

Научная статья

УДК 532.529.5

doi: 10.17223/19988621/90/9

Особенности коагуляции и дробления капель в газожидкостных турбулентных струях

Юрий Владимирович Зуев

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия, yuri_zuev@bk.ru*

Аннотация. Показано, что в газокпельной струе на относительно небольшом расстоянии от сопла, практически не зависящем от начальной суммарной объемной концентрации капель, за счет взаимодействия капель происходит существенное изменение их компонентного состава, а далее доли компонентов в каплях остаются неизменными. При увеличении концентрации капель в начальном сечении струи пропорции между объемными концентрациями компонентов во всех каплях стремятся к пропорциям объемных концентраций капель выделенных фракций в начальном сечении струи.

Ключевые слова: двухфазная струя, капли, газ, коагуляция и дробление капель, математическая модель, результаты расчетов

Для цитирования: Зуев Ю.В. Особенности коагуляции и дробления капель в газожидкостных турбулентных струях // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 90. С. 103–118. doi: 10.17223/19988621/90/9

Original article

Features of the coagulation and fragmentation of drops in turbulent gas–liquid jets

Yuriy V. Zuev

*Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, Russian Federation, yuri_zuev@bk.ru*

Abstract. In this paper, the mass exchange between drops of various sizes resulting from their coagulation and fragmentation in a two-phase jet is studied. Drops are combined into classes, and the drops of the isolated classes are assumed to consist of pure substances (components) in the initial cross-section of the jet. When moving away from the nozzle due to interparticle interaction, other components appear in the drops of all classes. The study of the variation in the component composition of drops makes it possible to analyze the intensity of mass exchange between drops and the ratio between coagulation and fragmentation of drops. Calculations have shown that coagulation and fragmentation of the drops occur simultaneously in the jet, but coagulation prevails over fragmentation. At a short distance from the nozzle, a significant change is observed in the fraction of com-

ponents in the drops, and further their component composition remains constant. As the concentration of drops increases, the ratio between components in the drops tends to the ratio between the volume concentrations of the drops from the isolated classes in the initial cross-section of the jet.

Keywords: two-phase jet, drops, gas, coagulation and fragmentation of drops, mathematical model, calculation results

For citation: Zuev, Yu.V. (2024) Features of the coagulation and fragmentation of drops in turbulent gas–liquid jets. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 90. pp. 103–118. doi: 10.17223/19988621/90/9

Введение

Научный интерес к процессам, протекающим в газожидкостных струях, связан с широким использованием этих течений в технике: при распыливании топлива в камерах сгорания тепловых двигателей, в поливальных установках, химических реакторах, медицинском оборудовании и многих других областях. В частности, при тушении пожаров с использованием самолетов [1] формируется течение, по физической природе схожее с двухфазным струйным течением. Практически во всех устройствах используются двухфазные струи с начальной объемной концентрацией жидкости, превышающей 10^{-3} .

Решение любой прикладной задачи предполагает наличие соответствующих математических моделей процессов, протекающих в проектируемых изделиях. В настоящее время известно достаточно много моделей двухфазных турбулентных струй, которые можно разделить на две группы. К первой группе относятся математические модели, включающие осредненные по Рейнольдсу уравнения и полуэмпирические модели турбулентности, необходимые для замыкания системы этих уравнений. Осредненные уравнения непрерывной (газовой) фазы записываются в переменных Эйлера, а осредненные уравнения дискретной фазы (капель) – как в переменных Эйлера, так и в переменных Лагранжа. В качестве примера использования при описании движения капель метода Эйлера можно привести модель [2], а в качестве примера использования метода Лагранжа – модель [3]. В статье [4] в результате сравнения этих математических моделей делается вывод, что при описании движения капель с использованием методов Эйлера и Лагранжа получаются близкие результаты. В моделях второй группы, например, в модели [5], расчет параметров газовой фазы проводится методом прямого численного моделирования (DNS), при котором нестационарные уравнения Навье–Стокса, записанные для газовой фазы в переменных Эйлера, решаются на мелкой сетке, шаг которой должен быть порядка колмогоровского масштаба турбулентности; при этом модели турбулентности не используются. При записи уравнений, описывающих движение капель, применяется метод Лагранжа.

Многие известные математические модели двухфазных струй обладают общим недостатком, который ограничивает практическое использование этих моделей случаями небольшой концентрации капель; по оценкам авторов, эти модели могут использоваться при объемной концентрации капель, не превышающей 10^{-4} . В таких моделях соблюдается гипотеза сплошности среды и непрерывности ее деформации, но нарушается условие непрерывности распределения скоростей

и других параметров фаз в пространстве. Наличие разрыва параметров фаз на границах их раздела делает некорректным использование аппарата дифференциального исчисления, разработанного для непрерывных функций, при расчете двухфазных течений. Для того чтобы использование дифференциальных уравнений при описании двухфазных течений было правомерным, при выводе этих уравнений следует проводить осреднение по пространству. Отмеченный недостаток не позволяет исследовать ряд процессов (в частности, коагуляцию и дробление капель), протекающих в газожидкостных струях при большой концентрации капель. По этой причине существует достаточно большое количество публикаций, посвященных исследованию влияния фазовых превращений на параметры двухфазных струй (например, [2–4]), но практически отсутствуют работы, в которых изучаются особенности процессов коагуляции и дробления капель в этих струях.

При определенных условиях в газожидкостных течениях возможно столкновение капель, в результате которого изменяются их размер, скорость и концентрация, что, в свою очередь, приводит к изменению параметров газа. В публикациях, посвященных исследованию коагуляции и дробления капель, можно найти различные критерии, которые, по мнению авторов, дают возможность оценить интенсивность межчастичного взаимодействия и, следовательно, степень влияние этого взаимодействия на параметры течения. В частности, в статье [6] в качестве такого критерия предлагается использовать объемную концентрацию капель и учитывать межчастичное взаимодействие при величине этой концентрации, превышающей 10^{-3} . В нашей работе [7] проведено исследование влияния столкновений капель на характеристики газожидкостной струи в зависимости от суммарной объемной концентрации капель в ее начальном сечении (на срезе сопла). В результате этого исследования показано, что при объемной концентрации капель, не превышающей 10^{-4} , столкновения капель не влияют на распространение струи и их можно не учитывать. В диапазоне изменения начальной концентрации капель от 10^{-4} до 10^{-3} их коагуляция и дробление оказывают существенное влияние только на размер и концентрацию капель в струе; при этом пренебрежение столкновениями капель практически не влияет на скорость газа и оказывает незначительное влияние на скорость капель (до 6%). В данном диапазоне изменения начальной концентрации капель при расчете двухфазной струи можно пренебречь столкновениями капель, если целью расчета является определение скоростей фаз. При начальной концентрации капель в струе, превышающей 10^{-3} , коагуляция и дробление капель влияют на все параметры струи, и столкновениями капель в этом случае пренебрегать нельзя.

