

Научная статья

УДК 539.379 + 539.383

doi: 10.17223/19988621/85/11

Моделирование неоднородной деформации пористой керамики с использованием гауссовых случайных полей

Валентина Алексеевна Зимина

*Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения РАН,
Томск, Россия, miva@ispms.ru*

Аннотация. Численно проанализировано неоднородное распределение деформации в образцах пористой керамики при диаметральной сжатии на основе стохастического представления структуры материала. Модели структуры основаны на вероятностном описании механических свойств керамики с применением гауссовых случайных полей. Численное моделирование выполнено для циркониевой керамики с пористостью 4 и 42%. Показано, что деформация локализуется в виде полос разного размера, расположенных под углом около 45° к оси нагружения. Применение данного подхода позволило получить различные типы неоднородного распределения деформаций, а также контролировать размеры областей локализации.

Ключевые слова: неоднородная случайная структура, пористая керамика, диаметральной сжатие, стохастическое моделирование, гауссовы случайные поля, неоднородность деформации, численное моделирование

Благодарности: Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, проект FWRW-2022-0003.

Для цитирования: Зимина В.А. Моделирование неоднородной деформации пористой керамики с использованием гауссовых случайных полей // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 85. С. 132–145. doi: 10.17223/19988621/85/11

Original article

Modeling of inhomogeneous deformation of porous ceramics using gaussian random fields

Valentina A. Zimina

*Institute of Strength Physics and Materials Science of the Siberian Branch of RAS,
Tomsk, Russian Federation, miva@ispms.ru*

Abstract. In this paper, the inhomogeneous distribution of strain in porous ceramic specimens under diametral compression is numerically analyzed using a stochastic representation of the material structure. Models of the structure of porous ceramics are based on a

probabilistic description of mechanical properties of ceramics using Gaussian random fields. Numerical simulation is performed for zirconium ceramics with porosities of 4 and 42 %. In the framework of the modeling method used, different porosities of ceramics are taken into account in terms of effective mechanical properties and parameters of the covariance matrix of a random Gaussian field. The simulation of the diametral compression of porous ceramic specimens is carried out in a two-dimensional formulation under plane-strain conditions. The loading is set in the upper and lower parts of the specimen near the central vertical axis through the velocities of the selected nodes. Distributions of the strain tensor components for the studied specimens are analyzed, and their evolution in the central part of the specimens is studied in detail. It is shown that the strain is localized in the form of bands of different sizes and intensities inclined at an angle of approximately 45° to the loading axis. The difference in the strain distributions for the specimens with various porosities in the performed calculations is a result of different models of the inhomogeneous structure. The specimen with a porosity of 4 % is characterized by a greater number of heterogeneous regions of smaller size compared with a specimen with a porosity of 42 %. The proposed method of describing the material structure allows one to obtain various types of inhomogeneous strain distributions under diametral compression, as well as to control the size of heterogeneous regions in the strain distributions.

Keywords: inhomogeneous random structure, porous ceramics, diametral compression test, stochastic modeling, Gaussian random fields, strain inhomogeneity, numerical modeling

Acknowledgments: This work was performed according to the Government research assignment for ISPMS SB RAS (project No. FWRW-2022-0003).

For citation: Zimina, V.A. (2023) Modeling of inhomogeneous deformation of porous ceramics using gaussian random fields. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 85. pp. 132–145. doi: 10.17223/19988621/85/11

Введение

Структурно-неоднородные материалы, состоящие из двух и более различных фаз, широко применяются в различных отраслях промышленности. Типичными примерами таких материалов являются композиты, пористые материалы, сплавы, бетоны, грунты и горные породы. Хорошо известно, что в этих материалах присутствуют неоднородности (на микромасштабе), которые оказывают значительное влияние на их свойства и механическое поведение. Поэтому при выполнении анализа механического поведения и разрушения структурно-неоднородных материалов важно учитывать вклад каждого компонента структуры и их взаимодействия в эффективные упругие и прочностные характеристики этих материалов, а также получаемое в результате этого неоднородное распределение напряжений и деформаций в них под нагрузкой.

Особый интерес вызывают растягивающие нагрузки, которые более опасны для хрупких материалов. Из-за природы таких материалов прямые испытания на растяжение для них становятся невозможными из-за трудностей с их реализацией (при захвате образца нагружающим устройством возникает концентрация напряжений, которая приводит к преждевременному разрушению образцов в захватах). Поэтому для измерения прочности на растяжение хрупких материалов применя-

ют косвенные методы, например метод экспериментального исследования, известный как бразильский тест, или диаметральное сжатие [1, 2].

Огромное количество статей посвящено численному и экспериментальному исследованию различных аспектов, касающихся условий использования бразильского теста для разных материалов. Метод диаметральное сжатия был изначально предложен для измерения прочности на растяжение бетона – хрупкого гетерогенного материала, подобного горным породам [3, 4]. При исследовании структурно-неоднородных материалов важно понимать, как влияют неоднородности материала, испытываемого в условиях бразильского теста, на выполняемость условий этого теста. В ряде работ экспериментальными и численными исследованиями подтверждается, что неоднородность среды не является препятствием для применения метода диаметральное сжатия к структурно-неоднородным материалам [5–7].

