

Научная статья

УДК 532.68+536. 46

doi: 10.17223/19988621/86/7

Математическая модель синтеза трехслойного соединения (медь–силицид титана–сталь) в режиме горения

Вадим Геннадьевич Прокофьев

Томский государственный университет, Томск, Россия, pvg@ftf.tsu.ru

Аннотация. Выполнены математическое моделирование и численное исследование самораспространяющегося высокотемпературного синтеза металлокомпозиционного материала $\text{Ti}_5\text{Si}_3\text{--Cu}$ на подложке из стали. Рассмотрены предельные фронтальные режимы синтеза с плавлением медного слоя и образованием силицида титана для трехслойного образца: медь – компактированная смесь $5\text{Ti} + 3\text{Si}$ – стальная подложка. Рассчитано предельное соотношение толщин слоев образца, когда возможен синтез силицидов титана во фронтальном режиме с одновременным плавлением медного слоя и образованием металлокомпозиционного материала с ламинатной структурой.

Ключевые слова: самораспространяющийся высокотемпературный синтез, плавление, термокапиллярное течение, металлокомпозиционный материал

Благодарности: Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания FSWM-2020-0036.

Для цитирования: Прокофьев В.Г. Математическая модель синтеза трехслойного соединения (медь–силицид титана–сталь) в режиме горения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 86. С. 94–103. doi: 10.17223/19988621/86/7

Original article

A mathematical model of synthesis of a three-layer (copper–titanium silicide–steel) compound in a combustion mode

Vadim G. Prokof'ev

Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation, pvg@ftf.tsu.ru

Abstract. This work presents a two-dimensional mathematical model of self-propagating high-temperature synthesis (SHS) of a specimen consisting of three layers (copper foil – $5\text{Ti} + 3\text{Si}$ compacted mixture – steel substrate). A numerical study of the mathematical model is carried out using the finite-difference method. The limiting frontal SHS modes of a three-layer specimen of rectangular cross-section are determined, taking into account the copper layer melting and the thermocapillary wetting of Ti_5Si_3 synthesis products by the melt with the formation of a composite material during thermal interaction with the steel

substrate. The critical minimum thickness of the main internal synthesis layer allowing one to obtain titanium silicides in the frontal combustion mode is calculated. The maximum temperature in the combustion front near the critical conditions is 1652 K. The depth of capillary wetting of the synthesis products with copper melt is in the range of 2–4 mm.

Keywords: self-propagating high-temperature synthesis, melting, thermocapillary flow, metal composite material

Acknowledgments: This research was carried out within the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (FSWM-2020-0036).

For citation: Prokof'ev, V.G. (2023) A mathematical model of synthesis of a three-layer (copper–titanium silicide–steel) compound in a combustion mode. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 86. pp. 94–103. doi: 10.17223/19988621/86/7

Введение

Поиск эффективных и экономичных способов получения новых конструкционных материалов имеет фундаментальное значение для современного материаловедения. Одним из эффективных способов получения композиционных металлокерамических материалов является высокотемпературный синтез, инициированный в компактах порошковых реагентов [1]. Синтезируемые материалы характеризуются достаточно высокой температурой плавления и сохраняют упорядоченную структуру, что придает им высокую удельную прочность при высоких температурах вплоть до температуры плавления. Данные свойства делают их привлекательными для многих применений, особенно в аэрокосмической, автомобильной и химической промышленности. Например, силициды титана, имея высокую термостойкость, применяются в качестве защитных покрытий металлов и сплавов в полупроводниковых устройствах. Силициды титана и других металлов можно получить в режиме горения с использованием порошковых компонентов [2–4].

