

Научная статья

УДК 004.94; 532.5

doi: 10.17223/19988621/87/8

## Численное моделирование осаждения твердых частиц в установке погружного горения

**Виталий Анатольевич Демин<sup>1</sup>, Алексей Валерьевич Костыря<sup>2</sup>**

*<sup>1, 2</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Пермь, Россия*

*<sup>1</sup> Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия*

*<sup>1</sup> demin@psu.ru*

*<sup>2</sup> AVKostyrja@pstu.ru*

**Аннотация.** Рассматриваются дрейф и оседание твердых частиц в лабораторной установке погружного горения в условиях трехфазного течения газ–жидкость–твердые частицы, в котором жидкая фаза является несущей средой. При описании движения уже образовавшейся в окрестности горелки газовой фазы проанализирован модельный случай теплового режима работы без последующего перехода жидкой фазы в пар. Сделано заключение о возможности предотвращения неуправляемого осаждения твердых частиц при отборе среды из зоны высоких скоростей восходящего движения жидкости.

**Ключевые слова:** аппараты погружного горения, численное моделирование, трехфазный поток газ–жидкость–твердые частицы, осаждение

**Для цитирования:** Демин В.А., Костыря А.В. Численное моделирование осаждения твердых частиц в установке погружного горения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 87. С. 88–105. doi: 10.17223/19988621/87/8

Original article

## Numerical modeling of sedimentation of solid particles in a submerged combustion apparatus

**Vitaliy A. Demin<sup>1</sup>, Aleksey V. Kostyrya<sup>2</sup>**

*<sup>1, 2</sup> Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation*

*<sup>1</sup> Perm State National Research University, Perm, Russian Federation*

*<sup>1</sup> demin@psu.ru*

*<sup>2</sup> AVKostyrja@pstu.ru*

**Abstract.** In this paper, the regularities of solid-phase sedimentation within a laboratory submerged combustion apparatus are considered. The study is conducted using the methods of computational fluid dynamics.

A gas–liquid–solid three-phase flow is simulated. The gas–liquid and liquid–solid interactions are modeled using the Euler–Euler and Euler–Lagrange approaches, respectively. The thermal regime is considered without the vapor phase. The finite volume method is used to solve this problem.

As a result, the trajectories of the solid particles are obtained and their correlation with the streamlines of the fluid is analyzed. The proportion of particles that settled down during the experiment is obtained for different numbers of particles. The conclusion is made on the nonlinear growth of the proportion of settled particles and their percentage on the right side. The velocity of the upward fluid flow is found to be higher than the deposition velocity for the entire considered range of solid particle diameters.

It is concluded that the organized solid-phase withdrawal from the apparatus can be provided if the solid phase is extracted near the area of solid particle nucleation.

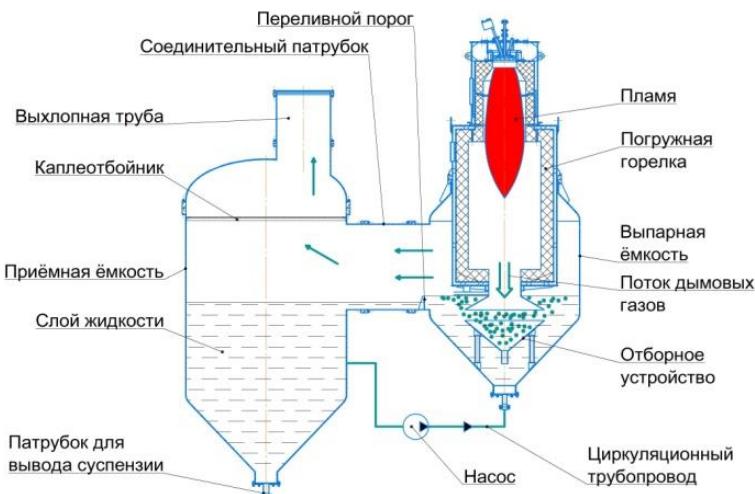
**Keywords:** submerged combustion apparatus, numerical modeling, gas–liquid–solid three-phase flow, sedimentation

**For citation:** Demin, V.A., Kostyrya, A.V. (2024) Numerical modeling of sedimentation of solid particles in a submerged combustion apparatus. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mehanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics.* 87. pp. 88–105. doi: 10.17223/19988621/87/8

## Введение

Аппараты погружного горения (АПГ) представляют собой теплотехнические устройства для прямого нагрева жидкостей. Нагрев жидкости происходит при ее непосредственном контакте со струей горячих дымовых газов, образующейся в горелке. Принципиальная схема АПГ приведена на рис. 1. При работе АПГ струя дымовых газов при контакте с жидкостью разбивается на пузырьки, которые, барботируя через слой жидкости, отдают ей свое тепло. После выхода из барботажного слоя дымовые газы инвертируются в сплошную фазу и покидают аппарат через выхлопную трубу. Нагретая жидкая фаза переливается через порог, попадает в приемную емкость и смешивается с новыми порциями жидкости, поступающими в АПГ. Жидкая фаза из приемной емкости принудительно с помощью насоса подается в выпарную емкость, где происходит ее нагрев и последующее выпаривание.

АПГ, как правило, применяются для выпаривания загрязненных жидкостей или концентрированных растворов солей, образующих в ходе технологического процесса осадок. Таким образом, в аппарате неминуемо возникает твердая фаза, представленная мелкодисперсными частицами. Неуправляемое движение твердых частиц приводит к частым засорениям аппарата и, как следствие, длительным простоям для его очистки. Эта проблема может быть решена за счет организации управляемого движения твердой фазы в аппарате [1]. Однако разработка мероприятий по организации движения частиц требует предварительного изучения закономерностей их осаждения в АПГ. В рамках данной статьи проведено теоретическое исследование указанных процессов численными методами.



**Рис. 1.** Принципиальная схема АПГ  
**Fig. 1.** Schematic diagram of a submerged combustion Apparatus

Ранее нами были исследованы законы движения трехфазного потока газ–жидкость–твердые частицы на примере лабораторной установки с погружным горением [1]. Настоящая работа является развитием указанного исследования и направлена на уточнение динамики твердой фазы с детальным расчетом доли осевших частиц.

### Постановка задачи и метод решения

Для исследования осаждения твердых частиц необходима физико-математическая модель, описывающая движение трехфазного потока газ–жидкость–твердые частицы. Обзор текущего состояния, современных методов и алгоритмов моделирования многофазных течений представлен в [2–4].