Также в ряде публикаций авторы интересуются вопросом, действительно ли трещина зарождается в центре диска в условиях диаметральное сжатия, и как на это влияют форма образца, соотношение толщины диска к его диаметру, способ приложения нагрузки, форма контакта и материал нагружающих оснасток [6–11]. Влияние способа приложения нагрузки изучено в работе [8]. Авторы методом конечных элементов исследовали поведение образца, нагруженного диаметральное сжатием с помощью толкателей, имеющих три различные геометрии и изготовленных из различных материалов. Авторы работы [6], используя метод конечных элементов, численно изучили процессы деформации и разрушения бразильского диска из неоднородной горной породы в статических и динамических условиях нагружения. Неоднородность образца рассматривали в предположении, что свойства материала в конечных элементах соответствуют распределению Вейбулла. Было показано, что при динамическом нагружении в горной породе образуется больше трещин по сравнению с статическим нагружением. В работе [9] представлены испытания на диаметральное сжатие для определения прочности на растяжение и сжатие чугуновых образцов с различным отношением толщины к диаметру. Были исследованы образцы двух типов чугуна: с чешуйчатым графитом и сферoidalным графитом. Показано, что испытания на диаметральное сжатие для оценки прочности при растяжении могут быть применены при любом рассмотренном отношении толщины к диаметру образцов из чугуна с чешуйчатым графитом и только при более низких значениях отношения толщины к диаметру образцов из чугуна со сферoidalным графитом. Авторы работы [10] провели испытания образцов из оксида алюминия и карбида кремния при различной скорости деформации и показали, как скорость деформации влияет на значения прочности при растяжении. В работе [7] рассматривалось влияние неоднородности и анизотропии сланцевой породы на значения ее механических свойств и распространение трещин в образцах. Чтобы учесть анизотропию при численном моделировании, прочностные свойства образцов были заданы как пространственно случайные поля.

За последние несколько десятилетий были разработаны различные методы описания неоднородной структуры материалов (моделирования неоднородностей). Одним из распространенных направлений в микромеханике материалов со случайной структурой являются методы статистической механики. Для этого используются различные функции распределения случайных величин и методы теории

случайных полей. У многих природных и искусственно созданных материалов микроструктура является стохастической (имеет вероятностную природу) и фактически может быть представлена как случайное поле [12, 13], которое описывает случайность в характеристиках плотности, местоположения, размера и формы неоднородности. Стохастическая реконструкция микроструктуры является эффективным и экономичным способом генерирования структуры образцов гетерогенных материалов с использованием ограниченной информации об их микроструктуре [14–16].

Среди наиболее часто используемых методов восстановления гетерогенных микроструктур выделяют метод стохастической оптимизации [12, 16] и метод гауссова случайного поля [17–19]. По сравнению с другими широко используемыми распределениями распределение Гаусса обладает тем преимуществом, что подбор данных осуществляется достаточно просто и гибко за счет управления средним значением и дисперсией. Кроме того, распределение Гаусса обладает хорошо зарекомендовавшими себя свойствами и средствами для компьютерного моделирования, например с помощью пакетов R, Matlab и других разработанных программ, которые могут легко генерировать гауссовы случайные величины и поля.

Следует отметить, что к настоящему времени большое количество как экспериментальных, так и численных работ посвящено исследованию связи между структурой и особенностями механического поведения разнообразных материалов при различных типах механических нагрузок [20–25]. Однако особенности развития деформационных процессов в пористых материалах исследованы недостаточно полно.

В данной работе представлены примеры построения стохастических моделей пористой керамики на основе гауссовых случайных полей и их использования для моделирования неоднородного распределения деформации в образцах пористой керамики на основе диоксида циркония при диаметральной сжатии. Модели основаны на стохастическом описании неоднородного распределения упругих свойств керамики.

Постановка задачи и методы моделирования

Моделирование механического поведения пористой циркониевой керамики в условиях диаметрального сжатия выполнялось в рамках механики сплошных сред с помощью метода конечных разностей [26, 27]. Согласно данному подходу система уравнений механики деформируемого твердого тела включает основные законы сохранения и определяющие соотношения.

Законы сохранения массы и количества движения при лагранжевом описании движения среды имеют вид:

$$\rho_0 V_0 = \rho V, \quad \rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x^j},$$

где ρ_0 и ρ – начальное и текущее значения плотности материала; V_0 и V – начальное и текущее значения бесконечно малого объема среды; v_i – компонента вектора скорости перемещений; x^j – пространственная координата; σ_{ij} – компонента тензора истинных напряжений Коши; $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – компонента тензора скорости дефор-

мации; использовалась плоская постановка задачи, поэтому $i, j = 1, 2$. Поскольку используется модель баротропной среды, то закон сохранения энергии не рассматривался.

В систему уравнений входят также геометрические соотношения:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right), \quad \dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right),$$

где $\dot{\omega}_{ij}$ – компонента тензора скорости вращения, а точка сверху символов обозначает материальную производную по времени. Законы сохранения и геометрические соотношения записаны в декартовой системе координат.

Тензор напряжений записан как сумма шаровой (давление P) и девиаторной (s_{ij}) частей: $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + s_{ij}$, где δ_{ij} – символ Кронекера.

Описание упругого отклика материала выполнялось с использованием соотношений гипотезы для изотропной среды:

$$\dot{P} = -K\dot{\theta}, \quad \dot{s}_{ij} = 2G \left[\dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\dot{\theta}\delta_{ij} \right] + \dot{\omega}_{ik}s_{kj} - s_{ik}\dot{\omega}_{kj},$$

где K – модуль объемной упругости; $\theta = \varepsilon_{ii}$ – объемная деформация; G – модуль сдвига, $\dot{\omega}_{ik}s_{kj} - s_{ik}\dot{\omega}_{kj}$ – поправка на поворот.

