

Научная статья

УДК 536.46

doi: 10.17223/19988621/82/13

Методы и алгоритмы решения задачи оптимизации конструкции заряда с целью повышения начальной скорости снаряда

И.Г. Русяк¹, В.А. Тененев²

^{1, 2} *Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашикова, Ижевск, Россия*

¹ *primat@istu.ru*

² *v.tenenev@gmail.com*

Аннотация. Сформулирована математическая постановка задачи структурно-параметрического синтеза конструкции заряда, состоящего из последовательно расположенных пороховых элементов трубчатой и зерновой формы различных марок, с целью повышения начальной скорости снаряда. Целевой параметр (дульная скорость) и контролируемые параметры (максимальные давления в заснарядном пространстве) определяются из решения газодинамической задачи внутренней баллистики для комбинированного заряда различных конструктивных схем заряжания. Разработан алгоритм решения задачи на основе генетического алгоритма. Общая схема и основные этапы его реализации рассмотрены на модельном примере.

Ключевые слова: внутренняя баллистика, математическая модель, конструкция заряда, структурно-параметрическая оптимизация, генетический алгоритм

Для цитирования: Русяк И.Г., Тененев В.А. Методы и алгоритмы решения задачи оптимизации конструкции заряда с целью повышения начальной скорости снаряда // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 82. С. 161–176. doi: 10.17223/19988621/82/13

Original article

METHODS AND ALGORITHMS FOR SOLVING THE PROBLEM OF OPTIMIZING THE CHARGE DESIGN INTENDED TO INCREASE THE INITIAL VELOCITY OF A PROJECTILE

Ivan G. Rusyak¹, Valentin A. Tenenev²

^{1, 2} *Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation*

¹ *primat@istu.ru*

² *v.tenenev@gmail.com*

Abstract. A mathematical model of the structural and parametric synthesis of a charge composed of sequentially arranged tubular and granular powder elements is formulated for increasing the muzzle velocity of a projectile. A target parameter (the muzzle velocity)

and the controlled parameters (the maximum pressure behind the shot) are determined from the solution of a gas-dynamic problem of internal ballistics for a combined charge at various loading schemes. The developed method for the optimization problem solving is based on a genetic algorithm. The operability of the proposed optimization algorithm along with the solution of the main problem of internal ballistics in a gas-dynamic formulation is examined and confirmed. The general scheme and the basic steps of the algorithm implementation are tested on a benchmark problem. Four components of the charge consisting of single-channel tubular and seven-channel grained gunpowder are considered. The components differ in the burning rate, geometry of the powder elements, and powder mass. The rest of the characteristics remain the same. The potential for increasing the muzzle velocity of the projectile using the structural and parametric optimization of the combined charge design is shown.

Keywords: internal ballistics, mathematical model, charge design, structural and parametric optimization, genetic algorithm

For citation: Rusyak, I.G., Tenenev, V.A. (2023) Methods and algorithms for solving the problem of optimizing the charge design intended to increase the initial velocity of a projectile. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 82. pp. 161–176. doi: 10.17223/19988621/82/13

Введение

В настоящее время широко используются комбинированные заряды, состоящие из пороховых элементов различных типов (трубчатый, зерный) и разных марок (отличаются геометрией и теплофизическими характеристиками). Такие комбинированные заряды позволяют повысить эффективность разгона снаряда, снизить габариты установки и т.п. Примерами могут служить комбинированные заряды, состоящие из двух типов и двух марок порохов. Газодинамические модели описания баллистики таких зарядов, алгоритмы и методы их численного расчета даны в [1]. Представляет определенный интерес оптимизация конструкции таких зарядов с точки зрения повышения дульной скорости снаряда при ограничениях на максимальное давление в канале ствола. Ниже такая задача рассмотрена в рамках подхода к структурно-параметрической оптимизации, предложенного в [2].

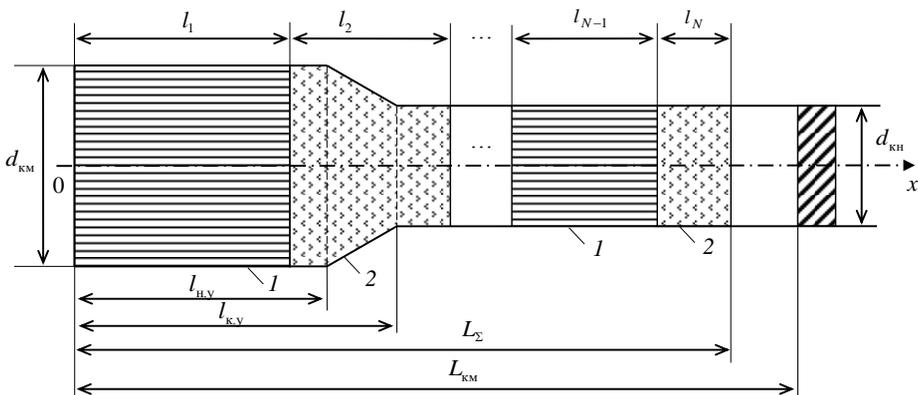


Рис. 1. Общая схема комбинированного заряда: 1 – трубчатый порох; 2 – зерный порох
Fig. 1. General scheme of a combined charge: (1) tubular and (2) grained gunpowder

Рассмотрим задачу структурно-параметрического синтеза конструкции заряда для двух типов пороховых элементов (трубчатый, зерненный) с заданным количеством компонентов каждого типа пороха. Таким образом, рассматривается заряд, состоящий из N компонентов. В предположении последовательного расположения пороховых элементов трубчатой и зерновой формы различных марок общая схема комбинированного заряда представлена на рис. 1.

В качестве допущений полагается, что воспламенитель сгорает мгновенно и создает начальное давление p_v . При этом теплофизические параметры продуктов горения воспламенителя совпадают с параметрами основного заряда. Массой воздуха в камере сгорания пренебрегается. Основной заряд воспламеняется сразу по всей поверхности в момент сгорания воспламенителя. Снаряд начинает двигаться после достижения в камере давления форсирования p_ϕ ($p_\phi \geq p_v$). Теплообменом с горячей поверхностью заряда пренебрегается (скорость тепловой волны близка к скорости горения). Трение и теплообмен продуктов горения с поверхностью канала ствола не учитываются.