В рассматриваемой системе газ присутствует в виде пузырьков, жидкость является сплошной средой, а твердая фаза диспергирована в виде мелких кристаллов. В модели частицы не выходят из сопла горелки, а вводятся в толще жидкости под горелкой. Эта область выбрана в качестве области ввода, так как является зоной максимальной теплонапряженности, и именно в ней наиболее вероятно зарождение частиц. Газовая и жидккая фазы влияют на движение твердой, определяя в конечном итоге ее динамику. В качестве расчетной области принята трехмерная геометрическая модель лабораторной установки с погружной горелкой.

Порядок работы лабораторной модели аналогичен принципу действия полноразмерного АПГ. Более подробное описание параметров установки изложено в [1].

Адекватная физико-математическая модель была построена в ходе исследования [1] и дала предварительные результаты, хорошо согласующиеся с ранее известными данными по динамике потоков [1] в рассматриваемой геометрии. Взаимодействие газовой и жидкой фаз моделировалось с помощью подхода «Эйлер–Эйлер» (Eulerian-Eulerian multiphase model) [5, 6], движение твердых частиц – с помощью подхода «Эйлер–Лагранж» (Lagrangian particle tracking model) [7].

Преимуществом подхода «Эйлер–Лагранж» является возможность построить траектории частиц от момента зарождения до момента их осаждения на поверхность или вынужденного самоуничтожения по причине ограниченности вычислительных ресурсов в отношении допустимой длины траектории частиц. В модель были заложены уравнения турбулентного движения, так как струя горячих дымовых газов в момент выхода из сопла горелки имеет скорость, превышающую 100 м/с, и может вызывать значительные турбулентные пульсации в зоне контакта с жидкостью. Вместе с тем в зонах, удаленных от горелки, течение потока может оставаться ламинарным. Таким образом, для корректной имитации течений необходима модель турбулентности, дающая надежные результаты при низких числах Рейнольдса. Этому требованию отвечает модель RNG  $k-\epsilon$  (модель с ренормализованными группами) [6].

В работе [1] применялось уничтожение твердых частиц после 10 с жизни либо после 10 м пробега. Это приводило к тому, что траектории большого числа частиц, полученные в результате расчетов, обрывались в толще жидкости. Данное обстоятельство не позволяло увидеть тенденцию к осаждению частиц или их выносу из выпарной зоны под действием энергии потока. В то же время основное внимание в указанном исследовании уделялось структуре течения, а не динамике взвеси. Для достижения целей в настоящем исследовании время жизни частиц было увеличено до 100 с, так что их пробег до уничтожения составил 20 м. Этого оказалось достаточно, чтобы подавляющее число частиц, сделав определенное число оборотов в объеме, абсорбировалась на дне.

Как и в предыдущем исследовании, твердые частицы представляют собой кристаллы хлорида калия (плотность  $\rho_s = 1\ 984\ \text{кг}/\text{м}^3$ ), жидкая фаза – воду (плотность  $\rho_l = 997\ \text{кг}/\text{м}^3$ , вязкость  $8.9 \cdot 10^{-4}\ \text{Па}\cdot\text{с}$ ), газовая фаза – воздух с диаметром пузырьков 3 мм. Применительно к установкам погружного горения вопрос о размерах пузырьков недостаточно исследован, поэтому их диаметр был выбран по примеру работы [6] в соответствии с экспериментальными данными. Для качественной оценки осаждения твердой фазы диаметр частиц был принят 0.24 мм [1]. Для количественного описания явления седиментации была проведена серия экспериментов с частицами различных диаметров. Перебор значений частиц по диаметру приведен в табл. 1. Данный ряд получен кратным умножением или делением исходного диаметра с добавлением дополнительных точек для уточнения кривизны графиков. Массовый расход твердой фазы корректировался в зависимости от диаметра с целью сохранить постоянным количество вводимых за единицу времени частиц. Дополнительно проводились серии экспериментов с уменьшенным на 50% и увеличенным на 50% количеством частиц.

Таблица 1

Построение ряда диаметров твёрдых частиц

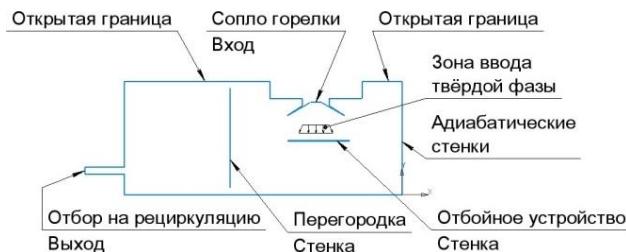
Член ряда	d/16	d/8	d/4	3d/8	d/2	3d/4	<b>d</b>	2d	3d	4d	5d	6d
Числовое значение, мм	0.015	0.03	0.06	0.09	0.12	0.18	<b>0.24</b>	0.48	0.72	0.96	1.2	1.44

Уравнения физико-математической модели решались с помощью коммерческого пакета ANSYS CFX 2020R2, который представляет собой программное обеспечение для моделирования задач гидродинамики. Вычислительным пакетом

реализуется гибридная технология, основанная на методе конечных объемов с использованием метода конечных элементов. Метод выбран в силу его хорошей разработанности применительно к задачам с особыми требованиями к консервативности численной схемы [8]. Кроме того, данный метод дискретизации является оптимальным на произвольных неструктурированных сетках с ячейками произвольной формы [9].

В пакет встроены препроцессор, решатель и постпроцессор. Препроцессор представляет собой специальное приложение для формирования расчетного задания и трансляции его в машинный язык. Сформированное расчетное задание загружается в готовый решатель.

Решение задачи состояло из трех этапов и включало создание расчетной сетки, выполнение вычислительной процедуры и визуализацию полученных данных. Расчетная сетка построена с помощью специализированного приложения ANSYS AUTODYN PrepPost. При построении сетки использовался линейный порядок элементов. Крупность ячеек сетки распределена по расчетной области неравномерно: более мелкие ячейки были заданы в выпарной части установки (на рис. 2 – справа). Общее количество узлов сетки составило 2 166 001, количество элементов – 12 066 247.



**Рис. 2.** Расчетная схема лабораторной установки (разрез)

**Fig. 2.** Design model of a laboratory setup (in section)

Особенностью решателя ANSYS CFX является то, что он рассматривает уравнения гидродинамики как единую систему, используя при этом полностью неявную дискретизацию [10]. Решение уравнений на каждом шаге состоит из следующих стадий:

1. Генерация коэффициентов: нелинейные уравнения линеаризуются и собираются в матрицу решений.

2. Решение уравнений: линейные уравнения решаются с использованием алгебраического многосеточного метода (Algebraic Multi-Grid).

