

Научная статья

УДК 521.1, 521.182

doi: 10.17223/19988621/85/8

## Влияние светового давления и эффекта Ярковского на резонансное поведение астероидов с малыми перигелийными расстояниями

Татьяна Юрьевна Галушина<sup>1</sup>, Оксана Никитична Летнер<sup>2</sup>,  
Ольга Михайловна Сюсина<sup>3</sup>

*<sup>1, 2, 3</sup> Томский государственный университет, Томск, Россия*

*<sup>1</sup> tatyana.galushina@mail.tsu.ru*

*<sup>2</sup> oksana.letner@gmail.com*

*<sup>3</sup> olga\_syusina@rambler.ru*

**Аннотация.** На примере трех объектов с малыми перигелийными расстояниями (3200 Phaethon, 394130 2006 HY51, 137924 2000 BD19) проведено исследование влияния эффекта Ярковского и светового давления на орбитальную эволюцию астероидов. Показано, что данные возмущающие ускорения оказывают незначительное влияние на поведение большой полуоси и характеристик орбитальных резонансов, приводя к изменению расстояния до планет и количества сближений астероидов с ними. Возмущения не влияют на интервал предсказуемости движения и поведение характеристик апсидально-нодальных резонансов.

**Ключевые слова:** астероиды с малыми перигелийными расстояниями, орбитальный резонанс, апсидально-нодальный резонанс, орбитальная эволюция

**Благодарности:** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-72-10022, <https://rscf.ru/en/project/19-72-10022/>

**Для цитирования:** Галушина Т.Ю., Летнер О.Н., Сюсина О.М. Влияние светового давления и эффекта Ярковского на резонансное поведение астероидов с малыми перигелийными расстояниями // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 85. С. 101–116. doi: 10.17223/19988621/85/8

Original article

## Influence of the solar radiation pressure and the Yarkovsky effect on the resonant behavior of asteroids with small perihelion distances

Tat'yana Yu. Galushina<sup>1</sup>, Oksana N. Letner<sup>2</sup>, Ol'ga M. Syusina<sup>3</sup>

*<sup>1, 2, 3</sup> Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation*

*<sup>1</sup> tatyana.galushina@mail.tsu.ru*

<sup>2</sup> oksana.letner@gmail.com

<sup>3</sup> olga\_syusina@rambler.ru

**Abstract.** In this paper, the impact of the Yarkovsky effect and solar radiation pressure on the resonant behavior of three asteroids with small perihelion distances (3200 Phaethon, 394130 2006 HY51, and 137924 2000 BD19) is studied. The corresponding physical parameters are determined to estimate the effect of the solar radiation pressure. The Yarkovsky effect and the solar radiation pressure effect are estimated by comparing the results of the orbital evolution of the asteroids with the main force model and the included estimated perturbation. The application of different force models shows that accounting for the Yarkovsky effect and solar radiation pressure has a slight impact on the evolution of the orbital elements of the asteroids while changing the semimajor axis behavior at the ends of the study interval. This impact changes the approaches of the asteroids to planets. It is revealed that the impact of the Yarkovsky effect is stronger than that of the solar radiation pressure. The evolution of the OMEGNO chaoticity parameter shows that the perturbations do not affect the predictability of the motion interval, but in some cases lead to deceleration or acceleration in growth of the parameter. The studied perturbations have no significant effect on the secular (apsidal-nodal) resonance characteristics due to a weak impact on the evolution of the orbital elements underlying their calculations.

**Keywords:** asteroids with small perihelion distances, mean-motion resonance, apsidal-nodal resonance, orbital evolution

**Acknowledgments:** This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 19-72-10022), <https://rscf.ru/en/project/19-72-10022/>

**For citation:** Galushina, T.Yu., Letner, O.N., Syusina, O.M. (2023) Influence of the solar radiation pressure and the Yarkovsky effect on the resonant behavior of asteroids with small perihelion distances. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 85. pp. 101–116. doi: 10.17223/19988621/85/8

## Введение

Резонансное взаимодействие астероидов с большими планетами считается одной из наиболее важных особенностей их динамики. В движении астероидов обычно рассматривают орбитальные, так называемые резонансы средних движений, и вековые резонансы. Орбитальный резонанс представляет собой соизмеримость средних движений астероида и планеты, которая является прямым следствием возникновения соизмеримости орбитальных периодов, а устойчивость формирующейся при этом геометрической конфигурации «астероид–планета» характеризует свойства резонанса. При устойчивой геометрической конфигурации астероид избегает сближений с планетой, и резонанс служит защитным механизмом от встречи с ней [1–3]. Проявление неустойчивости геометрической конфигурации повышает риск сближений астероида с соответствующей планетой, что способно значительным образом изменить элементы орбиты объекта и привести к сближениям с другими планетами, в том числе с Землей. Вековой резонанс возникает при соизмеримости скоростей прецессий орбит астероида и планеты, а устойчивость геометрической конфигурации характеризуется взаимным расположением орбит взаимодействующих тел. Важно отметить, что наложение

двух неустойчивых резонансов, будь то орбитальные или вековые, может привести к хаотичности в движении объектов.

В работе рассматриваются результаты исследования орбитальной эволюции некоторых астероидов, имеющих малые перигелийные расстояния ( $q \leq 0.15$  а.е.) и движущихся в окрестностях орбитальных и вековых резонансов с большими планетами. Исследование резонансных взаимодействий этих астероидов (орбитальных и вековых) с планетами – важная составляющая этапа построения их эволюции, так как в силу вытянутой формы своих орбит они потенциально способны взаимодействовать с большинством внутренних планет Солнечной системы [4–6]. Необходимо отметить, что на динамику астероидов с малыми перигелийными расстояниями при прохождении вблизи Солнца могут оказывать существенное влияние негравитационные возмущающие факторы, такие как эффект Ярковского (ЭЯ) [7, 8] и световое давление (СД). Неучет этих возмущений в модели сил в ряде случаев может привести к недостоверному прогнозу движения, в том числе к ошибочным оценкам вероятности столкновения. Поэтому в работе рассматривается динамика астероидов с учетом этих факторов и оценивается их влияние на эволюцию элементов орбит и характеристик выявленных резонансов. Данная работа является продолжением наших предыдущих исследований [9] и преследует цель получить ответ на вопрос, как влияют световое давление и эффект Ярковского на орбитальные и вековые резонансы: способствуют сохранению резонансных соотношений или же их разрушению.