Предполагается, что структура материала является неоднородной, т.е. упругие модули – функции пространственных координат. Для пористой циркониевой керамики основными элементами неоднородности структуры являются поры и зерна. Кроме того, исследуемая керамика может содержать моноклинную и тетрагональную фазы с различными физико-механическими свойствами. Для задания неоднородной структуры материала были использованы случайные гауссовы поля – случайные функции двух пространственных переменных. Такой подход является универсальным и в последнее время активно используется при моделировании в разных научных областях. Параметры случайных гауссовых полей можно увязать с особенностями поровой структуры (размеры, форма, связность / изолированность), которые ответственны за образование тех или иных картин неоднородного распределения деформаций. Многомерное гауссово поле \mathbf{x} характеризуется вектором математических ожиданий $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_d)^T$ и ковариационной матрицей $\boldsymbol{\Sigma} = (\sigma_{ij})$, а его плотность вероятности имеет следующий вид:

$$p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \exp \left(-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right).$$

Здесь d – размерность вектора случайных величин (поля), т.е. в нашем случае $d = 2$, размерность матрицы $\boldsymbol{\Sigma}$ равна $d \times d$, а ее элементы Σ_{ij} полностью определяют свойства случайного поля.

Неоднородность структуры пористой керамики моделировалась путем изменения упругих свойств (модуля объемной упругости и модуля сдвига) в разных точках расчетной области в соответствии со следующим законом:

$$K = K_0 + (f - 0.5)\Delta K, \quad G = G_0 + (f - 0.5)\Delta G,$$

где $f(x, y)$ – нормированное случайное поле, изменяющееся от 0 до 1, а ΔK и ΔG – некоторые параметры, задающие возможный разброс соответствующих упругих характеристик в пределах моделируемого образца.

Величины ΔK и ΔG составляли 12.5% от значения соответствующих модулей. Для выполнения моделирования гауссовы случайные поля были сгенерированы с использованием функции `RMstable` из библиотеки `RandomFields`, реализующей гауссово случайное поле в программном пакете R [28]. Используя эту функцию, можно независимо от размеров расчетной сетки ввести параметр масштаба, а также параметр, характеризующий анизотропию случайного поля. Таким образом, размер неоднородности получается управляемым, а его расположение в пространстве остается случайным.

На рис. 1 представлены примеры моделей структуры исследуемых образцов, сгенерированные с помощью гауссовых случайных полей в программном комплексе R. В этих статистических моделях случайные величины (элементы случайного поля) пространственно скоррелированы в соответствии с выбранными параметрами ковариационной матрицы. Параметры статистической модели подбирались таким образом, чтобы описать образование горизонтально вытянутых эллиптических областей, наблюдаемых в полях неоднородной деформации пористой керамики в экспериментах [29, 30].

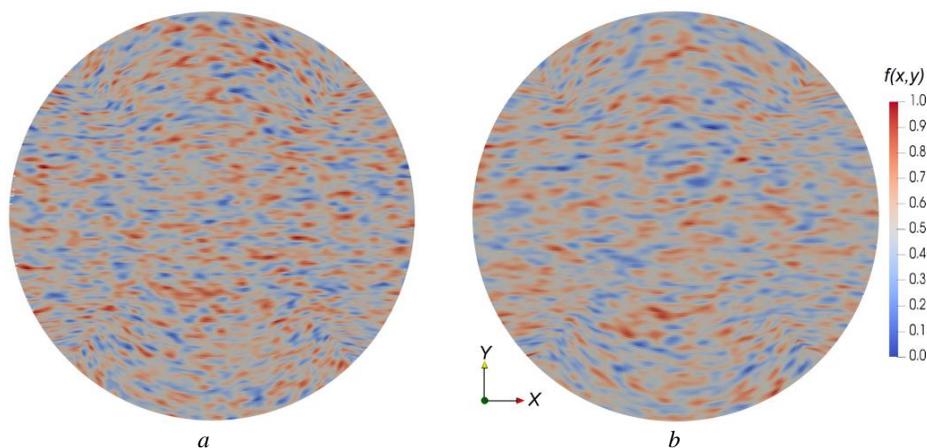


Рис. 1. Реализации гауссовых случайных полей, моделирующих неоднородность упругих свойств в образцах с разной пористостью: 4% (a) и 42% (b)

Fig. 1. Realization of Gaussian random fields modeling the inhomogeneity of elastic properties in specimens of various porosities: (a) 4 and (b) 42%

Исследование механического поведения в условиях бразильского теста выполнялось для образцов циркониевой керамики диаметром 30 мм с разной пористостью: $\Pi = 4$ и $\Pi = 42\%$. В рамках принятого метода моделирования разная пористость керамики была учтена через ее эффективные механические свойства и параметры корреляционной матрицы случайного гауссова поля.

Моделирование диаметрального сжатия образцов пористой керамики проводилось в двумерной постановке в условиях плоской деформации. Дискретизация области моделирования была выполнена структурированной криволинейной сеткой, состоящей из 40 000 четырехугольных ячеек с размером вычислительной ячейки около 150 мкм. В верхней и нижней частях образца вблизи центральной вертикальной оси задавалось нагружение образца через значения скорости вы-

бранных точек. Для обработки и графического представления результатов моделирования применялась программа Paraview [31].