Визуализация результатов вычислений осуществляется с помощью постпроцессора – приложения, декодирующего выходные данные расчёта.

### Описание математической модели

Основой системы уравнений является модель «Эйлер–Эйлер» с добавлением некоторых уравнений модели «Эйлер–Лагранж». Базовые уравнения для каждой фазы, соответствующие законы замыкания и определяющие соотношения приведены в табл. 2. Константы модели RNG  $k-\epsilon$  приведены в табл. 3. Границные условия приведены в табл. 4 и на рис. 2 и 3. Численные значения граничных

условий приняты теми же, что в исследовании [1]. Массовый расход твердой фазы, использованный в серии экспериментов, приведен в табл. 5. Геометрия задачи и параметры сетки приняты в соответствии с этой же работой [1].

Таблица 2

**Базовые уравнения и законы замыкания**

Физический смысл уравнений	Уравнения	Ссылки
Уравнение неразрывности для $i$ -ой фазы	$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i) + \nabla(\alpha_i \rho_i \vec{v}_i) = 0,$ $\alpha_i$ – объемная доля фазы $i$ , $\rho_i$ – плотность фазы $i$ ( $\text{кг}/\text{м}^3$ ), $\vec{v}_i$ – скорость фазы $i$	
Сумма объемных долей фаз (нормировка)	$\alpha_l + \alpha_g + \alpha_s = 1$	
Тензор напряжений для фазы $i$	$\bar{\bar{\tau}}_i = -\alpha_i \mu_i (\nabla \vec{v}_i + \nabla \vec{v}_i^T) - \alpha_i \frac{2}{3} \mu_i (\nabla \vec{v}_i) \delta_{ij},$ $\mu_i$ – динамическая вязкость фазы $i$ ( $\text{Па}\cdot\text{с}$ ), $\delta_{ij}$ – символ Кронекера	
Тензор деформаций для фазы $i$	$\bar{\bar{S}}_i = \frac{1}{2} (\nabla \vec{v}_i + \nabla \vec{v}_i^T)$	
Инвариант тензора деформаций (для жидкой фазы)	$S = \left( 2 \bar{\bar{S}}_l \bar{\bar{S}}_l \right)^{\frac{1}{2}}$	
Уравнение сохранения импульса для фазы $i$	$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i \vec{v}_i) + \nabla(\alpha_i \rho_i \vec{v}_i \otimes \vec{v}_i) = -\alpha_i \nabla p + \nabla \bar{\bar{\tau}}_i + \alpha_i \rho_i \vec{g} + \vec{F}_{drag,ij},$ $p$ – давление ( $\text{Па}$ ), $\vec{g}$ – ускорение свободного падения ( $\text{м}/\text{с}^2$ ), $\vec{F}_{drag,ij}$ – сила межфазного взаимодействия ( $\text{кН}/\text{м}^2\cdot\text{с}^2$ )	
Уравнение модели турбулентности	$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_l \rho_l k_l)}{\partial t} + \nabla(\alpha_l \rho_l k_l \vec{v}_l) &= \\ &= \nabla \left( \alpha_l \left[ \frac{\theta_{k,\mu} + \mu_t}{\sigma_k} \right] \nabla k \right) + \alpha_l G_{k,b} - \alpha_l \rho_l \varepsilon_l + \Pi_k \end{aligned}$ $\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \varepsilon_l) + \nabla(\alpha_l \rho_l \varepsilon_l \vec{v}_l) &= \nabla \left( \alpha_l \left[ \frac{\theta_{1,\varepsilon} \mu + \mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right] \nabla \varepsilon \right) + \\ &+ \alpha_l \frac{\varepsilon_l}{k_l} (C_{1,\varepsilon} \theta_{2,\varepsilon} G_{k,b} - C_{2,\varepsilon} \theta_{3,\varepsilon} \rho_l \varepsilon_l) + C_{3,\varepsilon} \alpha_l \rho_l \Pi_k - \alpha_l R_\varepsilon \end{aligned}$	[6]
Дополнительный член, описывающий рассеивание энергии пульсаций	$R_\varepsilon = \frac{\rho C_\mu \eta^3}{1 + \beta \eta^3} \left( \frac{1 - \eta}{\eta_0} \right) \frac{\varepsilon^2}{k}$	
Безразмерный комплекс для вычисления рассеивания энергии пульсаций	$\eta = S \cdot k / \varepsilon$	
Член, описывающий зарождение турбулентности вследствие наличия градиентов скорости (индекс $k$ соответствует кинетической энергии)	$G_k = \mu_{tur} \left( \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \vec{v}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial x_j}$	

Продолжение табл. 2

Физический смысл уравнений	Уравнения	Ссылки
Член, описывающий зарождение турбулентности вследствие наличия эффектов всплытия (индекс $b$ соответствует подъемной силе)	$G_b = \frac{\mu_{tur}}{\Pr_{tur}} \beta_i \bar{g} \nabla T_i,$ $\Pr_{tur}$ – турбулентное число Прандтля (принято 0.9)	[11]
Турбулентная вязкость	$\mu_{tur} = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon,$ $C_\mu$ – коэффициент турбулентной вязкости	
Критерий Рейнольдса (при взаимодействии жидкости и газа)	$\mathbf{Re}_g = \rho_l d_g  \bar{v}_g - \bar{v}_l  / \mu_l,$ $d_g$ – диаметр пузырьков газа (м)	
Критерий Рейнольдса (при взаимодействии жидкости и твердых частиц)	$\mathbf{Re}_s = \rho_l d_s  \bar{v}_s - \bar{v}_l  / \mu_l,$ $d_s$ – диаметр твердых частиц (м)	
Коэффициент межфазного взаимодействия (при взаимодействии жидкости с пузырьками газа и твердыми частицами соответственно)	$C_D = \frac{24}{\mathbf{Re}_{g,s}} \left( 1 + 0.15 \cdot \mathbf{Re}_{g,s}^{0.687} \right)$	[6]
Коэффициент передачи импульса	$K_{ij} = C_{D,ij} \frac{3}{4} \rho_i \frac{a_i a_j}{d_j}  \bar{v}_i - \bar{v}_j ,$ $d_j$ – диаметр частиц фазы $j$ (м)	
Усилие, возникающее при межфазном взаимодействии (для Эйлеровых фаз)	$\vec{F}_{\text{drag},ij} = K_{ij} (\bar{v}_i - \bar{v}_j)$	
Закон сохранения энергии для фазы $i$	$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_i \rho_i H_i) + \nabla (\alpha_i \rho_i \bar{v}_i H_i) = \\ = \alpha_i \frac{\partial p}{\partial t} + \boldsymbol{\tau} : \nabla \bar{v}_i + \nabla (\lambda_i \nabla T_i) + Q_{ij}, \end{aligned}$ $Q_{ij}$ – количество тепла, поступившее из фазы $j$ ( $\text{Дж}/\text{м}^3$ )	
Энтальпия фазы $i$	$H_i = \int c_{p,i} dT_i,$ $c_{p,i}$ – теплоемкость при постоянном давлении фазы $i$	
Теплопроводность жидкости	$\lambda_l = \lambda_{lam,l} + \lambda_{tur,l}$	[5]
Турбулентная теплопроводность	$\lambda_{tur,l} = c_{p,l} \mu_{tur} / \Pr_{tur}$	
Передача тепла между фазами	$Q_{lg} = -Q_{gl} = h_{lg} (T_g - T_l)$	
Критерий Прандтля	$\Pr = c_{p,l} \mu_l / \lambda_l$	
Критерий Нуссельта	$\mathbf{Nu} = 2 + 0.6 \cdot \sqrt{\mathbf{Re} \cdot \Pr^{1/3}}$	
Коэффициент теплоотдачи	$h_{ij} = 6 \lambda_i \alpha_i \alpha_j \mathbf{Nu} / d_j$	

