // Известия ЮФУ. Технические науки. 2021. № 4 (221). С. 220–231. doi: 10.18522/2311-3103-2021-4-220-231
13. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Особенности применения кодов Хэмминга при организации самопроверяемых схем встроенного контроля // Известия вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 1. С. 47–59. doi: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-47-59
14. Ефанов Д.В., Пивоваров Д.В., Осадчий Г.В., Зуева М.В. Организация самопроверяемых цифровых устройств по методу логического дополнения с применением кодов Хэмминга // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2022. № 1. С. 43–49. doi: 10.31114/2078-7707-2022-1-43-49
15. Ефанов Д.В., Пивоваров Д.В., Осадчий Г.В., Зуева М.В. Применение кодов с эффективным обнаружением ошибок в области малой кратности при синтезе схем встроенного контроля по методу логического дополнения // Информационные технологии. 2022. Т. 28, № 6. С. 283–293. doi: 10.17587/it.28.283-293
16. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017. P. 25–28. doi: 10.1109/EWDTS.2017.8110065
17. Ефанов Д.В., Погодина Т.С. Самодвойственный контроль комбинационных схем с применением кодов Хэмминга // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2022. № 3. С. 113–122. doi: 10.31114/2078-7707-2022-3-113-122.
18. Hsiao M.Y. A Class of Optimal Minimum Odd-Weight-Column SEC-DED Codes // IBM Journal of Research and Development. 1970. V. 14, is. 4. P. 395–401. doi: 10.1147/rd.144.0395
19. Reynolds D.A., Meize G. Fault Detection Capabilities of Alternating Logic // IEEE Transactions on Computers. 1978. V. C-27, is. 12. P. 1093–1098. doi: 10.1109/TC.1978.1675011
20. Аксенова Г.П. Восстановление в дублированных устройствах методом инвертирования данных // Автоматика и телемеханика. 1987. № 10. С. 144–153.
21. Гессель М., Мошанин В.И., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Обнаружение неисправностей в самопроверяемых комбинационных схемах с использованием свойств самодвойственных функций // Автоматика и телемеханика. 1997. № 12. С. 193–200.
22. Гессель М., Дмитриев А.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Самотестируемая структура для функционального обнаружения отказов в комбинационных схемах // Автоматика и телемеханика. 1999. № 11. С. 162–174.
23. Гессель М., Дмитриев А.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Обнаружение неисправностей в комбинационных схемах с помощью самодвойственного контроля // Автоматика и телемеханика. 2000. № 7. С. 140–149.
24. Гессель М., Морозов А.А., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Построение самопроверяемых комбинационных схем на основе свойств самодвойственных функций // Автоматика и телемеханика. 2000. № 2. С. 151–163.
25. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Гессель М. Самодвойственные дискретные устройства. СПб. : Энергоатомиздат, С.-Петербург, отд-ние, 2001. 331 с.
26. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Валиев Р.Ш. Синтез самодвойственных дискретных систем. СПб. : Элмор, 2006. 220 с.
27. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Основы теории надежности и технической диагностики. СПб. : Лань, 2019. 588 с.
28. Сапожников В.В., Сапожников В.В. Самопроверяемые дискретные устройства. СПб. : Энергоатомиздат, 1992. 224 с.
29. Drozd O., Antoniuk V., Nikul V., Drozd M. Hidden Faults in FPGA-Built Digital Components of Safety-Related Systems // Proc. of the 14th International Conference “TCSET’2018, Lviv-Slavsko, Ukraine, 2018. P. 805–809. doi: 10.1109/TCSET.2018.8336320
30. Сапожников Вл.В. Синтез систем управления движением поездов на железнодорожных станциях с исключением опасных отказов. М. : Наука, 2021. 229 с.
31. Drozd O., Rucinski A., Zascholkina K., Martynyuk O., Drozd J. Resilient Development of Models and Methods in Computing Space // Proc. of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS’2021). Batumi, Georgia, September 10–13, 2021. P. 70–75. doi: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581002

References

1. Lala, P.K. (2001) *Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers.
2. Fujiwara, E. (2006) *Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications*. John Wiley & Sons.
3. Gössel, M., Ocheretny, V., Sogomonyan, E. & Marienfeld, D. (2008) *New Methods of Concurrent Checking: Edition 1*. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V.