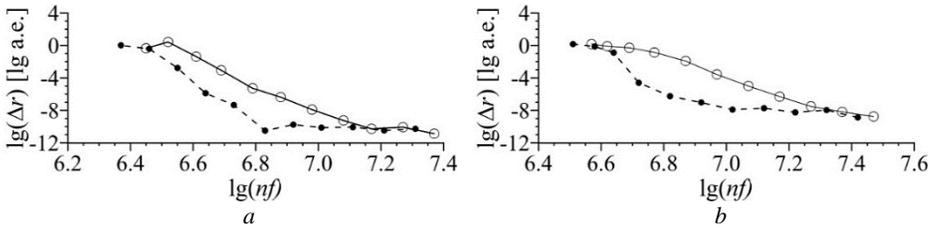
### Методика исследования

Ранее нами было проведено исследование влияния эффекта Ярковского на резонансные соотношения ряда астероидов с малыми перигелийными расстояниями [9] путем численного интегрирования уравнений их движения методом Гаусса–Эверхарта [10, 11] с использованием программного комплекса ИДА [12]. Для исследования резонансного поведения, в частности для оценки влияния на него слабых возмущающих воздействий, очень важна длительность интервала прогноза. Особенно большое значение данный фактор имеет при изучении вековых резонансов, поскольку они характеризуются длительными периодами либрации. Интервал исследования в работе [9] для большинства изучаемых объектов не превышал 10 тысяч лет. Для его увеличения необходимо повышение точности интегрирования, одним из возможных путей достижения которого является переход на более эффективный интегратор. Нами было принято решение применить недавно разработанный коллокационный интегратор Lobbie, основанный на разбиении Лобатто [13].

На рис. 1 представлены диаграммы «точность–быстродействие» для астероидов 394130 2006 NY51 (а) и 137924 2000 BD19 (б), полученные с использованием интегратора Гаусса–Эверхарта (сплошная линия) и Lobbie (пунктирная линия). Рассматривались интервалы времени (2011, –4200) и (2010, –6500) соответственно. Порядок метода во всех случаях составил 18, число итераций на шаге 2. Точность оценивалась путем сравнения с решением, полученным с меньшим значением параметра внутренней точности. В качестве меры быстродействия использовалось число перевычислений функций правых частей.

Из представленных на рис. 1 результатов видно, что даже при таком небольшом порядке заметен выигрыш в эффективности нового интегратора Lobbie. Его

использование позволило увеличить интервал интегрирования и исследовать резонансное поведение рассматриваемых объектов более детально.



**Рис. 1.** Диаграммы «точность–быстродействие» для астероидов 394130 2006 HY51 (а) и 137924 2000 BD19 (б) с использованием интегратора Гаусса–Эверхарта (сплошная линия) и Lobbie (пунктирная линия)

**Fig. 1.** Precision-speed diagrams for (a) 394130 2006 HY51 and (b) 137924 2000 BD19 asteroids using the Gauss-Everhart (the solid line) and Lobbie (the dashed line) methods

На первом этапе в процессе улучшения орбит астероидов формировались начальные данные для каждого состава возмущающих факторов. Основная модель сил включала в себя возмущения от всех больших планет, Плутона, Луны, релятивистских эффектов от Солнца и сжатия Солнца. Путем включения возмущения от эффекта Ярковского или от светового давления в процессе построения эволюции оценивалось влияние одного из факторов. Орбитальная эволюция исследуемых объектов строилась путем численного интегрирования уравнений их движения. Интервал времени подбирался индивидуально по результатам оценки точности интегрирования, которая не должна была превышать  $10^{-9}$  а.е. в координатах. В процессе исследования орбитальной эволюции астероидов выявлены сближения с большими планетами и получены оценки времени предсказуемости их движения с помощью параметра хаотичности OMEGNO (Orthogonal Mean Exponential Growth factor of Nearby Orbit) [14]. Помимо характеристик орбитального резонанса построена и проанализирована эволюция характеристик вековых резонансов с большими планетами.

Возникновение соизмеримости средних движений (орбитальный резонанс) оценивалось путем анализа поведения двух характеристик: резонансного (критического) аргумента  $\beta$

$$\beta = k\lambda - k'\lambda' - (k - k')\omega - (k - k')\Omega \quad (1)$$

и так называемой резонансной щели  $\alpha$  [15], представляющей собой первую производную по времени от  $\beta$ :

$$\alpha \approx kn - k'n'. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) используются следующие обозначения:  $\omega$ ,  $\Omega$  – аргумент перигелия и долгота восходящего узла орбиты астероида;  $n$ ,  $n'$  – средние движения астероида и планеты;  $\lambda$ ,  $\lambda'$  – средние долготы астероида и планеты соответственно;  $k$ ,  $k'$  – целые числа.

По поведению резонансных характеристик оценивался тип существующего резонанса (устойчивый или неустойчивый) или его отсутствие. Если критический аргумент колеблется около определенного центра с амплитудой строго меньше  $360^\circ$  (либрирует), а резонансная щель колеблется около нуля с небольшой ампли-

тудой, то резонанс определяется как устойчивый. Если же резонансный аргумент изменяется от 0 до  $360^\circ$ , то его поведение интерпретируется как циркуляция, а резонанс вовсе отсутствует. При смене либрации аргумента на циркуляцию и наоборот резонанс определяется как неустойчивый. Подробный алгоритм вычисления характеристик орбитального резонанса описан в работах [1, 2].

Поиск вековых (апсидально-нодальных) резонансов осуществлялся путем оценки поведения 20 резонансных соотношений  $\dot{\Psi}$  и соответствующих им аргументов  $\Psi$ . Рассмотрение апсидально-нодальных соотношений ограничивалось нами до шестого порядка включительно, подробное описание и математическое представление характеристик можно найти в работе [12]. Поведение резонансных характеристик оценивалось по аналогии с орбитальным резонансом.

Оценка влияния эффекта Ярковского и светового давления на резонансную динамику астероидов осуществлялась путем сравнения результатов эволюции резонансных характеристик при основной модели сил и с включением в нее соответствующего возмущения. Формирование начальных данных проводилось путем улучшения орбит астероидов методом наименьших квадратов при той же модели сил, что и расчет эволюции. Для учета эффекта Ярковского и светового давления использовались значения параметров из табл. 1, которая подробно описана ниже.

Исследование хаотичности с помощью параметра OMEGNO ( $\bar{Y}_\perp$ ) позволяет различить хаотические и регулярные орбиты и выявить среди регулярных траекторий периодические. Анализ поведения параметра OMEGNO со временем сводится к исследованию его значений относительно двух опорных точек:  $\bar{Y}_\perp = 2$  и  $\bar{Y}_\perp = 0$ . Для квазипериодических (регулярных) орбит  $\bar{Y}_\perp \rightarrow 2$ , причем если  $0 < \bar{Y}_\perp \leq 2$ , кривая подходит к опорному значению снизу, то траектория близка к устойчивой периодической орбите, а если сверху, то траектория близка к неустойчивой периодической орбите. Если  $\bar{Y}_\perp > 2$  и растет в среднем линейно, движение считается хаотическим. Для периодической орбиты, описываемой уравнениями гармонического осциллятора, а также для любой периодической орбиты, отличной от гармонического осциллятора,  $\bar{Y}_\perp = 0$  [14].

### Объекты исследования

С использованием интегратора Lobbie исследована орбитальная эволюция всех астероидов с малыми перигелийными расстояниями (60 объектов, известных на апрель 2023 г.) на расширенном интервале времени (0, 4 000) лет и обновлен перечень астероидов, движущихся в окрестности орбитальных резонансов с большими планетами [9]. Среди 60 исследуемых астероидов 33 движутся в окрестности орбитальных резонансов с одной или несколькими планетами одновременно. Всего было выявлено 50 соизмеримостей, 16 из которых являются устойчивыми. Как и в предыдущем исследовании [9], устойчивый резонанс 3/1 с Юпитером всегда сопровождается неустойчивым резонансом 1/4 с Землей.

