

Научная статья

УДК 531.76, 531.57

doi: 10.17223/19988621/85/5

Моделирование работы электромагнитного датчика скорости метаемого тела в канале высокоскоростной баллистической установки

Владимир Исмагилович Биматов¹, Алина Александровна Механич²,
Сергей Витальевич Синяев³, Алексей Александрович Ящук⁴

^{1, 2, 3, 4} Томский государственный университет, Томск, Россия

¹ vbimatov@mail.ru

² kireeva_aa@mail.ru

³ ssv@niipmm.tsu.ru

⁴ rainbow@niipmm.tsu.ru

Аннотация. Описана конструкция и построена математическая модель работы измерительных рамок датчика скорости метаемого тела при его движении в канале или за дульным срезом. Принцип действия рамок основан на эффекте деформации магнитных барьеров, генерируемых рамками в измерительных сечениях канала, электропроводным телом. Модель учитывает 3D-взаимодействие тела с магнитным барьером и влияние индукционных токов в защитно-формирующей насадке. Исследовано влияние скорости, формы, размеров тел и других параметров на величину и форму сигналов в измерительных катушках.

Ключевые слова: датчик скорости, электромагнитная измерительная рамка, метаемое тело, магнитный барьер, индукционные токи, сигнал, математическое моделирование

Благодарности: Исследование выполнено при поддержке Программы развития Томского государственного университета (Приоритет-2030).

Для цитирования: Биматов В.И., Механич А.А., Синяев С.В., Ящук А.А. Моделирование работы электромагнитного датчика скорости метаемого тела в канале высокоскоростной баллистической установки // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 85. С. 58–73. doi: 10.17223/19988621/85/5

Simulation of an electromagnetic in-bore projectile velocity sensor for a high-speed ballistic cannon

Vladimir I. Bimatov¹, Alina A. Mekhanich²,
Sergey V. Sinyaev³, Aleksey A. Yashchuk⁴

^{1, 2, 3, 4} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

¹ vbimatov@mail.ru

² kireeva_aa@mail.ru

³ ssv@niipmm.tsu.ru

⁴ rainbow@niipmm.tsu.ru

Abstract. The design is described, and a mathematical model is developed for the operation of the measuring frames of a speed sensor for a projectile when it moves within a bore or behind its muzzle. In measuring sections, the frames generate magnetic fields that act as magnetic barriers for the projectiles. The operating principle is based on the effect of deformation of the magnetic field of the barriers due to the electrically conductive projectile. The magnetic circuit of the frame includes an open magnetic core with measuring coils, a coil generating a constant magnetic field (or a permanent superimposed magnet), and a protective cap made of durable nonmagnetic metal with high resistivity. The mathematical model takes into account the 3D interaction of the projectile with the magnetic field of the barrier and the effect of induction currents in the protective cap on the magnitude and shape of the signals. The results of parametric studies on the effect of the speed, shape, and size of the projectile bodies, as well as the main parameters of the measuring frames, on the magnitude and shape of the signals generated by the projectile are presented.

Keywords: speed sensor, electromagnetic measuring frame, projectile, magnetic barrier, induction currents, signal, mathematical modeling

Acknowledgments: This study was supported by the Tomsk State University Development Programme (Priority 2030).

For citation: Bimatov, V.I., Mekhanich, A.A., Sinyaev, S.V., Yashchuk, A.A. (2023) Simulation of an electromagnetic in-bore projectile velocity sensor for a high-speed ballistic cannon. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 85. pp. 58–73. doi: 10.17223/19988621/85/5

Введение

Бесконтактные электромагнитные датчики [1–3] применяются для определения скорости модели в разгонном канале ускорителя и на его дульном срезе. Требования к датчику значительно повышаются при ускорении модели в режиме «свободного» метания [4] либо в поддоне из неэлектропроводного материала. При проектировании таких датчиков необходимо рассчитывать распределение магнитного поля в его измерительных зазорах при различных положениях пролетающей модели для определения магнитного сопротивления $R_D(t)$ измерительного зазора рамки. Зависимость $R_D(t)$ является интегральной характеристикой про-

цесса деформации магнитного барьера метаемым телом. Деформация магнитного барьера генерирует сигнал в измерительных катушках рамок датчика. Величину и форму сигнала могут заметно искажать индукционные токи, наводимые в защитно-формирующей насадке рамок при изменении магнитного потока при деформации магнитного барьера. По сигналу с электромагнитной измерительной рамки фиксируется момент пролета моделью t_1 ее контрольного сечения. Две рамки, расположенные на известном расстоянии l друг от друга, позволяют определить среднюю скорость модели u_m на этом участке ее разгона: $u_m = l(t_2 - t_1)^{-1}$. В некоторых случаях [5, 6] возможно определение мгновенной скорости модели с помощью одной измерительной рамки.

Постановка задачи

Общая схема измерительной рамки датчика в режиме ожидания показана на рис. 1. Магнитная цепь рамки состоит из разомкнутого магнитопровода 2 с измерительными катушками 3, катушки-генератора магнитного поля 5 (или постоянного накладного магнита) и цилиндрической насадки 7 из прочного немагнитного металла с высоким удельным сопротивлением. Цилиндрическое отверстие насадки является продолжением канала ствола 8. Насадка формирует магнитный барьер 1 в канале ствола, а ее защитная перемычка 9 защищает магнитопровод от воздействия рабочего газа высокого давления.

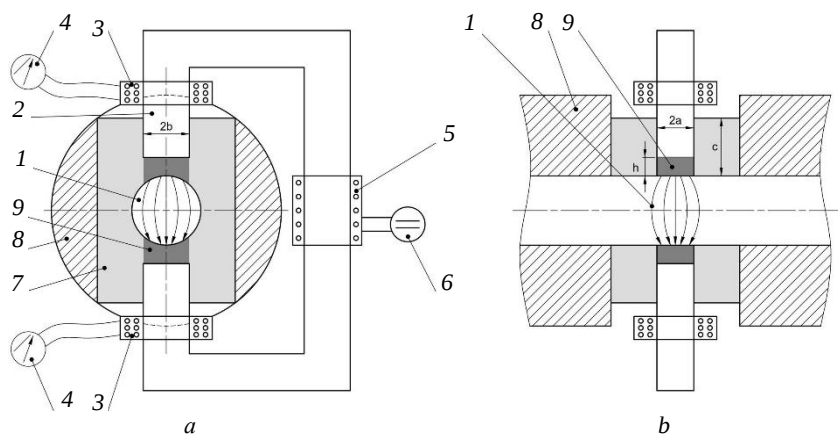


Рис. 1. Схема электромагнитной измерительной рамки (*a* – вид с торца канала, *б* – вид сбоку): 1 – магнитный барьер в измерительном сечении канала; 2 – магнитопровод; 3 – измерительные катушки; 4 – устройства регистрации сигнала; 5 – катушка-генератор магнитного барьера; 6 – источник постоянного тока; 7 – защитно-формирующая насадка; 8 – стенки канала, 9 – защитная перемычка насадки

