

Научная статья

УДК 539.3

doi: 10.17223/19988621/86/10

Оценка верхнего и нижнего уровней допустимых деформаций при изготовлении листовых и тонкостенных деталей на основе диаграммы предельных деформаций

Сергей Иванович Феоктистов¹, Иван Константинович Андрианов²

^{1, 2} *Комсомольский-на-Амуре государственный университет,*

Комсомольск-на-Амуре, Россия

¹ *serg_feo@mail.ru*

² *ivan_andrianov_90@mail.ru*

Аннотация. Исследование посвящено оценке максимального и минимального уровней предельных деформаций формоизменения тонкостенных заготовок на основе FLD-диаграмм. В работе используется теоретический анализ нескольких известных критериев, включая критерии возникновения рассеянной и локализованной шеек, а также критерий резкого локального утонения листа. Рассматривается двусторонний анализ предельного деформирования тонкостенных заготовок по FLD-диаграммам, позволяющий дать верхнюю и нижнюю оценки предельных деформаций формоизменения.

Ключевые слова: диаграмма предельных деформаций, критерий Хилла–Свифта, критерий Сторена–Райса, верхняя и нижняя оценки предельных деформаций формоизменения

Благодарности: Авторы выражают благодарность «Совету по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых и по государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации» за финансовую поддержку для проведения исследования в рамках стипендии по проекту СП-2200.2022.5 «Разработка моделей и алгоритмов расчета пластического формообразования заготовок штамповочного производства».

Для цитирования: Феоктистов С.И., Андрианов И.К. Оценка верхнего и нижнего уровней допустимых деформаций при изготовлении листовых и тонкостенных деталей на основе диаграммы предельных деформаций // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 86. С. 136–148. doi: 10.17223/19988621/86/10

Assessment of the upper and lower levels of permissible strains in the manufacture of sheet and thin-walled parts based on the forming limit diagram

Sergey I. Feoktistov¹, Ivan K. Andrianov²

^{1,2} *Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation*

¹ *serg_feo@mail.ru*

² *ivan_andrianov_90@mail.ru*

Abstract. Forming limit diagrams (FLDs) are currently widely used in the analysis of sheet metal forming without destruction and in assessing the technological capabilities of metal forming. This paper is devoted to the FLD-based assessment of the maximum and minimum limiting strains of the forming of thin-walled workpieces. Theoretical analysis of well-known criteria is used, including the criteria for the occurrence of scattered and localized necks, the so-called energy (static) criteria, as well as the criterion of abrupt local thinning of the sheet, the so-called kinematic criterion. This paper considers a two-way analysis of the forming limits of thin-walled workpieces according to FLDs, which allows one to determine the upper and lower estimates of the limiting strains of the forming. The analysis is based on the FLD study results obtained by various authors and published both in Russia and abroad. The presented research results can be used as a first-order analysis tool for evaluating and predicting the technological capabilities of the molded material in the manufacture of thin-walled parts. They are also relevant to metal processing by pressure and plastic forming of thin-walled sheets.

Keywords: forming limit diagram, Hill-Swift criterion, Storen-Rice criterion, upper and lower estimates of the forming limits

Acknowledgments: The authors express their gratitude to the “Council for Grants of the President of the Russian Federation for state support of young Russian scientists and for state support of leading scientific schools of the Russian Federation” for the financial support to perform a research under the scholarship project SP-2200.2022.5 “Development of models and algorithms for calculating plastic shaping of blanks of stamping production”.

For citation: Feoktistov, S.I., Andrianov, I.K. (2023) Assessment of the upper and lower levels of permissible strains in the manufacture of sheet and thin-walled parts based on the forming limit diagram. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 86. pp. 136–148. doi: 10.17223/19988621/86/10

Введение

На сегодняшний день наиболее актуальными проблемами процессов обработки металлов давлением являются вопросы бездефектного формоизменения тонкостенных листовых заготовок, связанные с расчетом процессов деформирования, исключаящих шейкообразование и разрушение. Одним из инструментов для определения предельного деформирования является построение кривой предельных деформаций (Forming Limit Curve).

Кривая предельных деформаций представляет собой графическую зависимость между двумя главными деформациями – наибольшими и наименьшими – в плоскости листа, соответствующую началу шейкообразования или разрушения. Полный график в виде FLC-кривой с определением областей деформирования в зависимости от схемы нагружения представляет собой диаграмму предельных деформаций (Forming Limit Diagram).