Окончание табл. 2

Физический смысл уравнений	Уравнения	Ссылки
Сила сопротивления (для твёрдых частиц)	$\vec{F}_{\text{drag},ls} = \frac{\pi d_s^2}{8} \rho_l C_D  \vec{v}_l - \vec{v}_s  (\vec{v}_l - \vec{v}_s)$	
Сила тяжести (для твёрдых частиц)	$\vec{F}_{\text{grav}} = m_s \vec{g}$ , $m_s$ – масса одной частицы (кг), $\vec{g}$ – ускорение свободного падения ( $\text{м/с}^2$ )	[7]
Уравнение движения твердой частицы	$m_s \frac{d\vec{v}_s}{dt} = \vec{F}_{\text{drag},ls} + \vec{F}_{\text{grav}}$	

Примечания. Индексы  $g$ ,  $l$ ,  $s$  означают газ, жидкость и твердые частицы соответственно. Индексы *lam* и *tur* отвечают ламинарному и турбулентному режимам соответственно.

Таблица 3

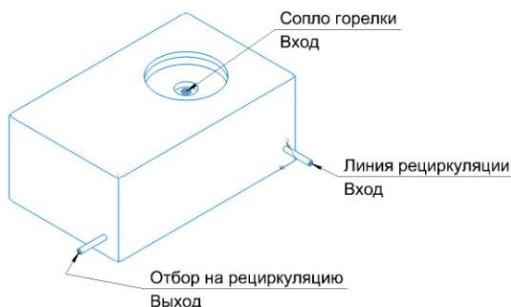
#### Параметры модели RNG k-ε

Параметр	Значение	Ссылка	Параметр	Значение	Ссылка	Параметр	Значение	Ссылка
$\sigma_k$	$1.39^{-1}$	[12]	$\theta_{2,\epsilon}$	1	[6]	$C_{1\epsilon}$	1.42	[12]
$\sigma_\epsilon$	$1.39^{-1}$	[12]	$\theta_{3,\epsilon}$	1	[6]	$C_{2\epsilon}$	1.68	[12]
$\theta_k$	1	[6]	$\eta_0$	4.38	[12]	$C_{3,\epsilon}$	0	[6]
$\theta_{1,\epsilon}$	1	[6]	$\beta$	0.012	[12]			
$\Pi_k$	0	[6]	$C_\mu$	0.085	[6]			

Таблица 4

#### Границные условия

Расположение границы	Тип границы	Границные условия
Сопло горелки	Вход	$\rho \cdot v_n = 0.123 \text{ кг/с}, t = 1300 \text{ }^\circ\text{C}, \alpha_g = 1, \rho_g = 0,225 \text{ кг/м}^3$
Открытая граница	Открытая граница	$p = 101300 \text{ Па}, t = 25 \text{ }^\circ\text{C}, \alpha_g = 1$
Линия рециркуляции	Вход	$\rho \cdot v_n = 1.5 \text{ кг/с}, t = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \alpha_l = 1, \rho_l = 998.2 \text{ кг/м}^3$
Отбор на рециркуляцию	Выход	$\rho \cdot v_n = -1.5 \text{ кг/с}$
Адиабатические стенки	Стенка	$\vec{v} = 0, q = 0$
Перегородка	Стенка	$\vec{v} = 0, q = 0$
Отбойное устройство	Стенка	$\vec{v} = 0, q = 0$



**Рис. 3.** Расчетная схема лабораторной установки (аксонометрическая проекция)  
**Fig. 3.** Design model of a laboratory setup (axonometric projection)

Таблица 5

#### Массовый расход твердой фазы

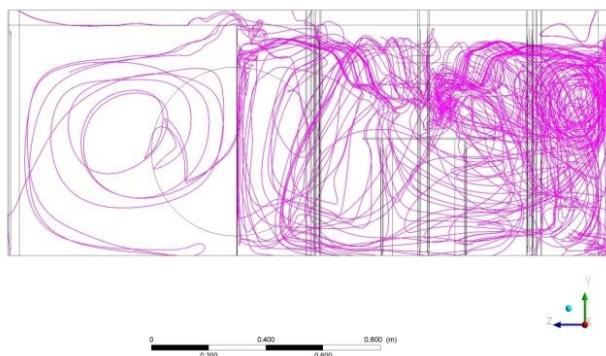
Диаметр частиц	Массовый расход твердой фазы при количестве частиц, кг/с		
	0.5N	N*	1.5N
0.015	$6.104 \cdot 10^{-6}$	$1.221 \cdot 10^{-5}$	$1.831 \cdot 10^{-5}$
0.03	$4.883 \cdot 10^{-5}$	$9.766 \cdot 10^{-5}$	$1.465 \cdot 10^{-4}$
0.06	$3.907 \cdot 10^{-4}$	$7.813 \cdot 10^{-4}$	$1.172 \cdot 10^{-3}$
0.09	$1.318 \cdot 10^{-3}$	$2.637 \cdot 10^{-3}$	$3.955 \cdot 10^{-3}$
0.12	$3.125 \cdot 10^{-3}$	$6.25 \cdot 10^{-3}$	$9.376 \cdot 10^{-3}$
0.18	0.011	0.021	0.032
<b>0.24</b>	0.025	<b>0.05</b>	0.075
0.48	0.2	0.4	0.6
0.72	0.675	1.35	2.025
0.96	1.6	3.2	4.8
1.2	3.125	6.25	9.376
1.44	5.4	10.8	16.201

Примечание. \* За N принято число частиц, использованное в исследовании [1] ( $3.482 \cdot 10^6$  частиц в секунду).