В данной работе исследуется массообмен между каплями различного размера при их взаимодействии в двухфазной струе. При этом используется математическая модель, которая является развитием модели, приведенной в [7]. В модернизированной математической модели непрерывной фазой является газ, а дискретной – капли жидкости, объединенные в F классов. Принимается, что капли одного класса f ($f = 1, 2, \dots, F$) имеют одинаковые диаметры D_f , скорости u_f , объемные концентрации α_f , плотности ρ_f и другие физические свойства. Капли могут состоять из нескольких компонентов k ($k = 1, 2, \dots, K$), имеющих объемную концентрацию ϕ_f^k . Под объемной концентрацией ϕ_f^k компонента k в капле класса f понимается отношение объема компонента k в капле класса f к объему этой капли. Расчет коагуляции и дробления капель проводится методом Лагранжа, при котором

фиксируется количество классов и прослеживается изменение размеров и других параметров капель. Принимается, что в начальном сечении струи имеется F классов капель, состоящих из веществ с одинаковыми физическими свойствами. При этом вещества капель помечаются индексом $k = f$, т.е. в каплях класса $f = 1$ присутствует только компонент $k = 1$, в каплях класса $f = 2$ – компонент $k = 2$ и т.д. Обмен массой при столкновениях капель приведет к тому, что капли каждого класса будут состоять из K компонентов в различных пропорциях. Прослеживание компонентного состава капель при их движении позволило получить более детальную информацию о процессах коагуляции и дробления капель в струе.

Математическая модель турбулентной газокапельной струи, использующаяся при расчетах

При выводе уравнений, описывающих двухфазную струю, в качестве исходных уравнений берутся микроуравнения в форме уравнений Навье–Стокса для макроскопических параметров фаз, которые осредняются по пространству с использованием методики Р.И. Нигматулина [8]. После этого проводится осреднение полученных уравнений по методике О. Рейнольдса [9]. На заключительном этапе вывода уравнений оценивается порядок их членов так же, как это делается для однофазных течений [9].

Система осредненных уравнений двухфазного струйного течения, дисперсионной фазой которого является газ, а дисперсной фазой – капли, объединенные в F классов и состоящие из K жидких компонентов, включает: уравнения баланса и движения фаз, уравнения, описывающие изменение диаметра капель класса f и их компонентного состава φ_f^k вследствие коагуляции и дробления, а также уравнения состояния фаз и уравнения, связывающие объемные концентрации фаз и объемные концентрации компонентов в каплях. Ввиду того, что уравнения движения фаз являются векторными, они записываются в проекциях на оси координат.

В случае стационарного осесимметричного течения эти уравнения в цилиндрической системе координат имеют следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \alpha u + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \alpha v = 0 ; \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho_f \alpha_f u_f + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \rho_f (\alpha_f v_f + \langle \alpha'_f v'_f \rangle) = \left(\frac{dM_f}{dt} \right)_c ; \quad (2)$$

$$\rho_f \alpha_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + \rho_f \alpha_f v_f \frac{\partial u_f}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \rho_f \alpha_f \langle u'_f v'_f \rangle - \sum_{j=1}^F F_{cfj} ; \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 ; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho_f \alpha_f u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + \rho_f (\alpha_f v_f + \langle \alpha'_f v'_f \rangle) \frac{\partial u_f}{\partial y} = & - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \rho_f \alpha_f \langle u'_f v'_f \rangle + \\ & + F_{cfx} + \sum_{j=1}^F \left(\frac{dM_{fj}}{dt} \right)_c (u_j - u_f) ; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\rho_f \alpha_f u_f \frac{\partial v_f}{\partial x} + \rho_f (\alpha_f v_f + 2 \langle \alpha'_f v'_f \rangle) \frac{\partial v_f}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial x} \rho_f (\alpha_f \langle u'_f v'_f \rangle + u_f \langle \alpha'_f v'_f \rangle) - \frac{v_f}{y} \frac{\partial}{\partial y} \gamma \rho_f \langle \alpha'_f v'_f \rangle - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \gamma \rho_f \alpha_f \langle v_f'^2 \rangle + F_{cfy} + \sum_{j=1}^F \left(\frac{dM_{fj}}{dt} \right)_c (v_j - v_f); \quad (6)$$

$$\left(\frac{dD_f^3}{dx} \right)_c = \frac{6}{\pi u_f} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} \Phi_{ff} \alpha_j; \quad (7)$$

$$\left(\frac{d\phi_f^k}{dx} \right)_c = \frac{6}{\pi u_f} \left[\frac{1}{D_f^3} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} \alpha_j (\phi_j^k - \phi_f^k) + \sum_{j=f}^F K_{ff} e_{ff} \frac{\alpha_j}{D_j^3} (1 - \Phi_{ff}) (\phi_j^k - \phi_f^k) \right]; \quad (8)$$

$$p = \rho RT, \quad \rho_f = \sum_{k=1}^K \rho_k \phi_f^k; \quad (9)$$

$$\alpha + \sum_{f=1}^F \alpha_f = 1; \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^K \phi_f^k = 1. \quad (11)$$

В этих уравнениях: x и y – оси цилиндрической системы координат (ось x совпадает с осью струи, ось y нормальна ей); u и v – проекции скорости \mathbf{W} на оси координат; α – объемная концентрация; p – давление; ρ – плотность; T – температура; R – газовая постоянная дисперсионной фазы; D_f и D_j – диаметры капель классов f и j ; ϕ_f^k – объемная концентрация компонента k в каплях класса f ; F_{cfx} и F_{cfy} – проекции силы сопротивления каплей \mathbf{F}_{cf} класса f [10] на оси координат x и y ; K_{ff} , e_{ff} , Φ_{ff} – константа коагуляции, коэффициент захвата и коэффициент эффективности соударений капель классов f и j соответственно [10, 11]; $(dM_f/dt)_c$ – интенсивность изменения массы капель класса f в результате их взаимодействия с каплями других классов в единице объема среды в единицу времени; $(dM_{fj}/dt)_c$ – интенсивность перехода массы дисперсной фазы из класса f в класс j в единице объема среды в единицу времени вследствие коагуляции и дробления. Параметры капель обозначаются индексами f и j , параметры компонентов жидкой фазы – индексом k , параметры газа индексов не имеют. Штрихами сверху обозначены пульсационные величины, их моменты корреляции – угловыми скобками.