Для получения новых, в том числе структурно-неоднородных, материалов *in situ* с использованием собственных возможностей системы требуется проведение экспериментальных и теоретических исследований с целью решения ряда проблем. Главные из них – теплоперенос в реагирующей гетерогенной среде, тепловое взаимодействие инертных конструкционных элементов с реагирующим веществом, капиллярное растекание расплавов в пористой среде, жидкофазное спекание и структурная динамика продуктов синтеза. Отличительной особенностью волнового синтеза пористых металлокерамических материалов являются капиллярные конвективные течения расплава металлов в пористой матрице тугоплавких компонентов смеси. Течение расплава в порах, вызванное градиентом поверхностного натяжения, оказывает существенное влияние на скорость химического превращения, интенсифицирует тепло- и массообмен, определяет морфологию пористой структуры продуктов высокотемпературного синтеза металлокерамических материалов [5]. Экспериментальное исследование успешного получения композиционного ламината $\text{AlMg}_6\text{--NiAl--TiC}$ методом высокотемпературного синтеза выполнено в [6]. Методом высокотемпературного синтеза в комбинации с прессованием получены прочные слоистые металлокерамические материалы TiC/Ni и $\text{TiC}_x\text{--Ti}_x\text{Si}_y$ на титановой подложке [7, 8] и металлокерамических соеди-

нений на танталовой подложке [9]. Математическое моделирование высокотемпературного синтеза слоевой системы с легкоплавкой металлической вставкой с образованием композиционного материала в одномерном приближении выполнено в [10].

Целью данного теоретического исследования является изучение возможности получения слоевого материала (ламината) с модифицированным расплавом меди приповерхностным слоем металлокомпозита в режиме технологического горения. Модификация поверхности обусловлена плавлением легкоплавкого (медного) слоя с последующим капиллярным смачиванием расплавом-наполнителем матрицы – продуктов синтеза. Порошковый компакт – слой синтеза – помещен на стальную подложку, что предполагает интенсивное тепловое взаимодействие зоны реакции с поверхностями инертных (плавящегося и неплавящегося) слоев. Соответственно, другой целью исследования является определение предельных условий протекания синтеза рассматриваемой слоевой композиции в волновом режиме горения.

Математическая модель

Рассматривается система, состоящая из трех сопряженных плоских слоев: металл (медная лента), пористый слой компактированной порошковой смеси $5\text{Ti} + 3\text{Si}$, стальной слой – подложка. Схема расположения слоев представлена на рис. 1. Толщины легкоплавкого слоя, слоя синтеза и подложки, соответственно 1, 2 и 3 на рис. 1, принимают значения H_1 , H_2 , H_3 . Длина всех слоев и всего образца равна L .

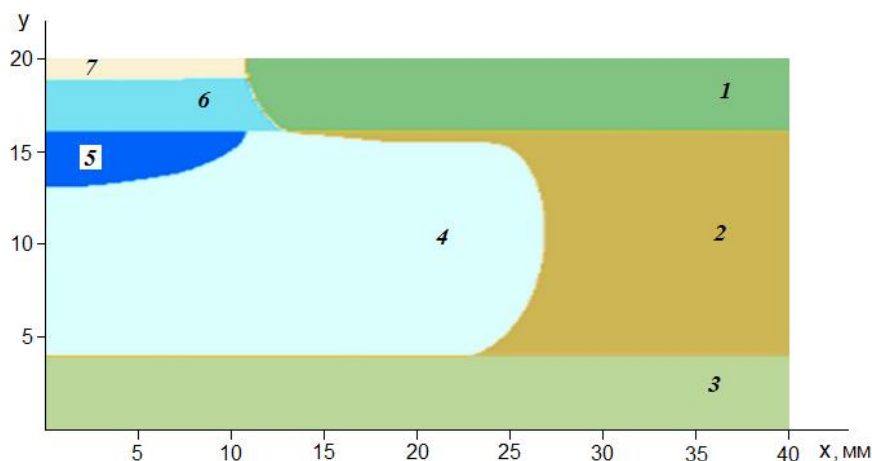


Рис. 1. Схема образца и расположение характерных областей: 1 – слой меди, 2 – слой шихты $5\text{Ti} + 3\text{Si}$, 3 – стальная подложка, 4 – продукты синтеза Ti_5Si_3 , 5 – композит $\text{Ti}_5\text{Si}_3 + \text{Cu}$, 6 – расплав меди, 7 – воздушная прослойка

Fig. 1. Specimen diagram and location of characteristic areas: (1) copper layer, (2) layer of $5\text{Ti}+3\text{Si}$ mixture, (3) steel substrate, (4) Ti_5Si_3 synthesis products, (5) $\text{Ti}_5\text{Si}_3 + \text{Cu}$ composite, (6) molten copper, and (7) air gap

Приняты следующие допущения:

1. Поры внутреннего слоя представляются совокупностью вертикальных капилляров, объем которых определяет пористость среды.