Учет в модели сил негравитационных возмущений часто вызывает затруднения; в частности, для определения влияния светового давления и эффекта Ярковского необходимо знание физических параметров астероидов, которые неизвест-

ны для большинства из них. Одним из немногих исключений является астероид 3200 Phaethon [16, 17].

Для учета эффекта Ярковского нами используется значение трансверсального ускорения  $A_2$ , которое определяется в процессе улучшения орбит астероидов. Подробнее алгоритм определения параметра  $A_2$  можно найти в работе [9]. Вычисление светового давления требует знания диаметра  $D$ , массы  $m$  и альbedo  $A$ . Для получения адекватной оценки влияния этих двух факторов на орбитальную эволюцию астероидов необходимо исследовать динамику объектов с разными моделями сил: основной моделью, без включения этих двух возмущений и с включением отдельно каждого из них. Из рассматриваемых астероидов, движущихся в окрестности орбитальных резонансов, только для трех (3200 Phaethon, 394130 2006 HY51, 137924 2000 BD19) определены физические параметры для вычисления силы влияния светового давления, поэтому наше исследование ограничивается ими. В табл. 1 приведены значения абсолютной звездной величины  $H$ , физических параметров  $A$ ,  $D$ ,  $m$ , коэффициента  $A_2$  и ошибки его определения  $\delta A_2$ . Значения  $A_2$  и  $\delta A_2$ , представленные в таблице, были взяты из работы [9], диаметр  $D$  и альbedo  $A$  – с сайта NASA ([https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb\\_lookup.html#/](https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/)), массы  $m$  – с сайта <http://smallbodies.ru/ru/>.

Таблица 1

**Физические параметры и значения коэффициента эффекта Ярковского  $A_2$  для некоторых астероидов с малыми перигелийными расстояниями**

Астероиды	$H$	$A$	$D$ , км	$m$ , кг	$A_2$ , а.е./сут <sup>2</sup>	$\delta A_2$ , а.е./сут <sup>2</sup>
3200 Phaethon	14.3	0.107	6.25	$1.40 \cdot 10^{14}$	$-5.4 \cdot 10^{-15}$	$2.5 \cdot 10^{-15}$
137924 2000 BD19	17.2	0.247	0.97	$1.64 \cdot 10^{12}$	$4.9 \cdot 10^{-14}$	$9.7 \cdot 10^{-15}$
394130 2006 HY51	17.1	0.157	1.22	$1.94 \cdot 10^{12}$	$3.9 \cdot 10^{-14}$	$9.8 \cdot 10^{-14}$

Из табл. 1 видно, что исследуемые астероиды являются нумерованными и их орбиты достаточно хорошо определены. Для двух из них ошибки определения коэффициента Ярковского имеют тот же порядок, что и само значение, для астероида 137924 2000 BD19  $\delta A_2$  на половину порядка меньше самого  $A_2$ . Среди рассматриваемых астероидов самым массивным является 3200 Phaethon, – его диаметр примерно в 6 раз превышает таковой для других астероидов.

**Исследование динамики некоторых астероидов с малыми перигелийными расстояниями**

Построение орбитальной эволюции астероидов, как уже отмечалось в разделе, посвященном описанию методики, включает в себя два основных этапа: получение номинальной орбиты в процессе улучшения и ее последующее численное отображение во времени. Улучшение орбит астероидов выполнялось нами методом наименьших квадратов (МНК) по наблюдениям, взятым с сайта центра малых планет (The Minor Planet Center of the International Astronomical Union, <https://minorplanetcenter.net/>). В табл. 2 представлены результаты улучшения орбит для астероидов из табл. 1 с тремя наборами возмущений: 1 – основная модель, 2 – с включением в основную модель возмущения от светового давления и 3 – с включением параметра  $A_2$  как фактора, отвечающего за влияние эффекта

Ярковского. Приведены следующие параметры: число наблюдений  $N$  и интервал наблюдений  $\Delta t$  в сутках, начальная эпоха  $t_0$ , среднеквадратическая ошибка представления наблюдений  $\sigma$ , среднеквадратическая ошибка НК-оценок векторов положения  $\sigma(\mathbf{x}_0)$  и скорости  $\sigma(\mathbf{v}_0)$ .

Таблица 2

**Данные о наблюдениях и результатах улучшения орбит некоторых астероидов с малыми перигелийными расстояниями**

Астероид	$N$	$\Delta t$ , сут.	$t_0$	Модель	$\sigma$ , "	$\sigma(\mathbf{x}_0)$ , а.е.	$\sigma(\mathbf{v}_0)$ , а.е/сут
3200 Phaethon	6833	14 376	07.07.2013	1	0.445571	$2.534 \cdot 10^{-8}$	$3.247 \cdot 10^{-10}$
				2	0.445572	$2.534 \cdot 10^{-8}$	$3.247 \cdot 10^{-10}$
				3	0.446025	$2.535 \cdot 10^{-8}$	$3.249 \cdot 10^{-10}$
137924 2000 BD19	769	7 748	10.12.2010	1	0.552563	$9.457 \cdot 10^{-8}$	$1.767 \cdot 10^{-9}$
				2	0.552564	$9.457 \cdot 10^{-8}$	$1.767 \cdot 10^{-9}$
				3	0.542384	$9.418 \cdot 10^{-8}$	$1.760 \cdot 10^{-9}$
394130 2006 HY51	300	4 784	28.06.2011	1	0.403594	$6.026 \cdot 10^{-7}$	$6.678 \cdot 10^{-10}$
				2	0.403595	$6.026 \cdot 10^{-7}$	$6.678 \cdot 10^{-10}$
				3	0.403419	$6.024 \cdot 10^{-7}$	$6.675 \cdot 10^{-10}$

Из табл. 2 видно, что орбиты астероидов хорошо определены, они наблюдались на большой временной дуге, а среднеквадратические ошибки  $\sigma(\mathbf{x}_0)$  не превышают  $1 \cdot 10^{-6}$  а.е. Результаты улучшения орбит исследуемых объектов демонстрируют слабое влияние светового давления и эффекта Ярковского на процесс улучшения и формирование начальных данных, но следует отметить, что учет эффекта Ярковского в двух случаях (для астероидов 2006 HY51, 2000 BD19) приводит к уменьшению среднеквадратической ошибки представления наблюдений и размера начальной области. Для 3200 Phaethon учет негравитационных возмущений в процессе улучшения приводит к незначительному увеличению ошибок  $\sigma$  и начальной доверительной области. Описываемые изменения параметров улучшения наиболее заметны с моделью сил 3.

По результатам улучшения орбит исследуемых астероидов для каждого из них была сформирована номинальная орбита в виде двух векторов (положения и скорости) с тремя моделями сил: основной моделью, описанной в методике, и с добавлением в эту модель по отдельности возмущения от эффекта Ярковского или от светового давления. Путем сравнения результатов построения орбитальной эволюции номинальных частиц с основной моделью и с включенным возмущением оценивалось влияние описанных малых возмущений на движение астероидов.