4. Drozd, A.V., Kharchenko, V.S., Antoshchuk, S.G., Drozd, Yu.V., Drozd, M.A. & Sulima, Yu.Yu. (2012) *Rabochee diagnostirovanie bezopasnykh informatsionno-upravlyayushchikh sistem* [Working Diagnostics of Safe Information and Control Systems]. Kharkov: N.E. Zhukovsky National Aerospace University "KA".
5. Matrosova, A., Chernyshov, S., Goshin, G. & Kudin, D. (2018) Forming Patch Functions and Combinational Circuit Rectification. *Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018)*. Kazan, Russia. September 14-17. pp. 726–730. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524780
6. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Efanov, D.V. (2021) *Teoriya sinteza samoproveryaemykh tsifrovyykh sistem na osnove kodov s summirovaniem* [Theory of Synthesis of Self-Checking Digital Systems Based on Sum Codes]. St. Petersburg: Lan'.
7. Hamming, R.W. (1959) Error Detecting and Correcting Codes. *Bell System Technical Journal*. 29(2). pp. 147–160.
8. Nikitin, D., Manakov, A., Nikitin A., Popov, P. & Kotenko, A. (2017) Automatic Locomotive Signalization System Modification with Weight-Based Sum Codes. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*. Novi Sad, Serbia. September 29 – October 2. pp. 332–336. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110099
9. Efanov, D.V. & Blyudov, A.A. (2014) Increasing the Reliability of Position Sensors of Railway Points. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putey soobshcheniya – Proceedings of Petersburg Transport University*. 3. pp. 69–77.
10. Sogomonyan, E.S. & Slabakov, E.V. (1989) *Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoychivye sistemy* [The Self-Checked Devices and Failure-Safe Systems]. Moscow: Radio i svyaz'.
11. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Efanov, D.V. (2018) *Kody Khemminga v sistemakh funktsional'nogo kontrolya logicheskikh ustroystv* [Hamming Codes in Concurrent Error Detection Systems of Logic Devices]. St. Petersburg: Nauka.
12. Telpukhov, D.V., Zhukova, T.D., Schelokov, A.N. & Kretinina, P.D. (2021) Application of the Hamming Code in the Problem of Increasing Fault Tolerance of Logic Circuits. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki*. 4(221). pp. 220–231. DOI: 10.18522/2311-3103-2021-4-220-231
13. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Efanov, D.V. (2018) Features of Hamming Codes Application in Self-Checking Test Circuit Organization. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 61(1). pp. 47–59. DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-47-59
14. Efanov, D.V., Pivovarov, D.V., Osadchy, G.V. & Zueva, M.V. (2022) Self-checking Digital Devices Organization by Boolean Complement Method with Hamming Codes. *Problemy razrabotki perspektivnykh mikro- i nanoelektronnykh sistem (MES) – Problems of Advanced Micro- and Nanoelectronic Systems Development (MES)*. 1. pp. 43–49. DOI: 10.31114/2078-7707-2022-1-43-49
15. Efanov, D.V., Pivovarov, D.V., Osadchy, G.V. & Zueva, M.V. (2022) Application of Codes with Low Multiplicity Errors Efficient Detection for the Concurrent Error-Detection Circuit Synthesis by the Boolean Complement Method. *Informatsionnye tekhnologii – Information Technologies*. 28(6). pp. 283–293. DOI: 10.17587/it.28.283-293
16. Tshagharyan, G., Harutyunyan, G., Shoukourian, S. & Zorian, Y. (2017) Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*. Novi Sad, Serbia. September 29 – October 2. pp. 25–28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065
17. Efanov, D.V. & Pogodina, T.S. (2022) Self-Dual Control of Combinational Circuits with Using Hamming Codes. *Problems of Advanced Micro- and Nanoelectronic Systems Development (MES)*. 3. pp. 113–122. DOI: 10.31114/2078-7707-2022-3-113-122
18. Hsiao, M.Y. (1970) A Class of Optimal Minimum Odd-Weight-Column SEC-DED Codes. *IBM Journal of Research and Development*. 14(4). pp. 395–401. DOI: 10.1147/rd.144.0395
19. Reynolds, D.A. & Meize, G. (1978) Fault Detection Capabilities of Alternating Logic. *IEEE Transactions on Computers*. C-27(12). pp. 1093–1098. DOI: 10.1109/TC.1978.1675011
20. Aksenova, G.P. (1987) Vosstanovlenie v dublirovannykh ustroystvakh metodom invertirovaniya dannykh [Restoration in Duplicated Units by the Method of Data Inversion]. *Automation and Remote Control*. 10. pp. 144–153.
21. Göessel, M., Moshanin, V.I., Sapozhnikov, V.V. & Sapozhnikov, V.I. (1997) Fault Detection in Self-Test Combination Circuits Using the Properties of Self-Dual Functions. *Automation and Remote Control*. 12. pp. 193–200.
22. Göessel, M., Dmitriev, A.V., Sapozhnikov, V.V. & Sapozhnikov, V.I. (1999) A Functional Fault-Detection Self-Test for Combinational Circuits. *Automation and Remote Control*. 11. pp. 162–174.
23. Göessel, M., Dmitriev, A.V., Sapozhnikov, V.V. & Sapozhnikov, V.I. (2000) Detection of Faults in Combinational Circuits by a Self-Dual Test. *Automation and Remote Control*. 7. pp. 140–149.
24. Göessel, M., Morozov, A.A., Sapozhnikov, V.V. & Sapozhnikov, V.I. (2000) Self-Testing Combinational Circuits: Their Design Through the Use of the Properties of Self-Dual Functions. *Automation and Remote Control*. 2. pp. 151–163.
25. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Göessel M. (2001) *Samodvoystvennye diskretnye ustroystva* [Self-dual Digital Devices]. St. Petersburg: Energoatomizdat.
26. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Valiev, R.Sh. (2006) *Sintez samodvoystvennykh diskretnykh sistem* [Synthesis of Self-Dual Digital Systems]. St. Petersburg: Elmor.
27. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Efanov, D.V. (2019) *Osnovy teorii nadezhnosti i tekhnicheskoy diagnostiki* [Fundamentals of the Theory of Reliability and Technical Diagnostics]. St. Petersburg: Lan'.
28. Sapozhnikov, V.V. & Sapozhnikov, V.I. (1992) *Samoproveryaemye diskretnye ustroystva* [Self-Checked Discrete Devices]. St. Petersburg: Energoatomizdat.