Fig. 1. Design of an electromagnetic speed sensing frame ((*a*) end and (*b*) side views): 1, magnetic field in the accelerator channel; 2, magnetic core; 3, signal coils; 4, recording units; 5, magnetic field generator; 6, DC source; 7, protective-forming cap; 8, bore wall; and 9, cap protective diaphragm

Деформация магнитного барьера пролетающей моделью приводит к изменению магнитного потока Φ через измерительную катушку, охватывающую магнито-

провод. При этом в катушке наводится электродвижущая сила, представляющая собой измеряемый сигнал $S(t)$ в вольтах:

$$S(t) = -N \cdot \dot{\Phi}(t). \quad (1)$$

Здесь N – число витков в измерительной катушке, t – время, $\dot{\Phi}$ – скорость изменения магнитного потока.

Таким образом, сигнал является реакцией магнитной цепи рамки на модель, пролетающую через ее измерительный зазор в канале. Экспериментальная проверка работоспособности такой схемы измерительной рамки была реализована при скоростях моделей до 5 км/с в стволе легкогазовой баллистической установки калибром 8 мм [6].

Схема замещения магнитной цепи измерительной рамки приведена на рис. 2.

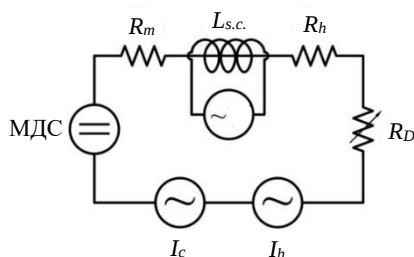


Рис. 2. Схема замещения магнитной цепи измерительной рамки датчика

Fig. 2. Scheme of the equivalent circuit for the sensing frame

Здесь R_D , R_m , R_h – магнитные сопротивления магнитного барьера, магнитопровода и защитных перемычек насадки, nI_0 – постоянная магнитодвижущая сила (МДС), создаваемая током I_0 в катушке с n витками либо постоянными накладными магнитами на внешней части магнитопровода, I_h , I_c – МДС индукционных токов в защитных частях насадки и в ее пазах под магнитопровод, L_{sc} – индуктивно связанная с магнитопроводом измерительная катушка. Подключенный к катушке вольтметр V транслирует сигнал $S(t)$, генерируемый рамкой.

Уравнение магнитной цепи измерительной рамки определяется вторым законом Кирхгофа и законом Ома:

$$[R_D(t) + R_m + R_h] \cdot \Phi(t) = n \cdot I_0 + I_h(t) + I_c(t). \quad (2)$$

Входящие в (2) параметры R_m , R_h , $R_D(t)$, $I_h(t)$, $I_c(t)$ определяются при задании формы, размеров и скорости модели, а также геометрических и других необходимых характеристик магнитопровода и защитно-формирующей насадки (см. рис. 1).

Для магнитопровода с постоянным поперечным сечением Σ и длиной l_m значение R_m определяется выражением: $R_m = l_m \cdot (\mu_m \cdot \Sigma)^{-1}$, где μ_m – магнитная проницаемость магнитопровода. Магнитное сопротивление защитной h -перемычки рассчитывается по формуле $R_h = h \cdot (\mu_0 \cdot \Sigma)^{-1}$, где h – толщина перемычки, μ_0 – магнитная проницаемость материала защитно-формирующей насадки. Для формирования магнитного барьера в измерительном зазоре канала материал насадки помимо высоких прочностных характеристик должен быть немагнитным с высоким электрическим сопротивлением, например из титана [3, 6] и его сплавов.

Магнитное сопротивление измерительного зазора рамки R_D . В [7] показано, что напряженность магнитного поля в измерительном зазоре $\vec{H}$ может быть рассчитана с помощью скалярного потенциала ψ : $\vec{H} = \text{grad}\psi$. Его величина определяется уравнением Лапласа [8]: $\Delta\psi = 0$. Там же сформулированы краевые условия для 3D-расчета магнитного поля при взаимодействии с осесимметричными моделями, ось симметрии которых совпадает с осью симметрии цилиндрического канала. По найденному распределению магнитного поля определяется магнитный поток в зазоре. Он равен магнитному потоку на поверхности канала Φ_D под полюсом магнитопровода s_p : $\Phi_D = \mu_0 \cdot \int_{s_p} H_r \cdot ds_p$, где μ_0 – магнитная проницаемость зазора. По известному значению Φ_D определяется магнитное сопротивление зазора: $R_D = 2 \cdot \psi_0 / \Phi_D$, где $\pm\psi_0$ – значения потенциала под полюсами магнитопровода. На рис. 3 показана область определения магнитного поля в канале постоянного сечения диаметром D . Здесь $x(t)$ – координата центра масс модели, $\pm x_1$ – продольные координаты полюсов магнитопровода, $\pm x_2$ – координаты границ чувствительности рамки, вне которых модель практически не взаимодействует с магнитным барьером.