Исследование орбитальной эволюции показало, что 137924 2000 BD19 и 3200 Phaethon движутся в окрестности орбитальных резонансов с Венерой с разной соизмеримостью средних движений астероида и планеты [9]. 137924 2000 BD19 практически на всем интервале исследования,  $(-7000, 5500)$  лет, находится в устойчивом резонансе  $3/4$  с Венерой, 3200 Phaethon движется в окрестности резонанса  $3/7$  с планетой, но испытывает всего несколько прохождений через значение точной соизмеримости даже на расширенном интервале времени  $(-4000, 16000)$  лет. Большую часть времени резонансная щель для Phaethon колеблется по одну сторону от точной соизмеримости, а критический аргумент циркулирует. Без учета эффекта Ярковского астероид движется в устойчивом резонансе на интервале

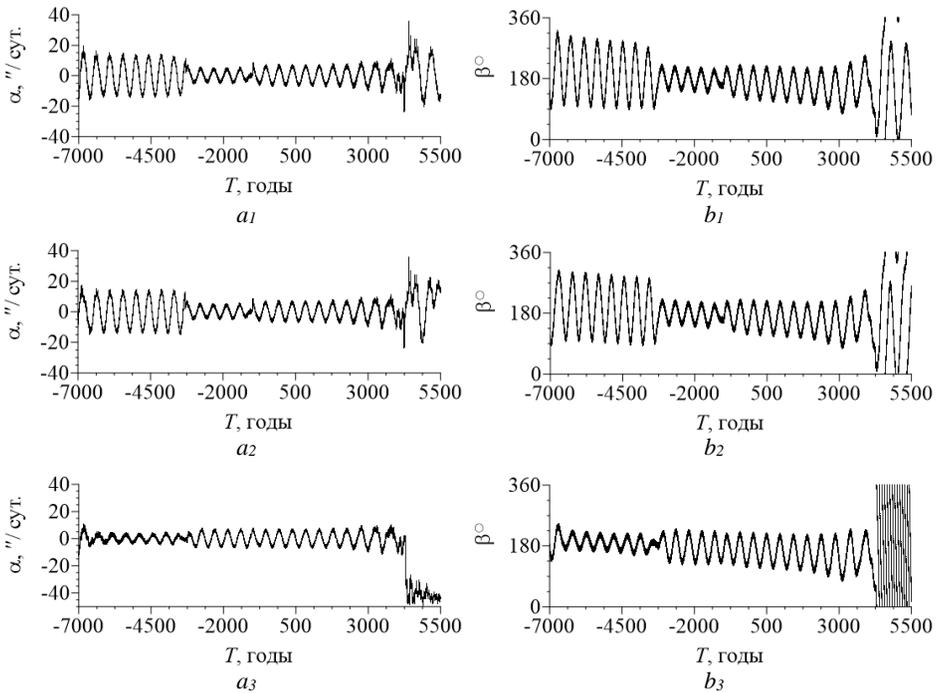
(–4000, –1500) лет, однако учет этого возмущающего фактора приводит к разрушению резонанса. Астероид 394130 2006 HY51 движется в окрестности резонансной области 7/1 с Сатурном, но, скорее всего, не захвачен в резонанс. Резонансная щель на интервале исследования принимает значения, не превышающие 20"/сут., периодически проходя через точную соизмеримость, но центр ее либрации смещен относительно нулевого значения. Критический аргумент в данном случае демонстрирует так называемую медленную циркуляцию.

Необходимо отметить, что ранее нами были исследованы вероятностные области движения астероидов 137924 2000 BD19 и 3200 Phaethon и получены оценки влияния эффекта Ярковского на поведение вероятностных областей. Подробно результаты исследования можно найти в работах [18, 19]. В текущем исследовании увеличен интервал интегрирования за счет использования интегратора Lobie, что позволило более детально оценить влияние светового давления и эффекта Ярковского на поведение резонансных характеристик.

Исследование влияния светового давления и эффекта Ярковского на динамику астероидов показало, что учет рассматриваемых негравитационных возмущающих факторов практически не оказывает влияния на эволюцию орбитальных элементов, лишь незначительно изменяя поведение большой полуоси на концах интервала интегрирования. Вследствие такого влияния возмущений изменяются количество сближений астероидов с большими планетами и расстояние до планет. Так как поведение резонансной щели напрямую зависит от большой полуоси, изменения коснулись и характеристик орбитального резонанса. Причем следует заметить, что световое давление меньше влияет на движение изучаемых астероидов, чем эффект Ярковского. Что касается влияния эффекта Ярковского и светового давления на характеристики апсидально-нодальных резонансов, важно, что в основе их вычисления лежат элементы, отвечающие за пространственное расположение орбит астероидов (долгота восходящего узла  $\Omega$  и аргумент перицентра  $\omega$ ). Так как эффект Ярковского и световое давление не оказывают существенного влияния на эволюцию аргумента перицентра и долготы восходящего узла, изменений в поведении вековых резонансных характеристик с разными моделями сил также не было выявлено.

В качестве примера приведем результаты построения орбитальной эволюции астероидов 137924 2000 BD19 и 394130 2006 HY51. На рис. 2, 3 для 2000 BD19 представлены графики эволюции характеристик орбитального резонанса 3/4 с Венерой  $\alpha$  (рис. 2,  $a_1, a_2, a_3$ ) и  $\beta$  (рис. 2,  $b_1, b_2, b_3$ ), сближения с Землей (рис. 3,  $a_1, a_2, a_3$ ) и эволюция параметра  $\bar{Y}_\perp$  (рис. 3,  $b_1, b_2, b_3$ ). Нумерация графиков соответствует использованию одной из моделей сил при исследовании: 1 – основная модель; 2 – основная модель с включенным возмущением от СД; 3 – основная модель с включенным возмущением от ЭЯ.

Из рис. 2 видно, что световое давление меньше влияет на эволюцию резонансных характеристик, чем эффект Ярковского. С учетом ЭЯ изменение большой полуоси приводит к изменению поведения резонансных характеристик  $\alpha$  и  $\beta$ : при интегрировании в прошлое уменьшается амплитуда колебаний  $\alpha$  и  $\beta$ , а при интегрировании в будущее в конце интервала либрация аргумента переходит в циркуляцию, а  $\alpha$  начинает колебаться по одну сторону от точной соизмеримости. Без учета эффекта Ярковского переход к циркуляции вызывает сомнение и, скорее, характеризует неустойчивость резонанса на этом промежутке времени.