Результаты моделирования и их обсуждение

Проанализированы картины распределения компоненты тензора деформации ε_{xx} для исследуемых образцов (рис. 2), а также подробно изучена их эволюция в центральной части образцов (прямоугольная область на рис. 2; 10×6.5 мм). Видно, что распределения компоненты тензора деформации являются неоднородными и максимальные значения деформации наблюдаются в местах приложения нагрузки, а также в местах, соответствующих ячейкам расчетной сетки с ослабленными упругими свойствами. Следует отметить, что в зависимости от значения пористости в исследуемых образцах наблюдаются разные картины распределения деформации. Несмотря на выраженную горизонтально ориентированную анизотропию случайного поля, заметную на рис. 1, на распределениях деформаций выделяются полосы локализованной деформации с наклоном около 45° к оси нагружения. Причем для образцов с пористостью 42% эти направления более выражены.

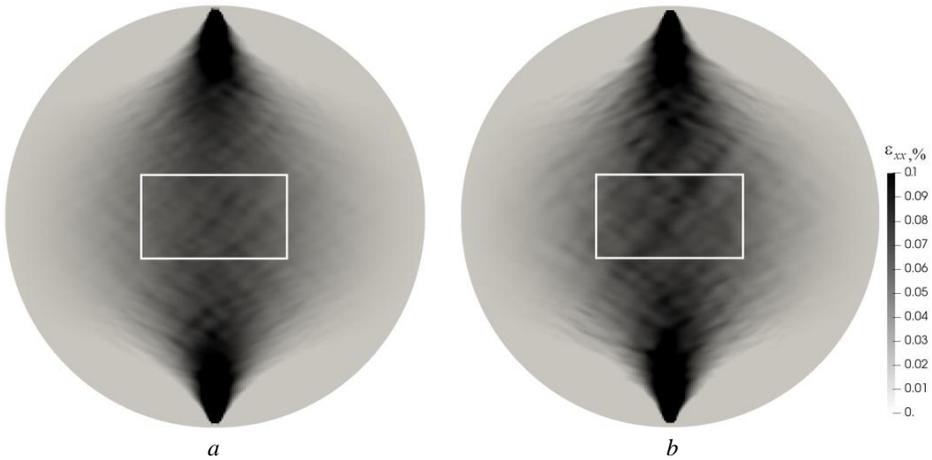


Рис. 2. Распределение компоненты тензора деформации ε_{xx} в образцах с разной пористостью: 4%(a) и 42 % (b)
Fig. 2. Distribution of the strain tensor component ε_{xx} in specimens of various porosities: (a) 4 and (b) 42%

На рис. 3 представлена эволюция неоднородного распределения деформаций на разных этапах деформирования (зарождение деформации, распространение и предразрушение). В образце с пористостью 4% на этапе зарождения деформации наблюдается формирование неоднородных полей локальных деформаций в виде отдельных хаотично расположенных очагов локализации деформации (см. рис. 3, a). С ростом нагрузки очаги локальной деформации увеличиваются за счет увеличения значений локальных деформаций в них, а также становятся более выраженными другие очаги. На картинах распределения локальных деформаций наблю-

даются увеличение площади, занимаемой локализованной деформацией, и рост разброса значений деформаций.

Для образца с пористостью 42% наблюдаются иные картины распределения деформации. На начальном этапе (см. рис. 3, *d*) формируется полоса локализованной деформации, расположенная под углом 45° к оси нагружения в центральной части анализируемой области. С ростом нагрузки значения деформаций увеличиваются, что влечет за собой появление выраженных очагов локализации деформации с формированием сопряженных полос на представленных картинах распределения, а также увеличивается область, занимаемая очагами локализованной деформации.

Полученные картины распределения неоднородных полей деформаций качественно согласуются с наблюдаемыми в экспериментах, представленными в работе [29].

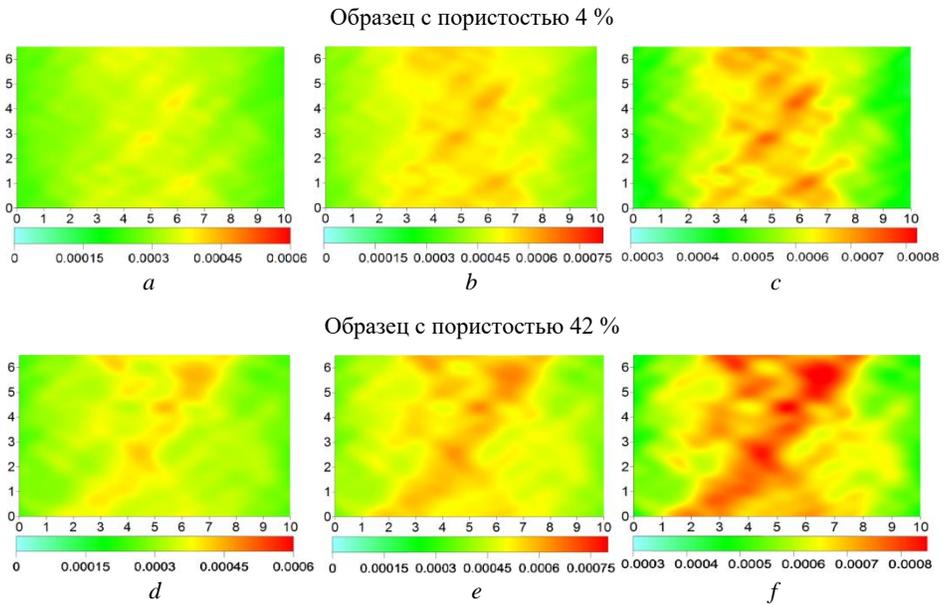


Рис. 3. Распределение компоненты тензора деформации ε_{xx} в центральной части неоднородных образцов в последовательные моменты процесса деформирования: зарождение деформаций (*a, d*), распространение (*b, e*) и предразрушение (*c, f*)