1. Математическая модель внутренней баллистики выстрела для комбинированного заряда

Дополнительно принимается, что пороховые элементы различных компонентов заряда движутся независимо друг от друга (закономерность их движения определяется исключительно силовым взаимодействием с газовой фазой). Примем также, что плотность пороховых элементов различных компонентов заряда и теплофизические характеристики их продуктов горения одинаковы.

В рамках принятых допущений соответствующая система уравнений внутренней баллистики артиллерийского выстрела, описывающая течение гетерогенной реагирующей смеси с учетом межгранулярного взаимодействия в двумерной осесимметричной постановке для схемы заряжания из N компонентов заряда, имеет следующий вид [1, 3]. Уравнения движения среды, состоящей из газовой фазы и нескольких твердых фаз.

Для газовой фазы:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial r \rho m}{\partial t} + \frac{\partial r \rho m v_x}{\partial x} + \frac{\partial r \rho m v_r}{\partial r} = r G, \quad (1) \\ & \frac{\partial r \rho m v_x}{\partial t} + \frac{\partial r (p + \rho v_x^2) m}{\partial x} + \frac{\partial r \rho m v_x v_r}{\partial r} = p \frac{\partial r m}{\partial x} + r \sum_{i=1}^{N_p} G_i w_{xi} - r \tau_x, \\ & \frac{\partial r \rho m v_r}{\partial t} + \frac{\partial r \rho m v_x v_r}{\partial x} + \frac{\partial r (p + \rho v_r^2) m}{\partial r} = p \frac{\partial r m}{\partial r} + r \sum_{i=1}^{N_p} G_i w_{ri} - r \tau_r, \\ & \frac{\partial r m e_v}{\partial t} + \frac{\partial \left(r \sum_{i=1}^{N_p} a_i \Lambda_{0i} (1 - \psi_i) e_{wi} \right)}{\partial t} + \frac{\partial r m (e_v + p) v_x}{\partial x} + \frac{\partial r m (e_v + p) v_r}{\partial r} + \\ & + \frac{\partial \left(r \sum_{i=1}^{N_p} a_i \Lambda_{0i} (1 - \psi_i) (e_{wi} + p) w_{xi} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(r \sum_{i=1}^{N_p} a_i \Lambda_{0i} (1 - \psi_i) (e_{wi} + p) w_{ri} \right)}{\partial r} = r G Q, \end{aligned}$$

$$\varepsilon = \frac{p(1-\alpha\rho)}{(k-1)\rho}, \quad e_v = \rho\varepsilon + \rho \frac{v_x^2 + v_r^2}{2}, \quad e_{wi} = \delta \frac{w_{xi}^2 + w_{ri}^2}{2}.$$

Для i -го компонента твердой фазы $i = \overline{1, N}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r a_i}{\partial t} + \frac{\partial r a_i w_{xi}}{\partial x} + \frac{\partial r a_i w_{ri}}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial r \delta a_i \Lambda_{0i} (1-\psi_i) w_{xi}}{\partial t} + \frac{\partial r (p + \delta w_{xi}^2) a_i \Lambda_{0i} (1-\psi_i)}{\partial x} + \frac{\partial r \delta a_i \Lambda_{0i} (1-\psi_i) w_{xi} w_{ri}}{\partial r} &= \\ &= p \frac{\partial r a_i \Lambda_{0i} (1-\psi_i)}{\partial x} - r G_i w_{xi} + r \tau_{xi}, \\ \frac{\partial r \delta a_i \Lambda_{0i} (1-\psi_i) w_{ri}}{\partial t} + \frac{\partial r \delta a_i \Lambda_{0i} (1-\psi_i) w_{xi} w_{ri}}{\partial x} + \frac{\partial r (p + \delta w_{ri}^2) a_i \Lambda_{0i} (1-\psi_i)}{\partial r} &= \\ &= p \frac{\partial r a_i \Lambda_{0i} (1-\psi_i)}{\partial r} - r G_i w_{ri} + r \tau_{ri}. \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнения горения пороховых элементов записываются в виде:

– до фазы распада пороховых элементов $z_i \leq 1$ или $\psi_i \leq \psi_{pi} = \kappa_i(1 + \lambda_i + \mu_i)$:

$$\frac{\partial z_i}{\partial t} + w_{xi} \frac{\partial z_i}{\partial x} + w_{ri} \frac{\partial z_i}{\partial r} = \frac{u_{ki}}{e_{li}}, \quad \sigma_i(z_i) = 1 + 2\lambda_i z_i + 3\mu_i z_i^2, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial t} + w_{xi} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + w_{ri} \frac{\partial \psi_i}{\partial r} = \kappa_i \sigma_i(z_i) \frac{u_{ki}}{e_{li}}; \quad (4)$$

– после распада пороховых элементов $\psi_i > \psi_{pi} = \kappa_i(1 + \lambda_i + \mu_i)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_i}{\partial t} + w_{xi} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + w_{ri} \frac{\partial \psi_i}{\partial r} &= \kappa_i \sigma_i(\psi_i) \frac{u_{ki}}{e_{li}}, \quad \sigma_i(\psi_i) = \sigma_i(\psi_{pi}) \sqrt{\frac{1-\psi_i}{1-\psi_{pi}}}, \\ \psi_{pi} \leq \psi_i \leq 1, \quad \sigma_i(\psi_{pi}) &= 1 + 2\lambda_i + 3\mu_i. \end{aligned} \quad (5)$$

Пористость газопороховой смеси определяется по формуле

$$m = 1 - \sum_{i=1}^N a_i \Lambda_{0i} (1 - \psi_i), \quad (6)$$

а текущие геометрические размеры пороховых элементов – по формулам

$$d_i = d_{0i} + 2z_i e_{li}, \quad D_i = D_{0i} - 2z_i e_{li}, \quad L_i = L_{0i} - 2z_i e_{li}.$$

Для трубчатых пороховых элементов $e_{li} = \frac{D_{0i} - d_{0i}}{4}$ и $\kappa_i = 1 + \beta_i$, $\lambda_i = -\frac{\beta_i}{1 + \beta_i}$,

$\mu_i = 0$, где $\beta_i = \frac{2e_{li}}{L_{0i}}$.