2. Плавление медного слоя и заполнение пор расплавом сопровождаются образованием композиционного материала, теплофизические свойства которого определяются компонентным составом с учетом объема пор.

3. Расплав, втекающий в продукты синтеза с образованием композиционного слоя (область 5 на рис. 1), замещается равной по объему воздушной прослойкой (область 7 на рис. 1).

4. Течение расплава осуществляется только в направлении, перпендикулярном плоскости слоев.

5. Фазовые переходы и структурные изменения, связанные с горением смеси титана и кремния, не рассматриваются.

Влияние фазового перехода в одном из реагентов на кинетику неизотермического химического взаимодействия рассмотрено в [11]. Высокотемпературный синтез внутреннего слоя и пропитка его расплавом меди приводят к изменению границ исходных и образованию новых областей (см. рис. 1): 1 – металл в твердой фазе, 2 – исходная смесь $5\text{Ti} + 3\text{Si}$, 3 – подложка, 4 – пористые продукты синтеза Ti_5Si_3 , 5 – композиционный материал, 6 – расплав металла, 7 – воздушная прослойка.

В случае больших толщин инертного слоя или сильной теплоотдачи с внешней поверхности инертного слоя возможно только частичное плавление. Тогда между расплавленным и твердым металлом образуется газовая прослойка.

Таким образом, математическая постановка задачи о формировании композиционного материала на стальной подложке в процессе самораспространяющегося высокотемпературного синтеза с одновременным плавлением и пропиткой расплавом металла сводится к решению уравнений теплопроводности и химического превращения в различных областях с подвижными границами:

$$\rho_3 c_3 \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda_3 \text{grad} T), \quad 0 < y < H_3 \quad (1)$$

$$R(\alpha, m) \frac{\partial T}{\partial t} + N(m, v_c, l) \frac{\partial T}{\partial y} = \text{div}[(P(\alpha, m) \text{grad} T)] + Q\rho_2(1-m) \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\rho_1 [c_1 + Q_L \delta(T - T_L)] \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda_1 \text{grad} T), \quad (3)$$

$$\rho_g c_g \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda_g \text{grad} T), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = k_0(1-\eta) \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (5)$$

где

$$R(\alpha, m) = [\rho_2(1-m) + \alpha\rho_1 m][c_2 + \alpha mc_1],$$

$$N(m, v_c, l) = m\rho_1 c_1 v_c e(H_2 + H_3 - y)e(y - H_2 - H_3 + l),$$

$$P(\alpha, m) = \lambda_2(m) + \alpha m \lambda_1.$$

Уравнения (1)–(5) дополнялись следующими краевыми условиями:

$$\begin{aligned} t = 0: & \quad T(x, y, 0) = T_0, \quad \eta(x, y, 0) = 0, \\ x = 0: & \quad T(0, y, t) = T_w \quad (t < t_w), \quad \partial T(0, y, t) / \partial x = 0 \quad (t > t_w), \\ y = 0, y = H: & \quad T(x, 0, t) = T_0, \quad \partial T(x, H, t) / \partial y = 0, \\ x = L: & \quad \partial T(L, y, t) / \partial x = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Пренебрегаем возможным растеканием расплава в направлении распространения фронта горения (вдоль оси X), вызванным поверхностным натяжением. Таким образом, течение жидкой фазы осуществляется только в направлении оси Y . Как следствие, скорость капиллярного течения имеет только одну компоненту $v_y = v_c$. Полагаем, что скорость капиллярного течения расплава в пористой среде определяется уравнением [12]

$$v_c = \frac{k(m)r_c\sigma}{4\mu l}, \quad (7)$$

где коэффициент газопроницаемости в зависимости от пористости выбран в соответствии с законом Козени–Кармана $k(m) = m^3/(1-m)^2$.