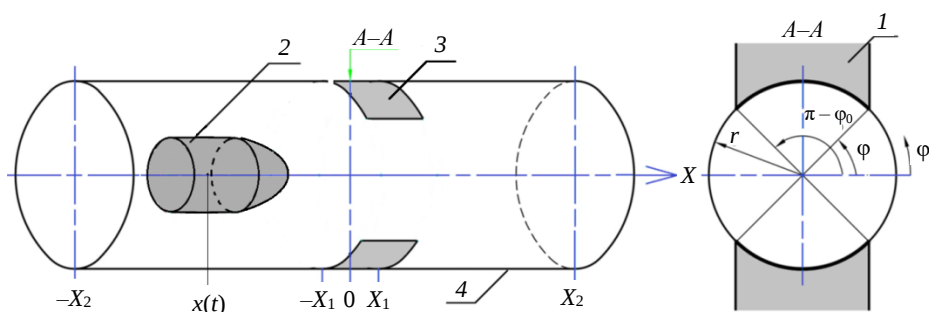


Рис. 3. Расчетная область магнитного барьера в цилиндрическом канале:

1 – магнитопровод прямоугольного поперечного сечения, 2 – модель, 3 – внутренняя поверхность защитной перемычки, 4 – внутренняя поверхность канала

Fig. 3. Computational domain for the magnetic field in a cylindrical bore:

1, rectangular magnetic core; 2, projectile; 3, inner surface of the protective diaphragm; and 4, inner surface of the bore

Для магнитопровода прямоугольного поперечного сечения [7]

$$R_D = 2 \cdot \psi_0 \cdot \left[\mu_0 \cdot D \cdot \int_{-x_1}^{x_1} \int_{\varphi_0}^{0.5\pi} H_r(r = 0.5D, \varphi, x) \cdot d\varphi \cdot dx \right]^{-1}. \quad (3)$$

Значение R_D не зависит от величины ψ_0 , поскольку напряженность магнитного поля в зазоре $\vec{H}$ прямо пропорциональна ψ_0 .

Индукционное падение магнитного напряжения I_h в защитной h-перемычке. Переменный магнитный поток $\Phi(t)$ в защитных перемычках насадки у полюсов магнитопровода генерирует индукционные токи, вызывающие индук-

ционное магнитное напряжение в цепи рамки – противо-МДС I_h . Конкретизация выражения для I_h проводится при следующих предположениях: 1) поперечные сечения перемычки и магнитопровода имеют форму прямоугольника со сторонами $2a$ (вдоль оси канала x) и $2b$ (рис. 4); 2) выполняется условие «тонкой» перемычки $h \ll 2\sqrt{a \cdot b}$, где h – ее толщина; 3) магнитный поток в перемычке $\Phi(t) = 4a \cdot b \cdot B_z(t)$ однороден и направлен по нормали к ее поверхности.

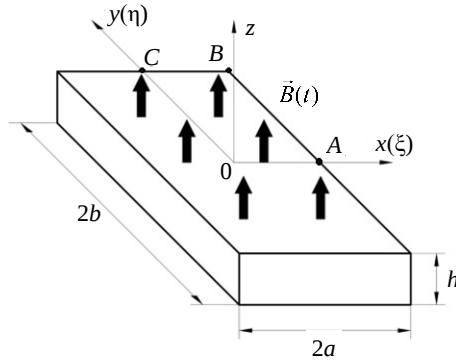


Рис. 4. Расчетная схема защитной перемычки
Fig. 4. Computational model of a protective diaphragm

При выполнении этих допущений уравнения для индуцированного электрического напряжения $\vec{E} \{E_x, E_y\}$ в плоской декартовой системе координат (см. рис. 4) приводятся к виду:

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\dot{\Phi}}{s}, \quad \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

где точка сверху обозначает производную по времени t , $s = 4a \cdot b$ – площадь поперечного сечения перемычки.

В силу симметрии линий индукционных токов относительно координатных осей уравнения (5) решаются в первом квадранте $OABC$ с условиями симметрии

$$E_x(\xi, \eta = 0) = 0, \quad E_y(\xi = 0, \eta) = 0, \quad \frac{\partial E_x(\xi = 0, \eta)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial E_y(\xi, \eta = 0)}{\partial \eta} = 0. \quad (5)$$

На отрезках OA и OC выполняется интегральное условие замкнутости индукционных токов:

$$-\int_0^b E_x(\xi = 0, \eta) \cdot d\eta = \int_0^a E_y(\xi, \eta = 0) \cdot d\xi. \quad (6)$$

На отрезках AB и BC нормальные составляющие $\vec{E}$ равны нулю:

$$E_x(\xi = a, \eta) = 0, \quad E_y(\xi, \eta = b) = 0. \quad (7)$$

Интегральное уравнение магнитной индукции Фарадея для прямоугольника $OABC$ с помощью первых двух условий симметрии записывается в виде:

$$\int_0^a E_x(\xi, \eta = b) \cdot d\xi - \int_0^b E_y(\xi = a, \eta) \cdot d\eta = \frac{1}{4} \dot{\Phi}. \quad (8)$$

Решение краевой задачи (4)–(8) ищется в виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Величина $\vec{E}_1$ определяется в виде частного решения краевой задачи (4)–(6), (8) без учета граничных условий (7):

$$E_{x1}(\eta) = \frac{a \cdot \Phi \cdot \eta}{4b \cdot (a^2 + b^2)}, \quad E_{y1}(\xi) = \frac{-b \cdot \Phi \cdot \xi}{4a \cdot (a^2 + b^2)}. \quad (9)$$

Второе слагаемое $\vec{E}_2$ описывается уравнениями Коши–Римана:

$$\frac{\partial E_{x2}}{\partial y} - \frac{\partial E_{y2}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial E_{x2}}{\partial x} + \frac{\partial E_{y2}}{\partial y} = 0, \quad (10)$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{x2}(\xi=0, \eta)}{\partial \xi} &= 0, \quad E_{x2}(\xi, \eta=0) = 0, \\ E_{x2}(\xi=a, \eta) &= -E_{x1}(\eta), \quad E_{x2}(\xi, \eta=b) = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{y2}(\xi, \eta=0)}{\partial \eta} &= 0, \quad E_{y2}(\xi=0, \eta) = 0, \\ E_{y2}(\xi, \eta=b) &= -E_{y1}(\xi), \quad E_{y2}(\xi=a, \eta) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Последние условия в (11) и (12) получаются в результате подстановки значений E_{x1} и E_{y1} из (9) в (8). Таким образом, определение индукционных напряжений в h -перемычках свелось к решению двух уравнений Лапласа для прямоугольной области с граничными условиями (11) и (12) соответственно. Решение этих задач получено в виде рядов Фурье:

$$\begin{aligned} E_{x2} &= \frac{a \cdot \Phi}{a^2 + b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot ch(n\pi \cdot \xi/b) \cdot \sin(n\pi \cdot \eta/b)}{2\pi \cdot n \cdot ch(n\pi \cdot a/b)}, \\ E_{y2} &= \frac{b \cdot \Phi}{a^2 + b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot ch(n\pi \cdot \eta/a) \cdot \sin(n\pi \cdot \xi/a)}{2\pi \cdot n \cdot ch(n\pi \cdot b/a)}. \end{aligned}$$

В этом случае плотность индукционных токов в перемычке $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$ записывается в виде:

$$\begin{aligned} j_x(\xi, \eta) &= \frac{a \cdot \sigma \cdot \Phi}{4(a^2 + b^2)} \left[\frac{\eta}{b} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot ch(n\pi \cdot \xi/b) \cdot \sin(n\pi \cdot \eta/b)}{n \cdot ch(n\pi \cdot a/b)} \right], \\ j_y(\xi, \eta) &= \frac{b \cdot \sigma \cdot \Phi}{4(a^2 + b^2)} \left[\frac{\xi}{a} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot ch(n\pi \cdot \eta/a) \cdot \sin(n\pi \cdot \xi/a)}{n \cdot ch(n\pi \cdot b/a)} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где σ – удельная проводимость материала насадки, включая ее h -перемычки.