Для зеренных пороховых элементов $e_{li} = \frac{D_{0i} - 3d_{0i}}{8}$ и $\kappa_i = \frac{(Q_i + 2P_i)\beta_i}{Q_i}$,

$\lambda_i = \frac{2(3 - P_i)\beta_i}{Q_i + 2P_i}$, $\mu_i = -\frac{6\beta_i^2}{Q_i + 2P_i}$, где $P_i = \frac{D_{0i} + 7d_{0i}}{L_{0i}}$, $Q_i = \frac{D_{0i}^2 - 7d_{0i}^2}{L_{0i}^2}$, $\beta_i = \frac{2e_{li}}{L_{0i}}$.

Функции массового и силового взаимодействия между фазами имеют вид [7]:

$$G_i = \begin{cases} a_i S_{0i} \sigma_i(z_i) \delta u_{ki}(p), & \text{если } z_i \leq 1 \text{ или } \psi_i \leq \psi_{pi}, \\ a_i S_{0i} \sigma_i(\psi_i) \delta u_{ki}(p), & \text{если } z_i > 1 \text{ или } \psi_i > \psi_{pi}, \end{cases}$$

$$\tau_{xi} = \lambda_0 \frac{\rho(v_x - w_{xi}) \sqrt{(v_x - w_{xi})^2 + (v_r - w_{ri})^2}}{2} a_i \frac{S_{\sigma i}}{4}, \quad (7)$$

$$\tau_{ri} = \lambda_0 \frac{\rho(v_r - w_{ri}) \sqrt{(v_x - w_{xi})^2 + (v_r - w_{ri})^2}}{2} a_i \frac{S_{\sigma i}}{4},$$

где λ_0 – коэффициент сопротивления порохового зерна в слое (для трубчатых пороховых элементов принимается $\lambda_0 = 0$); $S_{\sigma i}$ – текущая ограничивающая поверхность зернового порохового элемента: до распада зернового порохового элемента

$S_{\sigma i} = 2\pi \frac{D_i^2}{4} + \pi D_i L_i = \pi D_i \left(\frac{D_i}{2} + L_i \right)$, после распада $S_{\sigma i} = S_{0i} \sigma_i(\psi_i)$; S_{0i}, Λ_{0i} – начальная поверхность и объем порохового элемента;

$G = \sum_{i=1}^{N_p} G_i$; $\tau_x = \sum_{i=1}^{N_p} \tau_{xi}$;

$$\tau_r = \sum_{i=1}^{N_p} \tau_{ri}.$$

В приведенных выше уравнениях t – время; ρ – плотность пороховых газов заряда; m – пористость заряда (объем пустот в единице объема); v_x, v_r, w_{xi}, w_{ri} – проекции скорости движения газа и i -го компонента твердой фазы на оси цилиндрической системы координат соответственно; p – давление; τ_{xi}, τ_{ri} – проекции силы сопротивления движению продуктов горения в слое зерновых пороховых элементов на оси цилиндрической системы координат; G_i – газоприток продуктов горения с поверхности i -го компонента порохового заряда в единице объема

за секунду; $Q = \frac{f}{k-1}$ – теплотворная способность (потенциал) пороха; $f = RT_v$ –

сила пороха; ω_i – масса i -го компонента заряда; R – удельная газовая постоянная продуктов горения; T_v – температура продуктов горения пороха в замкнутом объеме;

$\theta + 1$ – показатель адиабаты для смеси газов; $\theta = \frac{R}{c_v}$; c_v – теплоемкость продуктов горения при постоянном объеме;

$\varepsilon = c_v T$ – внутренняя энергия единицы массы пороховых газов; T – температура пороховых газов; α – коволюм пороховых газов; δ – плотность материала пороха; a_i – счетная концентрация пороховых элементов в единице объема i -го компонента заряда $i = \overline{1, N}$; $u_{ki}(p) = u_i p^v$ –

скорость горения пороховых элементов i -го компонента заряда; $z_i = \frac{e_i}{e_{li}}$ – относительная толщина сгоревшего свода порохового элемента; $2e_{li}$ – первоначальная толщина сгоревшего свода порохового элемента; ψ_i – относительная доля сго-

ревшего пороха порохового элемента; $\sigma_i(\psi_i)$ – отношение текущей поверхности горения порохового элемента к первоначальной; $\kappa_i, \lambda_i, \mu_i$ – коэффициенты формы порохового элемента; d_{0i}, D_{0i}, L_{0i} – первоначальные внутренний, внешний диаметры и длина порохового элемента.

Уравнения для скорости движения $v_{сн}$ и перемещения $x_{сн}$ снаряда имеют вид:

$$q \frac{dv_{сн}}{dt} = \left(2\pi \int_0^{\frac{d_{кн}}{2}} p(t, x_{сн}, r) r dr \right) \eta(p_{сн} - p_{\phi}), \quad \frac{dx_{сн}}{dt} = v_{сн}, \quad (8)$$

где q – масса снаряда; $x_{сн}$ – координата положения снаряда в стволе; $p_{сн}$ – усредненное давление на торец снаряда; $d_{кн}$ – диаметр канала ствола; $\eta(\xi)$ – функция Хэвисайда.

Систему уравнений (1)–(8) необходимо дополнить начальными и граничными условиями.