Как отмечено выше, расчет коагуляции и дробления капель проводится методом Лагранжа. При этом принимается, что при столкновениях капель различного размера, заканчивающихся их слиянием, мелкие капли исчезают, а объем и масса крупных капель увеличиваются. Если в результате столкновений мелких капель («снарядов») с более крупными каплями («мишенями») эти капли дробятся, то все параметры «осколков» соответствуют параметрам «снарядов». При математическом описании межчастичного взаимодействия учитываются результаты работы [12],

в соответствии с которыми для капель размером более 5 мкм можно пренебречь частотой их столкновений за счет пульсационных скоростей по сравнению с частотой столкновений за счет осредненных скоростей. Наши оценки порядка членов осредненных уравнений Навье–Стокса для струйных течений показали, что в этом случае можно рассчитывать коагуляцию и дробление капель в одномерной постановке, так как поперечные скорости капель существенно меньше их продольных скоростей. С учетом сделанных замечаний для членов уравнений (2), (5) и (6), описывающих коагуляцию и дробление капель, используются следующие выражения [11]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dM_f}{dt}\right)_c &= \frac{6\rho_f\alpha_f}{\pi} \left(\frac{1}{D_f^3} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} \Phi_{ff} \alpha_j - \sum_{j=f}^F K_{ff} \Phi_{ff} e_{ff} \frac{\alpha_j}{D_j^3} \right); \\ \sum_{j=1}^F \left(\frac{dM_{ff}}{dt}\right)_c (u_j - u_f) &= \frac{6\rho_f\alpha_f}{\pi} \left[\frac{1}{D_f^3} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} \alpha_j (u_j - u_f) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=f}^F K_{ff} e_{ff} \frac{\alpha_j}{D_j^3} (1 - \Phi_{ff}) (u_j - u_f) \right]; \\ \sum_{j=1}^F \left(\frac{dM_{ff}}{dt}\right)_c (v_j - v_f) &= \frac{6\rho_f\alpha_f}{\pi} \left[\frac{1}{D_f^3} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} \alpha_j (v_j - v_f) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=f}^F K_{ff} e_{ff} \frac{\alpha_j}{D_j^3} (1 - \Phi_{ff}) (v_j - v_f) \right]. \end{aligned}$$

Так как двухфазные турбулентные струи так же, как и однофазные струи, являются автомодельными, для замыкания системы осредненных уравнений (1)–(11) используются алгебраические выражения [7]

$$\begin{aligned} \langle u'_f v'_f \rangle &= -K_{uf} K_{vf} l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y}; \quad \langle u' v' \rangle = -K_u K_v l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y}; \\ \langle v_f'^2 \rangle &= K_{vf}^2 l \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2; \quad \langle \alpha'_f v'_f \rangle = -\frac{K_{vf} K_v}{Sc_T} l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial \alpha_f}{\partial y}. \end{aligned} \quad (12)$$

В них: $K_u = u'/u'_0$, $K_v = v'/v'_0$, $K_{uf} = u_f'/u'_0$, $K_{vf} = v_f'/v'_0$; u'_0 и v'_0 – проекции пульсационной скорости газа, определяемые по формулам для однофазных струй; u' , v' , u'_f и v'_f – пульсационные скорости фаз в двухфазном потоке, определяемые с использованием модели турбулентности [13]; l – путь перемешивания Прандтля [14], связанный с макромасштабом и интегральным масштабом турбулентности [15].

Решение системы уравнений (1)–(12) проводится со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} x = 0: \quad u &= u(y), \quad u_f = u_f(y), \quad v_f = v_f(y), \quad \alpha_f = \alpha_f(y), \\ y = \infty: \quad u &= u_e, \quad u_f = u_{fe}, \quad v_f = 0, \quad \alpha_f = 0, \\ y = 0: \quad v &= 0, \quad v_f = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial u_f}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Индексом e обозначены параметры фаз на границе струи.

Метод решения системы уравнений (1)–(13) изложен в монографии [16]. Результаты валидации описанной выше математической модели двухфазной струи

с использованием экспериментальных данных [17], приведенные в статье [7], показали хорошее совпадение расчетов с данными эксперимента.

Результаты расчетов

Данная работа посвящена исследованию массообмена между каплями различного размера при их взаимодействии в двухфазной турбулентной струе. Методом исследования является математическое моделирование газочапельной струи, в которой возможны коагуляция и дробление капель. При проведении расчетов такой струи принимается, что ее дисперсионной фазой является воздух, а дисперсной фазой – капли, объединенные в пять классов с характерными размерами (диаметрами) 10, 30, 50, 70 и 90 мкм. Вещество капель состоит из пяти компонентов, объемная концентрация ϕ_f^k которых в каплях может меняться вследствие соударения капель, заканчивающихся их коагуляцией или дроблением. В начальном сечении струи $\phi_f^k = 1$ при $f = k$ и $\phi_f^k = 0$ при $f \neq k$, т.е. в этом сечении струи капли классов f состоят только из одного компонента $k = f$. Далее за счет межчастичного взаимодействия в каплях каждого класса появляются другие компоненты, и компонентный состав капель будет меняться при их движении; исследование динамики компонентного состава капель каждого класса дает возможность проанализировать интенсивность массообмена между каплями и соотношение между коагуляцией и дроблением отдельных капель. При этом считается, что физические характеристики всех компонентов одинаковы и соответствуют физическим характеристикам воды. Расчеты проводятся для пяти значений суммарной объемной концентрации капель в начальном сечении струи ($\alpha_{f20} = 10^{-4}, 5 \cdot 10^{-4}, 10^{-3}, 2 \cdot 10^{-3}$ и $5 \cdot 10^{-3}$) в предположении, что концентрации всех классов капель равны ($\alpha_{f0} = \alpha_{f20}/5$), т.е. между этими концентрациями соблюдается пропорция 1:1:1:1:1. Другие граничные условия имеют следующие значения: радиус сопла, из которого истекает струя, $R_0 = 25 \cdot 10^{-3}$ м; на его срезе скорость воздуха $u_0 = 100$ м/с, скорости капель всех классов $u_{f0} = 80$ м/с, температуры воздуха и капель $T_0 = T_{f0} = 300$ К; поля параметров фаз на срезе сопла принимаются равномерными; струя истекает в неподвижную воздушную среду с давлением $p = 10^5$ Па и температурой $T_e = 300$ К (индексом 0 обозначены радиус и параметры фаз в начальном сечении струи). При проведении расчетов в соответствии с рекомендациями [11] количество классов капель выбрано равным пяти.