В математической постановке приняты следующие обозначения: T , T_0 , T_w – температура, начальная температура, температура нагретой поверхности; η – полнота превращения; x , y – декартовы координаты; t – текущее время; H_1 , H_2 , H_3 – исходные толщины слоев; L , $H = H_1 + H_2 + H_3$ – длина и толщина всего образца; Q_L , T_L – теплота и температура плавления меди; V_c – скорость капиллярного затекания расплава в продукты синтеза, определяемого в интервале температур $T > T_L$; ρ_i , c_i , λ_i – плотность, теплоемкость, теплопроводность соответственно меди (1), смеси титана с кремнием (2), стали (3); Q , E – тепловой эффект реакции и энергия активации; k_0 – предэкспоненциальный множитель; m , r_c – пористость и характерный размер пор; σ – коэффициент поверхностного натяжения расплава меди; μ – вязкость расплава; $\delta(T - T_L)$ – дельта-функция Дирака; $e(H_2 + H_3 - y)$ – единичная функция Хэвисайда. Наличие расплава в порах α определяется глубиной капиллярного смачивания l :

$$\alpha = \begin{cases} 1, & H_2 + H_3 - l < y < H_2 + H_3, \\ 0, & H_3 < y < H_2 + H_3 - l, \end{cases}$$

$$\lambda_2 = \lambda_{20}(1-m)^z,$$

λ_{20} – теплопроводность сплошной среды; z – показатель степени.

Значения термокинетических констант для смеси Ti–Si и инертных слоев: $E = 125$ кДж/моль [1], $Q = 1790$ кДж/кг, $\lambda_{20} = 55$ Вт/(м·К), $\rho_2 = 3900$ кг/м³, $c_2 = 578$ Дж/(кг·К), $\lambda_1(\text{Cu}) = 400$ Вт/(м·К), $\rho_1(\text{Cu}) = 8900$ кг/м³, $c_1(\text{Cu}) = 380$ Дж/(кг·К), $\lambda_3(\text{сталь Ст5}) = 55$ Вт/(м·К), $\rho_3(\text{сталь Ст5}) = 7850$ кг/м³, $c_3(\text{сталь Ст5}) = 480$ Дж/(кг·К), $\lambda_g = 0.026$ Вт/(м·К), $\rho_g = 1.2$ кг/м³, $c_g = 1$ кДж/(кг·К). Параметры термокапиллярного течения: $\sigma = 1.35$ Дж/м², $\mu = 0.7$ мПа·с, $m = 0.5$, $r_c = 10^{-4}$ м. Коэффициент теплоотдачи от образца в окружающую среду $\alpha = 7.9$ Вт/(м²·К). Начальная температура и температура нагретой поверхности приняты равными $T_0 = 293$ К, $T_w = 2000$ К соответственно. Длительность контакта образца с нагретой поверхностью равна $t_w = 0.1$ с. Кинетическая константа $k_0 = 1.1 \cdot 10^6$ с⁻¹ подобрана таким образом, чтобы рассчитываемая средняя скорость горения системы $5\text{Ti} + 3\text{Si}$ соответствовала экспериментально найденному значению скорости горения смеси титана и кремния 2.5 см/с для относительной плотности 0.5, что соответствует пористости шихты $m = 0.5$ [13]. Общие размеры образца выбраны фиксированными $L = 0.06$ м, $H = 0.03$ м, толщины отдельных слоев варьировались. Численное решение системы уравнений (1)–(6) получено методом покоординатного расщепления с использованием неявной схемы. Для аппроксимации тепловых

потоков использовались центральные разности. Расчеты выполнены на равномерной сетке с шагом по времени 0.0001 с и 0.00005 м по пространству. Аппроксимационная сходимость проверялась сгущением узлов расчетной сетки. В процессе численных расчетов проводился контроль объема расплава меди, затекающего в поры продуктов синтеза (см. ниже область S_3 на рис. 2, *b*) и объема газа, заменившего расплав во внешнем слое композиции (область S_7 на рис. 2, *b*).