Диаграмма предельных деформаций применима только для тех технологических операций листовой штамповки, для которых напряженное состояние можно считать плоским (напряжения действуют в плоскости листа), процесс нагружения является монотонным и история нагружения не играет значимой роли [1, 2].

Основные области диаграммы предельного деформирования, соответствующие определенному деформированному состоянию при нагружении тонкостенных заготовок, представлены на рис. 1. [2–4].

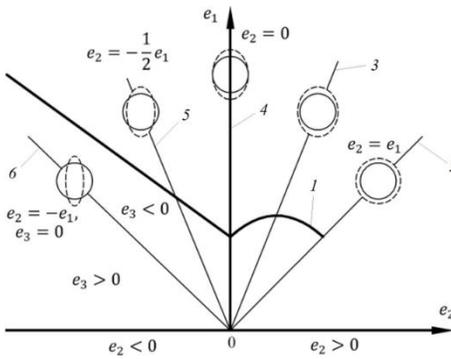


Рис. 1. Диаграмма предельных деформаций в зависимости от схемы нагружения [4]: 1 – кривая предельных деформаций, 2 – идеальное двусосное растяжение, 3 – двусосное растяжение, 4 – плоское деформированное состояние, 5 – простое одноосное растяжение, 6 – чистый сдвиг

Fig. 1. Forming limit diagram in terms of the loading scheme [4]: (1) forming limit curve, (2) ideal biaxial tension, (3) biaxial tension, (4) plane strain state, (5) simple uniaxial tension, and (6) pure shear

Чтобы избежать образования шейки или разрушения материала, необходимо, чтобы уровни деформаций штампуемой детали были расположены ниже FLC-кривой. Обычно вводится запас прочности смещением FLC-кривой вниз примерно на 5–10%. Таким образом, опасность разрушения тонкостенной определяется близостью деформированного состояния к кривой предельных деформаций.

Однако, помимо недопустимых утонений и разрывов листовых заготовок, важными проблемами в задачах формоизменения являются складкообразование вследствие потери устойчивости заготовки, недостаточное растяжение.

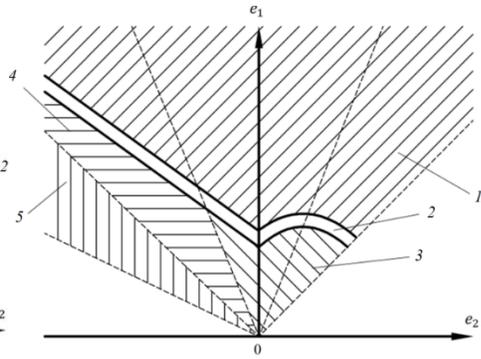


Рис. 2. Схема диаграммы предельных деформаций с указанием безопасной области формоизменения и областей возникновения различных дефектов [4]: 1 – зона разрушений; 2 – опасность возникновения разрывов; 3 – зона безопасного формоизменения; 4 – опасность возникновения складок; 5 – образование складок

Fig. 2. Schematic view of the forming limit diagram indicating a safe forming area and the areas of the formation of various defects [4]: (1) failure zone, (2) risk of ruptures, (3) safe forming area, (4) risk of folding, and (5) folding

Следовательно, при оценке качества технологических процессов изготовления тонкостенных и листовых деталей недостаточно учитывать только опасность разрушения через образование шейки. FLD-диаграмма позволяет также оценивать опасность возникновения тех или иных дефектов при изучении деформации различных уровней. Более подробно различные зоны FLD-диаграммы по видам дефектов представлены на рис. 2 [4].

Как правило, FLD-диаграмма экспериментально строится с помощью следующих двух методов испытаний: с помощью метода Марчиньяка [5, 6], основанного на реализации плоской деформации с помощью цилиндрического пуансона, и метода Наказимы [7, 8] с применением полусферического пуансона при деформировании тонкостенных заготовок. При варьировании геометрии образцов можно получать различные траектории деформаций [9, 10].

В практическом проектировании процессов изготовления тонкостенных и листовых деталей экспериментальное построение кривой предельных деформаций является довольно длительной процедурой, которая представляет собой важную проблему.

В настоящее время существует острая потребность в сокращении времени проектирования технологических процессов листовой штамповки и, соответственно, не хватает времени для экспериментального построения FLC-кривой. Большой разброс результатов, получаемый при экспериментальном построении FLC-кривой, является еще одним недостатком этого метода.