На рис. 1, а в безразмерном виде показано изменение скоростей газа и капель вдоль оси струи при начальной суммарной объемной концентрации капель $\alpha_{f20} = \sum \alpha_{f0}$, равной $2 \cdot 10^{-3}$. Обезразмеривание скоростей фаз проводится относительно скорости газа на срезе сопла: $\bar{u}_m = u_m/u_0$, $\bar{u}_{fm} = u_{fm}/u_0$, а расстояние от сопла x обезразмеривается относительно его радиуса R_0 : $\bar{x} = x/R_0$ (здесь и далее индексом m обозначаются параметры фаз на оси струи). Вследствие того, что в начальном сечении струи скорости капель меньше скорости газа, взаимодействие фаз приводит к увеличению скоростей капель на небольшом расстоянии от сопла, и чем меньше их размер, тем в большей степени это проявляется. После достижения каплями скорости газа их скорость начинает уменьшаться. При этом скорости капель большей скорости газа, и вследствие большей инерционности крупных капель их скорости превышают скорость мелких капель. Все отмеченное относится к каплям классов $f = 2-5$, а скорость капель класса $f = 1$ практически совпадает со скоростью газа.

Изменение скоростей фаз вдоль оси двухфазной струи при других концентрациях капель качественно не отличается от изображенного на рис. 1, *a*; наблюдается лишь количественное отличие, которое проявляется, в частности, в дальнобойности струи. Под дальнобойностью затопленной струи $x_{0.5u}$ понимается расстояние от сопла, на котором скорость газа равна половине его скорости на срезе сопла (в начальном сечении струи). Зависимость безразмерной дальнобойности струи $\bar{x}_{0.5u} = x_{0.5u}/R_0$ от начальной объемной концентрации капель α_{f20} в диапазоне ее изменения 10^{-4} – $5 \cdot 10^{-3}$ приведена на рис. 1, *b*.

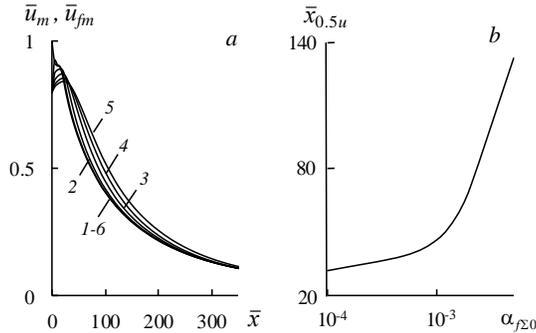


Рис. 1. Изменение скоростей фаз вдоль оси двухфазной струи при объемной концентрации капель в начальном сечении струи $\alpha_{f20} = 2 \cdot 10^{-3}$ и зависимость дальнобойности струи от этой концентрации: *a* – изменение скорости газа и капель вдоль оси струи; *b* – зависимость дальнобойности струи от начальной объемной концентрации капель. Кривые 1–5 – скорости капель пяти классов; *b* – скорость газа

Fig. 1. (a) Variation in the velocities of phases (gas-drops) along a two-phase jet axis for a volume concentration of drops in the initial section of the jet $\alpha_{f20} = 2 \cdot 10^{-3}$ and (b) dependence of the jet range on the initial volume concentration of drops. Curves 1–5 indicate velocities of drops of five classes; curve 6 indicates gas velocity

Из рис. 1 следует, что данная зависимость резко меняется при $\alpha_{f20} = 10^{-3}$. Это является следствием влияния объемной концентрации капель на все процессы, протекающие в двухфазных струях, в частности на коагуляцию и дробление капель. Поведение графика $\bar{x}_{0.5u} = \bar{x}_{0.5u}(\alpha_{f20})$ на рис. 1, *b* согласуется с рекомендациями, содержащимися в статьях [6, 7], в соответствии с которыми межчастичные взаимодействия при расчете двухфазных течений необходимо учитывать при $\alpha_{f20} > 10^{-3}$.

На рис. 2 представлены графики изменения объемных концентраций капель пяти классов вдоль оси струи, построенные по результатам расчетов, проведенных для трех значений начальной суммарной объемной концентрации капель (10^{-4} , $5 \cdot 10^{-4}$ и $2 \cdot 10^{-3}$) с учетом межчастичного взаимодействия (сплошные линии) и без учета этого взаимодействия (пунктирные линии).

Значения объемной концентрации отдельных классов капель обезразмеривались относительно значения их суммарной объемной концентрации в начальном сечении струи: $\bar{\alpha}_{fm} = \alpha_{fm}/\sum\alpha_{f0}$. Из графиков рис. 2 видно, что при начальной суммарной объемной концентрации капель 10^{-4} столкновения капель практически не влияют на концентрацию капель в струе. С увеличением α_{f20} влияние межчастичного взаимодействия на концентрацию капель в струе резко усиливается, причем концентрация мелких капель уменьшается, а концентрация крупных

капель увеличивается по сравнению со случаем отсутствия такого взаимодействия. Это указывает на то, что для капель всех классов коагуляция преобладает над дроблением, когда мелкие капли исчезают, а масса крупных капель увеличивается.

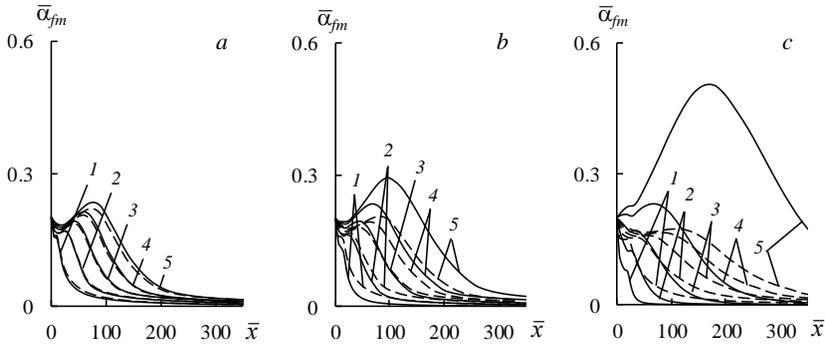


Рис. 2. Зависимости объемных концентраций капель пяти классов на оси струи от расстояния до сопла \bar{x} при различных значениях объемной концентрации капель в начальном сечении струи $\alpha_{f\Sigma 0}$: $a - 10^{-4}$; $b - 5 \cdot 10^{-4}$; $c - 2 \cdot 10^{-3}$. Кривые 1–5 – концентрации капель классов $f = 1-5$; сплошные линии – с учетом межчастичного взаимодействия; пунктирные линии – без учета этого взаимодействия

Fig. 2. Volume concentration of drops of five classes on a jet axis as a function of the distance to a nozzle \bar{x} for various volume concentrations of drops in the initial section of the jet: $\alpha_{f\Sigma 0} = (a) 10^{-4}$, $(b) 5 \cdot 10^{-4}$, and $(c) 2 \cdot 10^{-3}$. Curves 1–5 indicate concentrations of drops of classes $f = 1-5$: with (solid lines) or with no (dashed lines) account for interaction of drops

Изменение диаметров капель отдельных классов для трех значений суммарной объемной концентрации капель на срезе сопла (10^{-4} , $5 \cdot 10^{-4}$ и $2 \cdot 10^{-3}$) показано на рис. 3. Видно, что увеличение начального значения суммарной концентрации капель приводит к более значительному увеличению диаметров крупных капель вдоль оси двухфазной струи; диаметры мелких капель изменяются незначительно. Это, так же как и изменение концентрации капель на оси струи (см. рис. 2), свидетельствует о том, что в струе коагуляция капель преобладает над их дроблением.