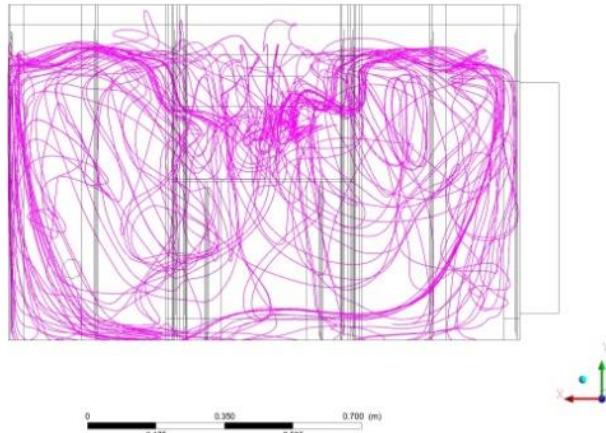
#### Обсуждение результатов

По итогам проведения численного эксперимента с диаметром твердых частиц 0.24 мм были получены их траектории (рис. 4–6).

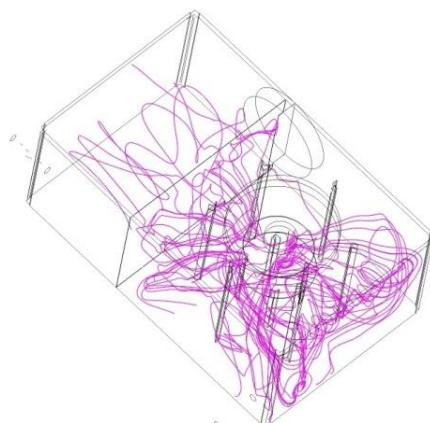
Как видно из приведенных рисунков, на начальном этапе твердые частицы движутся вверх к свободной поверхности жидкости, что согласуется с результатами ранее проведенного исследования. Этот факт объясняется определяющим значением движения пузырьков газа, которые обладают высокой степенью плавучести. После выхода из сопла горелки жидкость, насыщенная пузырьками, разворачивается и движется вверх [1]. При приближении к поверхности жидкость избавляется от газовой фазы. При попадании в зону свободной поверхности твердые частицы теряют вертикальную компоненту скорости и начинают двигаться горизонтально, отдаляясь от зоны высоких скоростей потока.



**Рис. 4.** Траектория твердых частиц, проекция на плоскость ZY  
**Fig. 4.** Trajectory of solid particles (projection onto ZY-plane)

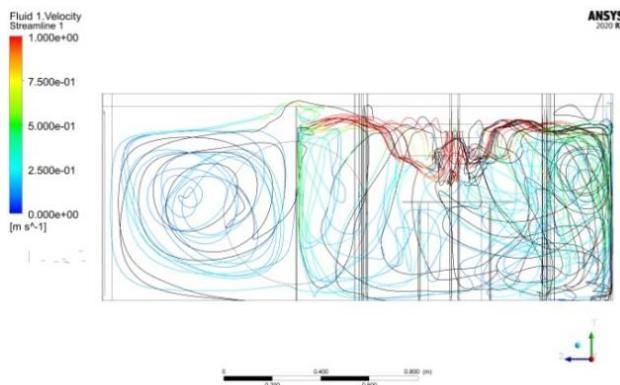


**Рис. 5.** Траектория твердых частиц, проекция на плоскость XY  
**Fig. 5.** Trajectory of solid particles (projection onto XY-plane)



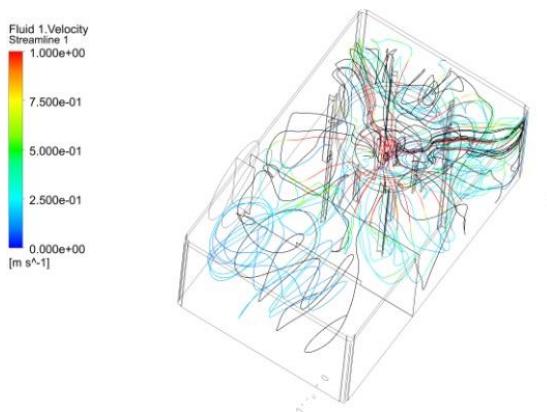
**Рис. 6.** Траектория твердых частиц, проекция на плоскость XY  
**Fig. 6.** Trajectory of solid particles (projection onto XY-plane)

По мере потери газовой фазы удельный вес элемента жидкости становится большим, и линии тока начинают заворачивать вниз. Далее, достигая наружных стенок и перегородки, частицы приобретают нисходящее движение, при этом большая часть твердой фазы оседает на дне установки. Вместе с тем мы можем видеть, что неосевшие частицы продолжают движение, увлекаясь потоком циркулирующей жидкости. Рассмотрим подробнее закономерности движения твердых частиц, наложив их траекторию на линии тока жидкости (рис. 7, 8).



**Рис. 7.** Траектория твердых частиц, совмещенная с линиями тока жидкости  
(проекция на плоскость ZY)

**Fig. 7.** Trajectory of solid particles combined with streamlines of the fluid  
(projection onto ZY-plane)



**Рис. 8.** Траектория твердых частиц, совмещенная с линиями тока жидкости  
(аксонометрическая проекция)

**Fig. 8.** Trajectory of solid particles combined with streamlines of the fluid  
(axonometric projection)

Как видно из приведенных рисунков, твердая фаза следует за потоком жидкости не только на начальных, но и на последующих участках траектории. Особенно отчетливо эта тенденция видна в зоне вихревого движения. Отклонение траек-

торий частиц от линий тока происходит на участках горизонтального движения, что соответствует известным представлениям об осаждении дисперсной фазы в поле силы тяжести [13]. При этом в отношении структуры течения подтверждаются результаты численных экспериментов, проведенных в исследовании [1].