Несмотря на все недостатки, методика использования диаграмм предельных деформаций сегодня является общепринятой в области листовой штамповки для оценки предельных возможностей листовых заготовок. Поэтому задача построения FLD-диаграммы с помощью различных теоретических и эмпирических формул является весьма актуальной.

Основные теоретические модели определения предельных деформаций и основные уравнения

Теоретические методы строятся на применении критериев предельного деформирования, которые связаны с анализом деформаций, соответствующих началу шейкообразования в процессе формоизменения и дальнейшему его развитию.

Обычно при построении моделей шейкообразования используются диффузионный критерий Свифта (Swift) [11] и локальный критерий Хилла (Hill) [12]. Диффузионный критерий Свифта был получен в предположении, что существует максимальное усилие нагружения, при котором начинает образовываться рассеянная шейка, а критерий локализации Хилла получается в предположении, что существует максимальное главное напряжение, при котором образуется локальная шейка.

Сторен и Райс [13] использовали бифуркационный анализ силового равновесия области шейкообразования. Аналогичный подход к решению задачи определения предельных деформаций использовал и А.С. Чумадин [14–16]. При данном анализе бифуркация состояния равновесия деформируемой листовой заготовки происходит тогда, когда толщина листа стремится к нулю.

Еще одной известной моделью является модель геометрического несовершенства, разработанная Марчиньяком и Кужинским [17, 18]. В публикациях она часто называется M–K-теорией [17, 18]. Кривая предельного деформирования, полу-

чаемая на основании М–К-теории, зависит от размера и формы геометрического несовершенства. Однако данная теория применима только в области двухосного растяжения заготовок с существенными дефектами. При наличии незначительного дефекта заготовки М–К-теория дает завышенный результат в сравнении с результатами натурального эксперимента.

Все эти модели широко используются для создания теоретических FLC-кривых.

В настоящей статье исследуются критерий диффузного сужения Свифта, критерий локального сужения Хилла и анализ бифуркации состояния равновесия по Сторену и Райсу.

Рассмотрим основные допущения при оценке предельного деформирования листовых заготовок:

- однородность, изотропность и сплошность материала заготовки;
- напряженное состояние заготовки является плоским;
- оценка напряженно-деформированного состояния проводится по безмоментной теории оболочек, поскольку рассматриваются тонкостенные оболочечные элементы;
- процесс деформирования является монотонным;
- зависимость интенсивности напряжений σ_i и интенсивности логарифмических деформаций e_i удовлетворяет гипотезе «единой кривой».

Переход из стадии упругого деформирования в стадию пластичности будем определять на основании условия пластичности Губера–Мизеса для плоского напряженного состояния ($\sigma_3 = 0$):

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} = \sigma_s \quad (1)$$

где σ_1, σ_2 – главные наибольшие и наименьшие истинные напряжения, σ_s – предел текучести материала.

На основании деформационной теории пластичности физические уравнения определяются соотношениями [15, 16]

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= \frac{e_i}{\sigma_i} \left(\sigma_1 - \frac{1}{2} \sigma_2 \right) \\ e_2 &= \frac{e_i}{\sigma_i} \left(\sigma_2 - \frac{1}{2} \sigma_1 \right) \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где e_1, e_2 – главные наибольшая и наименьшая логарифмические деформации.

На основании условия несжимаемости материала примем

$$e_3 = -(e_1 + e_2).$$

Интенсивность логарифмических деформаций при условии несжимаемости материала определяется соотношением [15, 16]

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_1 e_2}. \quad (3)$$

Рассмотрим обозначения для отношений главных логарифмических деформаций и напряжений [15, 16]:

$$\alpha = \frac{e_2}{e_1}, \quad (4)$$

$$\beta = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}. \quad (5)$$

На основании соотношений (2), (4), (5) зависимость между α и β будет представлена в виде [15, 16]:

$$\alpha = \frac{2\beta - 1}{2 - \beta}, \quad (6)$$

или

$$\beta = \frac{2\alpha + 1}{2 + \alpha}. \quad (7)$$

Рассмотрим степенную функцию в качестве диаграммы деформирования в области упрочнения

$$\sigma_i = Ae_i^n, \quad (8)$$

где A и n – константы материала заготовки.

Кроме того, как было показано В.И. Филимоновым и О.В. Мищенко [19], зависимость (8) должна удовлетворять свойству диаграммы деформирования третьего рода, согласно которой

$$n = e_{\text{ш}}, \quad (9)$$

где $e_{\text{ш}}$ – логарифмическая деформация, соответствующая моменту начала образования рассеянной шейки в испытании материала на разрыв.