На рис. 4 приведены графики изменения объемных концентраций компонентов в каплях класса $f = 3$ вдоль оси двухфазной струи для трех значений суммарной объемной концентрации капель в начальном сечении струи $\alpha_{f\Sigma 0} = 10^{-4}$, $5 \cdot 10^{-4}$ и $2 \cdot 10^{-3}$.

Зависимости $\phi_f^k = \phi_f^k(\bar{x})$ для капель других классов аналогичны зависимостям на этом рисунке. Из рис. 4 следует, что на относительно небольшом расстоянии от сопла происходит существенное изменение величин долей компонентов в каплях, а затем доли компонентов остаются постоянными. Это расстояние практически не зависит от начальной концентрации капель и для заданных граничных условий примерно равно ста радиусам начального сечения струи. По мере увеличения концентрации $\alpha_{f\Sigma 0}$ соотношение между компонентами в каплях ϕ_3^k стремится к соотношению объемных концентраций капель выделенных классов в начальном сечении струи α_{f0} , т.е. – при проведении данного расчета – 1:1:1:1:1.

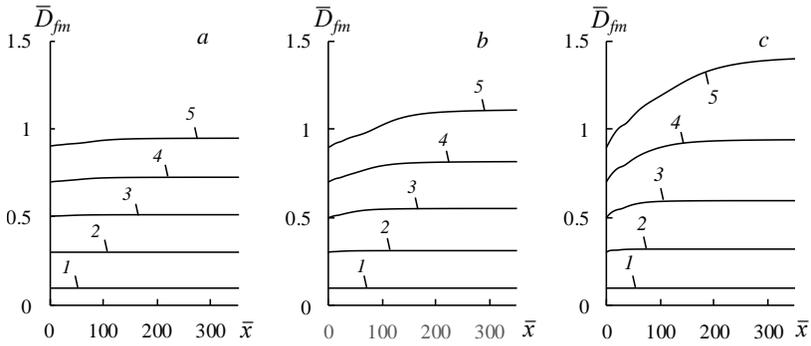


Рис. 3. Изменение диаметров капель выделенных классов вдоль оси двухфазной струи при различных значениях суммарной объемной концентрации капель в начальном сечении струи: *a* – $\alpha_{f\Sigma 0} = 10^{-4}$; *b* – $5 \cdot 10^{-4}$; *c* – $2 \cdot 10^{-3}$. Номера кривых соответствуют номерам классов капель

Fig. 3. Variation in the diameters of drops from the selected classes along a two-phase jet axis for various total volume concentrations of drops in the initial section of the jet: $\alpha_{f\Sigma 0} = (a) 10^{-4}$, $(b) 5 \cdot 10^{-4}$, and $(c) 2 \cdot 10^{-3}$. Number notations of curves correspond to the numbers of drop classes

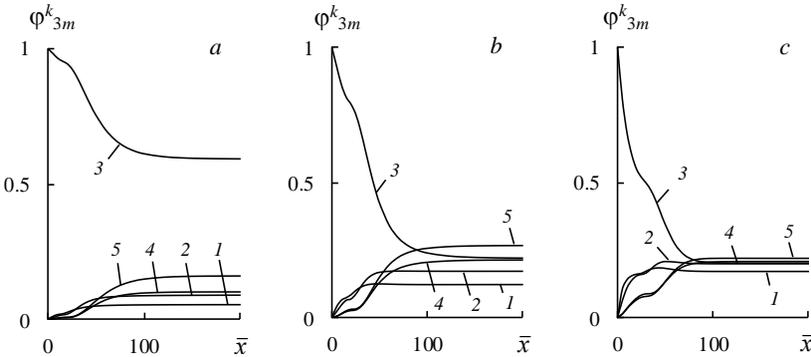


Рис. 4. Зависимости объемных концентраций компонентов в каплях класса $f = 3$ на оси струи от расстояния до начального сечения струи \bar{x} при различных значениях начальной суммарной объемной концентрации капель $\alpha_{f\Sigma 0}$: *a* – $\alpha_{f\Sigma 0} = 10^{-4}$; *b* – $5 \cdot 10^{-4}$; *c* – $2 \cdot 10^{-3}$. Номера кривых соответствуют номерам компонентов

Fig. 4. Volume concentration of components in drops of class $f = 3$ on a jet axis as a function of distance to the initial section of the jet \bar{x} for various initial total volume concentrations of drops: $\alpha_{f\Sigma 0} = (a) 10^{-4}$, $(b) 5 \cdot 10^{-4}$, and $(c) 2 \cdot 10^{-3}$. Number notations of curves correspond to the numbers of components

С целью лучшего понимания процессов массообмена между каплями различного размера при их столкновениях в двухфазной струе результаты расчетов, представленные на рис. 4, приведены на рис. 5 в виде изменения по длине струи долей компонентов, которые они занимают в каплях класса $f = 3$.

В соответствии с принятой моделью межчастичного взаимодействия при столкновениях капель различного размера возможно их слияние или слияние с последующим делением на осколки (вероятность слияния определяется коэффициентом захвата e_{ff} , а вероятность дробления – коэффициентом эффективности соударений Φ_{ff}). Следовательно, независимо от исхода соударений после столк-

новения капель произойдет изменение их компонентного состава, и такое изменение будет определяться компонентным составом сталкивающихся капель. При этом компонентный состав капель классов $f = 2-4$ меняется как за счет их слияния с более мелкими каплями, так и за счет дробления более крупных капель. Состав капель класса $f = 1$ может меняться только за счет дробления более крупных капель, а состав капель класса $f = 5$ – только за счет коагуляции с более мелкими каплями.