В качестве начальных условий задаются условия покоя и условия, отвечающие состоянию продуктов горения в момент полного сгорания воспламенителя массой ω_b в замкнутом объеме:

при $t = 0, 0 \leq x \leq L_{км}, 0 \leq r \leq R_{км}(x)$

$$v_x = 0, v_r = 0, p = p_b, \rho = \Delta_b, T = T_v, v_{сн} = 0, x_{сн} = L_{км}, \quad (9)$$

$$w_{xi} = 0, w_{ri} = 0, z_i = 0, \psi_i = 0, a_i = \frac{\omega_i}{\Lambda_{0i} \delta W_i}, i = \overline{1, N}.$$

Здесь $R_{км}(x)$ – переменный радиус камеры; ω_b – масса воспламенителя; ω – общая масса заряда; ω_i, W_i – масса и объем, занимаемый i -м компонентом заряда;

$p_b = \frac{\Delta_b f}{1 - \alpha \Delta_b}$ – давление, развиваемое воспламенителем; $\Delta_b = \frac{\omega_b}{W_{км} - \omega / \delta}$ –

плотность заряжания воспламенителя; $W_{км}$ – объем камеры.

Суть граничных условий состоит в том, что на непроницаемых границах объема задаются условия непротекания (обращения в нуль нормальных компонентов скорости газовой и твердой фаз у стенки). На оси канала задаются условия симметрии для искомых функций.

Для решения системы уравнений (1)–(8) используется метод С.К. Годунова [4–6], при этом решение задачи о распаде произвольного разрыва реализовано по схеме Ошера с применением локальной аппроксимации для уравнения состояния неидеального газа [7, 8]. Для повышения устойчивости расчета скорости движения компонентов твердой фазы применена модификация метода с неявным выделением проекций скорости из функций силового взаимодействия (7) между газовой и твердой фазами τ_{xi}, τ_{ri} . Например, для скорости w_{xi} соответствующая модификация имеет вид:

$$\tau_{xi} = \lambda_0 \frac{\rho(v_x - w_{xi}) \sqrt{(v_x - w_{xi})^2 + (v_r - w_{ri})^2}}{2} a_i \frac{S_{\sigma i}}{4} = T_{0xi} - w_{xi} T_{1xi}.$$

Для переменной $q_{xi} = \delta a_i \Lambda_{0i} (1 - \psi_i) w_{xi}$ переход с временного слоя n на $n + 1$ осуществляется по схеме:

$$q_{xi}^{n+1} = \frac{q_{xi}^n \Omega^n + \left(-\sum_l M_l + (S_i + T_{0xi}) \Omega \right) \Delta t}{\Omega^{n+1} \left(1 + \frac{T_{1xi} \Delta t}{\delta a_i \Lambda_{0i} (1 - \psi_i)} \right)^n},$$

где M_l – потоки через грани контрольного объема, S_i – источник, Ω – объем ячейки с подвижной границей.

Для расчета скорости движения снаряда применяется метод Адамса 2-го порядка точности, требующий однократного решения газодинамической задачи на каждом шаге по времени [9].

Для сокращения времени расчета процесса выстрела при решении задачи структурно-параметрической оптимизации применялась упрощенная разностная сетка (рис. 2).

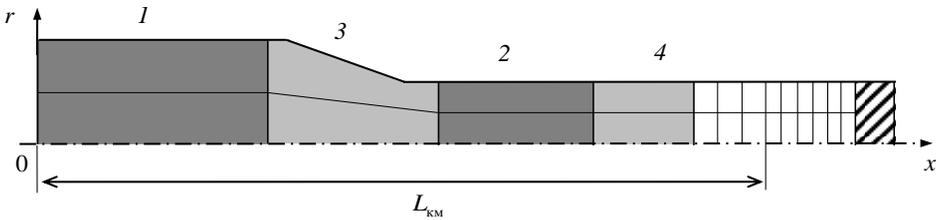


Рис. 2. Вид разностной сетки в области решения основной задачи внутренней баллистики
Fig. 2. View of the difference grid in the solution region for the basic problem of internal ballistics

Разностная сетка имеет два слоя ячеек в радиальном направлении, что оправдано при характере течения, близкого к одномерному. Размер в продольном направлении областей, соответствующих различным компонентам заряда, выбирается исходя из массы ω_i и заданной плотности заряжания Δ_i . В области от конца заряда до снаряда сетка растягивается при движении снаряда.

2. Постановка задачи структурно-параметрического синтеза конструкции заряда

Параметрами произвольного компонента заряда являются: порядковый номер, начиная от дна камеры, $i = \overline{1, N}$; L_i – длина компонента; Δ_i – плотность заряжания компонента.

При заданной геометрии камеры определяется объем, занимаемый i -м компонентом заряда:

$$W_i = \frac{\pi}{4} \int_{x_{ni}}^{x_{ki}} [d(x)]^2 dx,$$

где x_{ni}, x_{ki} – координаты начала и конца расположения i -го компонента заряда.

При заданной плотности заряжения определяется масса пороха i -го компонента заряда:

$$\omega_i = \Delta_i W_i.$$

Критерием оптимизации является повышение дульной скорости снаряда v_d при заданных массе снаряда q , геометрии зарядной камеры и канала ствола.

В качестве ограничений выступают следующие условия:

1) общая масса заряда постоянна:

$$\sum_{i=1}^N \omega_i = \omega; \quad (10)$$

2) суммарная длина комбинированного заряда L_Σ постоянна

$$\sum_{i=1}^N L_i = L_\Sigma < L_{\text{км}}; \quad (11)$$

3) максимальное давление в системе меньше заданного (допустимого)

$$p_{\text{max}} \leq p_{\text{доп}}; \quad (12)$$

4) плотность заряжения меньше предельной плотности

$$\Delta_i \leq \Delta_{\text{пр}}.$$

Для трубчатого пороха предельная плотность определяется по эмпирической формуле А.Е. Арутюняна [1]:

$$\Delta_{\text{пр}} = \Delta_{\text{пр}}^{\text{т}} = 0,735 \left(1 - \frac{d_0^2}{D_0^2} \right) \delta, \quad (13)$$

где d_0, D_0 – начальные внутренний и внешний диаметры трубки. Для зернового 7-канального пороха предельную плотность заряжения будем определять по аналогичной зависимости:

$$\Delta_{\text{пр}} = \Delta_{\text{пр}}^3 = 0,735 \left(1 - \frac{7d_0^2}{D_0^2} \right) \delta, \quad (14)$$

где d_0, D_0 – начальные внутренние диаметры каналов и внешний диаметр зерна.