Магнитный поток индуцированных токов в h -перемычке Φ_i определяется с помощью векторного потенциала индуцированного магнитного поля $\vec{A}$. В приближении «тонкой» h -перемычки: $\vec{A} \{A_x(x, y), A_y(x, y)\}$, где

$$A_x(x, y) = \frac{\mu_0 \cdot h}{4\pi} \int_{-a}^a \left(\int_{-b}^b \frac{j_x(\xi, \eta) d\eta}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} \right) d\xi,$$

$$A_y(x, y) = -\frac{\mu_0 \cdot h}{4\pi} \int_{-a}^a \left(\int_{-b}^b \frac{j_y(\xi, \eta) d\eta}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} \right) d\xi.$$

Здесь μ_0 – магнитная проницаемость материала перемычек. Тогда выражение для магнитного потока индуцированных токов $\Phi_i(t)$ приводится к виду:

$$\Phi_i(t) = 4 \int_0^a \int_0^b (\text{rot} \vec{A} \cdot \vec{i}_z) dy dx =$$

$$= 4 \oint_{l_{OABC}} \vec{A} \cdot d\vec{l} = 4 \left\{ \int_0^b [A_y(a, y) - A_y(0, y)] dy - \int_0^a [A_x(x, b) - A_x(x, 0)] dx \right\},$$

но в силу осевой симметрии распределения $A_x(x, 0) = A_y(0, y) = 0$, так что

$$\Phi_i(t) = 4 \left[\int_0^b A_y(a, y) dy - \int_0^a A_x(x, b) dx \right]. \quad (14)$$

Суммарное падение магнитного напряжения на обеих h -перемычках за счет индукционных токов определяется законом Ома для магнитной цепи: $I_h(t) = 2R_h \cdot \Phi_i(t)$, где $R_h = h/4a \cdot b \cdot \mu_0$ – магнитное сопротивление одной h -перемычки. Величину $I_h(t)$ удобно привести к виду:

$$I_h(t) = -\psi \cdot h \cdot \sigma \cdot \dot{\Phi}(t), \quad (15)$$

где ψ – форм-фактор двух h -перемычек прямоугольного поперечного сечения.

С помощью соотношений (13), (14) значение ψ принимает вид:

$$\psi = \frac{h \cdot (K_x + K_y)}{8\pi \cdot (a^2 + b^2)},$$

$$K_x = \frac{1}{b} \cdot \int_0^a \left\{ \int_{-b-a}^b \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - b)^2}} \times \right.$$

$$\times \left[\frac{\eta}{b} + \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \text{ch}(n \cdot \pi \cdot \xi/b) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot \eta/b)}{n \cdot \text{ch}(n \cdot \pi \cdot a/b)} \right] d\xi \cdot d\eta \Bigg\} dx,$$

$$K_y = \frac{1}{a} \cdot \int_0^b \left\{ \int_{-b-a}^b \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{(\xi - a)^2 + (\eta - y)^2}} \times \right.$$

$$\times \left[\frac{\xi}{a} + \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \text{ch}(n \cdot \pi \cdot \eta/a) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot \xi/a)}{n \cdot \text{ch}(n \cdot \pi \cdot b/a)} \right] d\xi \cdot d\eta \Bigg\} dy.$$

Форм-фактор ψ – безразмерный параметр, зависящий только от трех геометрических величин: a , b и h . Из (15) и (16) следует, что для тонких перемычек величина $I_h(t)$, искажающая сигнал с рамки, прямо пропорциональна квадрату толщины перемычки и удельной электропроводности ее материала. Поэтому для уменьшения влияния индукционных токов в перемычках их необходимо делать (как и всю насадку, см. рис. 1) из прочного металла с высоким удельным сопротивлением, например из сплавов титана, а толщину перемычки минимизировать при условии сохранения ее прочности. Для магнитопровода круглого поперечного сечения форм-фактор круглой защитной перемычки ψ_r определяется в следующем виде:

$$\psi_r = \frac{h}{2\pi^2 \cdot r^3} \cdot \int_0^{r_c} \left(\int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \cos \theta \cdot d\theta}{\sqrt{\rho^2 - 2r \cdot \rho \cdot \cos \theta + r^2}} \right) \cdot d\rho, \quad (17)$$

где r – радиус перемычки. При $r = 2\sqrt{a \cdot b / \pi}$, когда площади круглой и прямоугольной перемычек одинаковы, справедливо неравенство

$$\psi < \psi_r, \quad (18)$$

т.е. индукционные токи в прямоугольной перемычке меньше влияют на сигнал рамки.