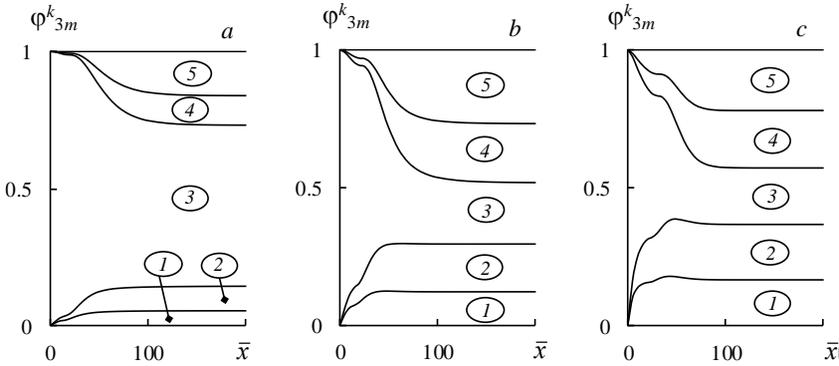


Рис. 5. Изменение вдоль оси струи долей компонентов, которые они занимают в каплях класса $f = 3$, для трех значений суммарной объемной концентрации капель в начальном сечении струи α_{f20} : $a - \alpha_{f20} = 10^{-4}$; $b - 5 \cdot 10^{-4}$; $c - 2 \cdot 10^{-3}$. Цифры соответствуют номерам компонентов

Fig. 5. Variation in the fractions of components in drops of class $f = 3$ along a jet axis for various total volume concentrations of drops in the initial section of the jet: $\alpha_{f20} = (a) 10^{-4}$, $(b) 5 \cdot 10^{-4}$, and $(c) 2 \cdot 10^{-3}$. Circled numbers correspond to the numbers of components

Согласно рис. 5, независимо от начальной концентрации капель в каплях класса $f = 3$ сумма объемных долей компонентов классов $k = 1, 5$ равна сумме объемных долей компонентов классов $k = 2, 4$. Это справедливо и для капель других классов. Из рис. 5 следует, что в струе одновременно протекают и коагуляция, и дробление капель, но при этом преобладает коагуляция капель, так как вдоль оси струи наблюдается увеличение диаметра капель (см. рис. 3). Этот вывод подтверждается и графиками рис. 2, на которых сравнивается изменение концентрации отдельных классов капель вдоль оси струи с учетом и без учета межчастичного взаимодействия: при учете этого взаимодействия концентрация мелких капель уменьшается (они поглощаются более крупными каплями), а концентрация крупных капель увеличивается за счет слияния с более мелкими каплями.

На рис. 6 показаны зависимости суммарной объемной концентрации капель α_{f2m} , коэффициента скольжения капель классов 1 и 5 $v_{\beta 1-5}$ и безразмерного среднего диаметра капель \bar{D}_{32m} от расстояния до начального сечения струи. Перечисленные величины рассчитываются по следующим формулам: суммарная объемная концентрация капель: $\alpha_{f2m} = \sum \alpha_{fm}$; коэффициент скольжения капель классов 1 и 5 $v_{\beta 1-5} = (u_{1m} - u_{5m})/u_{1m}$; средний объемно-поверхностный (заутеровский) диаметр $D_{32m} = \sum \alpha_{fm} / \sum (\alpha_{fm} / D_{fm})$. В качестве масштаба при обезразмеривании среднего диаметра капель принято его значение в начальном сечении струи. Следует отметить, что скорость капель класса $f = 1$ u_{1m} с большой точностью совпадает со скоростью газа.

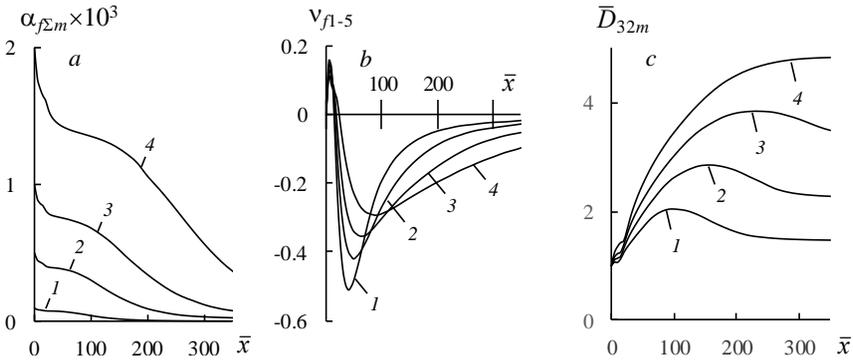


Рис. 6. Изменение вдоль оси двухфазной струи суммарной объемной концентрации капель, коэффициента скольжения капель классов $f = 1, 5$ и среднего диаметра капель при различных значениях начальной объемной концентрации капель $\alpha_{f\Sigma 0}$: *a* – суммарная объемная концентрации капель $\alpha_{f\Sigma m}$; *b* – коэффициент скольжения капель классов 1 и 5 v_{f1-5} ; *c* – средний диаметр капель \bar{D}_{32m} . Обозначения кривых: 1 – $\alpha_{f\Sigma 0} = 10^{-4}$; 2 – $5 \cdot 10^{-4}$; 3 – 10^{-3} ; 4 – $2 \cdot 10^{-3}$

Fig. 6. Variation along a two-phase jet axis in the (a) total volume concentration of drops $\alpha_{f\Sigma m}$, (b) slip coefficient of drops of classes $f = 1, 5$ v_{f1-5} , and (c) average diameter of drops \bar{D}_{32m} at various initial volume concentrations of drops: $\alpha_{f\Sigma 0} = (1) 10^{-4}$; (2) $5 \cdot 10^{-4}$; (3) 10^{-3} ; and (4) $2 \cdot 10^{-3}$

В соответствии с рис. 6, *c* при увеличении начальной суммарной концентрации капель $\alpha_{f\Sigma 0}$ увеличиваются максимумы зависимостей $\bar{D}_{32m} = \bar{D}_{32m}(\bar{x})$, и эти максимумы смещаются в область бóльших значений \bar{x} . Увеличение средних диаметров капель на оси струи связано с увеличением концентрации капель $\alpha_{f\Sigma m}$, которая сильно зависит от их начальной концентрации $\alpha_{f\Sigma 0}$ (рис. 6, *a*). Интенсивность массообмена между каплями различных классов зависит от константы коагуляции K_{ff} , величина которой, в частности, определяется разностью скоростей соударяющихся капель. Сравнение графиков на рис. 6, *b* и рис. 6, *c* позволило выявить связь между значениями координаты \bar{x} , соответствующими максимальным средним диаметрам капель и минимальным радиусам кривизны линий $v_{f1-5} = v_{f1-5}(\bar{x})$: координаты \bar{x} , при которых достигаются максимальные значения средних диаметров капель, в 1.5 раза меньше координат, соответствующих минимальным радиусам кривизны линий на рис. 6, *b* в области $\bar{x} > 100$.