Результаты

В результате кратковременного теплового импульса во внутреннем слое формируется волна горения, под действием которой происходит плавление медного слоя. Адиабатическая температура горения стехиометрической смеси титана и кремния составляет 2 350 К, что намного превышает температуру плавления меди 1 358 К. Фронт плавления (граница между областями S_1 и S_6 на рис. 2, *b*) искривлен вследствие внутреннего и внешнего теплообмена на межфазных границах образца. При плавлении медного слоя на всю толщину H_1 вдоль оси OX на границе областей S_4 и S_6 (рис. 2, *a*) начинается заполнение пористых продуктов синтеза расплавом меди. Скорость капиллярного течения и глубина затекания жидкой фазы с образованием композита определяется уравнением (7).

Типичное развитие волнового процесса высокотемпературного синтеза с плавлением медного слоя и образованием композиционного материала представлено на рис. 2 и 3. Максимальная температура во фронте горения составляет 2 232 К и близка к температуре горения в адиабатических условиях 2 350 К [1]. Глубина капиллярного смачивания продуктов синтеза расплавом меди зависит от характерного размера пор r_c , пористости реакционной смеси m , свободного объема расплава и распределения температуры. Неравномерность глубины затекания вдоль оси OX связана с избытком энтальпии в образце на стадии зажигания, растеканием расплава на свободной поверхности и различием времени начала капиллярного течения вдоль направления движения волны горения. Так, наибольшая глубина затекания для пористости $m = 0.5$, равная примерно 4 мм, возникает вблизи контактной поверхности с источником внешнего нагрева $x = 0$. За счет теплоотвода в подложку происходит остывание внутреннего слоя, и при температуре меньше 1 358 К затекание расплава в поры на некоторой глубине прекращается. Средняя расчетная глубина смачивания лежит в интервале 2–4 мм. Ускорить процесс пропитки можно, например, под действием низкочастотной вибрации, добавив соответствующее слагаемое в уравнение (7) [14].

С уменьшением толщины внутреннего слоя H_2 менее 8 мм за счет увеличения толщины подложки $H_3 > 20$ мм и фиксированной толщине слоя меди $H_1 = 2$ мм реализуются критические условия синтеза во внутреннем слое. Волна горения проходит вдоль оси OX на расстояние 16 мм и останавливается. Температура во фронте падает на 580 К за счет теплоотвода в подложку. Большая часть смеси внутреннего слоя остается непрореагировавшей. К аналогичному результату приводит увеличение толщины медного слоя за счет уменьшения толщины слоя синтеза и при фиксированных размерах стальной подложки $H_3 = 10$ мм. Вследствие более высокой относительно стали теплопроводности меди смесь титана и кремния уже при толщине $H_2 = 10$ мм реагирует только частично, и фронт реакции останавливается на отметке $x \approx 41$ мм.

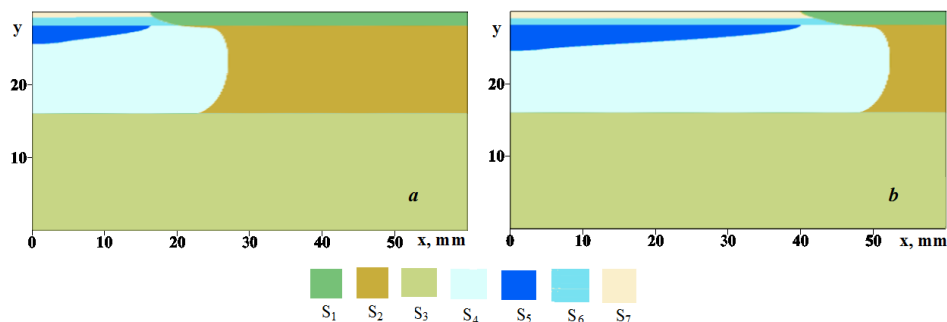


Рис. 2. Динамика характерных областей в процессе синтеза: $a - t = 1$ с, $b - t = 2$ с;
 $H_1 = 2$ мм, $H_2 = 12$ мм, $H_3 = 16$ мм