**Рис. 2.** Эволюция резонансной щели  $\alpha$  ( $a_1, a_2, a_3$ ) и критического аргумента  $\beta$  ( $b_1, b_2, b_3$ ) для резонанса 3/4 астероида 137924 2000 BD19 с Венерой с основной моделью сил (1), с учетом светового давления (2) и с учетом эффекта Ярковского (3)

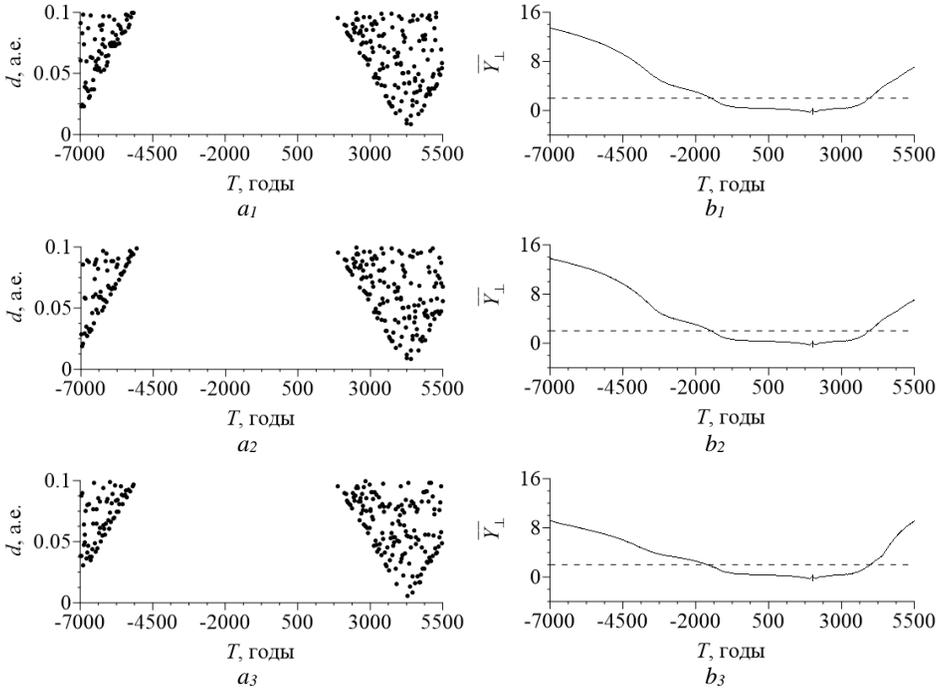
**Fig. 2.** Evolution of the resonant band  $\alpha$  ( $a_1, a_2, a_3$ ) and critical argument  $\beta$  ( $b_1, b_2, b_3$ ) for the mean-motion resonance 3:4 of the asteroid 137924 2000 BD19 with Venus: (1) with the main force model, (2) with account for the solar radiation pressure, and (3) with account for the Yarkovsky effect

Астероид 137924 2000 BD19 на интервале исследования испытывает сближения лишь с Землей и Меркурием. Устойчивое резонансное взаимодействие с Венерой защищает объект от сближений с планетой. Что касается влияния СД и ЭЯ на сближения с другими планетами, на примере сближений астероида с Землей видно, что изменяется расстояние до планет на концах интервала интегрирования (рис. 3,  $a_1, a_2, a_3$ ), что очевидно при изменениях поведения большой полуоси.

Оценки хаотичности орбиты астероида 137924 2000 BD19 с помощью параметра OMEGNO, полученные с разными моделями сил, показывают, что световое давление и эффект Ярковского не влияют на интервал предсказуемости движения астероида 137924 2000 BD19 (когда  $\bar{Y}_\perp \leq 2$ ), для всех трех случаев он составляет примерно 5 400 лет. За пределами этого интервала параметр OMEGNO растет в среднем линейно, и у орбиты астероида проявляются признаки хаотичности. Но следует отметить, что учет эффекта Ярковского приводит к уменьшению значений параметра в период его линейного роста.

Результаты построения орбитальной эволюции астероида 394130 2006 HY51 приведены на рис. 4, 5. Астероид 394130 в отличие от 137924 испытывает сближения с пятью планетами – от Меркурия до Юпитера. Реже всего астероид сближает-

ся с Марсом, а сближения с Венерой имеют схожее поведение, что и сближения с Землей. Расположение графиков имеет тот же порядок, что и для астероида 137924 2000 BD19.



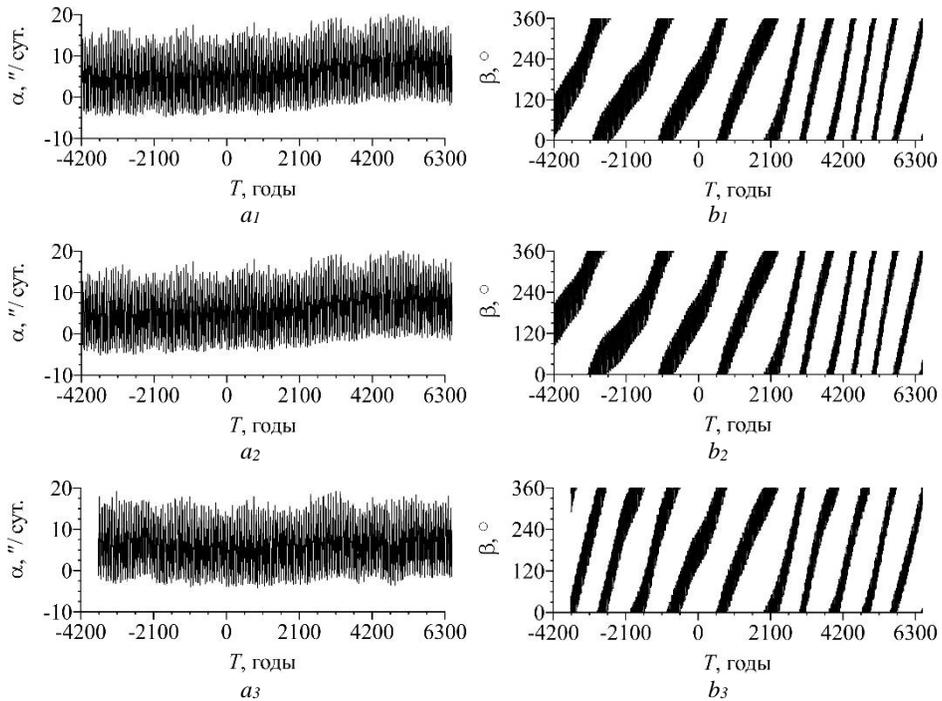
**Рис. 3.** Сближения астероида 137924 2000 BD19 с Землей ( $a_1, a_2, a_3$ ) и эволюция параметра OMEGNO  $\bar{Y}_\perp$  ( $b_1, b_2, b_3$ ) с основной моделью сил (1), с учетом светового давления (2) и с учетом эффекта Ярковского (3)

**Fig. 3.** Approach of the asteroid 137924 2000 BD19 to Earth ( $a_1, a_2, a_3$ ) and the evolution of the OMEGNO parameter  $\bar{Y}_\perp$  ( $b_1, b_2, b_3$ ): (1) with the main force model, (2) with account for the solar radiation pressure, and (3) with account for the Yarkovsky effect

Анализируя результаты построения орбитальной эволюции астероида 394130 2006 NY51 с тремя наборами возмущающих факторов, можно сделать вывод, что эффект Ярковского и световое давление практически не влияют на его динамику. Но если обратить внимание на поведение характеристик орбитального резонанса (см. рис. 4), то можно заметить, что с моделями сил 1 и 2 резонансная щель уходит дальше от точного резонанса в будущем и период циркуляции критического аргумента уменьшается. С учетом ЭЯ (модель сил 3) резонансная щель колеблется ближе к нулю, а период циркуляции  $\beta$  заметно медленнее уменьшается по сравнению с результатами при моделях сил 1 и 2. Кроме того, анализ сближений астероида с большими планетами показывает, что эффект Ярковского существенно меняет расстояние до планет (см. рис. 5). Астероид ближе подходит ко всем планетам, с которыми испытывает сближения на интервале исследования.