Кроме расчетов, результаты которых приведены на рис. 1–6, проведены расчеты двухфазной струи с объемными концентрациями классов капель в начальном сечении струи, составляющими пропорцию 1:2:4:2:1. Остальные граничные условия оставались без изменения. Результаты этих расчетов приведены на рис. 7. Из этого рисунка следует, что в данном случае при относительно большой начальной концентрации капель $\alpha_{f\Sigma 0}$ соотношение между компонентами в каплях ϕ_3^k стремится к соотношению объемных концентраций капель классов в начальном сечении струи α_{f0} , т.е. – при проведении данного расчета – 1:2:4:2:1. Анализируя результаты расчетов, приведенных на рис. 4 и 7, можно сделать вывод, что при больших начальных концентрациях капель на небольшом расстоянии от сопла вследствие столкновения капель в струе происходит полное перемешивание веществ, из которых они первоначально состояли, и при этом пропорции объемов

этих веществ в каплях соответствуют пропорциям объемных концентраций капель выделенных классов в начальном сечении струи.

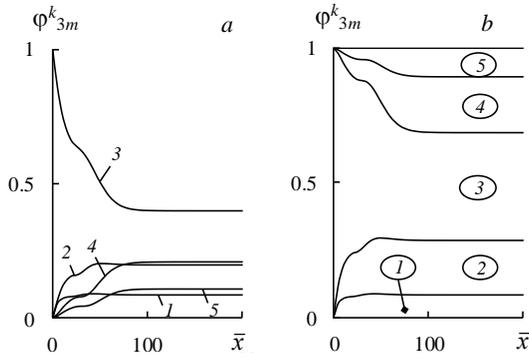


Рис. 7. Изменение вдоль оси двухфазной струи объемных концентраций компонентов и их долей в каплях класса $f=3$ при начальной суммарной объемной концентрации капель $\alpha_{f\Sigma 0} = 2 \cdot 10^{-3}$ и пропорции между концентрациями отдельных классов капель 1:2:4:2:1: a – изменение объемных концентраций компонентов; b – изменение долей компонентов.

Цифры соответствуют классам капель

Fig. 7. Variation along a two-phase jet axis in the (a) volume concentration of components and (b) fraction of components in drops of class $f=3$ for the initial total volume concentration of drops $\alpha_{f\Sigma 0} = 2 \cdot 10^{-3}$ and proportions between concentrations of separate drop classes of 1:2:4:2:1. Circled numbers correspond to the numbers of drop classes

Заключение

С использованием математической модели газочапельной турбулентной струи, учитывающей межчастичные взаимодействия, проведено исследование массообмена между каплями различного размера вследствие их коагуляции и дробления. При этом капли объединяются в группы (классы) и принимается, что состав всех капель может быть многокомпонентным, причем количество компонентов равно количеству классов капель. Считается, что в начальном сечении струи (на срезе сопла) капли каждого класса состоят только из одного компонента, номер которого равен номеру класса капель, и физические характеристики всех компонентов одинаковы. По мере удаления от начального сечения струи за счет межчастичного взаимодействия в каплях каждого класса появляются другие компоненты, и компонентный состав капель меняется при их движении; исследование изменения компонентного состава капель выделенных классов позволило проанализировать интенсивность массообмена между каплями и соотношение между коагуляцией и дроблением капель выделенных классов.

Расчеты, проведенные для различных значений начальной суммарной объемной концентрации капель (на срезе сопла) $\alpha_{f\Sigma 0}$ в диапазоне ее изменения $10^{-4} - 5 \cdot 10^{-3}$, показали, что при начальной суммарной объемной концентрации капель 10^{-4} столкновения капель практически не влияют на концентрацию капель в струе. С увеличением $\alpha_{f\Sigma 0}$ влияние межчастичного взаимодействия на концентрацию капель в струе резко усиливается, причем концентрация мелких капель уменьшается, а концентрация крупных капель увеличивается по сравнению со случаем отсутствия такого взаимодействия. При этом происходит значительное увеличе-

ние диаметров крупных капель вдоль оси двухфазной струи, а диаметры мелких капель изменяются незначительно. Это указывает на то, что в струе с выбранными граничными условиями для капель всех классов коагуляция преобладает над дроблением, когда мелкие капли исчезают, а масса крупных капель увеличивается.

На относительно небольшом расстоянии от сопла происходит существенное изменение величин долей компонентов в каплях, а затем доли компонентов остаются неизменными. Это расстояние практически не зависит от начальной суммарной концентрации капель в струе и для заданных граничных условий примерно равно ста радиусам начального сечения струи. По мере увеличения концентрации $\alpha_{f,0}$ соотношение между компонентами в каплях ϕ_f^k стремится к соотношению между объемными концентрациями капель выделенных классов в начальном сечении струи $\alpha_{f,0}$.

В результате анализа проведенных расчетов сделан вывод, что при больших начальных концентрациях капель, превышающих 10^{-3} , на небольшом расстоянии от сопла вследствие столкновения капель в струе происходит полное перемешивание веществ, из которых они первоначально состояли, и при этом пропорции объемов этих веществ в каплях соответствуют пропорциям объемных концентраций капель выделенных классов в начальном сечении струи. Также результаты расчетов указывают на то, что в струе одновременно протекают и коагуляция, и дробление капель, но коагуляция при заданных граничных условиях преобладает над дроблением.

Список источников

1. *Архипов В.А., Матвиенко О.В., Жарова И.К., Маслов Е.А., Перфильева К.Г., Булавко А.М.* Моделирование динамики жидко-капельного хладагента при авиационном тушении пожаров // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2019. № 62. С. 68–78. doi: 10.17223/19988621/62/6
2. *Пахомов М.А., Терехов В.И.* Численное исследование турбулентной структуры полидисперсной двухфазной струи с испаряющимися каплями // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 11. С. 64–78.
3. *De S., Lakshmi K.N.* Simulations of Evaporating Spray Jet in a Uniform Co-Flowing Turbulent Air Stream // International Journal of Spray and Combustion Dynamics. 2009. V. 1 (2). P. 169–198. doi: 10.1260/175682709788707459
4. *Mostafa A.A., Mongia H.C.* On the modeling of turbulent evaporating sprays: Eulerian versus Lagrangian approach // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1987. V. 30 (12). P. 2583–2593. doi: 10.1016/0017-9310(87)90139-6
5. *Wang J., Dalla Barba F., Picano F.* Direct numerical simulation of an evaporation turbulent diluted jet-spray at moderate Reynolds number // International Journal of Multiphase Flow. 2021. V. 137 (5). Art. 103567. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2021.103567
6. *Elghobashi S.* Particle-laden turbulent flows: direct simulation and closure models // Applied Scientific Research. 1991. V. 48 (3-4). P. 301–314. doi: 10.1007/BF02008202
7. *Зув Ю.В.* Влияние коагуляции и дробления капель на параметры газочапельной турбулентной струи // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физико-математические науки. 2022. Т. 164, кн. 1. С. 85–100. doi: 10.2690-7/2541-7746.2022.85-100
8. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред : в 2 ч. М. : Наука, 1987. Ч. 1.
9. *Хинце И.О.* Турбулентность, ее механизм и теория. М. : Физматгиз, 1963.
10. *Стернин Л.Е., Шрайбер А.А.* Многофазные течения газа с частицами. М. : Машиностроение, 1994.

11. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М. : Машиностроение, 1974.
12. Friedlander S.K. Smoke, Dust and Haze: Fundamentals of Aerosol Behavior. New York : Wiley & Sons, 1977.
13. Зуев Ю.В., Лепешинский И.А., Решетников В.А., Истомин Е.А. Выбор критериев и определение их значений для оценки характера взаимодействия фаз в двухфазных турбулентных струях // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. № 1. С. 42–54.
14. Крашенинников С.Ю. К расчету осесимметричных закрученных и незакрученных турбулентных струй // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1972. № 3. С. 71–80.
15. Турбулентность. Принципы и применения / под ред. У. Фроста, Т. Моулдена. М. : Мир, 1980.
16. Шрайбер А.А., Гавин Л.Б., Наумов В.А., Яценко В.П. Турбулентные течения газозвеси. Киев : Наукова думка, 1987.
17. Mostafa A.A., Mongia I.N., McDonell V.G., Samuelsen G.S. Evolution of Particle-laden Jet Flows: A Theoretical and Experimental Study // AIAA Journal. 1989. V. 27 (2). P. 167–183. doi: 10.2514/3.10079

References

1. Arkhipov V.A., Matvienko O.V., Zharova I.K., Maslov E.A., Perfil'eva K.G., Bulavko A.M. (2019) Modelirovanie dinamiki zhidko-kapel'nogo khladagenta pri aviatsionnom tushenii pozharov [Modeling of the dynamics of a liquid-droplet coolant under aerial firefighting]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 62. pp. 68–78. doi: 10.17223/19988621/62/6
2. Pakhomov M.A., Terekhov V.I. (2016) Chislennoe issledovanie turbulentnoy struy polidispersnoy dvukhfaznoy strui s isparayushchimisya kaplyami [Numerical simulation of turbulent flow in a polydispersed two-phase jet with evaporating droplets]. *Matematicheskoe modelirovanie – Mathematical Models and Computer Simulations*. 28(11). pp. 64–78.
3. De S., Lakshmisha K.N. (2009) Simulations of evaporating spray jet in a uniform co-flowing turbulent air stream. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*. 1(2). pp. 169–198. doi: 10.1260/175682709788707459
4. Mostafa A.A., Mongia H.C. (1987) On the modeling of turbulent evaporating sprays: Eulerian versus Lagrangian approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 30(12). pp. 2583–2593. doi: 10.1016/0017-9310(87)90139-6
5. Wang J., Dalla Barba F., Picano F. (2021) Direct numerical simulation of an evaporating turbulent diluted jet-spray at moderate Reynolds number. *International Journal of Multiphase Flow*. 137. Article 103567. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2021.103567
6. Elghobashi S. (1991) Particle-laden turbulent flows: direct simulation and closure models. *Applied Scientific Research*. 48(3–4). pp. 301–314. doi: 10.1007/BF02008202
7. Zuev Yu.V. (2022) Vliyeniye koagulyatsii i drobleniya kapel' na parametry gazokapel'noy turbulentnoy strui [The impact of coagulation and division of drops on the parameters of the gas-drop turbulent jet]. *Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya fiziko-matematicheskie nauki*. 164(1). pp. 85–100. doi: 10.26907/2541-7746.2022.1.85-100
8. Nigmatulin R.I. (1990) *Dynamics of Multiphase Medium*. Volume 1. New York: Hemisphere Publishing Corporation.
9. Hinze J.O. (1959) *Turbulence. An Introduction to its Mechanism and Theory*. New York: McGraw-Hill.
10. Sternin L.E., Shrayber A.A. (1994) *Mnogofaznye techeniya gaza s chastitsami* [Multiphase flows of gas with particles]. Moscow: Mashinostroenie.
11. Sternin L.E. (1974) *Osnovy gazodinamiki dvukhfaznykh techeniy v soplakh* [Fundamentals of gas dynamics of two-phase flows in nozzles]. Moscow: Mashinostroenie.

12. Friedlander S.K. (1977) *Smoke, Dust and Haze: Fundamentals of Aerosol Behavior*. New York: Wiley & Sons.
13. Zuev Yu.V., Lepeshinskiy I.A., Reshetnikov V.A., Istomin E.A. (2012) Vybora kriteriev i opredelenie ikh znacheniy dlya otsenki kharaktera vzaimodeystviya faz v dvukhfaznykh turbulentnykh struyakh [The choice of criteria and determination of their values for assessment of phase interaction behavior in two-phase turbulent jets]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya «Mashinostroeniye» – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*. 1. pp. 42–54.
14. Krasheninnikov S.Yu. (1972) Calculation of axisymmetric swirling and non-swirling turbulent jets. *Fluid Dynamics*. 7. pp. 426–433. doi: 10.1007/BF01209047
15. Edited by W. Frost, T. Moulden (1977) *Handbook of Turbulence. Volume 1. Fundamentals and Applications*. New York – London: Plenum Press.
16. Shrayber A.A., Gavin L.B., Naumov V.A., Yatsenko V.P. (1987) *Turbulentnye techeniya gazovzvesi* [Turbulent flows of a gas mixture]. Kyiv: Naukova Dumka.
17. Mostafa A.A., Mongia I.N., McDonell V.G., Samuelsen G.S. (1989) Evolution of particle-laden jet flows: a theoretical and experimental study. *AIAA Journal*. 27(2). pp. 167–183. doi: 10.2514/3.10079

Сведения об авторе:

Зуев Юрий Владимирович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Теория воздушно-реактивных двигателей» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (Москва, Россия). E-mail: yuri_zuev@bk.ru

Information about the author:

Zuev Yuriy V. (Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation). E-mail: yuri_zuev@bk.ru

Статья поступила в редакцию 10.06.2023; принята к публикации 05.08.2024

The article was submitted 10.06.2023; accepted for publication 05.08.2024