29. Drozd, O., Antoniuk, V., Nikul, V. & Drozd, M. (2018) Hidden Faults in FPGA-Built Digital Components of Safety-Related Systems. *Proceedings of the 14th International Conference "TCSET'2018*. Lviv-Slavsko. Ukraine. pp. 805–809. DOI: 10.1109/TCSET.2018.8336320
30. Sapozhnikov, V.I. (2021) *Sintez sistem upravleniya dvizheniem poezdov na zheleznodorozhnykh stantsiyakh s isklyucheniem opasnykh otkazov* [Synthesis of train traffic control system at railway stations with the exception of dangerous failures]. Moscow: Nauka.
31. Drozd, O., Rucinski, A., Zascholkina, K., Martynyuk, O. & Drozd, J. (2021) Resilient Development of Models and Methods in Computing Space. *Proceedings of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2021)*. Batumi. Georgia. September 10–13. pp. 70–75. DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581002

Информация об авторах:

Ефанов Дмитрий Викторович – доцент, доктор технических наук, действительный член Международной Академии транспорта, член Института инженеров электротехники и электроники (IEEE), профессор Высшей школы транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (СПбПУ Петра Великого) (Санкт-Петербург, Россия); профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» Российского университета транспорта (МИИТ) (Москва, Россия). E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Погодина Татьяна Сергеевна – студент кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» Института транспортной техники и систем управления Российского университета транспорта (МИИТ) (Москва, Россия). E-mail: pogodina-ts@mail.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Efanov Dmitry V. (Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Full-member of the International Transport Academy, IEEE member, Professor of Transport Higher School of Mechanical Engineering, Material and Transport Institute at Saint Petersburg Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation; Professor of Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport Department, Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation). E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Pogodina Tatiana S. (Student of Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport department at Institute of Transport Engineering and Control Systems in Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation). E-mail: pogodina-ts@mail.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Received 30.11.2022; accepted for publication 09.06.2023

Поступила в редакцию 30.11.2022; принята к публикации 09.06.2023

ХРОНИКИ: МЕМУАРЫ, ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ, ПЕРСОНАЛИИ

CHRONICLE: MEMOIRS, MEMORABLE DATE, PERSONALITIES

doi: 10.17223/19988605/63/15

ПАМЯТИ АЛЕКСАНДРА МИХАЙЛОВИЧА ГОРЦЕВА



12 мая 2023 года на 80-м году ушел из жизни Александр Михайлович Горцев – известный ученый в области теории распознавания, теории массового обслуживания и обработки информации, главный редактор журнала «Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика», доктор технических наук, профессор, Заслуженный работник высшей школы РФ, Почетный работник Высшего профессионального образования РФ, Заслуженный декан Томского государственного университета.

Александр Михайлович Горцев родился 1 января 1944 г. В 1961 г. поступил на радиофизический факультет Томского государственного университета, который окончил в 1966 г. по специальности «Радиофизика и электроника». В 1967 г. поступил в аспирантуру на кафедру электронной вычислительной техники и автоматики ТГУ и в 1970 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (научный руководитель – профессор Г.А. Медведев). С 1970 г. он был доцентом кафедры прикладной математики факультета прикладной математики ТГУ, с 1978 г. по 2018 г. – заведующим кафедрой технической кибернетики, впоследствии переименованной в кафедру исследования операций. С 2018 г. являлся заведующим кафедрой прикладной математики Института прикладной математики и компьютерных наук (ИПМКН), образованной путем объединения кафедр исследования операций и прикладной математики. С 1983 г. по 2017 г. он был деканом факультета прикладной математики и кибернетики ТГУ.