Fig. 3. Distribution of the strain tensor component ε_{xx} in the central part of inhomogeneous specimens at successive moments of deformation: (*a, d*) generation of deformations, (*b, e*) propagation, and (*c, f*) pre-fracture

Природа образования полос локализации под углом $\approx 45^\circ$ к оси нагружения, весьма вероятно, связана со сдвиговыми напряжениями. Это хорошо проявляется в распределениях сдвиговой деформации. На рис. 4 показаны картины распределения сдвиговой компоненты тензора деформации ε_{xy} в образце с пористостью 42%, а также в его центральной части. Наблюдаемая симметрия в распределениях деформаций на рис. 4, *a, b* обусловлена круговой формой образца. Видно, что в центре образца преобладают положительные значения сдвиговой компоненты

тензора деформации. Именно для них наиболее ярко выражена полоса, расположенная под углом $\approx 45^\circ$ к оси нагружения (см. рис. 4, *c*).

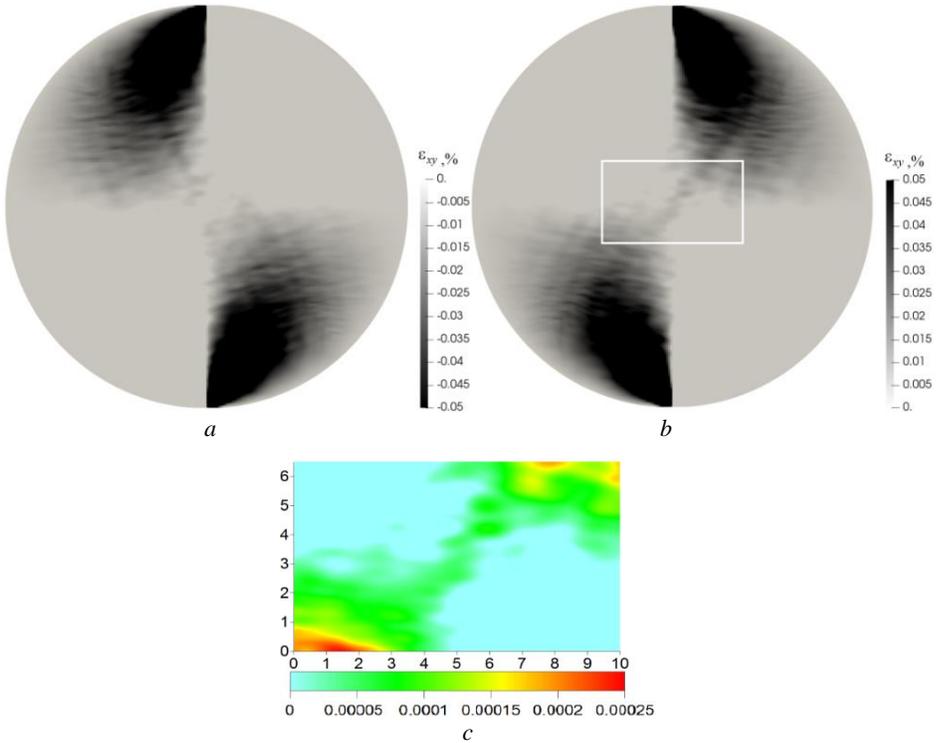


Рис. 4. Распределение сдвиговой компоненты тензора деформации ϵ_{xy} в образце с пористостью 42%: отрицательные значения (*a*), положительные значения (*b*) и положительные значения в центральной части образца (*c*)

Fig. 4. Distribution of the shear component of the strain tensor ϵ_{xy} in a specimen with porosity 42%: (*a*) negative values, (*b*) positive values, and (*c*) positive values in the central part of the specimen

Различие в распределениях деформации для образцов с разной пористостью в выполненных расчетах обусловлено разными моделями неоднородной структуры. Как видно из рис. 1 для образца с пористостью 4% характерно большее количество областей неоднородности с меньшим размером по сравнению с образцом с $\Pi = 42\%$. Предложенный подход для задания неоднородной структуры пористых керамик с использованием случайных гауссовых полей позволяет получать модели неоднородной структуры с разной формой и размерами характерных элементов этой структуры. Варьирование параметров случайного гауссового поля позволяет получать широкий диапазон моделей структуры, среди которых можно выбрать наиболее близкие к реальным структурам материалов, а следовательно, и увеличить корреляцию между экспериментальными и численными результатами по изучению распределения неоднородной деформации. Это является задачей для будущих исследований.

Заключение

В работе численно с использованием метода конечных разностей исследовано распределение неоднородной деформации в пористой циркониевой керамике при диаметральной сжатии. Моделирование неоднородной структуры исследуемой керамики выполнено с помощью гауссова случайного поля путем изменения упругих свойств в разных точках расчетной области. Представленный способ описания неоднородности структуры в образцах привел к развитию неоднородных полей деформаций разной степени и масштаба неоднородности, отличающихся в зависимости от значений пористости. Показано, что деформация локализуется в виде полос, расположенных под углом 45° к оси нагружения. Полученные картины распределения неоднородных полей деформаций качественно согласуются с представленными в работе [29] экспериментальными данными. Для лучшего совпадения результатов моделирования с экспериментом необходимо более точно воспроизвести неоднородность конкретного образца, поскольку, как известно, эта неоднородность отличается от образца к образцу. А именно, регулируя размеры и степень анизотропии областей корреляции гауссовых случайных полей, можно улучшать соответствие результатов моделирования с экспериментальными данными. В результате проведенного моделирования сделан вывод о том, что учет неоднородности свойств в образце с помощью стохастического метода позволяет получить неоднородность распределения деформаций, соответствующую экспериментальным данным.