Эволюция параметра OMEGNO для 394130 2006 NY51 демонстрирует примерно одинаковое время предсказуемости движения астероида с разными моде-

лями сил, около 4200 лет (см. рис. 5,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ). Так как с учетом эффекта Ярковского объект теснее сближается с планетами, что особенно очевидно при интегрировании в прошлое, параметр  $\bar{Y}_\perp$  растет быстрее и принимает большие значения по сравнению с моделями 1 и 2. При интегрировании в будущее с учетом ЭЯ  $\bar{Y}_\perp$  растет медленнее, чем с основной моделью сил и с учетом СД, тем не менее для всех трех случаев признаки хаотичности проявляются в обоих направлениях.

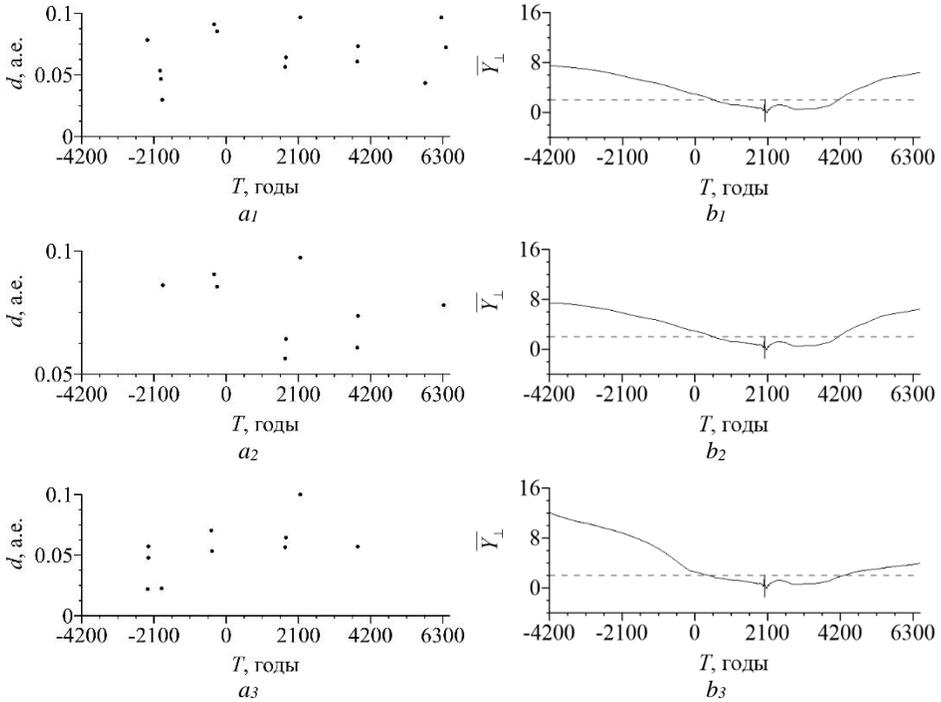


**Рис. 4.** Эволюция резонансной щели  $\alpha$  ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ) и критического аргумента  $\beta$  ( $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ) для резонанса 7/1 астероида 394130 2006 NY51 с Сатурном с основной моделью сил (1), с учетом светового давления (2) и с учетом эффекта Ярковского (3)

**Fig. 4.** Evolution of the resonant band  $\alpha$  ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ) and critical argument  $\beta$  ( $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ) for the mean-motion resonance 7:1 of the asteroid 394130 2006 NY51 with Saturn: (1) with the main force model, (2) with account for the solar radiation pressure, and (3) with account for the Yarkovsky effect

Эффект Ярковского и световое давление, как уже упоминалось выше, не оказывают существенного влияния на эволюцию характеристик апсидально-нодальных резонансов. Полученные результаты не вызывают сомнения, так как учет как ЭЯ, так и СД приводит в основном к изменению поведения большой полуоси  $a$  и мало влияет на долготу восходящего узла  $\Omega$  и аргумент перигелия  $\omega$ . В данной работе демонстрируется поведение двух апсидально-нодальных резонансов для астероида 394130 2006 NY51, интервал исследования динамики которого оказался достаточным для классификации поведения критического аргумента  $\Psi$  на цирку-

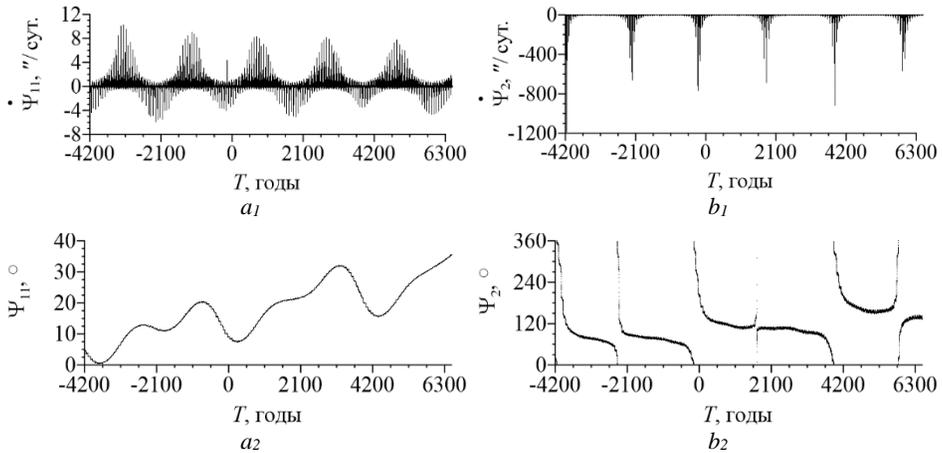
ляцию и либрацию. На всем интервале интегрирования с основной моделью обнаружено 4 резонансных взаимодействия из 20 исследуемых со всеми большими планетами, остальные резонансы отсутствуют. В качестве примера на рис. 6 для астероида 2006 НУ51 приводится эволюция резонансных характеристик при взаимодействии с орбитой Сатурна.



**Рис. 5.** Сближения астероида 394130 2006 НУ51 с Землей ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ) и эволюция параметра OMEGNO  $\bar{Y}_\perp$  ( $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ) с основной моделью сил (1), с учетом светового давления (2) и с учетом эффекта Ярковского (3)

**Fig. 5.** Approach of the asteroid 394130 2006 NY51 to Earth ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ) and the evolution of the OMEGNO parameter  $\bar{Y}_\perp$  ( $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ): (1) with the main force model, (2) with account for the solar radiation pressure, and (3) with account for the Yarkovsky effect

В качестве примера устойчивого резонанса на рис. 6 продемонстрирована эволюция соотношения  $\dot{\Psi}_{11} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_6) + \dot{\omega}$  ( $a_1$ ) и соответствующего ему резонансного аргумента ( $b_1$ ). Видно, что  $\dot{\Psi}_{11}$  колеблется около нуля с небольшой амплитудой, а аргумент  $\Psi_{11}$  либрирует на рассматриваемом интервале времени. На графиках ( $a_2$ ,  $b_2$ ) представлена эволюция соотношения  $\dot{\Psi}_2 = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_6) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_6$  и резонансного аргумента, демонстрирующие пример отсутствия резонанса. В данном случае аргумент  $\Psi_2$  циркулирует, а соотношение  $\dot{\Psi}_2$  колеблется по одну сторону от точной соизмеримости с большой амплитудой. Здесь  $\omega'_6$ ,  $\Omega'_6$  – аргумент перигелия и долгота восходящего узла орбиты Сатурна.