Fig. 2. Dynamics of characteristic regions of synthesis: $t = (a)$ 1 and (b) 2 s;
 $H_1 = 2$ mm, $H_2 = 12$ mm, $H_3 = 16$ mm

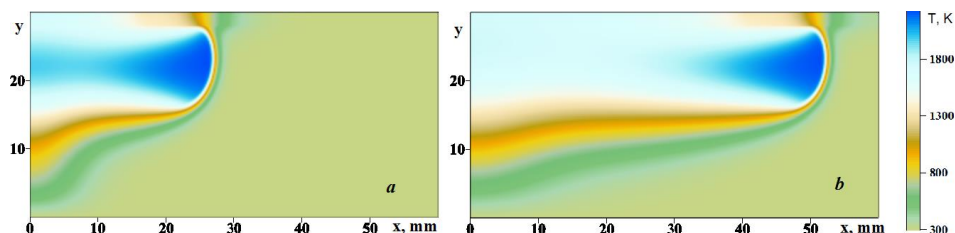


Рис. 3. Динамика температурного поля в процессе синтеза: $a - t = 1$ с, $b - t = 2$ с;
 $H_1 = 2$ мм, $H_2 = 12$ мм, $H_3 = 16$ мм

Fig. 3. Temperature field dynamics of synthesis: $t = (a)$ 1 and (b) 2 s;
 $H_1 = 2$ mm, $H_2 = 12$ mm, $H_3 = 16$ mm

Следует отметить, что изменение в ту или другую сторону толщины образца H за счет инертных слоев не приводит к изменению критической толщины внутреннего слоя. Другим вариантом развития процесса является проведение синтеза во внутреннем слое без образования композиционного подслоя, что имеет место при достаточно большой толщине медного слоя (4 мм и более). Выделяемого в ходе химической реакции синтеза тепла в этом случае не хватает для плавления медного слоя на необходимую глубину слоя H_1 , и капиллярное течение расплава не реализуется.

Выводы

1. Предложена математическая модель получения композиционного материала в процессе высокотемпературного синтеза силицида титана с одновременным плавлением медного слоя и капиллярным смачиванием продуктов синтеза расплавом меди для трехслойного образца (медь–слой синтеза–сталь).

2. Синтез стехиометрической смеси титана и кремния во внутреннем слое образца возможен при толщине внутреннего слоя более 10 мм, при этом толщина инертных слоев может меняться в широком диапазоне. Максимальная температура во фронте горения вблизи критических условий равна 1 652 К.

3. Рассчитана предельная толщина медного слоя 3.5 мм, при которой происходит его плавление и становится возможным капиллярное течение расплава меди с образованием металлокомпозиционного подслоя для данных размеров образца, параметров материала слоев и режима внешнего теплообмена. Проведенное исследование показывает возможность получения слоевого металлокомпозитного материала в режиме технологического горения.