Список источников

1. ГОСТ 21153.3–85. Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном растяжении, М. : Изд-во стандартов, 1986. 14 с.
2. ASTM D3967–08. Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Intact Rock Core Specimens. West Conshohocken, PA : ASTM International, 2008. 4 p.
3. *Abdullah R., Tsutsumi T., Amin M.F.M., Rashid A.S.A., Khalfalla F.A.I., Ahmed U.A., Shahrin I.* Evolution on deformation behaviour of Brazilian test under different contact area using particle image velocimetry and finite element modeling // *Measurement*. 2020. V. 159. Art. 107796. doi: 10.1016/j.measurement.2020.107796
4. *Abshirini M., Soltani N., Marashizadeh P.* On the mode I fracture analysis of cracked Brazilian disc using a digital image correlation method // *Optics and Lasers in Engineering*. 2016. V. 78. P. 99–105. doi: 10.1016/j.optlaseng.2015.10.006
5. *Kundu S., Stroisz A., Pradhan S.* A simple discrete-element-model of Brazilian test // *The European Physical Journal B*. 2016. V. 89. P. 130-1–130-7. doi: 10.1140/epjb/e2016-60915-y
6. *Zhu W.C., Tang C.A.* Numerical simulation of Brazilian disk rock failure under static and dynamic loading // *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. 2006. V. 43. P. 236–252. doi: 10.1016/j.ijrmms.2005.06.008
7. *Mousavi Nezhad M., Fisher Q.J., Gironacci E., Rezanian M.* Experimental study and numerical modeling of fracture propagation in shale rocks during Brazilian disk test // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2018. V. 51. P. 1755–1775. doi: 10.1007/s00603-018-1429-x
8. *Jadaan O.M., Wereszczak A.A.* Effective Size Analysis of the Diametral Compression (Brazil) Test Specimen. Report ORNL-TM-2009/100. Oak Ridge, TN : Oak Ridge National Laboratory, 2009. 39 p.
9. *Reddy S., Mukunda P.G., Aithal K., Shetty P.B.* Strength evaluation of flake and spheroidal graphite cast irons using diametral compression test // *Journal of Materials Research and Technology*. 2017. V. 6 (1). P. 96–100. doi: 10.1016/j.jmrt.2016.09.005

10. *Gálvez F., Rodríguez J., Sánchez V.* Tensile strength measurements of ceramic materials at high rates of strain // *Journal de Physique IV Proceedings, EDP Sciences.* 1997. V. 07 (C3). P. C3-151–C3-156. doi: 10.1051/jp4:1997328
11. *Bouali M.F., Bouassida M.* Numerical Simulation of the effect of loading angle on initial cracks position point: Application to the Brazilian test // *Applied Sciences.* 2021. V. 11 (8). P. 3573-1–3573-21. doi: 10.3390/app11083573
12. *Torquato S.* *Random Heterogeneous Materials: Microstructures and Macroscopic Properties.* New York : Springer, 2002. 724 p.
13. *Rahman S.* A random field model for generating synthetic microstructures of functionally graded materials // *The International Journal for Numerical Methods in Engineering.* 2008. V. 76, is. 7. P. 972–993. doi: 10.1002/nme.2340
14. *Yeong C.L.Y., Torquato S.* Reconstructing random media // *Physical Review E.* 1998. V. 57 (1). P. 495–506. doi: 10.1103/PhysRevE.57.495
15. *Sahimia M., Tahmasebib P.* Reconstruction, optimization, and design of heterogeneous materials and media: Basic principles, computational algorithms, and applications // *Physics Reports.* 2021. V. 939. P. 1–82. doi: 10.1016/j.physrep.2021.09.003
16. *Bochenek B., Pyrz R.* Reconstruction of random microstructures – A stochastic optimization problem // *Computational Materials Science.* 2004. V. 31 (1). P. 93–112. doi: 10.1016/j.commatsci.2004.01.038
17. *Quiblier J.A.* A new three-dimensional modeling technique for studying porous media // *Journal of Colloid and Interface Science.* 1984. V. 98 (1). P. 84–102. doi: 10.1016/0021-9797(84)90481-8
18. *Feng J., Li C., Cen S., Owen D.* Statistical reconstruction of two-phase random media // *Computers & Structures.* 2014. V. 137. P. 78–92. doi: 10.1016/j.compstruc.2013.03.019
19. *Feng J., Cen S., Li C., Owen D.* Statistical reconstruction and Karhunen–Loève expansion for multiphase random media // *The International Journal for Numerical Methods in Engineering.* 2016. V. 105 (1). P. 3–32. doi: 10.1002/nme.4957
20. *Севостьянова И.Н., Саблина Т.Ю., Бурлаченко А.Г., Кульков С.Н.* Механика деформирования и разрушения композита WC-(Fe-Mn-C) при осевом сжатии // *Физическая мезомеханика.* 2021. Т. 24, № 6. С. 50–57. doi: 10.24412/1683-805X-2021-6-50-57
21. *Скрипняк В.В., Иохим К.В., Скрипняк В.А.* Локализация пластической деформации технически чистого титана в сложном напряженном состоянии при высокоскоростном растяжении // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика.* 2021. № 70. С. 89–102. doi: 10.17223/19988621/70/8
22. *Ташкинов М.А., Шалимов А.С.* Моделирование влияния микромасштабных морфологических параметров на деформационное поведение пористых материалов с металлической матрицей // *Физическая мезомеханика.* 2021. Т. 24, № 5. С. 130–137. doi: 10.24412/1683-805X-2021-5-130-137
23. *Бакеев Р.А., Макаров П.В., Перишкин А.Ю., Промахов В.В., Жуков А.С., Климова-Корсик О.Г.* Экспериментальное и численное изучение механических свойств и особенностей деформирования и разрушения металлокерамического композита TiNi–TiV₂, полученного методом прямого лазерного выращивания // *Физическая мезомеханика.* 2018. Т. 21, № 5. С. 56–66. doi: 10.24411/1683-805X-2018-15006
24. *Анисимова М.А., Князева А.Г.* Оценка напряжений и деформаций в процессе формирования переходного слоя между частицей и матрицей // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика.* 2020. № 63. С. 60–71. doi: 10.17223/19988621/63/6
25. *Микушина В.А., Смолин И.Ю.* Численное моделирование деформирования и разрушения пористой алюмооксидной керамики на мезоуровне // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика.* 2019. №. 58. С. 99–108. doi: 10.17223/19988621/58/8
26. *Седов Л.И.* *Механика сплошной среды : в 2 т. СПб. : Лань, 2004. 528, 560 с.*