Индукционный ток $I_c(t)$ в пазах насадки. Пазы глубиной $c - h$ (см. рис. 1) предназначены для подвода полюсов магнитопровода к измерительному зазору канала. Изменение магнитного потока генерирует индукционный ток I_c в боковых стенках пазов. Ток I_c , охватывающий магнитопровод в пазах, представляет собой индуцированную противо-МДС, влияющую на сигнал рамки. При однородном распределении магнитного поля вдоль вертикальных стенок пазов плотность тока на их границах $j(t, q = 0)$ зависит только от времени взаимодействия модели с магнитным барьером рамки. Здесь q – координата, направленная по внутренней нормали к поверхности паза. При плотном охвате магнитопровода прямоугольного сечения $2a \times 2b$ стенками паза и в соответствии с законом электромагнитной индукции граничное условие для индукционного тока принимает вид: $j(t, q = 0) = -\sigma \cdot \dot{\Phi} / 4(a + b)$. Распределение тока по нормали к стенкам насадки определяется уравнением

$$\frac{\partial j(t, q)}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \sigma} \cdot \frac{\partial^2 j(t, q)}{\partial q^2}.$$

Момент $t = 0$ соответствует началу взаимодействия модели с магнитным «барьером», поэтому начальное условие имеет вид: $j(t = 0, q) = 0$. В силу кратковременности процесса индукционный ток сосредоточен в узком скин-слое [9] у стенок паза. Для материалов с низкой электропроводностью, например для титановых сплавов, толщина скин-слоя порядка одного миллиметра. Это позволяет определение функции $j(t, q)$ свести к известному решению задачи о распространении тепла в полуограниченном стержне [10]:

$$j(t, q) = -\sqrt{\frac{\mu_0 \cdot \sigma^3}{\pi}} \cdot \frac{q}{8(a + b)} \cdot \int_0^t \frac{\dot{\Phi}(\tau)}{(t - \tau)^{\frac{3}{2}}} \cdot \exp\left(-\frac{\mu_0 \cdot \sigma \cdot q^2}{4(t - \tau)}\right) \cdot d\tau,$$

при этом искомая зависимость $I_c(t) = 2c \cdot \int_0^{\infty} j(t, q) \cdot dq$ преобразуется к виду:

$$I_c(t) = -\psi_c \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_0 \cdot \pi}} \cdot \int_0^t \frac{\dot{\Phi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot d\tau, \quad \psi_c = \frac{c}{2(a+b)}. \quad (19)$$

Здесь последнее выражение – безразмерный форм-фактор для паза прямоугольного поперечного сечения. Из (19) следует, что величина индукционного тока I_c прямо пропорциональна глубине выемки и обратно пропорциональна периметру сечения магнитопровода. Для магнитопровода и пазов круглого поперечного сечения (19) преобразуется к виду:

$$I_{cr}(t) = -\psi_{cr} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_0 \cdot \pi}} \cdot \int_0^t \frac{\dot{\Phi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot d\tau, \quad \psi_{cr} = \frac{c}{\pi \cdot r}.$$

При $r = 2\sqrt{a \cdot b/\pi}$, когда поперечные сечения прямоугольного и круглого пазов одинаковы, $\psi_c < \psi_{cr}$. Из (18) и последнего неравенства следует, что применение магнитопровода прямоугольного сечения снижает влияние индуцированных токов на сигнал рамки.

Сигнал с измерительной катушки электромагнитной рамки датчика скорости. Уравнение магнитной цепи рамки (2) с помощью (15), (19) приводится к виду:

$$R(t) \cdot \Phi(t) = n \cdot I_0 - \alpha_h \cdot \dot{\Phi}(t) - \alpha_c \cdot \int_0^t \frac{\dot{\Phi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot d\tau, \quad (20)$$

где $R(t) = R_D(t) + R_m + R_h$, $\alpha_h = \psi \cdot h \cdot \sigma$, $\alpha_c = c \cdot \sqrt{\sigma}/2(a+b) \cdot \sqrt{\pi \cdot \mu_0}$. Из (1) следует, что для магнитного потока $\Phi(t)$ выполняется следующая интегральная зависимость от сигнала $S(t)$:

$$\Phi(t) = \Phi_0 - \frac{1}{N} \cdot \int_0^t S(\tau) \cdot d\tau, \quad (21)$$

где $\Phi_0 = \Phi(0)$ – невозмущенный магнитный поток в цепи до начала взаимодействия модели с магнитным барьером. С помощью (21) уравнение (20) преобразуется к интегральному уравнению Вольтера 2-го рода:

$$S(t) + \frac{1}{\alpha_h} \cdot \int_0^t \left[\frac{\alpha_c}{\sqrt{t-\tau}} + R(t) \right] \cdot S(\tau) \cdot d\tau = \frac{N \cdot n \cdot I_0}{\alpha_h} \cdot \left[\frac{R(t)}{R_0} - 1 \right], \quad (22)$$

где $R_0 = R(0)$ – значение магнитного сопротивления рамки до начала деформации магнитного барьера моделью. Уравнение (22) описывает зависимость сигнала $S(t)$ от изменения магнитного сопротивления цепи $R(t)$ при пролете модели через измерительный зазор рамки с учетом индукционных токов в ее защитно-формирующей насадке. При известном режиме движения модели расчет сигнала сводится к совместному решению 3D-краевой задачи для магнитного поля в зазоре [6], уравнения для сигнала (22) и замыкающего интегрального выражения $R(t)$, определяемого с помощью (3).

Результаты расчетов

Задача по определению работы измерительных рамок датчика реализована в программном комплексе ANSYS [11] методом конечных элементов [12]. На рис. 5–9

представлены результаты расчетов для рамки датчика с магнитопроводом прямоугольного поперечного сечения $10 \times 15 \text{ мм}^2$, длиной 150 мм и магнитной проницаемостью $\mu = 50\mu_0$, где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума. Диаметр канала $D = 30 \text{ мм}$, МДС рамки $nI_0 = 100$ ампер-витков. Материал защитно-формирующей насадки – титановый сплав ВТ-6, толщина защитного слоя насадки $h = 2, 3, 5 \text{ мм}$, глубина паза под магнитопровод $c = 3, 4, 6 \text{ мм}$. Модели имеют форму сферы, цилиндра и цилиндра с полусферической головной частью («пуля»). Все модели имеют одинаковый объем 10.3 см^3 , равный объему сферической модели диаметром $d = 0.9D$. Диаметры цилиндрических частей моделей $0.7D$ и $0.9D$, скорость моделей $u = 2, 4, 8 \text{ км/с}$.