Далее рассмотрим закономерности осаждения твердых частиц при их различном диаметре и количестве. Прежде всего вычислим скорость осаждения частиц хлорида калия в воде и сопоставим ее со скоростями потоков жидкости. Скорость осаждения вычисляется с помощью уравнений [14]

$$\text{Re}_s = \frac{\text{Ar}}{18 + 0.61 \cdot \sqrt{\text{Ar}}}, \quad \text{Ar} = \frac{d_s^3 \rho_l^2 g (\rho_s - \rho_l)}{\mu_l^2}, \quad (1)$$

где  $\text{Re}$  – критерий Рейнольдса, вычисленный по формуле из табл. 2;  $\text{Ar}$  – еще один безразмерный параметр подобия (критерий Архимеда).

Преобразовав уравнения (1), сокращая некоторые члены, получим

$$|\vec{v}_s - \vec{v}_l| = v_{sed} = \frac{d_s^2 g (\rho_s - \rho_l)}{18 \mu_l + 0.61 \cdot \sqrt{d_s^3 \rho_l g (\rho_s - \rho_l)}}. \quad (2)$$

Известно, что при наличии разности температур между осаждающейся частицей и несущей средой зачастую следует вносить поправку к коэффициенту сопротивления  $C_D$ , учитывающую влияние неизотермичности [15]. В случае если частица нагрета относительно жидкости, поправка вычисляется по формуле

$$C_D - C_{D0} = -18.2 \cdot \frac{|1 - T/T_l|}{\text{Re}_0^{0.722}}, \quad (3)$$

где  $\text{Re}_0$  – критерий Рейнольдса, вычисленный для реперного изотермического случая,  $T$  – температура частицы (К),  $T_l$  – температура жидкости (К). Применимально к нашей ситуации  $\text{Re}_0 = \text{Re}_s$  и вычисляется по формуле из табл. 2. Подставляя числовые значения физических свойств воды и хлорида калия, а также значение скорости осаждения, получаем  $\text{Re}_s = 28.6$ . В настоящем исследовании температура частицы равна температуре жидкости, окружающей частицу в момент зарождения. В установившемся режиме работы лабораторной установки перепад температур между нагретым ядром потока и периферией будет составлять не более 10 К. Такой же будет и максимальная разность температур твердой частицы и окружающей ее жидкости. Подставляя в уравнение (3) все числовые значения, получим размер поправки, равный  $-0.0445$ . Как видно, полученное число достаточно мало для его округления до нуля, что позволят не учитывать поправку на неизотермичность.

Частицы хлорида калия в диапазоне рассматриваемых диаметров имеют коэффициент формы, близкий к единице. Таким образом, в наших условиях форм-фактор не является главным параметром, определяющим режим осаждения при работе лабораторной установки с погружным горением. Для подкрепления данной позиции были проведены дополнительные расчеты осаждения частиц диаметром 1.44 мм с соответствующим ему коэффициентом формы 1.37. Отклонение результатов составило 1%: доля осевшей твердой фазы составила примерно 99% вместо 100% в численном эксперименте без учета коэффициента формы.

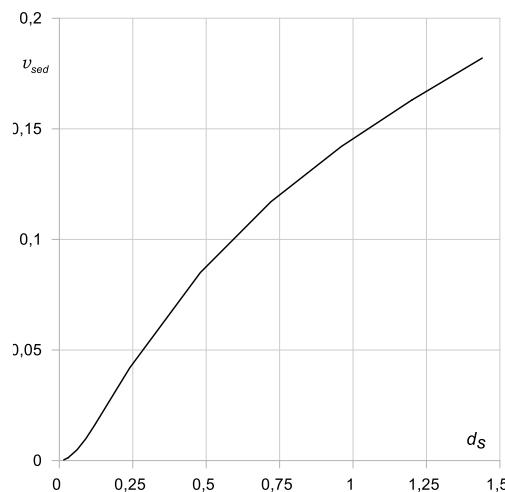
Значения скоростей осаждения, вычисленные по формуле (2), приведены в табл. 6 и на рис. 9. В зонах восходящего и вихревого течения жидкость имеет скo-

рости в диапазоне 0,25–2,5 м/с, что превышает скорость осаждения частиц во всем диапазоне диаметров. Таким образом, если делать отбор жидкости с рождающимися частицами из зоны относительно высоких скоростей (на границе раздела фаз, вблизи горелки), то можно свести к минимуму осаждение твердых частиц в выпарной части установки. Это же будет справедливо и для полноразмерного аппарата.

Таблица 6

## Закономерности осаждения твердых частиц различного диаметра

Диаметр, мм	Общая доля осевших частиц и процент частиц, осевших в правой части расчетной области						Скорость осаждения, м/с
	0.5N		N		1.5N		
0.015	0.02	50%	0.02	50%	0.02	50%	$3.388 \cdot 10^{-4}$
0.03	0.03	67%	0.03	67%	0.03	67%	$1.314 \cdot 10^{-3}$
0.06	0.05	80%	0.05	80%	0.05	80%	$4.839 \cdot 10^{-3}$
0.09	0.12	83%	0.12	83%	0.12	83%	$9.875 \cdot 10^{-3}$
0.12	0.21	95.2%	0.21	95.2%	0.21	95.2%	0.016
0.18	0.51	94%	0.51	94%	0.51	94%	0.029
0.24	0.705	90.1%	0.765	93.5%	0.705	90.1%	0.042
0.48	0.785	96.2%	0.785	96.2%	0.785	96.2%	0.085
0.72	0.91	100%	0.91	100%	0.91	100%	0.117
0.96	0.939	100%	0.939	100%	0.939	100%	0.142
1.2	0.994	100%	0.984	100%	0.994	100%	0.163
1.44	0.982	100%	0.982	100%	0.982	100%	0.182



**Рис. 9.** Скорость осаждения твердых частиц в зависимости от диаметра  
**Fig. 9.** Sedimentation rate of solid particles as a function of diameter

По результатам серии численных экспериментов с исходными данными, указанными в табл. 5, получены доли осевших частиц ( $\phi$ ), а также процент частиц, осевших в правой части расчетной области. Результаты численных эксперимен-

тов представлены в табл. 6 и на рис. 9–12. Доля осевших частиц определялась как отношение количества частиц, абсорбированных на нижней границе расчетной области, к количеству вводимых частиц в единицу времени. Процент частиц, осевших в правой части установки, определялся, соответственно, как отношение количества частиц, абсорбированных в правой части дна, к общему количеству абсорбированных частиц.