Рассматриваются четыре компонента заряда ($N=4$). Индексы $i=1, 2$ соответствуют 1-канальным пороховым трубкам (трубчатые компоненты), индексы $i=3, 4$ соответствуют 7-канальным пороховым зернам (зерновые компоненты). Компоненты заряда отличаются скоростью горения, геометрией пороховых элементов и массой пороха. Остальные характеристики считаются одинаковыми.

Задача заключается в нахождении оптимального расположения частей заряда в камере и варьируемых параметров $u_{1i}, e_{1i}, L_{0i}, \omega_i, i = \overline{1, N}$, обеспечивающих максимальную дульную скорость снаряда v_d при ограничениях, сформулированных выше.

Оптимизационная задача имеет вид:

– целевая функция

$$v_d = f(\mathbf{X}) \rightarrow \max,$$

где $\mathbf{X} = (X_j)^T = (\langle S(N) \rangle, u_{1i}, e_{1i}, L_{0i}, \omega_i)^T, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, 5N}; \langle S(N) \rangle = \langle S_1, \dots, S_N \rangle$ – перестановка, соответствующая номерам компонентов заряда;

– ограничения

$$X_j \in [X_j^{\min}, X_j^{\max}], \quad j = \overline{5, 5N}; \quad \sum_{i=1}^N X_{16+i} = \omega; \quad P_{\max} \leq P_{\text{доп}}.$$

3. Метод решения задачи структурно-параметрического синтеза конструкции заряда

Для решения задач структурно-параметрической оптимизации в последнее время широко применяются генетические алгоритмы (ГА). Они позволяют за приемлемое время получать близкие к оптимальному решения многоэкстремальных задач с произвольной целевой функцией. Такие алгоритмы просты в масштабировании, позволяя распределять вычислительную нагрузку на множество вычислительных устройств.

Для применения ГА к решению задачи структурно-параметрической оптимизации необходимо выбрать методы кодирования решения, генетические операторы отбора, скрещивания и мутации особей, выбора лидера популяции, определяющего лучшее решение с учетом ограничений.

Для решения задачи оптимизации применяется генетический алгоритм из работы [10]. Хромосома $\mathbf{X} = (X_j)$, $j = \overline{1, 5N}$ состоит из двух частей: перестановки целочисленных индексов $\langle S_1, \dots, S_N \rangle$ и вещественных значений множителей u_{li} в линейном законе скорости горения $u_{ki} = u_{li} p$, первоначальных полутолщин горящего свода пороховых элементов e_{li} , длин пороховых элементов L_{0i} и масс компонентов заряда ω_j . При этом другие размеры пороховых элементов определяются следующим образом: для трубчатых порохов $d_{0i} = 2e_{li}$, $D_{0i} = 6e_{li}$; для зерновых порохов $d_{0i} = e_{li}$, $D_{0i} = 11e_{li}$.

Специфичными при решении данной оптимизационной задачи являются операторы скрещивания и мутации. Скрещивание двух хромосом \mathbf{X}^1 , \mathbf{X}^2 проводится отдельно для перестановки $\langle S(N) \rangle$ и остальной части хромосомы. Для скрещивания перестановок применяется оператор, подобный двухточечному в бинарном кодировании. Случайным образом выбираются две позиции $k_1, k_2 \in \overline{1, N}$. Скрещиваемые особи обмениваются фрагментами $\langle S_{k_1}, \dots, S_{k_2} \rangle$. Остальные числа, не входящие во фрагмент, берутся у родительской особи, начиная с позиции k_1 , исключая повтор чисел. Например, результатом скрещивания перестановок $\mathbf{S}^1 = \langle 4, 2, 3, 1 \rangle$ и $\mathbf{S}^2 = \langle 1, 4, 2, 3 \rangle$ при $k_1 = 2, k_2 = 3$ является перестановка $\mathbf{S}^3 = \langle 3, 4, 2, 1 \rangle$. Фрагмент $\langle 4, 2 \rangle$ переходит в новую особь из второй особи. Остальные числа берутся из первой, родительской особи, за исключением уже вставленных 4 и 2. Число 3 ставится перед фрагментом обмена, число 1 – после фрагмента обмена.

Скрещивание вещественной части хромосомы проводится с попеременным применением двух операторов вещественного скрещивания.

Вещественные переменные X_j нормируются: $x_j = \frac{X_j - X_j^{\min}}{X_j^{\max} - X_j^{\min}}$, $j = \overline{5, 5N}$.

Оператор 1:

$$x_j = a_1 x_j^{(1)} + b_1 x_j^{(2)}, \quad j = \overline{5, 5N}.$$

Коэффициенты a_1, b_1 определяются следующим образом:

$$a_1 = \frac{1+\xi}{2}, \quad b_1 = \frac{1-\xi}{2}, \quad \xi = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{1+\beta}}, & u \leq 0.5, \\ (2(1-u))^{-\frac{1}{1+\beta}}, & u > 0.5, \end{cases} \quad \beta > 1,$$

где $u \in (0, 1)$ – случайное число.

Оператор 2:

$$x_j = a_2 x_j^{(1)} + b_2 x_j^{(2)}, \quad j = \overline{5, 5N}.$$

Коэффициенты a_2, b_2 определяются следующим образом:

$$a_2 = 1 - b_2, \quad b_2 = \frac{2^\zeta}{2^L} = 2^{\zeta-L} = 2^{-1} (2^{-u})^{L-1},$$

где $\zeta \in [0, L)$ – случайное число, соответствующее позиции скрещивания; L –

разрядность; $u = 1 - \frac{\zeta}{L-1} \in (0, 1)$.

Оператор мутации для перестановки целочисленных индексов представляет собой случайный набор неповторяющихся чисел из отрезка $[1, N]$; для вещественной части – это набор случайных чисел из интервала $(0, 1)$.

В качестве оператора отбора используется турнирный отбор по величине целевой функции.