27. Wilkins M.L. Computer Simulation of Dynamic Phenomena. Berlin : Springer-Verlag, 1999. 246 p.
28. Schlather M., Malinowski A., Menck P.J., Oesting M., Strokorb K. Analysis, simulation and prediction of multivariate random fields with package Random Fields // Journal of Statistical Software. 2015. V. 63 (8). P. 1–25. doi: 10.18637/jss.v063.i08
29. Smolin I.Yu., Zimina V.A., Sablina T.Yu., Sevostyanova I.N., Gorbatenko V.V., Kulkov S.N. Experimental and numerical investigation of strain inhomogeneity in zirconia during a Brazilian test // International Journal of Solids and Structures. 2022. V. 256. Art. 111978. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2022.111978
30. Кульков С.Н., Смолин И.Ю., Микушина В.А., Саблина Т.Ю., Севостьянова И.Н., Горбатенко В.В. Исследование локализации деформации в хрупких материалах при их испытаниях методом «бразильского теста» // Известия вузов. Физика. 2020. Т. 63, № 6 (750). С. 70–76. doi: 10.17223/00213411/63/6/70
31. Ayachit U. The ParaView Guide: A Parallel Visualization Application. Kitware Inc., 2015. 276 p.

References

1. GOST 21153.3–85 (1986) *Porody gornye. Metody opredeleniya predela prochnosti pri odnosnom rastyazhenii* [Rocks. Methods for determination of uniaxial tensile strength].
2. ASTM D3967-08 (2008) *Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Intact Rock Core Specimens*. West Conshohocken, PA: ASTM International.
3. Abdullah R., Tsutsumi T., Amin M.F.M., Rashid A.S.A., Khalfalla F.A.I., Ahmed U.A., Shahrin I. (2020) Evolution on deformation behaviour of Brazilian test under different contact area using particle image velocimetry and finite element modeling. *Measurement*. 159. Article 107796. doi: 10.1016/j.measurement.2020.107796
4. Abshirini M., Soltani N., Marashizadeh P. (2016) On the mode I fracture analysis of cracked Brazilian disc using a digital image correlation method. *Optics and Lasers in Engineering*. 78. pp. 99–105. doi: 10.1016/j.optlaseng.2015.10.006
5. Kundu S., Stroisz A., Pradhan S. (2016) A simple discrete-element-model of Brazilian test. *The European Physical Journal B*. 89. Article 130. doi: 10.1140/epjb/e2016-60915-y
6. Zhu W.C., Tang C.A. (2006) Numerical simulation of Brazilian disk rock failure under static and dynamic loading. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. 43. pp. 236–252. doi: 10.1016/j.ijrmms.2005.06.008
7. Mousavi Nezhad M., Fisher Q.J., Gironacci E., Rezanian M. (2018) Experimental study and numerical modeling of fracture propagation in shale rocks during Brazilian disk test. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 51. pp. 1755–1775. doi: 10.1007/s00603-018-1429-x
8. Jadaan O.M., Wereszczak A.A. (2009) *Effective Size Analysis of the Diametral Compression (Brazil) Test Specimen*. Report ORNL-TM-2009/100. Oak Ridge National Laboratory.
9. Reddy S., Mukunda P.G., Aithal K., Shetty P.B. (2017) Strength evaluation of flake and spheroidal graphite cast irons using diametral compression test. *Journal of Materials Research and Technology*. 6(1). pp. 96–100. doi: 10.1016/j.jmrt.2016.09.005
10. Gálvez F., Rodríguez J., Sánchez V. (1997) Tensile strength measurements of ceramic materials at high rates of strain. *Journal de Physique IV Proceedings, EDP Sciences*. 07(C3). pp. 151–156. doi: 10.1051/jp4:1997328
11. Bouali M.F., Bouassida M. (2021) Numerical simulation of the effect of loading angle on initial cracks position point: application to the Brazilian test. *Applied Sciences*. 11(8). Article 3573. doi: 10.3390/app11083573
12. Torquato S. (2002) *Random Heterogeneous Materials: Microstructures and Macroscopic Properties*. New York: Springer.
13. Rahman S. (2008) A random field model for generating synthetic microstructures of functionally graded materials. *The International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 76(7). pp. 972–993. doi: 10.1002/nme.2340