В 1984 г. Александр Михайлович защитил докторскую диссертацию «Управляемые и адаптивные системы массового обслуживания с переменной структурой». А.М. Горцев читал такие лекционные курсы, как математический анализ, методы оптимизации, теория игр и исследование операций, математическое программирование, управляемые адаптивные системы массового обслуживания, теория разностных уравнений, марковские системы обслуживания, математические модели информационных потоков в телекоммуникационных системах. Опубликовал в соавторстве электронный учебно-методический комплекс по методам оптимизации и электронный учебник по теории игр. Он являлся руководителем ОПОП бакалавриата и магистратуры по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика».

В начале своей научной деятельности Александр Михайлович занимался местоопределением движущихся объектов методом пассивной пеленгации и обработкой полученной информации. В 1971–1973 гг. изучал распознавание образов: радиосигналов (в том числе радиолокационных и сигналов связи), принимаемых в присутствии шумов высокого уровня. Предложил алгоритм распознавания радиосигналов, основанный на статистической теории проверки гипотез. В дальнейшем занимался исследованием управляемых систем массового обслуживания с переменной структурой, функционирующих в условиях как полной априорной определенности, так и полной или частичной априорной неопределенности (адаптивные системы). В 1985–1990 гг. исследовал случайные потоки событий, являющиеся одним из основных элементов систем массового обслуживания. Внедрение полученных им результатов в спутниковые системы связи позволило существенно улучшить прогноз состояний бортовых систем связи. В рамках школы кибернетиков на факультете прикладной математики и кибернетики в начале 1990-х гг. создал направление по управляемым и адаптивным системам массового обслуживания с переменной структурой, получившее с середины 1990-х гг. дальнейшее развитие в исследовании дважды стохастических потоков событий по оценке их состояний и параметров.

Александр Михайлович подготовил свыше 20 кандидатов наук и одного доктора наук. Опубликовал около 300 научных работ.

С 1989 г. А.М. Горцев являлся председателем и членом оргкомитетов ряда международных, всероссийских и всесоюзных научных конференций. Он был председателем диссертационного совета по присуждению ученой степени кандидата наук, ученой степени доктора наук по научной специальности «Системный анализ, управление и обработка информации», членом диссертационного совета по присуждению ученой степени кандидата наук, ученой степени доктора наук по научной специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». А.М. Горцев на протяжении 16 лет был главным редактором научного журнала «Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика», входящего в перечень журналов ВАК и индексируемого в базах данных РИНЦ, Web of Science и Scopus.

Александр Михайлович был награжден Орденом Дружбы, Медалью им. акад. М.В. Келдыша Федерации космонавтики России, медалями «За трудовое отличие», «Ветеран труда», «За заслуги перед Томским университетом», юбилейными медалями «70 лет Томской области», «400 лет городу Томску», серебряной медалью «В благодарность за вклад в развитие ТГУ». Отмечен нагрудным знаком «За заслуги в сфере образования».

Коллеги искренне уважали Александра Михайловича за эрудицию, способность помочь в трудной ситуации, за доброжелательное отношение к студентам и коллегам, скромность, умение создать творческую обстановку в руководимом им коллективе. Его жизненные правила вызывали искреннее уважение коллектива ИПМКН. Александр Михайлович активно участвовал в хоровой капелле ТГУ, был заядлым рыбаком, любил активный труд на дачном участке.

Светлая и добрая память об Александре Михайловиче навсегда останется в сердцах его учеников, коллег и всех, кто его знал.

*Институт прикладной математики и компьютерных наук,
Редколлегия журнала «Вестник Томского государственного университета.
Управление, вычислительная техника и информатика»,
Кафедра прикладной математики*

Научный журнал

**ВЕСТНИК
ТОМСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА**

**УПРАВЛЕНИЕ,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И ИНФОРМАТИКА**

**TOMSK STATE UNIVERSITY
JOURNAL OF CONTROL AND COMPUTER SCIENCE**

2023. № 63

Редактор Е.Г. Шумская
Оригинал-макет Е.Г. Шумской
Редакторы-переводчики: Г.М. Кошкин; В.Н. Горенинцева
Дизайн обложки Л.Д. Кривцовой

Подписано к печати 23.06.2023 г. Формат 60х84^{1/8}.
Гарнитура Times. Усл. печ. л. 16,3.
Тираж 250 экз. Заказ № 5493. Цена свободная.

Дата выхода в свет 06.07.2023 г.

Журнал отпечатан на полиграфическом оборудовании
Издательства Томского государственного университета
634050, г. Томск, Ленина, 36
Тел. 8(382-2)–52-98-49; 8(382-2)–52-96-75
Сайт: <http://publish.tsu.ru>; E-mail: rio.tsu@mail.ru