Список источников

1. Мержанов А.Г., Мукасян А.С. Твердопламенное горение. М. : ТОРУС ПРЕСС, 2007.
2. Саркисян А.Р., Долуханян С.К., Боровинская И.П., Мержанов А.Г. Некоторые закономерности горения смесей переходных металлов с кремнием и синтез силицидов // Физика горения и взрыва. 1978. Т. 14, № 3. С. 49–55.
3. Горшков В.А., Милосердов П.А., Юхвид В.И. Закономерности автоволнового синтеза литых двойных силицидов молибдена, вольфрама, ниобия и титана из смесей термитного типа // Физика горения и взрыва. 2014. Т. 50, № 5. С. 32–36.
4. Прибытков Г.А., Крицын М.Г., Коржова В.В. Синтез и структура СВС композитов $\text{Ti}_5\text{Si}_3 + \text{Ti}$ связка // Химическая физика и мезоскопия. 2020. Т. 22, № 3. С. 269–280. doi: 10.15350/17270529.2020.3.26
5. Васенин И.М., Шрагер Э.Р., Крайнов А.Ю., Лукашов О.Ю., Палеев Д.Ю., Потапов В.П., Рашевский В.В., Артемьев В.Б., Руденко Ю.Ф., Костеренко В.Н., Жарков А.С., Сакович Г.В., Ворожцов А.Б., Бондарчук С.С., Матвиенко О.В., Смоляков В.К., Максимов Ю.М., Прокофьев В.Г. Математическое моделирование горения и взрыва высокоэнергетических систем. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2006. 322 с.
6. Denisov I., Shakhrya D., Malakhov A., Seropyan S. Combustion Synthesis of Metal-Intermetallic-Ceramic Laminate AlMg6-NiAl-TiC Composite // Crystals. 2022. V. 12 (12). Art. 1851. 11 p. doi: 10.3390/cryst12121851
7. Chen S., Meng Q., Zhng N., Xue P., Munir Z. In situ synthesis and bonding of Ti TiAl TiC/Ni functionally graded materials by field-activated pressure-assisted synthesis process // Materials Science and Engineering A. 2012. V. 538. P. 103–109. doi: 10.1016/j.msea.2012.01.020
8. Kamynina O.K., Vadchenko S.G., Shchukin A.S., Kovalev I.D. Multilayer Coatings on Ti substrate by SHS Method // Int. Journal Self-Propag. High-Temp. Synth. 2016. V. 25, № 4. P. 238–242. doi: 10.3103/S106138621604004X
9. Kamynina O.K., Vadchenko S.G., Shchukin A.S. SHS Joining of Ti–C–Si Ceramics with Tantalum // Int. Journal Self-Propag. High-Temp. Synth. 2018. V. 27, № 3. P. 192–194. doi: 10.3103/S1061386218030056
10. Прокофьев В.Г., Лапшин О.В., Смоляков В.К. Макрокинетика горения слоевых композиций с легкоплавким инертным слоем // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2018. № 52. С. 102–113. doi: 10.17223/19988621/52/10
11. Абдулкаримова Р.Г., Кетегенов Т.А., Мансуров З.А., Лапшин О.В., Прокофьев В.Г., Смоляков В.К. О влиянии фазовых превращений на неизотермический синтез в механоактивированных гетерогенных системах // Физика горения и взрыва. 2009. Т. 45, № 1. С. 56–67.
12. Хейфиц Л.И., Неймарк А.В. Многофазные процессы в пористых средах. М. : Химия, 1982.
13. Мержанов А.Г., Мукасян А.С., Рогачев А.С., Сычев А.Е., Хванг С., Варма А. Микроструктура фронта горения в гетерогенных безгазовых средах (на примере горения системы $5\text{Ti} + 3\text{Si}$) // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 6. С. 68–81.
14. Игнатьев И.Э., Пастухов Э.А., Романова О.В. Математическая модель пропитки расплавом металлических порошков с использованием вибрационного воздействия // Известия вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. 2017. № 1. С. 4–10. doi: 10.17073/1997-308X-2017-1-4-10