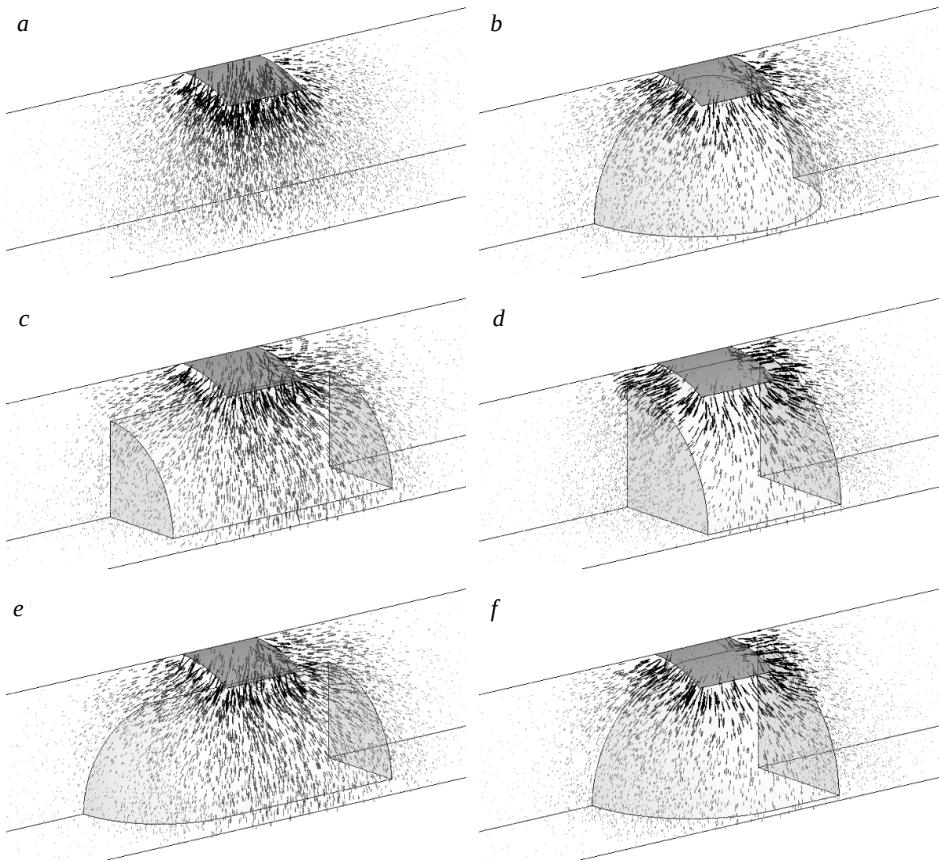


Рис. 5. Распределение магнитного поля в барьере при пролете моделей через среднее сечение рамки: невозмущенный магнитный барьер (а); сферическая модель диаметром $0.9D$ (b); цилиндрическая модель диаметром $0.7D$ (c); цилиндрическая модель диаметром $0.9D$ (d); «пуля» диаметром $0.7D$ (e); «пуля» диаметром $0.9D$ (f)

Fig. 5. Magnetic field distribution in the barrier during the projectile motion through a frame midsection: (a) undisturbed magnetic barrier, (b) spherical projectile with a diameter of $0.9D$, (c) cylindrical projectile with a diameter of $0.7D$, (d) cylindrical projectile with a diameter of $0.9D$, (e) bullet projectile with a diameter of $0.7D$, and (f) bullet projectile with a diameter of $0.9D$

На рис. 5 показаны распределения магнитного поля в измерительном зазоре рамки в невозмущенном состоянии и при максимальных деформациях магнитного барьера моделями различной формы. В силу симметрии на рисунках приведены четвертая часть объема чувствительности рамки и модели над верхней торцевой поверхностью магнитопровода.

Цилиндрическая модель $0.9D$ (см. рис. 5, *d*) деформирует магнитный барьер значительно сильнее, чем другие модели обоих диаметров, в основном за счет торцевых поверхностей. Наглядным интегральным критерием степени деформации магнитного барьера является магнитное сопротивление измерительного зазора рамки (3).

На рис. 6 приведены расчетные зависимости магнитного сопротивления измерительного зазора рамки $R_D(x)$ при различных положениях центра массы моделей.

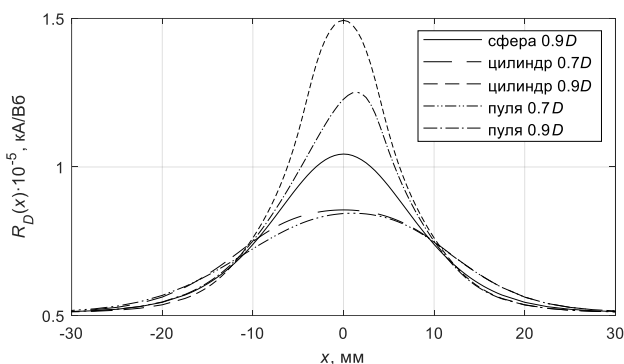


Рис. 6. Магнитное сопротивление зазора в зависимости от положения центра масс метаемого тела

Fig. 6. Gap reluctance as a function of the position of the projectile center of mass

Значение R_D минимально, когда модель находится вне «зоны чувствительности» рамки. Зависимости $R_D(x)$ симметричны относительно среднего сечения рамки за исключением «пули», форма которых не является продольно симметричной. При приближении модели к среднему сечению рамки магнитное сопротивление зазора растёт, а затем уменьшается до «невозмущенного» значения.

Результаты расчета на рис. 7 иллюстрируют влияние индукционных токов в защитных перемычках и пазах насадки на форму и величину сигнала рамки. Скорости цилиндрической модели диаметром $0.9D$ – 2 и 8 км/с. Толщина перемычек – 3 мм, глубина прямоугольных пазов – 4 мм.

При скорости модели 2 км/с влияние индукционных токов на сигнал относительно невелико в окрестности его максимального значения. При скорости 8 км/с индукционные токи существенно сильнее влияют на амплитуду и форму сигнала за счет четырехкратного увеличения скорости изменения магнитного потока в магнитной цепи рамки. В обоих случаях индукционные токи приводят к заметному «запаздыванию» сигнала, причем на его амплитуду в большей мере влияют индукционные токи в пазах насадки.

На рис. 8 построены сигналы для четырех моделей одинакового объема при трех скоростях пролета измерительной рамки – 2, 4 и 8 км/с. В расчетах толщина защитных перемычек в насадке – 3 мм, глубина пазов – 4 мм.