**Рис. 6.** Эволюция характеристик апсидально-нодальных резонансов  $\dot{\Psi}_{11}$ ,  $\Psi_{11}$  ( $a_1$ ,  $b_1$ ) и  $\dot{\Psi}_2$ ,  $\Psi_2$  ( $a_2$ ,  $b_2$ ) при взаимодействии астероида 394130 2006 HY51 с Сатурном

**Fig. 6.** Evolution of characteristics of the apsidal-nodal resonances  $\dot{\Psi}_{11}$ ,  $\Psi_{11}$  ( $a_1$ ,  $b_1$ ) and  $\dot{\Psi}_2$ ,  $\Psi_2$  ( $a_2$ ,  $b_2$ ) during the interaction of the asteroid 394130 2006 HY51 and Saturn

### Заключение

Исследовано влияние светового давления и эффекта Ярковского на резонансное поведение астероидов с малыми перигелийными расстояниями. Среди 33 объектов этого класса, которые движутся в окрестности орбитальных резонансов с одной или несколькими планетами одновременно, под рассмотрение попали всего три астероида (3200 Phaethon, 394130 2006 HY51, 137924 2000 BD19), так как только для них известны физические параметры, позволяющие адекватно оценить влияние светового давления на их движение. Для этих астероидов была построена орбитальная эволюция с тремя моделями сил: основной моделью без включения негравитационных возмущений от ЭЯ и СД и с добавлением в основную модель одного из факторов. Путем сравнения результатов эволюции номинальных орбит астероидов с основной моделью и с включенным возмущением оценивалось влияние СД и ЭЯ на их динамику. Выявлены сближения астероидов с большими планетами и получены оценки времени предсказуемости их движения с помощью параметра хаотичности OMEGNO. Помимо характеристик орбитального резонанса построена и проанализирована эволюция характеристик вековых резонансов с планетами.

Среди рассмотренных астероидов два (137924 2000 BD19 и 3200 Phaethon) движутся в окрестности орбитальных резонансов с Венерой с разной соизмеримостью средних движений астероида и планеты. Астероид 137924 2000 BD19 находится в устойчивом резонансе 3/4 с Венерой. Астероид 3200 Phaethon движется в окрестности резонанса 3/7 с планетой, но на интервале исследования испытывает всего несколько прохождений через точный резонанс. Астероид 394130 2006 HY51 движется в окрестности резонансной области 7/1 с Сатурном, но, скорее всего, не захвачен в резонанс, так как резонансная щель колеблется с не-

большой амплитудой, периодически проходя через точную соизмеримость, однако центр ее либрации смещен относительно нулевого значения, а критический аргумент медленно циркулирует.

Исследование с разными моделями сил показало, что учет светового давления и эффекта Ярковского практически не оказывает влияния на эволюцию орбитальных элементов астероидов, изменяя поведение большой полуоси лишь на концах интервала интегрирования. Вследствие такого влияния возмущений изменяются количество сближений астероидов с большими планетами и расстояние до них. Причем световое давление влияет заметно меньше, нежели эффект Ярковского. Эволюция параметра OMEGNO с учетом одного из факторов показала, что данные возмущения не влияют на интервал предсказуемости движения, но в некоторых случаях учет одного из возмущений приводит к замедлению или же к ускорению роста параметра вследствие изменения количества сближений и расстояния до планет.

Что касается оценки влияния эффекта Ярковского и светового давления на характеристики вековых (апсидально-нодальных) резонансов, изменений в поведении их характеристик не было отмечено, так как исследуемые возмущающие факторы не оказывают существенного влияния на эволюцию элементов орбит, лежащих в основе вычисления этих характеристик (долгота восходящего узла  $\Omega$  и аргумент перигея  $\omega$ ).

#### Список источников

1. *Мюррей К., Дермотт С.* Динамика Солнечной системы. М. : Физматлит, 2009. 588 с.
2. *Nesvorny D., Ferraz-Mello S., Holman M., Morbidelli A.* Regular and Chaotic Dynamics in the Mean-Motion Resonances: Implications for the Structure and Evolution of the Asteroid Belt // *Asteroids III* / eds. W.F. Bottke, A. Cellino, P. Paolicchi, R.P. Binzel. Tucson : University of Arizona Press, 2003. P. 379–394.
3. *Li M., Huang Y., Gong Sh.* Assessing the risk of potentially hazardous asteroids through mean motion resonances analyses // *Astrophysics and Space Science*. 2019. V. 364, is. 5. Art. 78. 12 pp.
4. *Емельяненко В.В.* Астероиды, сближающиеся с Солнцем // *Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы*. 2017. Т. 51, № 1. С. 67–71. doi: 10.1134/S0038094616060010
5. *Toliou A., Granvik M.* Dynamical evolution of near-Earth objects // *Europlanet Science Congress*. 2020. 21 Sept. – 9 Oct. 2020. EPSC2020-1104. 2020. doi: 10.5194/epsc2020-1104
6. *Devyatkin A.V., Gorshanov D.L., Petrova S.N., Martyusheva A.A., L'vov V.N., Tsekmeister S.D.* Astrometry and photometry of potentially hazardous asteroid (276033) 2002 AJ129 // *Planetary and Space Science*. 2022. V. 213. Art. 105427.
7. *Farnocchia D. et al.* Near-Earth Asteroids with measurable Yarkovsky effect // *Icarus*. 2013. V. 224, is. 1. P. 1–13.
8. *Панасенко А.И., Чернетенко Ю.А.* Моделирование влияния эффекта Ярковского на движение астероидов // *Труды ИПА РАН*. 2014. № 31. С. 59–65.
9. *Галушина Т.Ю., Летнер О.Н., Сюсина О.М., Ниганова Е.Н.* Влияние эффекта Ярковского на орбитальные резонансы астероидов с малыми перигелийными расстояниями // *Известия вузов. Физика*. 2022. Т. 65, № 5 (774). С. 105–112. doi: 10.1007/s11182-022-02709-y
10. *Everhart E.* An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings // *Dynamics of comets: their origin and evolution* // *Proc. 83rd IAU Colloq. Rome, 11–15 June 1984* / eds. A. Carusi, G.B. Valsecchi. Dordrecht : D. Reidel Publ. Co., 1985. P. 185–202.