14. Yeong C.L.Y., Torquato S. (1998) Reconstructing random media. *Physical Review E*. 57(1). pp. 495–506. doi: 10.1103/PhysRevE.57.495
15. Sahimia M., Tahmasebib P. (2021) Reconstruction, optimization, and design of heterogeneous materials and media: basic principles, computational algorithms, and applications. *Physics Reports*. 939. pp. 1–82. doi: 10.1016/j.physrep.2021.09.003
16. Bochenek B., Pyrz R. (2004) Reconstruction of random microstructures – A stochastic optimization problem. *Computational Materials Science*. 31(1). pp. 93–112. doi: 10.1016/j.commatsci.2004.01.038
17. Quiblier J.A. (1984) A new three-dimensional modeling technique for studying porous media. *Journal of Colloid and Interface Science*. 98(1). pp. 84–102. doi: 10.1016/0021-9797(84)90481-8
18. Feng J., Li C., Cen S., Owen D. (2014) Statistical reconstruction of two-phase random media. *Computers & Structures*. 137. pp. 78–92. doi: 10.1016/j.compstruc.2013.03.019
19. Feng J., Cen S., Li C., Owen D. (2016) Statistical reconstruction and Karhunen–Loève expansion for multiphase random media. *The International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 105(1). pp. 3–32. doi: 10.1002/nme.4957
20. Sevostyanova I.N., Sablina T.Y., Burlachenko A.G., Kulkov S.N. (2022) Deformation and fracture mechanics of WC-(Fe-Mn-C) composite in axial compression. *Physical Mesomechanics*. 25. pp. 142–148. doi: 10.1134/S1029959922020059
21. Skripnyak V.V., Iokhim K.V., Skripnyak V.A. (2021) Lokalizatsiya plasticheskoy deformatsii tekhnicheskii chistogo titana v slozhnom napryazhennom sostoyanii pri vysokoskorostnom rastyazhenii [Localization of plastic deformation in commercially pure titanium in a complex stress state under high-speed tension]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta, matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 70. pp. 89–102. doi: 10.17223/19988621/70/8
22. Tashkinov M.A., Shalimov A.S. (2021) Modeling of the effect of microscale morphological parameters on the deformation behavior of porous materials with a metal matrix. *Physical Mesomechanics*. 24. pp. 618–624. doi: 10.1134/S1029959921050131
23. Bakeev R.A., Makarov P.V., Peryshkin A.Yu., Promakhov V.V., Zhukov A.S., Klimova-Korsmik O.G. (2018) Eksperimental'noe i chislennoe izuchenie mekhanicheskikh svoystv i osobennostey deformirovaniya i razrusheniya metallokeramicheskogo kompozita TiNi–TiB₂, poluchennogo metodom pryamogo lazernogo vyrashchivaniya [Experimental and numerical study of the mechanical properties and features of deformation and fracture of the TiNi–TiB₂ ceramic-metal composite obtained by direct laser growth]. *Fizicheskaya mezomekhanika – Physical Mesomechanics*. 21(5). pp. 56–66. doi: 10.24411/1683-805X-2018-15006
24. Anisimova M.A., Knyazeva A.G. (2019) Otsenka napryazheniy i deformatsiy v protsesse formirovaniya perekhodnogo sloya mezhdu chastitsey i matritsey [Evaluation of the stress and strain during transition layer formation between a particle and a matrix]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta, matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 63. pp. 60–71. doi: 10.17223/19988621/63/6
25. Mikushina V.A., Smolin I.Yu. (2019) Chislennoe modelirovanie deformirovaniya i razrusheniya poristoy alyumooksidnoy keramiki na mezourovne [Numerical modeling of the deformation and fracture of a porous alumina ceramics at mesoscale]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta, matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 58. pp. 99–108. doi: 10.17223/19988621/58/8
26. Sedov L.I. (1997) *Mechanics of Continuous Media. Series in Theoretical and Applied Mechanics*. Singapore: World Scientific.
27. Wilkins M.L. (1999) *Computer Simulation of Dynamic Phenomena*. Berlin: Springer-Verlag.
28. Schlather M., Malinowski A., Menck P.J., Oesting M., Storkorb K. (2015) Analysis, simulation and prediction of multivariate random fields with package Random Fields. *Journal of Statistical Software*. 63(8). pp. 1–25. doi: 10.18637/jss.v063.i08
29. Smolin I.Yu., Zimina V.A., Sablina T.Yu., Sevostyanova I.N., Gorbatenko V.V., Kulkov S.N. (2022) Experimental and numerical investigation of strain inhomogeneity in zirconia during

- a Brazilian test. *International Journal of Solids and Structures*. 256. Article 111978. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2022.111978
30. Kulkov S.N., Smolin I.Yu., Mikushina V.A., Sablina T.Yu., Sevostyanova I.N., Gorbatenko V.V. (2020) Studying strain localization in brittle materials during the Brazilian test. *Russian Physics Journal*. 63. pp. 976–983. doi: 10.1007/s11182-020-02126-z
31. Ayachit U. (2015) *The ParaView Guide: A Parallel Visualization Application*. New York: Kitware Inc.

Сведения об авторе:

Зими́на Валентина Алексеевна – кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник Института физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия. E-mail: miva@ispms.ru

Information about the author:

Zimina Valentina A. (Candidate of Physics and Mathematics, Junior Researcher of Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS, Tomsk, Russian Federation). E-mail: miva@ispms.ru

Статья поступила в редакцию 07.10.2022; принята к публикации 10.10.2023

The article was submitted 07.10.2022; accepted for publication 10.10.2023