С учетом уравнения (5) уравнение, определяющее интенсивность напряжений, имеет вид:

$$\sigma_i = \sigma_1 \sqrt{1 - \beta + \beta^2}. \quad (10)$$

Аналогично, используя выражение (3), получим интенсивность главных логарифмических деформаций

$$e_i = \frac{2}{3} e_1 \sqrt{1 - \alpha + \alpha^2}. \quad (11)$$

Все эти отношения используются в следующих разделах для получения теоретических формул, позволяющих построить FLD-диаграммы при использовании различных критериев.

Определение минимальных значений предельных деформаций при формоизменении тонкостенных заготовок. Статический критерий предельного деформирования

Основоположниками развития методов расчета предельных деформирований в задачах формоизменения являлись Г. Закс и Д. Лубахн [18]. Согласно их исследованиям, образование рассеянной шейки происходит при максимальной растягивающей нагрузке P , что соответствует критерию положительности добавочных нагрузок. Согласно данному критерию, если приращение растягивающего усилия положительно, то деформирование при одноосном напряжении является устойчивым, а при отрицательном приращении растягивающего усилия деформирование неустойчиво. Момент начала образования шейки определяется условием $\Delta P = 0$.

При использовании степенной аппроксимации диаграммы деформирования материала (8) выражение для расчета предельной интенсивности деформации образца в момент наибольшей нагрузки при линейном растяжении определяется соотношением [15, 16]

$$e_{\text{ш}} = n. \quad (12)$$

В случае принятия гипотезы единой кривой и несжимаемости материала при одноосном растяжении $e_{\text{ин}} = e_{\text{ш}}$, что подтверждает формулу (9).

Для случая процессов неравномерного деформирования заготовки Свифтом [11] и Хиллом [12] предложены подходы для оценки предельных деформаций.

Подробное решение задачи определения предельной интенсивности деформаций в условиях равномерного двусосного растяжения представлено в работах [15, 16]. Согласно критерию Свифта, момент образования рассеянной шейки достигается при максимуме нагрузки в обоих направлениях при двусосном растяжении [15, 16]:

$$\left. \begin{aligned} d\sigma_1 &= \sigma_1 de_1 \\ d\sigma_2 &= \sigma_2 de_2 \end{aligned} \right\}. \quad (13)$$

Построение диаграммы предельного деформирования Свифта описывается следующими уравнениями [4, 20]:

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2n(2-\beta)(1-\beta+\beta^2)}{4-3\beta-3\beta^2+4\beta^3} \\ -\frac{2n(2-\beta)(1-\beta+\beta^2)}{4-3\beta-3\beta^2+4\beta^3} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

На основании соотношений (4), (7), (14) теоретическое уравнение диаграммы предельного деформирования Свифта может быть представлено в виде:

$$4(e_1 - n)(e_2 + 2e_1)^3 - 3(e_1 - 2n)(e_1 + 2e_2)(e_2 + 2e_1)^2 - 3(e_1 + 2n)(e_2 + 2e_1)(e_1 + 2e_2)^2 + 2(2e_1 + n)(e_1 + 2e_2)^3 = 0. \quad (15)$$

В процессе развития рассеянной шейки при пластическом деформировании возможно появление локализованной шейки, соответствующей интенсивному утонению заготовки по толщине.

Согласно критерию Хилла [15], момент образования локальной шейки определяется из условия равенства нулю приращения главного максимального напряжения.

В работе [4] приведены уравнения, позволяющие получить набор точек для построения FLD-диаграммы Хилла:

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{n}{1+\alpha} \\ \frac{n}{1+\alpha} \end{pmatrix} \text{ при } \alpha < 0, \quad (16)$$

которые, используя уравнение (4), можно привести к виду:

$$e_1 + e_2 - n = 0 \text{ при } e_2 < 0. \quad (17)$$

Как правило, для построения кривой предельного деформирования используется одновременно два критерия: критерий Хилла (17) – в области отрицательных наименьших главных деформаций, и критерий Свифта (15) – в области положительных наименьших главных деформаций, поэтому такая диаграмма называется диаграммой Хилла–Свифта.

Можно утверждать, что процесс деформирования до момента образования рассредоточенной и локальной шейки удовлетворяет статически возможному

состоянию заготовки. В данном случае выполняются уравнения равновесия в каждой точке заготовки и условия на поверхности для напряжений.