Ограничения на переменные X_j , $j = \overline{5, 4N}$, изменяющиеся в заданных диапазонах $[X_j^{\min}, X_j^{\max}]$, удовлетворяются операцией нормирования. При этом ограничение на суммарную массу заряда выполняется в результате дополнительной операции нормирования по общей массе заряда:

$$X_j = X_j^{\min} + x_j (X_j^{\max} - X_j^{\min}) \Rightarrow \omega_j = \frac{X_j \omega}{\sum_{j=4N+1}^{5N} X_j}, \quad j = \overline{4N+1, 5N}.$$

Ограничение по максимальному давлению выполняется прекращением расчета процесса выстрела при превышении величины внутрибаллистического давления допустимого значения $p > p_{\text{доп}}$. Так как это давление наблюдается в первой половине процесса выстрела, то величина скорости снаряда существенно ниже величины дульной скорости. Такая особь не является допустимой, тем не менее она помещается в новую популяцию для большего разнообразия, что препятствует вырождению популяций, в которых много особей, близких к лидеру.

Учет ограничений на переменные задачи таким способом приводит задачу к виду безусловной оптимизации $f(\langle S(N) \rangle, \mathbf{x}) \rightarrow \max, \mathbf{x} \in [0, 1]$, что значительно упрощает и ускоряет поиск оптимального решения.

4. Численные результаты

Численные исследования проводились для артиллерийской системы со следующими геометрическими характеристиками: диаметр камеры $d_{\text{км}} = 0.13\text{ м}$; длина камеры $L_{\text{км}} = 0.85\text{ м}$; диаметр канала ствола $d_{\text{кн}} = 0.1\text{ м}$; начало $l_{\text{ну}} = 0.5\text{ м}$ и конец $l_{\text{ку}} = 0.8\text{ м}$ уширения камеры; длина ствола $L_{\text{д}} = 5\text{ м}$. Масса снаряда 15 кг, масса заряда $\omega = 6.1\text{ кг}$. В качестве ограничения на максимальное давление принималось $p_{\text{доп}} = 500\text{ МПа}$.

Номинальные значения параметров:

$$u_{li} = 0.57 \cdot 10^{-9} \frac{\text{М}}{\text{с} \cdot \text{Па}}, \quad e_{li} = 0.7 \text{ мм}, \quad L_{01,2} = 180 \text{ мм}, \quad L_{03,4} = 18 \text{ мм},$$

$$\omega_i = \frac{\omega}{N} \text{ кг}, \quad i = \overline{1, N}.$$

Максимальные значения варьируемых переменных равны номинальным значениям, умноженным на 1.2, минимальные – деленным на 1.2.

Параметры оптимизации принимались следующими: вероятность скрещивания равна 0.9; вероятность мутации – 0.1; размер популяции – 50.

На рис. 3 приведено изменение целевой функции (дульной скорости снаряда) при итерационном процессе оптимизации в зависимости от номера итерации n . Величина дульной скорости снаряда перестает изменяться на последующих итерациях.

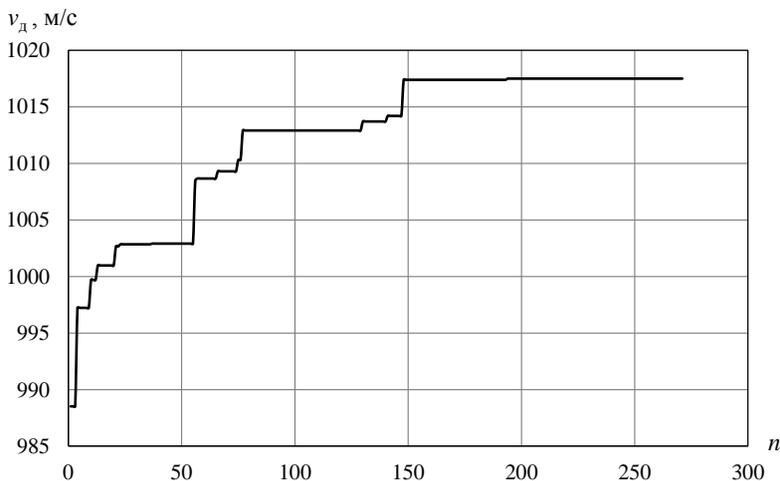


Рис. 3. Изменение целевой функции в процессе оптимизации
 Fig. 3. Variation of the objective function during optimization

На рис. 4 показано распределение величины целевой функции в последней популяции в зависимости от номера особи l . При оптимизации используется принцип элитизма, когда лучшая особь с максимальным значением целевой функции попадает в новую популяцию под первым номером. Значения целевой функции $v_d = f(\mathbf{X}) < 500$ м/с соответствуют недопустимым по максимальному давлению решениям. Как уже отмечалось, это величина скорости снаряда, достигнутая при $p > p_{\text{доп}}$ с остановкой расчета процесса выстрела для данной особи. Величины целевой функции для допустимых решений характеризуют разброс дульной скорости при неоптимальных наборах переменных.

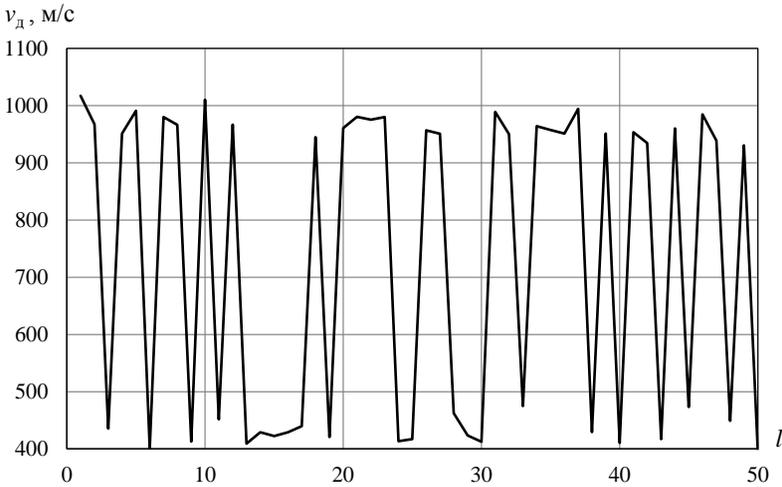


Рис. 4. Распределение значений целевой функции в последней популяции при оптимизации

Fig. 4. Distribution of objective function values in the last population during optimization

Дульная скорость снаряда при оптимизации увеличилась с 988.5 до 1 017.5 м/с. Значения варьируемых параметров на нескольких промежуточных итерациях представлены в таблице.