11. *Авдюшев В.А.* Интегратор Гаусса–Эверхарта // Вычислительные технологии. 2010. Т. 15, № 4. С. 31–46.
12. *Galushina T.Yu., Letner O.N.* Modified version of IDA software and its application to the study of the motion of asteroid 2007 PR10 // *Astronomical and Astrophysical Transactions*. 2021. V. 32, is.4. P. 355–370.
13. *Авдюшев В.А.* Коллокационный интегратор Lobbie в задачах орбитальной динамики // *Астрономический вестник*. 2022. Т. 56, № 1. С. 36–46.
14. *Шефер В.А., Коксин А.М.* Вычисление показателей хаотичности орбит, основанных на касательных векторах: применение к ограниченной задаче трех тел // *Известия вузов. Физика*. 2013. Т. 56, № 6/3. С. 256–258.
15. *Гребеников Е.А., Рябов Ю.А.* Резонансы и малые знаменатели в небесной механике. М.: Наука, 1978. 128 с.
16. *Hanuš J., Vokrouhlický D., Delbo' M., Farnocchia D., Polishook D. Pravec P., Hor-noch K., Kučáková H., Kušnirák P., Stephens R., Warner B.* (3200) Phaethon: Bulk density from Yarkovsky drift detection // *Astronomy & Astrophysics*. 2018. V. 620. Art. L8. 8 p.
17. *Greenberg A.H., Margot J.-L., Verma A.K., Taylor P.A., Hodge S.E.* Yarkovsky Drift Detections for 247 Near-Earth Asteroids // *The Astronomical Journal*. 2020. V. 159. Art. 92. 21 p.
18. *Letner O.N., Galushina T.Y.* Motion features of the asteroid 137924 2000 BD19 // *Planetary and Space Science*. 2020. V. 181. Art. 104818.
19. *Galushina T.Y., Letner O.N., Niganova E.N.* Notes on force models for near-Sun asteroids // *Planetary and Space Science*. 2021. V. 202. Art. 105232.

## References

1. Murray C.D., Dermott S.F. (2000) *Solar System Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press.
2. Nesvorný D., Ferraz-Mello S., Holman M., Morbidelli A. (2003) *Regular and Chaotic Dynamics in the Mean-Motion Resonances: Implications for the Structure and Evolution of the Asteroid Belt*. Tucson: University of Arizona Press. pp. 379–394.
3. Li M., Huang Y., Gong Sh. (2019) Assessing the risk of potentially hazardous asteroids through mean motion resonances analyses. *Astrophysics and Space Science*. 364(5). doi: 10.1007/s10509-019-3557-5
4. Emel'yanenko V.V. (2017) Near-sun asteroids. *Solar System Research*. 51(1). pp. 59–63. doi: 10.1134/S0038094616060010
5. Toliou A., Granvik M. (2020) Dynamical evolution of near-Earth objects. *Europlanet Science Congress 2020, online, Sept. 21 – Oct. 9, 2020, EPSC2020-1104*. doi: 10.5194/epsc2020-1104
6. Devyatkin A.V., Gorshanov D.L., Petrova S.N., Martyusheva A.A., L'vov V.N., Tsekmeister S.D. (2022) Astrometry and photometry of potentially hazardous asteroid (276033) 2002 AJ129. *Planetary and Space Science*. 213. Article 105427. doi: 10.1016/j.pss.2022.105427
7. Farnocchia D., Chesley S.R., Vokrouhlický D., Milani A., Spoto F., Bottke W.F. (2013) Near-Earth asteroids with measurable Yarkovsky effect. *Icarus*. 224(1). pp. 1–13. doi: 10.1016/j.icarus.2013.02.004
8. Panasenko A.I., Chernetenko Yu.A. (2014) Modelirovanie vliyaniya effekta Yarkovskogo na dvizhenie asteroidov [Modeling the influence of the Yarkovsky effect on the motion of asteroids]. *Trudy IPA RAN – Transactions of the Institute of Applied Astronomy RAS*. 31. pp. 59–65.
9. Galushina T.Yu., Letner O.N., Syusina O.M., Niganova E.N. (2022) Influence of the Yarkovsky effect on mean motion resonances of asteroids with small perihelion distances. *Russian Physics Journal*. 65(5). pp. 878–885. doi: 10.1007/s11182-022-02709-y
10. Everhart E. (1985) An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings. *Dynamics of Comets: Their Origin and Evolution. Proceedings of the 83rd IAU Colloq. Rome, June 11–15, 1984. D. Reidel Publishing Company*. pp. 185–202.

11. Avdyushev V.A. (2010) Integrator Gaussa–Everkharta [Gauss–Everhart integrator]. *Vychislitel'nye tekhnologii – Computational Technologies*. 15(4). pp. 31–46.
12. Galushina T.Yu., Letner O.N. (2021) Modified version of IDA software and its application to the study of the motion of asteroid 2007 PR10. *Astronomical and Astrophysical Transactions*. 32(4). pp. 355–370. doi: 10.17184/eac.5653
13. Avdyushev V.A. (2022) Collocation integrator Lobbie in orbital dynamics problems. *Solar System Research*. 56(1). pp. 32–42. doi: 10.31857/S0320930X22010017
14. Shefer V.A., Koxsin A.M. (2013) Vychislenie pokazateley khaotichnosti orbit, osnovannykh na kasatel'nykh vektorakh: primenenie k ogranichennoy zadache trekh tel [Calculation of orbital randomness indices based on tangent vectors: application to the constrained three-body problem]. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Fizika – Russian Physics Journal*. 56(6/3). pp. 256–258.
15. Grebenikov E.A., Ryabov Yu.A. (1978) *Rezonansy i малыe znamenateli v nebesnoy mekhanike* [Resonances and small denominators in celestial mechanics]. Moscow: Nauka.
16. Hanuš J., Vokrouhlický D., Delbo' M., Farnocchia D., Polishook D., Pravec P., Hor-noch K., Kučáková H., Kušnirák P., Stephens R., Warner B. (2018) (3200) Phaethon: Bulk density from Yarkovsky drift detection. *Astronomy & Astrophysics*. 620. Article L8. pp. 1–8. doi: 10.1051/0004-6361/201834228
17. Greenberg A.H., Margot J.-L., Verma A.K., Taylor P.A., Hodge S.E. (2020) Yarkovsky drift detections for 247 near-Earth asteroids. *The Astronomical Journal*. 159(3). Article 92. pp. 1–21. doi: 10.3847/1538-3881/ab62a3
18. Letner O.N., Galushina T.Y. (2020) Motion features of the asteroid 137924 2000 BD19. *Planetary and Space Science*. 181. Article 104818. doi: 10.1016/j.pss.2019.104818
19. Galushina T.Yu., Letner O.N., Niganova E.N. (2021) Notes on force models for near-Sun asteroids. *Planetary and Space Science*. 202. Article 105232. doi: 10.1016/j.pss.2021.105232

**Сведения об авторах:**

**Галушина Татьяна Юрьевна** – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией 57 Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: tatyana.galushina@mail.tsu.ru

**Летнер Оксана Никитична** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории 57 Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: oksana.letner@gmail.com

**Сюсина Ольга Михайловна** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории 57 Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: olga\_syusina@rambler.ru

**Information about the authors:**

**Galushina Tat'yana Yu.** (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: tatyana.galushina@mail.tsu.ru

**Letner Oksana N.** (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: oksana.letner@gmail.com

**Syusina Ol'ga M.** (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: olga\_syusina@rambler.ru

*Статья поступила в редакцию 27.04.2023; принята к публикации 10.10.2023*

*The article was submitted 27.04.2023; accepted for publication 10.10.2023*