Учитывая, что FLD-диаграмма Хилла–Свифта соответствует предельным статическим состояниям тонкостенной заготовки, по аналогии со статической теоремой предельного состояния [21] можно предположить: деформации, соответствующие статическим критериям, определяемые FLD-диаграммой Хилла–Свифта, меньше, чем предельные деформации формоизменения.

Определение верхних значений предельных деформаций при изготовлении листовых изделий. Кинематический критерий предельного деформирования заготовки

Другой подход при построении модели разрушения листовых изотропных заготовок заключается в том, что в качестве критерия предельного деформирования используется кинематический (геометрический) критерий локализации деформации, предсказывающий локальное интенсивное утонение заготовки.

Согласно кинематическому (геометрическому) критерию предельного деформирования, локальное интенсивное утонение происходит при приращении толщины заготовки dS по длине H , удовлетворяющем соотношению [15, 16]

$$\frac{dS}{dH} \rightarrow -\infty,$$

При монотонном деформировании заготовок постоянной толщины математическая модель предельного деформирования имеет вид:

$$D \frac{\sigma_1}{S} - \sigma_1 C (2\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{4\sigma_1 n (2\sigma_3 + \sigma_2)}{3S e_1} = 0, \quad (18)$$

где

$$D = 2\sigma_1 - \sigma_2 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (2\sigma_2 - \sigma_1); \quad C = \frac{3e_2}{S(-2e_3 - e_2)^2}.$$

Для различных показателей степенного закона упрочнения на основании соотношений (1)–(10) и (21) получим уравнение для построения диаграммы предельных деформаций в соответствии с кинематическим критерием

$$2(e_1^2 + e_1 e_2 + e_2^2)(2e_1 + e_2) - n(2e_1 + e_2)^2 - 3e_2^2 = 0. \quad (19)$$

Решение аналогичной задачи, сформулированное Стореном–Райсом, представлено в работе [4], и получено два набора решений для двух главных направлений в плоскости листа, которые в [20] структурированы в виде:

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3\alpha^2 + n(2 + \alpha)^2}{2(1 + 2\alpha)(1 + \alpha + \alpha^2)} \\ \frac{\alpha(3\alpha^2 + n(2 + \alpha)^2)}{2(1 + 2\alpha)(1 + \alpha + \alpha^2)} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Взяв любое из этих двух решений и используя выражение (4), можно также получить уравнение (19).

В исследовании [4] диаграммы, соответствующие уравнению (19), определяются как FLD-диаграммы Сторена–Райса.

Как указывает в своих публикациях А.С. Чумадин, данное решение не предсказывает локализацию деформации, а характеризует еще один вид нестабильности, который возможен в процессах пластического деформирования тонкостенной заготовки.

Таким образом, можно утверждать, что процесс деформирования после образования шейки и до разрушения удовлетворяет кинематически возможным состояниям листовой заготовки, для которых выполняются условия на поверхности для перемещений и условия совместности деформаций. В этом случае уравнения равновесия могут быть не удовлетворены.

Учитывая, что FLD-диаграмма Сторена–Райса соответствует кинематическому возможному состоянию тонкостенной заготовки, по аналогии с кинематической теоремой предельного состояния [21] можно предположить: деформации, соответствующие кинематическому критерию, определяемые FLD-диаграммой Сторена–Райса, больше, чем предельные деформации формоизменения.

Рассмотрим порядок построения FLD-диаграммы и определения верхнего и нижнего уровня допустимых деформаций на примере сплава Д16-БТ.

На рис. 3 представлена диаграмма растяжения сплава Д16-БТ, взятая из справочника «Авиационные материалы» [22].

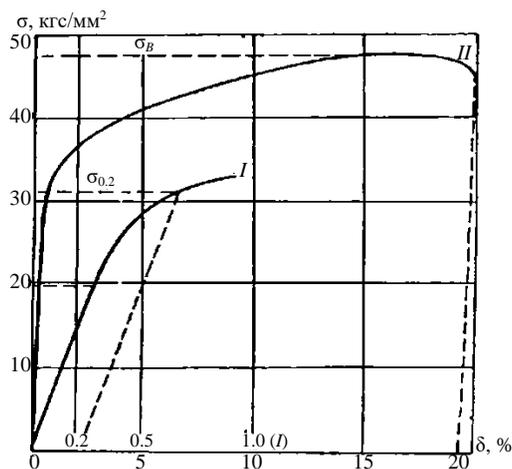


Рис. 3. Диаграмма растяжения сплава Д16-БТ. Лист толщиной 0.5–10 мм (поперечное направление) [22]

Fig. 3. Tensile test diagram for a 0.5–10 mm thick sheet (in a transverse direction) made of the D16-BT alloy [22]

По диаграмме растяжения определяем относительную деформацию, соответствующую началу шейкообразования $\delta_{ш} \% = 16\%$.