Изменение параметров выстрела в процессе оптимизации конструкции заряда

Параметры	Номер итерации			
	1	20	100	200
$v_d, \text{ м/с}$	988.52	1000.98	1012.91	1017.50
$\langle S(N) \rangle$	1	4	1	2
	3	1	2	1
	4	2	3	4
	2	3	4	3
$u_{1ki} \cdot 10^9, \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{Па}}$	0.51	0.52	0.47	0.66
	0.53	0.50	0.48	0.52
	0.50	0.66	0.58	0.48
	0.67	0.49	0.69	0.60

Окончание табл.

Параметры	Номер итерации			
	1	20	100	200
e_i , мм	0.72	0.70	0.82	0.84
	0.76	0.60	0.76	0.78
	0.58	0.76	0.62	0.82
	0.68	0.78	0.64	0.78
L_{0i} , мм	161.83	209.27	162.9	160.81
	160.94	155.35	194.29	156.74
	20.23	19.81	18.99	19.30
	15.02	16.56	20.08	18.32
ω_i , кг	1.56	1.49	1.45	1.34
	1.50	1.38	1.79	1.65
	1.54	1.63	1.44	1.54
	1.50	1.60	1.42	1.57

Видно, что в процессе оптимизации компоновка заряда изменяется и устанавливается нижнее размещение трубчатых компонентов заряда с последующим расположением зерновых компонентов. Скорость горения получена наибольшей для трубчатого компонента заряда, расположенного у дна камеры. Длины пороховых трубок оказались меньше номинальных значений, а пороховых зерен – больше.

Газодинамические параметры выстрела для оптимального варианта представлены на рис. 5, 6. На рис. 5 показано изменение давления в камере сгорания и скорости движения снаряда.

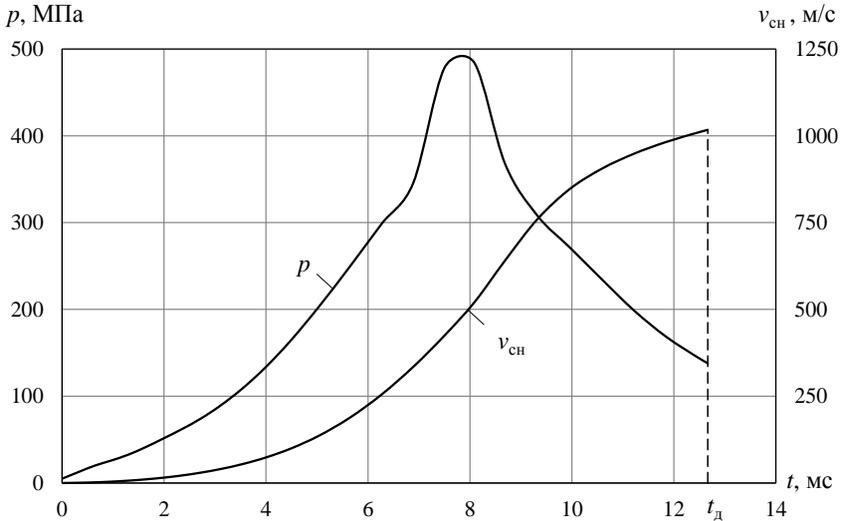


Рис. 5. Зависимости давления на дно канала и скорости снаряда от времени для оптимального варианта

Fig. 5. Time dependences of the pressure on the channel bottom and projectile velocity for the optimal option

Давление не превышает максимальный заданный уровень 500 МПа, оптимальная скорость снаряда равна 1 017.5 м/с. Изменение давления и продольной проекции скорости продуктов горения по длине камеры и ствола в момент достижения пика давления ($t = 8.08$ мс) приведено на рис. 6.

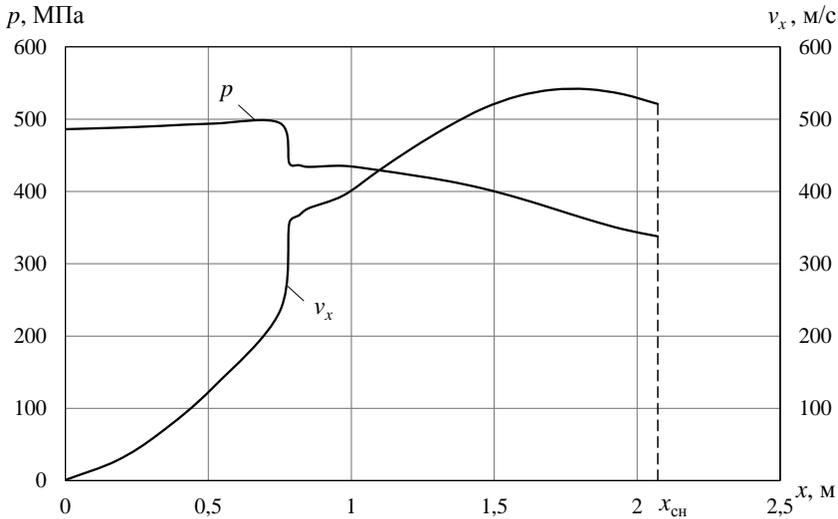


Рис. 6. Распределения давления и продольной проекции скорости продуктов горения по оси канала в момент достижения максимального давления для оптимального варианта

Fig. 6. Distributions of pressure and longitudinal projection of the velocity of combustion products along the channel axis at the moment when the maximum pressure for the optimal option is attained

Расчеты показывают, что максимальное значение давления достигается в конце камеры сгорания, при этом ограничение по максимальному давлению строго выполняется.

Заключение

Решена задача структурно-параметрического синтеза конструкции заряда, состоящего из последовательно расположенных пороховых элементов трубчатой и зерновой формы различных марок, с целью повышения начальной скорости снаряда.