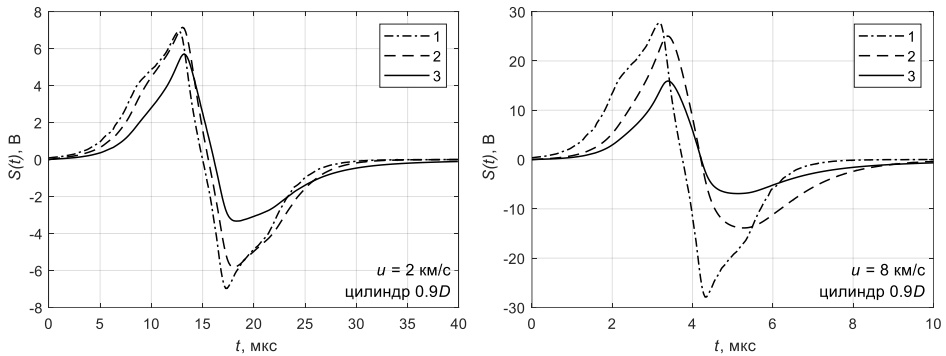


Рис. 7. Влияние индуктивных токов при различных скоростях модели:

1 – $I_c = 0$, $I_h = 0$; 2 – $I_c = 0$; 3 – с учетом I_c и I_h

Fig. 7. Effect of inductive currents at various projectile speeds:

(1) $I_c = 0$, $I_h = 0$, (2) $I_c = 0$, and (3) with account for I_c and I_h

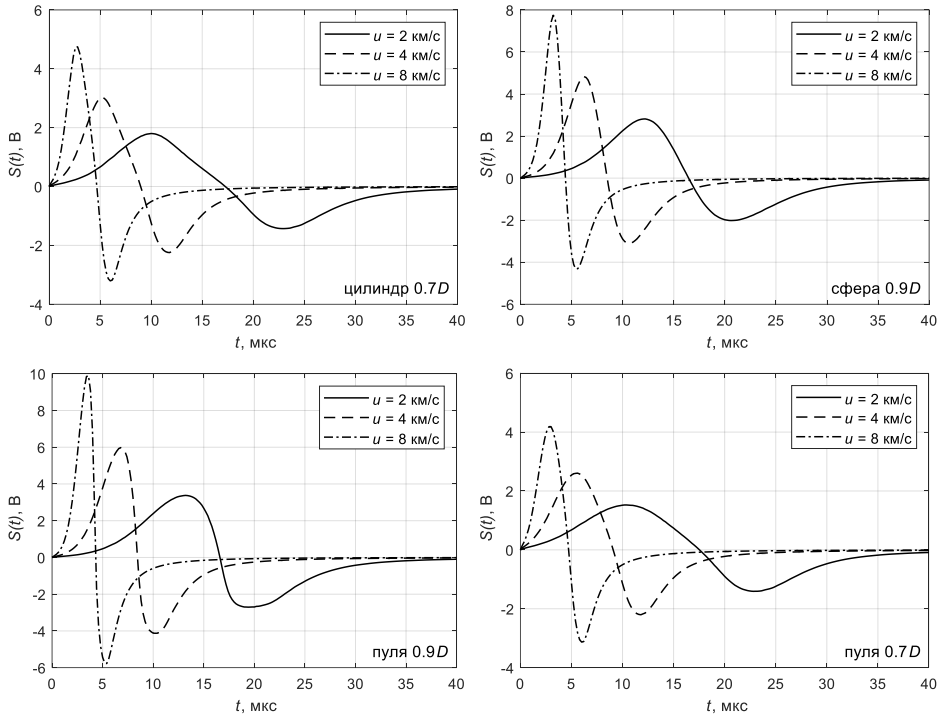


Рис. 8. Влияние скорости модели на сигнал для моделей различной формы и одинакового объема

Fig. 8. The projectile speed effect on a signal for the models of the same volume and different in shapes

Для каждой модели повышение скорости модели увеличивает амплитуду сигнала и уменьшает его длительность. Амплитуды сигналов у моделей с миловым сечением диаметром 0.9D в 1.5 ÷ 2 раза больше, чем у моделей с цилиндрической

частью диаметром $0.7D$, за счет более значительной деформации магнитного барьера рамки (см. рис. 5).

На рис. 9 приведены графики сигналов при различных значениях толщин защитных вставок h и глубины пазов c у формирующей насадки рамки при скорости 4 км/с цилиндрической модели $0.9D$.

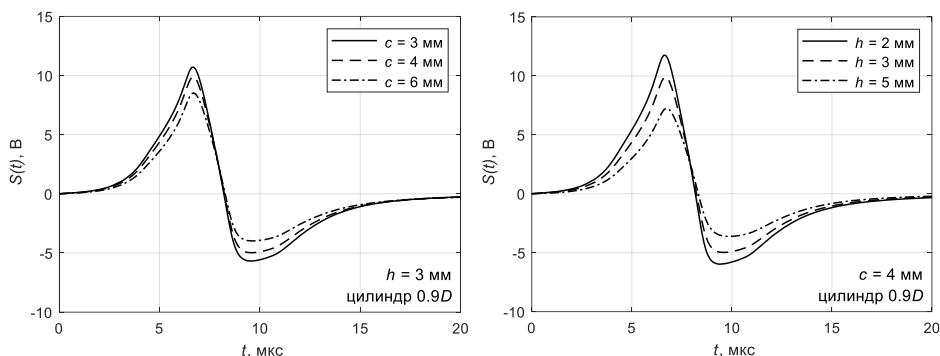


Рис. 9. Влияние толщины защитной перемычки h и глубины паза в насадке c на сигнал измерительной рамки датчика для цилиндра $0.9D$

Fig. 9. Effect of the protective diaphragm thickness h and the groove depth in the cap c on the measuring frame signal for a $0.9D$ cylinder

Большее влияние на сигнал оказывает величина параметра h . Увеличение толщины вставки в 2.5 раза – с 2 до 5 мм – приводит к снижению амплитуды сигнала на 41%. Поэтому толщину защитных вставок следует выбирать из условия их прочности при характерных давлениях рабочего газа в измерительном сечении канала. Увеличение глубины пазов в 2 раза – с 3 до 6 мм – снижает амплитуду сигнала на 19%. Индукционные токи в пазах можно существенно уменьшить с помощью экранирования соответствующего участка магнитопровода разомкнутым витком медной фольги.

Заключение

Разработана математическая модель работы внутривольного индукционного датчика скорости с использованием эффекта магнитного барьера. Модель учитывает 3D-взаимодействие метаемой электропроводной модели с магнитным барьером в измерительном зазоре рамки датчика, а также влияние индукционных токов в защитно-формирующей насадке. Проведены параметрические исследования сигналов при метании моделей различной формы в канале калибром 30 мм со скоростями от 2 до 8 км/с при различных значениях толщины защитной перемычки и глубины пазов насадки. Показано влияние индукционных токов на амплитуду и форму сигнала. Во всех рассмотренных вариантах работы датчиков данной конструкции амплитуды сигналов лежат в интервале от 5 до 15 В, что практически на порядок выше уровня возможных электрических помех в практике высокоскоростных баллистических исследований. Это позволяет применять датчики рассмотренного типа и в устройствах синхронизации для запуска регистрирующей аппаратуры и подключения дополнительных ступеней разгона модели.