Затем определяем логарифмическую деформацию шейкообразования

$$e_{ш} = \ln \left(1 + \frac{\delta_{ш} \%}{100} \right) = 0.148.$$

Принимая во внимание, что в соответствии со свойством диаграммы деформирования третьего рода $n = e_{\text{ш}}$ (9), по формулам (15) и (17) строим FLC-кривую Хилла–Свифта и по формуле (19) – FLC-кривую Сторена–Райса.

Объединяя эти две кривые и выделяя области возникновения различных дефектов (см. рис. 2), получаем FLD-диаграмму сплава Д16-БТ, которая представлена на рис. 4.

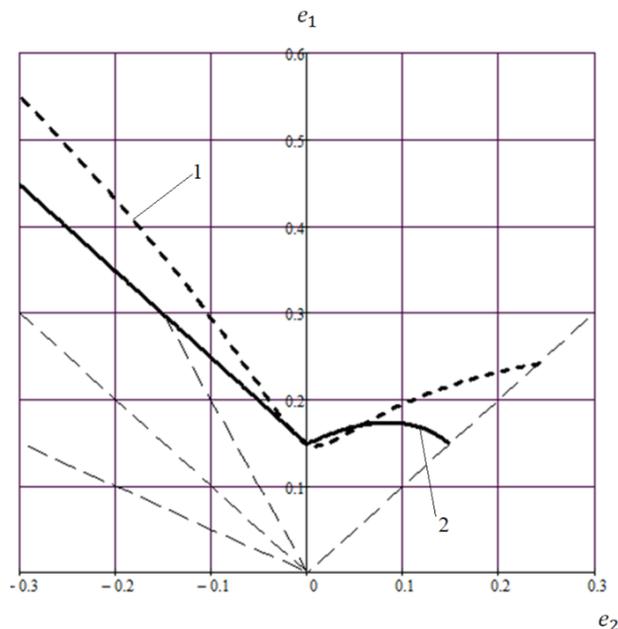


Рис. 4. Диаграмма предельных деформаций сплава Д16-БТ с указанием верхнего и нижнего уровней допустимых деформаций при изготовлении листовых и тонкостенных деталей:

1 – FLC-кривая Сторена–Райса, 2 – FLC-кривая Хилла–Свифта

Fig. 4. Forming limit diagram for the D16-BT alloy with indicated upper and lower levels of allowable strains in the manufacture of sheet and thin-walled parts: FLCs from the (1) Stören-Rice and (2) Hill-Swift theories

На данной диаграмме пунктирная линия, построенная в соответствии с кинематическим критерием, определяет верхний уровень допустимых деформаций, а сплошная линия, построенная в соответствии со статическим критерием, определяет нижний уровень допустимых деформаций.

Полученная диаграмма позволяет в первом приближении оценить и спрогнозировать технологические возможности процессов листовой штамповки без трудоемких экспериментов по построению FLC-кривой, используя только данные эксперимента на простое растяжение. Также данная диаграмма позволяет спрогнозировать возникновение различных дефектов, таких как чрезмерное утонение, образование складок, сморщивание или недостаточное растяжение.

Представленные результаты можно использовать в качестве инструмента анализа первого порядка для оценки и прогнозирования технологических возможностей формуемого материала при разработке усовершенствованных бездефектных

технологий изготовления деталей авиационной промышленности методами листовой штамповки.