Задача оптимизации решена с использованием генетического алгоритма. Доказана работоспособность разработанного алгоритма оптимизации в сочетании с решением основной задачи внутренней баллистики в газодинамической постановке.

Показана возможность увеличения дульной скорости за счет структурно-параметрической оптимизации конструкции комбинированного заряда.

Список источников

1. Ружяк И.Г., Литанов А.М., Ушаков В.М. Физические основы и газовая динамика горения порохов в артиллерийских системах. М.–Ижевск : Ин-т компьютерных исследований, 2016. 456 с.

2. Быков Н.В., Товарнов М.С. Структурно-параметрическая оптимизация комбинированных баллистических установок // Материалы XX Юбилейной междунар. конф. по вычислительной механике и современным прикладным системам (ВМСППС'2017). 2017. С. 50–51.
3. Русяк И.Г., Тенев В.А. Влияние размерности математической модели внутренней баллистики на расчетные параметры выстрела для зарядов из зерненого пороха // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 73. С. 95–110. doi: 10.17223/19988621/73/9.
4. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М. : Наука, 1976. 400 с.
5. Прокопов Г.П., Северин А.В. Экономичная реализация метода Годунова. М., 2009. 24 с. (Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша; № 29). URL: https://keldysh.ru/papers/2009/prep29/prep2009_29.pdf
6. Сафронов А.В., Фомин Ю.В. Метод численного решения уравнений газодинамики с помощью соотношения на разрывах // Труды МФТИ. 2010. Т. 2, № 2. С. 137–148.
7. Русяк И.Г., Тенев В.А. Моделирование баллистики артиллерийского выстрела с учетом пространственного распределения параметров и противодавления // Компьютерные исследования и моделирование. 2020. Т. 12, № 5. С. 1123–1147. doi: 10.20537/2076-7633-2020-12-5-1123-1147.
8. Wesseling P. Principles of Computational Fluid Dynamics. Springer, 2001. 644 p. (Springer Series in Computational Mathematics; v. 29). doi: 10.1007/978-3-642-05146-3
9. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М. : Бином. Лаборатория знаний, 2011. 640 с.
10. Тенев В.А., Якимович Б.А. Генетические алгоритмы в моделировании систем. Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2010. 308 с.

References

1. Rusyak I.G., Lipanov A.M., Ushakov V.M. (2016) *Fizicheskie osnovy i gazovaya dinamika goreniya porokhov v artilleriyskikh sistemakh* [Physical fundamentals and gas dynamics of gunpowder combustion in artillery systems]. Moscow–Izhevsk: Institute of Computer Studies.
2. Bykov N.V., Tovarnov M.S. (2017) *Strukturno-parametricheskaya optimizatsiya kombinirovannykh ballisticheskikh ustanovok* [Structural and parametric optimization of combined ballistic setups]. *Proceedings of the XX Anniversary International Conference on Computational Mechanics and Modern Applied Software Systems*. pp. 50–51.
3. Rusyak I.G., Tenenev V.A. (2021) *Vliyanie razmernosti matematicheskoy modeli vnutrenney ballistiki na raschetnye parametry vystrela dlya zaryadov iz zernenogo porokha* [The impact of the dimension of a mathematical model of internal ballistics on design parameters of a shot for grain gunpowder charges]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 73. pp. 95–110. doi: 10.17223/19988621/73/9
4. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Krayko A.N., Prokopov G.P. (1976) *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical solution to multidimensional problems of gas dynamics]. Moscow: Nauka.
5. Prokopov G.P., Severin A.V. (2009) *Ekonomichnaya realizatsiya metoda Godunova* [Efficient implementation of Godunov's method]. *Preprinty IPM imeni M.V. Keldysha – Keldysh Institute Preprints*. 29. pp. 1–24. Access mode: https://keldysh.ru/papers/2009/prep29/prep2009_29.pdf.
6. Safronov A.V., Fomin Yu.V. (2010) *Metod chislennogo resheniya uravneniy gazodinamiki s pomoshch'yu sootnosheniya na razryvakh* [A method for the numerical solution of the equations of gas dynamics using the relation at discontinuities]. *Trudy MFTI – Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*. 2(2). pp. 137–148.

7. Rusyak I.G., Tenenev V.A. (2020) Modelirovanie ballistiki artilleriyskogo vystrela s uchetom prostranstvennogo raspredeleniya parametrov i protivodavleniya [Modeling of ballistics of an artillery shot taking into account the spatial distribution of parameters and backpressure]. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie – Computer Research and Modeling*. 12(5). pp. 1123–1147. doi: 10.20537/2076-7633-2020-12-5-1123-1147
8. Wesseling P. (2001) *Principles of Computational Fluid Dynamics*. Springer Series in Computational Mathematics. 29. doi: 10.1007/978-3-642-05146-3
9. Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobel'kov G.M. (2011) *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow: Binom. Laboratoriya znaniy.
10. Tenenev V.A., Yakimovich B.A. (2010) *Geneticheskie algoritmy v modelirovanii sistem* [Genetic algorithms in system modeling]. Izhevsk: Izdatel'stvo ISTU.

Сведения об авторах:

Русяк Иван Григорьевич – доктор технических наук, профессор, действительный член Российской академии ракетных и артиллерийских наук, заведующий кафедрой «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета им. М.Т. Калашникова, Ижевск, Россия. E-mail: primat@istu.ru

Тенев Валентин Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Высшая математика» Ижевского государственного технического университета им. М.Т. Калашникова, Ижевск, Россия. E-mail: v.tenenev@gmail.com

Information about the authors:

Rusyak Ivan G. (Doctor of Technical Sciences, Professor, Full Member of the Russian Academy of Missile and Artillery Sciences Russian Federation, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation). E-mail: primat@istu.ru

Tenenev Valentin A. (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation). E-mail: v.tenenev@gmail.com

Статья поступила в редакцию 16.06.2022; принята к публикации 31.03.2023

The article was submitted 16.06.2022; accepted for publication 31.03.2023