References

1. Merzhanov A.G., Mukasyan A.S. (2007) *Tverdoplamennoe gorenie* [Solid-flame combustion]. Moscow: Torus Press.
2. Sarkisyan A.R., Dolukhanyan S.K., Borovinskaya I.P., Merzhanov A.G. (1978) Laws of the combustion of mixtures of transition metals with silicon and the synthesis of silicides. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 14(3). pp. 310–314. doi: 10.1007/BF00740494
3. Gorshkov V.A., Miloserdov P.A., Yukhvid V.I. (2014) Autowave synthesis of cast binary silicides of molybdenum, tungsten, niobium, and titanium from thermite mixtures. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 50(5). pp. 527–531. doi: 10.1134/S0010508214050050
4. Pribytkov G.A., Krinitsyn M.G., Korzhova V.V. (2020) Sintez i struktura SVS kompozitov Ti_5Si_3+Ti svyazka [Synthesis and structure of SHS composites $Ti_5Si_3 + Ti$ binding]. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya – Chemical Physics and Mesoscopy*. 22(3). pp. 269–280. doi: 10.15350/17270529.2020.3.26
5. Vasenin I.M., Shrager E.R., Kraynov A.Yu., Lukashov O.Yu., Paleev D.Yu., Potapov V.P., Rashedskiy V.V., Artem'ev V.B., Rudenko Yu.F., Kosterenko V.N., Zharkov A.S., Sakovich G.V., Vorozhtsov A.B., Bondarchuk S.S., Matvienko O.V., Smolyakov V.K., Maksimov Yu.M., Prokof'ev V.G. (2006) *Matematicheskoe modelirovanie goreniya i vzryva vysokoenergeticheskikh sistem* [Mathematical modeling of the combustion and explosion of high-energy systems]. Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo universiteta.
6. Denisov I., Shakhay D., Malakhov A., Seropyan S. (2022) Combustion synthesis of metal-intermetallic-ceramic laminate $AlMg_6-NiAl-TiC$ composite. *Crystals*. 12(12). Article 1851. pp. 1–11. doi: 10.3390/cryst12121851
7. Chen S., Meng Q., Zhng N., Xue P., Munir Z. (2012) In situ synthesis and bonding of Ti TiAl TiC/Ni functionally graded materials by field-activated pressure-assisted synthesis process. *Materials Science and Engineering A*. 538. pp. 103–109. doi: 10.1016/j.msea.2012.01.020
8. Kamynina O.K., Vadchenko S.G., Shchukin A.S., Kovalev I.D. (2016) Multilayer coatings on Ti substrate by SHS method. *International Journal of Self-Propagating High-Temperature Synthesis*. 25(4). pp. 238–242. doi: 10.3103/S106138621604004X
9. Kamynina O.K., Vadchenko S.G., Shchukin A.S. (2018) SHS joining of Ti–C–Si ceramics with tantalum. *International Journal of Self-Propagating High-Temperature Synthesis*. 27(3). pp. 192–194. doi: 10.3103/S1061386218030056
10. Prokof'ev V.G., Lapshin O.V., Smolyakov V.K. (2018) Makrokinetika goreniya sloevykh kompozitsiy s legkoplavkim inertnym sloem [Macrokinetics of combustion of layered compositions with a low-melting inert layer]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 52. pp. 102–113. doi: 10.17223/19988621/52/10
11. Abdulkarimova R.G., Ketegenov T.A., Mansurov Z.A., Lapshin O.V., Prokof'ev V.G., Smolyakov V.K. (2009) Effect of phase transformation on nonisothermal synthesis in mechanically activated heterogeneous systems. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 45(1). pp. 48–58. doi: 10.1007/s10573-009-0007-7
12. Heifitz L.I., Neymark A.V. (1982) *Mnogofaznye protsessy v poristyykh sredakh* [Multiphase processes in porous media]. Moscow: Khimiya.
13. Merzhanov A.G., Mukas'yan A.S., Rogachev A.S., Sychev A.E., Hwang S., Varma A. (1996) Combustion-front microstructure in heterogeneous gasless media (using as an example the $5Ti+3Si$ system). *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 32(6). pp. 655–666. doi: 10.1007/BF02111567
14. Ignat'ev I.E., Pastukhov E.A., Romanova O.V. (2018) Mathematical model of the melt impregnation of metal powder using vibration treatment. *Russian Journal of Non-Ferrous Metals*. 59(3). pp. 299–303. doi: 10.3103/S1067821218030069

Сведения об авторе:

Прокофьев Вадим Геннадьевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической физики Томского государственного университета (Томск, Россия).
E-mail: pvg@ftf.tsu.ru

Information about the author:

Prokof'ev Vadim G. (Doctor of Physics and Mathematics, Assistant Professor, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: pvg@ftf.tsu.ru

Статья поступила в редакцию 19.09.2023; принята к публикации 04.12.2023

The article was submitted 19.09.2023; accepted for publication 04.12.2023