Список источников

1. Синаев С.В. Датчик скорости для высокоскоростных метательных комплексов // Тезисы докладов Международной научно-технической конференции «Динамика систем, механизмов и машин». Омск, 1995. Омск : Омск. гос. техн. ун-т, 1995. Кн. 1. С. 54.
2. Kim H.K., Kang B.S., Kim J. Muzzle velocity estimation of an electromagnetic launcher using B-dot probe // International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics. 2019. V. 61 (4). P. 563–580. doi: 10.3233/JAE-190040
3. Сидоров А.Д., Корольков Л.В., Моисеев Д.М., Егоров А.Л., Дьячковский А.С. Измерение скорости в баллистическом эксперименте // Технические науки – от теории к практике : сб. ст. по материалам XLII междунар. науч.-техн. конф. Новосибирск : СибАК, 2015. № 1 (38). С. 111–120.
4. Комаровский Л.В. Метание свободных тел газовым потоком // Численные методы механики сплошной среды. 1976. Т. 7, № 6. С. 74–86.
5. Bagdanoff D.W., Knowlen C., Murakami D., Stronich I. Magnetic Detector for Projectiles in Tubes // AIAA Journal. 1990. V. 28 (11). P. 1942–1944. doi: 10.2514/3.10502
6. Синаев С.В., Киреева А.А. Однорамочный индукционный датчик мгновенной скорости модели в канале баллистической установки // Известия вузов. Физика. 2013. Т. 56, № 6/3. С. 69–71.
7. Механич А.А., Синаев С.В., Яцук А.А. 3D-взаимодействие электропроводного метаемого тела с магнитным барьером измерительной рамки внутривольного датчика скорости // Известия вузов. Физика. 2022. Т. 65, № 12. С. 9–14. doi: 10.17223/00213411/65/12/9
8. Иосель Ю.Я. Расчет потенциальных полей в энергетике. Л. : Энергия, 1978. 351 с.
9. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М. : Мир, 1972. 392 с.
10. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М. : Наука, 1964. 487 с.
11. Басов К.А. ANSYS : справочник пользователя. М. : ДМКПресс, 2014. 640 с.
12. Bathe K.J. Finite Element Procedures. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1996. 1037 p.

References

1. Sinyayev S.V. (1995) Datchik skorosti dlya vysokoskorostnykh metatel'nykh kompleksov [Speed sensor for high-speed throwing systems]. *Tezisy dokladov Mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii «Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin»*, Omsk: Omskiy gosudarstvennyy tekhnicheskiiy universitet. 1. pp. 54.
2. Kim H.K., Kang B.S., Kim J. (2019) Muzzle velocity estimation of an electromagnetic launcher using B-dot probe. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*. 61(4). pp. 563–580. doi: 10.3233/JAE-190040
3. Sidorov A.D., Korol'kov L.V., Moiseev D.M., Egorov A.L., D'yachkovskiy A.S. (2015) Izmerenie skorosti v ballisticheskom eksperimente [Velocity measurement in a ballistic experiment]. *Tekhnicheskie nauki – ot teorii k praktike: Sbornik statey po materialam XLII mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii*. Novosibirsk: SiBAK. 1(38). pp. 111–120.
4. Komarovskiy L.V. (1976) Metanie svobodnykh tel gazovym potokom [Throwing of free bodies by a gas stream]. *Chislennyye metody mekhaniki sploshnoy sredy*. 7(6). pp. 74–86.
5. Bagdanoff D.W., Knowlen C., Murakami D., Stronich I. (1990) Magnetic detector for projectiles in tubes. *AIAA Journal*. 28(11). pp. 1942–1944. doi: 10.2514/3.10502
6. Sinyayev S.V., Kireeva A.A. (2013) Odnoramochnyy induktsionnyy datchik mgnovennoy skorosti modeli v kanale ballisticheskoy ustanovki [Single-frame induction sensor of the instantaneous velocity of the model in the channel of the ballistic installation]. *Izvestiya VUZov. Fizika – Russian Physics Journal*. 56(6/3). pp. 69–71.
7. Mekhanich A.A., Sinyayev S.V., Yashchuk A.A. (2023) Three-dimensional modeling of electrically conductive projectile interacting with magnetic barrier of speed sensing frame. *Russian Physics Journal*. 65(12). pp. 2052–2057. doi: 10.1007/s11182-023-02870-y

8. Iossel Yu.Ya. (1978) *Raschet potentsial'nykh poley v energetike* [Calculation of potential fields in power industry]. Leningrad: Energiya.
9. Carslaw H.S., Jaeger J.C. (1959) *Conduction of Heat in Solids*. Oxford: Clarendon Press.
10. Knoepfel H. (1970) *Pulsed High Magnetic Fields*. Amsterdam – London: North-Holland Publishing Company.
11. Basov K.A. (2014) *ANSYS: Spravochnik pol'zovatelya* [ANSYS: user's guide]. Moscow: DMK Press.
12. Bathe K.J. (1996) *Finite Element Procedures*. New Jersey: Prentice-Hall.

Сведения об авторах:

Биматов Владимир Исмагилович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры динамики полета Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: vbimатов@mail.ru

Механич Алина Александровна – выпускница аспирантуры Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: kireeva_aa@mail.ru

Синяев Сергей Витальевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры динамики полета Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: ssv@niipmm.tsu.ru

Ящук Алексей Александрович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории оптимизации Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: rainbow@niipmm.tsu.ru

Information about the authors:

Bimатов Vladimir I. (Doctor of Physics and Mathematics, Assistant Professor, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: vbimатов@mail.ru

Mekhanich Alina A. (Tomsk, Russian Federation). E-mail: kireeva_aa@mail.ru

Sinyaev Sergey V. (Candidate of Physics and Mathematics, Assistant Professor, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: ssv@niipmm.tsu.ru

Yashchuk Aleksey A. (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: rainbow@niipmm.tsu.ru

Статья поступила в редакцию 31.05.2023; принята к публикации 10.10.2023

The article was submitted 31.05.2023; accepted for publication 10.10.2023