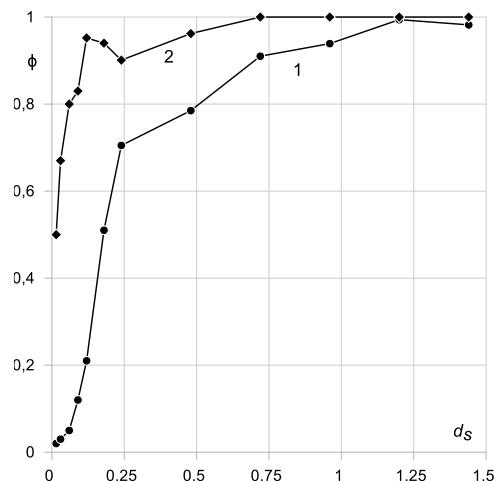


Рис. 10. Закономерности осаждения твердой фазы при числе частиц 0.5N:

1 – доля осевших частиц, 2 – доля частиц, осевших в правой части.

Fig. 10. Regularities of solid-phase sedimentation with a particle number of 0.5N:  
a proportion of (1) settled particles and (2) the particles settled on the right side

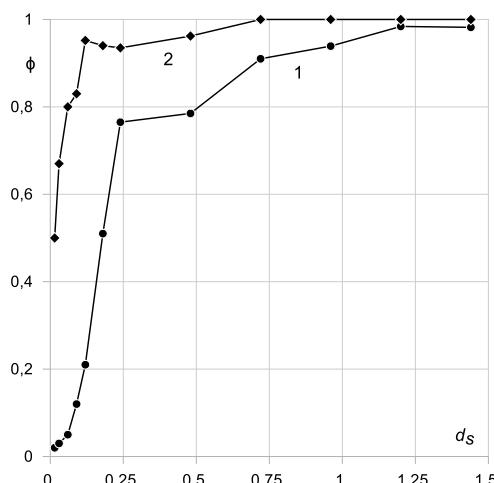
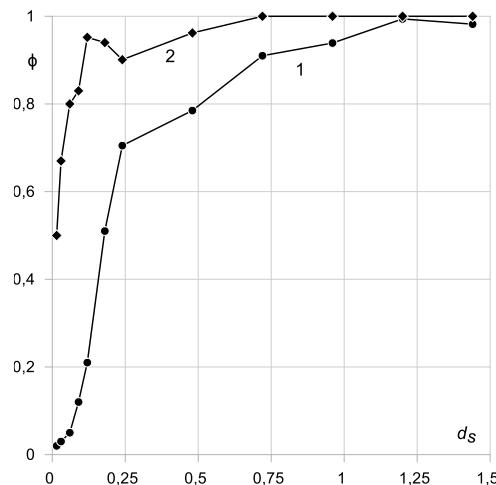


Рис. 11. Закономерности осаждения твердой фазы при числе частиц N:

1 – доля осевших частиц, 2 – доля частиц, осевших в правой части.

Fig. 11. Regularities of solid-phase sedimentation with a particle number of N:  
a proportion of (1) settled particles and (2) the particles settled on the right side



**Рис. 12.** Закономерности осаждения твердой фазы при числе частиц 1.5N:

1 – доля осевших частиц, 2 – доля частиц, осевших в правой части.

**Fig. 12.** Regularities of solid-phase sedimentation with a particle number of 1.5N:  
a proportion of (1) settled particles and (2) the particles settled on the right side

Как можно видеть, доля осевших частиц возрастает с увеличением их диаметра и не зависит от их количества. Это совпадает с теоретическими положениями о свободном осаждении частиц в вязкой жидкости [5, 6]. К тем же выводам можно прийти, проанализировав формулу (2). Действительно, при малых концентрациях скорость осаждения, которая и определяет интенсивность процесса, зависит от диаметра и плотности частиц, физических свойств несущей среды, но не зависит от количества распределенных в среде частиц. Стоит отдельно отметить, что данный вывод не будет справедлив для стесненного осаждения, при котором отдельные частицы взаимодействуют друг с другом, а также существует влияние потока твердой фазы на структуру потока сплошной среды.

Сравнивая процент частиц, осевших в правой части расчетной области при различных условиях, мы можем обнаружить, что он также зависит только от диаметра и не зависит от количества частиц. Доля осевших справа частиц нелинейно возрастает с ростом диаметра, превышая значение 95% уже при размере частицы 0.12 мм. Это говорит о том, что вывод твердой фазы должен быть организован как можно ближе к горелке, пока крупные частицы еще витают вблизи свободной поверхности.

### Заключение

В рамках настоящего исследования проведено численное моделирование осаждения твердых частиц в лабораторной установке погружного горения. Показано, что для принятых условий в аппарате погружного горения скорость свободного осаждения зависит от диаметра частиц и не зависит от их количества. Скорость восходящего течения жидкости в зоне возле горелки превышает скорость осаждения во всем рассматриваемом диапазоне диаметров частиц. Выявлено, что твердая фаза следует за потоком жидкости как на начальных, так и на последую-

ших участках траектории, отклоняясь заметно от линий тока жидкости только на горизонтальных участках. Процент частиц, оседающих в правой части расчетной области (в выпарной части установки), круто возрастает с ростом диаметра частиц, достигая значения 100%. Это говорит о том, что крупные частицы (0.12 мм и более) могут быть выведены из системы только в зоне быстрого восходящего потока жидкости, т.е. вблизи горелки.

### Список источников

1. Демин В.А., Костыря А.В. Динамика трехфазного потока газ–жидкость–твердое в лабораторной установке погружного горения // Математические методы в технологиях и технике. 2022. № 4. С. 82–94. doi: 10.52348/2712-8873\_MMFT\_2022\_4\_82.
2. Леонов А.А., Чуданов В.В., Аксенова А.Е. Методы прямого численного моделирования в двухфазных средах. М. : Наука, 2013. 197 с.
3. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Течения газа с частицами. М. : Физматлит, 2008. 600 с.
4. Kolev N.I. Multiphase flow dynamics. Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag, 2007. 751 p.
5. Peng Li, Xuhui Zhang, Xiaobing Lu. Three-dimensional Eulerian modeling of gas–liquid–solid flow with gas hydrate dissociation in a vertical pipe // Chemical Engineering Science. 2019. № 196. С. 1456–1465.
6. Yunfeng Liu, Xiliang Sun, Zeneng Sun, Chao Zhang, Jesse Zhu. Experimental and numerical studies on a bubble-induced inverse gas–liquid–solids fluidized bed // Advanced Powder Technology. 2021. № 32. С. 4496–4508.
7. Mahdavimanesh M., Noghrehabadi A.R., Behbahaninejad M., Ahmadi G., Dehghanian M. Lagrangian Particle Tracking: Model Development // Life Science Journal. 2013. № 10. С. 34–41.
8. Ковеня В.М. Алгоритмы расщепления в методе конечных объемов для численного решения уравнений Навье–Стокса // Марчуковские научные чтения – 2017 : тр. междунар. науч. конф. Новосибирск : Изд-во Ин-та вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 2017. С. 428–433.
9. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. Berlin : Springer, 2001. 423 p.
10. Козелков А.С., Мелешина Д.П., Куркин А.А., Таракова Н.В., Лашкин С.В., Курулин В.В. Полнотью неявный метод решения уравнений Навье–Стокса для расчета многофазных течений со свободной поверхностью // Вычислительные технологии. 2016. № 5. С. 54–76.
11. Коркодинов Я.А. Обзор семейства k–ε моделей для моделирования турбулентности // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. 2013. Т. 15, № 2. С. 5–16.
12. Yakhot V., Orszag S.A., Thangam S., Gatski T.B., Speziale C.G. Development of Turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion technique // Physics of Fluids A Fluid Dynamics. 1992. № 4. doi: 10.1063/1.858424
13. Ушаков С.Л., Зеерев М.И. Инерционная сепарация пыли. М. : Энергия, 1974. 168 с.
14. Гельперин Н.И., Айнштейн В.Г., Кваша В.Б. Основы техники псевдоожижения. М. : Химия, 1967. 664 с.
15. Архипов В.А., Басалаев С.А., Перфильева К.Г., Усанина А.С. Коэффициент сопротивления твердой сферы в неизотермических условиях // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 71. С. 13–24. doi: 10.17223/19988621/71/2.