Список источников

1. *Stoughton T.B.* General forming limit criterion for sheet metal forming // *International Journal of Mechanical Science*. 2000. № 42. P. 1–27.
2. *Казанцев А.В.* Основы LS-DYNA. Диаграмма предельных деформаций (FLD). Создание и верификация моделей поведения материалов : метод. пособие. Пермь, 2018. URL: http://dpm.pstu.ru/images/R/НИП_Основы_LS-DYNA_v1.1.pdf
3. *Sanay B.* Prediction of Plastic Instability and Forming Limits in Sheet Metal Forming : A Thesis Submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Mechanical Engineering. 2010.
4. *Paul S.K.* Theoretical analysis of strain- and stress-based forming limit diagrams // *Strain Analysis*. 2013. № 48 (3). P. 177–188.
5. *Marciniak Z., Kuczynski K.* Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal // *International Journal of Mechanical Science*. 1967. № 9. P. 609–620.
6. *Marciniak Z., Kuczynski K., Pokora T.* Influence of the plastic properties of a material on the forming limit curve for sheet metal in tension // *Int J Mech Sci*. 1973. № 15. P. 789–805.
7. *Nakazima K., Kikuma T.* Forming Limits under biaxial stretching of sheet metals // *Testu-to Hagane*. 1967. № 53. P. 455–458.
8. *Nakazima K., Kikuma T., Hasuka K.* Study on the formability of steel sheets // *Yawata Technical Report*. 1968. № 264. P. 141–154.
9. *Изосимова С.В.* Исследование влияния формы заготовки на точность построения диаграммы предельных деформаций // Студенческая научная весна 2013: Машиностроительные технологии : всерос. науч.-техн. конф. студентов. 2013. URL: http://studvesna.ru/db_files/articles/810/article.pdf
10. ISO 12004-2:2021. Metallic materials – Determination of forming-limit curves for sheet and strip – Part 2: Determination of forming-limit curves in the laboratory.
11. *Swift H.W.* Plastic instability under plane stress // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1952. № 1. P. 1–18.
12. *Hill R.* On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1952. № 1. P. 19–30.
13. *Støren S., Rice J.R.* Localized necking in thin sheets // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1975. № 23. P. 421–441.
14. *Чумадин А.С.* Об одном подходе к расчету предельного деформирования при листовой штамповке // *Кузнечно-штамповочное производство*. 1990. № 6. С. 10–13.
15. *Чумадин А.С.* Методы расчета предельных деформаций в операциях листовой штамповки : учеб. пособие. М. : Изд-во МАТИ, 2002.
16. *Чумадин А.С.* Теория и расчеты процессов листовой штамповки : (для инженеров). 2-е изд. М. : Экспсервис «ВИП», 2014.
17. *Marciniak Z., Kuczynski K., Pokora T.* Influence of the plastic properties of a material on the forming limit curve for sheet metal in tension // *International Journal of Mechanical Science*. 1973. № 15. P. 789–805.
18. *Marciniak Z., Kuczynski K.* Limit strains in the processes of stretch forming sheet steel // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1967. № 1. P. 609–620.
19. *Филимонов В.И., Мищенко О.В.* Теория обработки металлов давлением : учеб. пособие. Ульяновск : УлГТУ, 2012.
20. *Stoughton T.B., Zhu X.* Review of theoretical models of the strain-based FLD and their relevance to the stress-based FLD // *International Journal of Plasticity*. 2004. № 20. P. 1463–1486.

21. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М. : Машиностроение, 1975.
22. Шалин Р.Е. Авиационные материалы : справочник для инженерно-технических и научных работников : в 9 т. / под общ. ред. Р.Е. Шалина. 6-е изд. перераб. и доп. М. : ВИАМ, 1982. Т. 4: Алюминиевые и бериллиевые сплавы, ч. 1: Деформируемые алюминиевые сплавы и сплавы на основе бериллия.

References

1. Stoughton T.B. (2000) General forming limit criterion for sheet metal forming. *International Journal of Mechanical Science*. 42. pp. 1–27. doi: 10.1016/S0020-7403(98)00113-1
2. Kazantsev A.V. (2018) *Osnovy LS-DYNA. Diagramma predel'nykh deformatsiy (FLD). Sozдание i verifikatsiya modeley povedeniya materialov. Metodicheskoe posobie* [Diagram of ultimate deformations (FLD). Creation and verification of models of behavior of materials. Guidance manual]. [Electronic resource]. Access mode: http://dpm.pstu.ru/images/R/NIR_Osnovy_LS-DYNA_v1.1.pdf
3. Sanay B. (2010) *Prediction of Plastic Instability and Forming Limits in Sheet Metal Forming*. A thesis submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering. Access mode: <http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12612486/index.pdf>
4. Paul S.K. (2013) Theoretical analysis of strain- and stress-based forming limit diagrams. *Strain Analysis*. 48(3). pp. 177–188. doi: 10.1177/0309324712468524
5. Marciniak Z., Kuczynski K. (1967) Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal. *International Journal of Mechanical Science*. 9(9). pp. 609–620. doi: 10.1016/0020-7403(67)90066-5
6. Marciniak Z., Kuczynski K., Pokora T. (1973) Influence of the plastic properties of a material on the forming limit curve for sheet metal in tension. *International Journal of Mechanical Science*. 15(10). pp. 789–805. doi: 10.1016/0020-7403(73)90068-4
7. Nakazima K., Kikuma T. (1967) Forming limits under biaxial stretching of sheet metals. *Testu-to Hagane*. 53. pp. 455–458.
8. Nakazima K., Kikuma T., Hasuka K. (1968) Study on the formability of steel sheets. *Yawata Technical Report*. 264. pp. 141–154.
9. Izosimova S.V. (2013) Issledovanie vliyaniya formy zagotovki na tochnost' postroeniya diagrammy predel'nykh deformatsiy [A study of the workpiece shape effect on the accuracy of the construction of the forming limit diagram]. [Electronic resource]. *Vserossiyskaya nauchno-tehnicheskaya konferentsiya studentov Studencheskaya nauchnaya vesna 2013: Mashinostroitel'nye tekhnologii*. Access mode: http://studvesna.ru/db_files/articles/810/article.pdf
10. *Metallic Materials – Determination of Forming-Limit Curves for Sheet and Strip – Part 2: Determination of Forming-Limit Curves in the Laboratory*. ISO 12004-2:2021.
11. Swift H.W. (1952) Plastic instability under plane stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1. pp. 1–18. doi: 10.1016/0022-5096(52)90002-1
12. Hill R. (1952) On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1. pp. 19–30. doi: 10.1016/0022-5096(52)90003-3
13. Støren S., Rice J.R. (1975) Localized necking in thin sheets. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 23. pp. 421–441. doi: 10.1016/0022-5096(75)90004-6
14. Chumadin A.S. (1990) Ob odnom podkhode k raschetu predel'nogo deformirovaniya pri listovoy shtampovke [About one approach to the forming limit calculation during sheet stamping]. *Kuznechno-shtampovnoe proizvodstvo*. 6. pp. 10–13.
15. Chumadin A.S. (2002) *Metody rascheta predel'nykh deformatsiy v operatsiyakh listovoy shtampovki: uchebnoe posobie* [Methods for calculating forming limits in sheet stamping operations: a textbook]. Moscow: Izdatel'stvo MATI.

16. Chumadin A.S. (2014) *Teoriya i raschety protsessov listvoy shtampovki* [Theory and calculations of sheet stamping processes]. Moscow: Eksposervis «VIP».
17. Marciniak Z., Kuczynski K., Pokora T. (1973) Influence of the plastic properties of a material on the forming limit curve for sheet metal in tension. *International Journal of Mechanical Science*. 15. pp. 789–805. doi: 10.1016/0020-7403(73)90068-4
18. Marciniak Z., Kuczynski K. (1967) Limit strains in the processes of stretch forming sheet steel. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1. pp. 609–620. doi: 10.1016/0020-7403(67)90066-5
19. Filimonov V.I., Mishchenko O.V. (2012) *Teoriya obrabotki metallov davleniem: uchebnoe posobie* [Theory of metal processing by pressure: a textbook]. Ulyanovsk: UIGTU.
20. Stoughton T.B., Zhu X. (2004) Review of theoretical models of the strain-based FLD and their relevance to the stress-based FLD. *International Journal of Plasticity*. 20. pp. 1463–1486. doi: 10.1016/j.ijplas.2003.11.004
21. Malinin N.N. (1975) *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* [Applied theory of plasticity and creep]. Moscow: Mashinostroenie.
22. Shalin R.E. (1982) *Aviatsionnye materialy. Tom 4. Alyuminievye i berillievye splavy. Chast' 1. Deformiruemye alyuminievye splavy i splavy na osnove berilliya: spravochnik dlya inzhenerno-tekhnicheskikh i nauchnykh rabotnikov* [Aviation materials. Volume 4. Aluminum and beryllium alloys. Part 1. Deformable aluminum alloys and beryllium-based alloys: handbook for engineering and scientific workers]. Moscow: Vsesoyuznyy nauchno-issledovatel'skiy institut aviatsionnykh materialov (VIAM).

Сведения об авторах:

Феоктистов Сергей Иванович – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Комсомольск-на-Амуре, Россия). E-mail: serg_feo@mail.ru

Андрянов Иван Константинович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Авиастроение» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Комсомольск-на-Амуре, Россия). E-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru

Information about the authors:

Feoktistov Sergey I. (Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation). E-mail: serg_feo@mail.ru

Andrianov Ivan K. (Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation). E-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru

Статья поступила в редакцию 23.03.2022; принята к публикации 04.12.2023

The article was submitted 23.03.2022; accepted for publication 04.12.2023