### References

1. Demin V., Kostyrya A. (2022) Dinamika tryokhfaznogo potoka gaz-zhidkost'-tvyordoe v laboratornoy ustanovke pogruzhnogo gorenija [Gas–liquid–solid three phase flow dynamics in

- a laboratory facility with submerged combustion]. *Matematicheskie metody v tekhnologiyakh i tekhnike – Mathematical Methods in Technique and Technology*. 4. pp. 82–94. doi: 10.52348/2712-8873\_MMTT\_2022\_4\_82
- 2. Leonov A.A., Chudanov V.V., Aksanova A.E. (2013) *Metody pryamogo chislennogo modelirovaniya v dvukhfaznykh sredakh* [Methods of direct numerical simulation in two-phase media]. Moscow: Nauka.
  - 3. Volkov K.N., Emel'yanov V.N. (2008) *Techeniya gaza s chastitsami* [Flows of gas with particles]. Moscow: Fizmatlit.
  - 4. Kolev N.I. (2007) *Multiphase Flow Dynamics*. Berlin – Heidelberg: Springer-Verlag.
  - 5. Li P., Zhang X., Lu X. (2019) Three-dimensional Eulerian modeling of gas–liquid–solid flow with gas hydrate dissociation in a vertical pipe. *Chemical Engineering Science*. 196. pp. 1456–1465. doi: 10.1016/j.ces.2018.10.053
  - 6. Liu Y., Sun X., Sun Z., Zhang C., Zhu J. (2021) Experimental and numerical studies on a bubble-induced inverse gas-liquid-solids fluidized bed. *Advanced Powder Technology*. 32. pp. 4496–4508. doi: 10.1016/japt.2021.10.002
  - 7. Mahdavimanesh M., Noghrehabadi A.R., Behbahaninejad M., Ahmadi G., Dehghanian M. (2013) Lagrangian particle tracking: model development. *Life Science Journal*. 10. pp. 34–41.
  - 8. Kovenya V.M. (2017) Algoritmy rasschepleniya v metode konechnykh ob’emov dlya chislennogo resheniya uravneniy Nav'e–Stoksa [Splitting algorithms in the finite volume method for the numerical solution of the Navier – Stokes equations]. *Proceedings of the International Conference «Marchukovskie nauchnye chteniya». Novosibirsk: The Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS*. pp. 428–433.
  - 9. Ferziger J.H., Peric M. (2001) *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer.
  - 10. Kozelkov A.S., Meleshkina D.P., Kurkin A.A., Tarasova N.V., Lashkin S.V., Kurulin V.V. (2016) Polnost'yu neyavnyy metod resheniya uravneniy Nav'e–Stoksa dlya rascheta mnogofaznykh techeniy so svobodnoy poverkhnost'yu [A completely implicit method for solving the Navier – Stokes equations for calculating multiphase flows with a free surface]. *Vychislitel'nye tekhnologii – Computational Technologies*. 21(5). pp. 54–76.
  - 11. Korkodinov Ya.A. (2013) Obzor semeystva k– $\epsilon$  modeley dlya modelirovaniya turbulentnosti [The review of set of k– $\epsilon$  models for turbulence modeling]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie – Bulletin PNRPU. Mechanical Engineering, Materials Science*. 15(2). pp. 5–16.
  - 12. Yakhot V., Orszag S.A., Thangam S., Gatski, T.B., Speziale C.G. (1992) Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. *Physics of Fluids A Fluid Dynamics*. 4. doi: 10.1063/1.858424
  - 13. Ushakov S.L., Zverev M.I. (1974) *Inertionnaya separatsiya pyli* [Inertial dust separation]. Moscow: Energiya.
  - 14. Gelperin N.I., Ainshtein V.G., Kvasha V.B. (1967) *Osnovy tekhniki psevdoozhizhneniya* [Fundamentals of fluidization technique]. Moscow: Khimiya.
  - 15. Arkhipov V.A., Basalaev S.A., Perfilieva K.G., Usanina A.S. (2021) Koeffitsient soprotivleniya tverdogo sfery v neizotermicheskikh usloviyakh [Drag coefficient of a solid sphere under non-isothermal conditions]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mehanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 71. pp. 13–24. doi: 10.17223/19988621/71/2

**Сведения об авторах:**

**Демин Виталий Анатольевич** – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой теоретической физики Пермского государственного национального исследовательского университета; профессор кафедры общей физики Пермского государственного национального исследовательского политехнического университета, Пермь, Россия. E-mail: demin@psu.ru

**Костыря Алексей Валерьевич** – аспирант кафедры общей физики Пермского государственного национального исследовательского политехнического университета, Пермь, Россия. E-mail: AVKostyrja@pstu.ru

***Information about the authors:***

**Demin Vitaliy A.** (Doctor of Physics and Mathematics, Perm State National Research University; Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation). E-mail: demin@psu.ru

**Kostyrya Aleksey V.** (Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation). E-mail: AVKostyrja@pstu.ru

*Статья поступила в редакцию 23.12.2022; принята к публикации 12.02.2024*

*The article was submitted 23.12.2022; accepted for publication 12.02.2024*